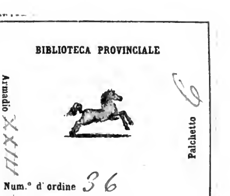



FONDO PIZZOFALCONE
NAZIONALE
B. Prov.
XVI
172
BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI


BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XXIII
Palchetto 6
Num.° d'ordine 36

ENCYCLOPÉDIE MÉTHODIQUE,

OU

PAR ORDRE DE MATIÈRES:

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES, DE SAVANS ET D'ARTISTES;

Précédée d'un Vocabulaire universel, *servant de Table pour tout l'Ouvrage, ornée des Portraits de MM.* DIDEROT *&* D'ALEMBERT, *premiers Editeurs de l'*Encyclopédie.

AUTEURS.

On n'a pu citer dans le Frontiſpice que les principaux Auteurs de ce Dictionnaire; mais voici une liſte de tous ceux qui y ont travaillé, avec les lettres par leſquelles ils ſont déſignés à la fin de chacun des articles qui leur appartiennent. Quelquefois on a écrit les noms en entier. M. de la Lande eſt ſeul Auteur de toute la Partie Aſtronomique.

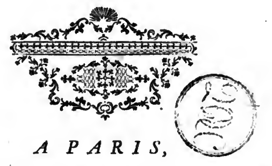
M. d'Alembert.......... (*O*).
M. l'Abbé Boſſut.......... (*L. B.*).
M. de la Lande.......... (*D. L.*).
M. le Marquis de Condorcet.......... (*M. D. C.*).
M. Charles.......... (*T*).
M. Caſtillon, père.......... (*J. D. C.*).
M. Caſtillon, fils.......... (*F. D. C.*).
M. Jean Bernoulli.......... (*J. B.*).
M. l'Abbé de la Chapelle.......... (*E*).
M. Dargenville.......... (*K*).
M. Diderot.
M. Rallier des Ourmes.

ENCYCLOPÉDIE MÉTHODIQUE.

MATHÉMATIQUES,

Par MM. D'ALEMBERT, l'Abbé BOSSUT, DE LA LANDE, le Marquis de CONDORCET, CHARLES, &c.

TOME SECOND.



A PARIS,

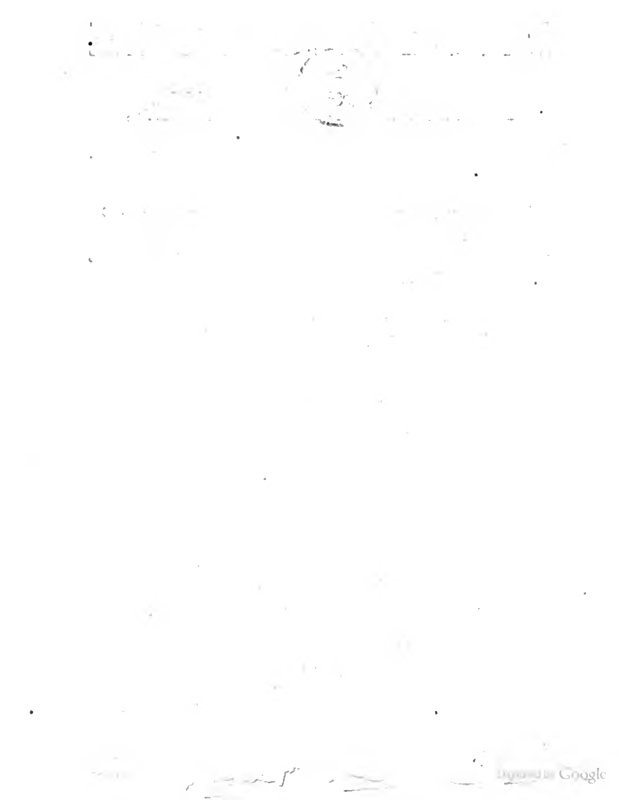
Chez PANCKOUCKE, Libraire, Hôtel de Thou, rue des Poitevins;

A LIÈGE,

Chez PLOMTEUX, Imprimeur des Etats.

M. DCC. LXXXV.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILÈGE DU ROI.



FACE, f. f. *en Géométrie*, désigne, en général un des plans qui composent la surface d'un polyhèdre : ainsi, on dit que l'hexahèdre a six *faces*. *Voyez* POLYHÈDRE.

La *face* ou le plan sur lequel le corps est appuyé, ou supposé appuyé, est appellée proprement sa *base*, & les autres plans gardent le nom de *face*. Chacune des *faces* peut servir de base, ou être supposée servir de base. Cependant, lorsqu'un corps est long & étroit, comme un obélisque, on prend pour base la *face* la moins étendue. (*O*)

FACETTE, f. f. (*Géom.*) est le diminutif de *face*. Il se dit des plans qui composent la surface d'un polyhèdre, lorsque ces plans sont fort petits.

Les miroirs & verres qui multiplient les objets, sont taillés à *facettes*. *Voy.* VERRE A FACETTES *ou* POLYHÈDRE. (*O*)

FACTEUR, f. m. (*Arith. & Alg.*) est un nom que l'on donne à chacune des deux quantités qu'on multiplie l'une par l'autre, c'est-à-dire au multiplicande & au multiplicateur, par la raison qu'ils font & constituent le produit. *Voyez* MULTIPLICATION.

En général, on appelle, *en Algèbre*, *facteurs* les quantités qui forment un produit quelconque. Ainsi, le produit $a\,b\,c\,d$, a pour *facteurs* a, b, c, d.

Les *facteurs* s'appellent autrement *diviseurs*, sur-tout en *Arithmétique*, & lorsqu'il s'agit d'un nombre qu'on regarde comme le produit de plusieurs autres. Ainsi, 2, 2, 3, sont diviseurs de 12; & le nombre 12 peut être considéré comme composé des trois *facteurs* 2, 2, 3, *&c*, & ainsi du reste. *Voyez* DIVISEUR.

Toute quantité algébrique de cette forme $x^m + a x^{m-1} + b x^{m-2} \ldots\ldots + r$, peut être divisée exactement par $x x + p x + q$, p & q étant des quantités réelles; & par conséquent $x x + p x + q$ est toujours un *facteur* de cette quantité. Je suis le premier qui aie démontré cette proposition. *Voyez les Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1746. Voyez *aussi* IMAGINAIRE, FRACTION RATIONNELLE, ÉQUATION, *&c.*

La difficulté d'intégrer les équations différentielles à deux variables, consiste à retrouver le *facteur* qui a disparu par l'égalité à zéro. M. Fontaine est le premier qui ait fait cette remarque. *V.* INTÉGRAL. (*O*)

FACULES, (*Astron.*) *faculæ*, *luculi*, sont les endroits plus clairs dans le disque du soleil dont parloit déjà Galilée; on les a appellées ainsi par un diminutif de *Fax* flambeau; ce sont en effet des parties qui semblent un peu plus lumineuses que le reste du disque solaire (*V.* Scheiner, *p.* 517), mais que l'on a de la peine à distinguer. Il sembleroit, dit Cassini, que le soleil y est plus épuré qu'ailleurs (anciens Mém. X, *page* 605 - 662.); Lahire les appelle *taches lumineuses* (Journal des Savans, 1686); elles environnent chaque amas de taches; on les voit encore dans les endroits où les taches ont paru; & souvent la *facule*, qui enveloppoit un amas de taches, se distingue du reste du soleil par un plus grand éclat (Histoire de l'Acad. 1705, *page* 126); c'est une atmosphère plus claire qui succède quelquefois à l'atmosphère obscure (Mém. 1703, *pag.* 130). Les *facules* redeviennent des taches (anciens Mém. *page* 663); M. Silberschlag les compare à des vapeurs lumineuses, & les observoit très-distinctement, surtout près des bords du soleil, au mois d'octobre 1768 (M. Bernoulli, *Lettres Astron.* 1771, *p.* 5). Le 20 juillet 1643, Hévélius voyoit une traînée d'ombres & de *facules* dont la longueur étoit plus d'un tiers du soleil (Selenogr. *pag.* 87, 506.)

M. Messier se propose d'en publier beaucoup d'observations; les *facules* lui ont servi plusieurs fois à prévoir l'apparition des taches qui n'étoient pas encore entrées sur le disque du soleil. *Voyez* TACHES DU SOLEIL. (*D. L.*)

FAISCEAU, (*Optique*) : assemblage d'une infinité de rayons de lumière qui partent de chaque point d'un objet éclairé, & s'étendent en tout sens. Alors ceux d'entre ces rayons qui tombent sur la portion de la cornée qui répond à la prunelle, feront un cone dont la pointe est dans l'objet, & la base sur la cornée; ainsi, autant de points dans l'objet éclairé, autant de cones de rayons réfléchis : or c'est l'assemblage de différens *faisceaux optiques* de rayons de lumière, qui peint l'image des objets renversés dans le fond de l'œil. *V.* RAYON, VISION, *&c.* (*M. le Chevalier de* JAUCOURT.)

FAUTE, (*Hydr.*). Les *fautes* sont inévitables, soit dans les conduites ou tuyaux qui amènent les eaux, soit dans les bassins & pièces d'eau, & il n'est souvent pas aisé d'y remédier. Quand les tuyaux conduisent des eaux forcées, la *faute* se découvre d'elle-même par la violence de l'eau; mais, dans les eaux roulantes ou de décharge, il faut quelquefois découvrir toute une conduite pour connoître la *faute* : on remet alors de nouveaux tuyaux; on les soude, on les mastique, suivant leur nature. Le moyen de connoître une *faute* dans un bassin de glaise, est de mettre sur l'eau une feuille d'arbre, de la paille ou du papier, & de suivre le côté où elle se rend. On y fait ouvrir le corroi; on remanie les glaises; &, pour les raccorder avec les autres, on les coupe en marches

ou par étages, & jamais en ligne droite, ce qui feroit perdre l'eau. (*K*)

FAULX, (*Astron.*) est une des phases des planètes, qu'on appelle communément *croissant*.

Les astronomes disent que la lune, ou toute autre planète, est en faulx, *falcata*, quand la partie éclairée paroît en forme de faucille ou de *faulx*, que les Latins appellent *falx*.

La lune est en cet état depuis la conjonction jusqu'à la quadrature, ou depuis la nouvelle lune jusqu'à ce qu'on en voie la moitié, & depuis la quadrature jusqu'à la nouvelle lune; avec cette différence que, depuis la nouvelle lune jusqu'à la quadrature, le ventre ou le dos de la *faulx* regarde le couchant, étant nécessairement tourné vers le soleil, & que, depuis la quadrature jusqu'à la nouvelle lune, le ventre regarde le levant. (*O*)

FAUX, adj. (*Arith. & Alg.*) Il y a, en arithmétique, une règle qu'on appelle *règle de fausse position*. Elle consiste à partager un nombre en parties proportionnelles à des nombres que l'on détermine relativement à l'état d'une question. Pour faire ce partage, on n'a besoin quelquefois que d'une seule supposition de parties proportionnelles à celles du nombre qu'il faut diviser; quelquefois il faut faire deux suppositions.

Règle d'une seule Fausse Position.

Je ne puis mieux expliquer cette règle que par des exemples.

EXEMPLE I. *Partager 658^{lt} entre trois personnes, de manière que la seconde ait trois fois autant que la première, & la troisième autant que les deux autres à-la-fois?*

Je suppose que la part de la première personne soit 1^{lt}; la part de la seconde, sera 3^{lt}; & la part de la troisième, sera 1^{lt} plus 3^{lt}, ou 4^{lt}. La totalité de ces trois parts est 8^{lt}. Ainsi, la supposition que j'ai faite est fausse, puisqu'elle ne me donne que 8^{lt} pour la totalité des parts supposées, tandis que la totalité des vraies parts est 658^{lt}. Mais il est évident que les parts supposées sont proportionnelles aux vraies parts, & que la totalité des parts supposées est à chacune des parts supposées, comme la totalité des vraies parts est à chacune des vraies parts. On aura donc les vraies parts par ces trois proportions:

1°. $8 : 1 :: 658^{lt}$: première part vraie qu'on trouve être $82^{lt}\ 5^{s}$.

1.° $8 : 3 :: 658^{lt}$: seconde part vraie qu'on trouve être $246^{lt}\ 15^{s}$.

3.° $8 : 4 :: 658^{lt}$: troisième part vraie qu'on trouve être 329^{lt}.

EXEMPLE II. *Partager le nombre 720 en trois parties, telles que la première soit à la seconde, comme 3 est à 4, & que la seconde soit à la troisième, comme 5 est à 6?*

Supposons que la première part soit exprimée par 1 : en faisant cette proportion $3 : 4 :: 1$: un quatrième terme, ce quatrième terme $\frac{4}{3}$ représentera la seconde part; & en faisant cette autre proportion, $5 : 6 :: \frac{4}{3}$: un quatrième terme, ce quatrième terme $\frac{24}{15}$ ou $\frac{8}{5}$ représentera la troisième part. La totalité de ces trois parts est 1 plus $\frac{4}{3}$ plus $\frac{8}{5}$, c'est-à-dire (en réduisant les deux fractions au même dénominateur, & l'entier 1 en une fraction qui ait ce même dénominateur), $\frac{15}{15}$ plus $\frac{20}{15}$ plus $\frac{24}{15}$; ce qui se réduit à $\frac{59}{15}$. D'où l'on voit que la supposition est fausse; mais on aura les vraies parts, en faisant ces trois proportions:

1.° $\frac{59}{15} : 1 :: 720$: première vraie part qu'on trouve être $183\frac{3}{59}$.

2.° $\frac{59}{15} : \frac{4}{3} :: 720$: seconde vraie part qu'on trouve être $244\frac{4}{59}$.

3.° $\frac{59}{15} : \frac{8}{5} :: 720$: troisième vraie part qu'on trouve être $292\frac{52}{59}$.

EXEMPLE III. *Trouver un nombre dont la moitié, le quart & le cinquième fassent ensemble 60?*

Représentons le nombre cherché par 1, sa moitié sera $\frac{1}{2}$; son quart, $\frac{1}{4}$; & la cinquième partie, $\frac{1}{5}$. Je réduis les trois fractions $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ au même dénominateur; elles deviennent $\frac{20}{40}, \frac{10}{40}, \frac{8}{40}$, ou bien $\frac{10}{20}, \frac{5}{20}, \frac{4}{20}$. Puis je les ajoute ensemble; ce qui me donne $\frac{19}{20}$ pour la totalité des parts supposées. La supposition est fausse; mais elle va donner le vrai nombre cherché, en faisant cette règle de trois simple.

Si la fraction $\frac{19}{20}$ contient la moitié, le quart & le cinquième de 1; de quel nombre, 60 contient-il la moitié, le quart & le cinquième?

Ainsi, la proportion qui résout cette question est $\frac{19}{20} : 1 :: 60$: au nombre cherché qu'on trouve être $63\frac{3}{19}$.

Règle de deux Fausses Positions.

Les exemples précédens n'ont demandé qu'une seule fausse position; le suivant & ceux de même nature en demandent deux.

EXEMPLE. *Partager 300^{lt} entre trois personnes, de manière que la seconde ait deux fois autant que la première, & 6^{lt} de plus; & que la troisième ait autant que les deux autres, & 10^{lt} de plus?*

En supposant que la part de la première personne soit 1^{lt}; celle de la seconde sera 2^{lt} plus 6^{lt}, ou 8^{lt}; celle de la troisième sera 1^{lt} plus 8^{lt} plus 10^{lt}, ou 19^{lt}; & la totalité de ces trois parts sera 28^{lt}. Cette supposition est fausse, parce que la totalité des parts supposées ne fait pas 300^{lt}. De plus, les parts supposées ne sont pas proportionnelles aux véritables parts. Car, dans la seconde part, il entre le nombre invariable 6^{lt}; &, dans la troisième, il entre le nombre invariable 6^{lt} plus 10^{lt}, ou 16^{lt}. Or, en faisant changer la première part 1, les deux nombres invariables, dont nous venons de parler, empêcheront que la seconde & la troisième parts ne changent proportionnellement à la première. Si nous voulons donc avoir des propor-

tions pareilles à celles du premier cas, négligeons dans la seconde & la troisième parts supposées, les nombres invariables qui les affectent; & retranchons la somme 6^{tt} plus 16^{tt}, ou 22^{tt} de ces mêmes nombres, du nombre proposé 300^{tt}. Il nous restera 278 à partager en trois parties, telles que la seconde soit double de la première, & que la troisième soit égale à la somme des deux autres. Ainsi, on aura les trois parts véritables de ce dernier énoncé, en faisant ces trois proportions :

1.° 6 : 1 :: 278^{tt} : première part qu'on trouve être 46^{tt} 6^{s} 8^{d}.

2.° 6 : 2 :: 278^{tt} : seconde part qu'on trouve être 92^{tt} 13^{s} 4^{d}.

3.° 6 : 3 :: 278^{tt} : troisième part qu'on trouve être 139^{tt}.

Maintenant, pour avoir les parts conformément à l'énoncé de la question fondamentale, il faut ajouter 6^{tt} à la seconde des parts qu'on vient de trouver, & 16^{tt} à la troisième. Par ce moyen, on aura,

Première part cherchée.......	46^{tt}	6^{s}	8^{d}
Seconde part cherchée.........	98	13	4
Troisième part cherchée.......	155	0	0

Somme 300^{tt}

En Algèbre, on appelle quelquefois racines *fausses*, les racines *négatives* d'une équation. *Voyez* NÉGATIVE. *(L. B.)*

FENTE, (*Hydraul.*) : se dit, dans une gerbe d'eau, de plusieurs *fentes* circulaires opposées l'une à l'autre, que l'on appelle *portions de couronnes*. Ce sont souvent des ouvertures en long, formant de petits parallélogrammes. *(K)*

FEU, (*Pompe à*) (*Hydraul.*) La première a été construite en Angleterre; plusieurs auteurs se sont occupés successivement à la perfectionner & à la simplifier. On en peut regarder Papin comme l'inventeur : car que fait celui qui construit une *pompe à feu?* il adapte un corps de pompe ordinaire à la machine de Papin. *Voyez son Ouvrage.*

Tout ce que nous allons dire de cette pompe, est tiré d'un mémoire qui nous a été communiqué avec les figures qui y sont relatives, par M. P.., homme d'un mérite distingué, qui a bien voulu s'intéresser à la perfection de notre ouvrage.

Détail explicatif de la Machine du bois de Bossut, proche Saint-Guilain, en la province du Hainault autrichien, pour élever les eaux par l'action du feu.

ARTICLE 1. *Du balancier, qui est la principale partie de la machine ; des jantes qui l'accompagnent, & de leurs dimensions.* Le balancier est composé d'une grosse poutre *a*, *b*, de 26 piés 8 pouces sur 20 & 23 pouces de grosseur (*Pl. III & IV*), soutenue dans le milieu par deux tourillons *c*, *d*, de trois pouces de diamètre, dont les paliers portent sur un des pignons du bâtimens qui renferme la machine. Les extrémités de cette poutre sont accompagnées de deux jantes canelées *e*, *f*, de 8 piés 2 pouces de longueur, sur 20 & 22 pouces de grosseur, dont la courbe a pour centre le point d'appui *g*. Les chaînes qui y sont suspendues, sont toujours dans la même direction : la première *h* porte le piston du cylindre ; & la seconde *i* le grand chevron, qui meut les pompes aspirantes pour élever l'eau du puits, laquelle se décharge dans la basche *K*, où elle est toujours entretenue. Sur une des faces de la même poutre, est attachée une autre jante *l* de six piés de longueur sur 5 pouces par les deux bouts, & dans le milieu 11 pouces, sur 3 pouces d'épaisseur, semblable aux précédentes, qui fait agir le régulateur avec le robinet d'injection ; elle soutient une chaîne *m*, à laquelle aboutit une coulisse *m* 2, servant à ouvrir & fermer le robinet d'injection, & à mouvoir le diaphragme nommé *régulateur*, qui règle l'action de la vapeur de l'eau chaude.

ART. 2. *D'une pompe refoulante, avec son tire-boute & ses dimensions.* Le tire-boute *n* a 9 piés 3 pouces de longueur, sur 1 pouce de diamètre (*Pl. IV*), est attaché avec des écrous & étriers de fer, au grand chevron aboutissant au piston *O*, d'une pompe refoulante de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui élève à 36 piés une partie de l'eau de la basche *K* provenant du puits, montant par un tuyau *p* de 5 pouces 5 lignes de diamètre, se déchargeant dans une cuvette *q* (*Pl. III*, *fig. 6*, qui représente le plan du troisième étage réduit, ainsi que tous les autres plans de cette machine, à une échelle sous-double de celle des coupes verticales, contenues dans les *Planches IV & V*). Cette cuvette sert à entretenir le robinet d'injection dont on expliquera l'effet. Le piston de cette pompe est de 4 pouc. 2 lig. de diamètre; il est semblable à celui du plan 7.

ART. 3. *Des pompes aspirantes qui élèvent l'eau successivement du puits, avec les dimensions.* L'ouverture du puits *XY* (*Pl. I*, *fig. 1*), qui est le plan du rez-de-chaussée, est de six piés en quarré, sur 244 piés de profondeur; & de 60 piés en 60 piés, il y a deux basches *K*, *r*, visibles dans la *Planche IV*, dont on peut connoître les dimensions par l'échelle de cette planche. Dans la basche *r*, est un corps de pompe aspirante de 9 pouces de diamètre; & dans la basche *K*, trempe le tuyau d'aspiration de la pompe supérieure de 4 pouces 6 lignes de diamètre. Tous les pistons de ces pompes ont 8 pouces 3 lignes de diamètre, sur 6 piés de levée. *Voyez* leur construction, *Pl. III*, *fig.* 23, 24, 25, 26. Les chevrons qui soutiennent les pistons ont 3 pouces quarrés, & sont suspendus à un autre ior de six pouces en quarré, composé de plusieurs pièces liées les unes aux autres, comme on le voit par le profil, *fig.* 22, *pl. VI*. Ils composent un train suspendu à la jante du balancier qui est au-

dessus du centre du puits, & au fond duquel est un puisart où viennent se rassembler les eaux de tous les rameaux de la mine. Dans ce puisart, trempe le premier tuyau d'aspiration d'une pompe qui aspire l'eau à 28 piés de hauteur, & remonte par le tuyau au-dessus du piston de 32 piés, pour se décharger dans les basches; d'où elle est reprise par une seconde pompe, qui l'élève encore à 28 piés plus haut, & 32 piés plus haut que le piston, & successivement par d'autres qui la font monter de basche en basche, parce que tous les pistons de ces pompes jouent tous ensemble. Au reste, on voit, *planche IV*, la manœuvre d'un relai; il y en a encore trois semblables avant d'arriver au puisart: on observera que le puits dont nous parlons, n'a lieu que pour puiser les eaux de la mine.

ART. 4. *De la situation du balancier, lorsque la machine ne joue pas.* La charge que soutient la chaine *ior* (*Pl. IV*), & le tire-boute *n* est beaucoup plus grande que celle que portent les chaines *h*, *m*, lorsque le poids de la colonne d'air n'agit pas sur le piston *u*; ainsi, la situation naturelle du balancier est de s'incliner du côté du puits, au lieu que la *planche V* le représente dans uns sens contraire, c'est-à-dire, dans celui où il se trouve lorsque l'injection d'eau froide ayant condensé la vapeur renfermée dans le cylindre, le poids de la colonne d'air fait baisser le piston: alors l'eau du puits est aspirée, & celle de la basche *K* est refoulée dans la cuvette *q*. Mais quand la vapeur vient à s'introduire dans le cylindre, sa force étant supérieure au poids de la colonne d'air, soulève le piston, laisse agir le poids des attirails que porte la chaine *ior*, & le tire-boute *no*, & le balancier s'incline du côté du puits, qui est la situation où il reste lorsque la machine ne joue pas, parce qu'il s'introduit de l'air dans le cylindre au-dessous du piston, qui se met en équilibre par son ressort avec le poids de celui qui est au-dessus.

ART. 5. *Le mouvement du balancier est limité par des chevrons à ressort.* Pour limiter le mouvement du balancier & amortir sa violence, pour que la machine n'en reçoive point de trop grandes secousses, l'on fait sortir en dehors du bâtiment les deux extrémités *W* des deux poutres, pour soutenir deux chevrons à ressort recevant les boulons *X* (*pl. III & IV*), qui traversent le sommet des jantes du balancier; & c'est la même chose du côté du cylindre pour le soulager dans sa chûte.

ART. 6. *Description du cylindre avec ses dimensions.* Le cylindre *y Z* (*pl. IV & V*) est accompagné des tuyaux qui contribuent au jeu de la machine; il est de fer coulé bien alaisé, il a intérieurement 2 piés 6 pouces 6 lignes, sur 8 piés six pouces de hauteur en dedans œuvre, & un pouce d'épaisseur. A six pouces au-dessous de son sommet *&c.* règne tout autour un bord *Ay*, sur lequel est attachée une coupe de plomb *AB*, de 12 pouces de hauteur; & à 3 piés 6 pouces plus bas, il y a un second rebord *O*, servant à le soutenir sur les deux poutres *D*, où il est arrêté par deux traverses de bois *E*.

ART. 7. *Le cylindre est percé de deux trous opposés pour deux causes essentielles.* A trois pouces au-dessus de la base, le cylindre est percé de deux trous opposés l'un à l'autre, chacun accompagné d'un collet *F*; ils ont intérieurement 3 pouces 10 lignes de diamètre. Le premier sert à introduire le tuyau d'injection *G*; & le second aboutit à un godet de cuivre *H*, dans le fond duquel est une soupape chargée de plomb suspendue à un ressort de fer, pour la maintenir toujours dans la même direction: cette soupape, que l'on nomme *reniflante*, sert à évacuer l'air que la vapeur chasse du cylindre, lorsqu'on commence à faire jouer la machine, & ensuite celui qui y est porté par l'injection, & qui empêcheroit son effet, s'il n'avoit aucune issue.

ART. 8. *Description du fond du cylindre.* Le fond *ZI* du cylindre est une plaque de fer postiche, attachée avec des vis à écrous; il est traversé par un tuyau *L* d'un pié de hauteur, ayant intérieurement six pouces de diamètre, l'un & l'autre coulés ensemble de manière qu'une moitié se trouve dans le cylindre, pour empêcher que l'eau, qui tombe sur le fond, n'entre dans l'alambic, & l'autre moitié en dehors, pour faciliter la jonction du cylindre avec le régulateur & l'alambic.

ART. 9. *L'eau provenant d'injection, s'évacue par le fond du cylindre.* Le fond du cylindre est encore percé vers sa circonférence, d'un trou *N* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, avec un collet *CI* de 6 pouces de hauteur. Il a pour objet de faciliter l'évacuation de l'eau d'injection par un tuyau de cuivre *hml*, *pl. V*.

ART. 10. *Description du piston qui joue dans le cylindre, avec ses dimensions.* Le piston *u* dans les mêmes planches, & dont la construction est représentée en grand, *fig.* 17, 18 & 19, *pl. VI*, dont la tige *de* a 4 piés de hauteur, est un plateau de fer *RS* de 2 piés 6 pouces 4 lignes de diamètre, sur un pouce d'épaisseur. Aux extrémités, sont appliquées deux ou trois bandes d'un cuir *aaa* fort épais, faillant d'une ligne sur le pourtour du piston. L'on maintient ce cuir inébranlable, en le chargeant d'un anneau de plomb de 2 pouces six lignes de largeur, divisés en trois parties égales, chacune accompagnée d'une queue *C*. Le centre de ce piston est percé d'un trou qui reçoit le bout de la tige *de*, par le moyen d'un tenon arrêté avec une clavette, & cette tige est suspendue à la chaine du balancier.

ART. 11. *De quelle manière l'eau de la cuvette d'injection s'introduit dans le cylindre.* Au fond de la cuvette *q* (*pl. IV & V*), qui fournit l'eau d'injection, aboutit un tuyau de plomb *GP* de 2 pouces 2 lignes de diamètre, qui s'introduit dans le cylindre en passant au travers du collet *F* (*art.* 7.) Ce tuyau est terminé par un ajutage plat, dont

l'œil a deux pouces 2 lignes de diamètre réduit, d'où sortent environ 8 pintes d'eau froide pour chaque injection, suivant l'expérience que j'en ai faite, & qui se fait par le moyen du jeu de la clé d'un robinet *P* (*pl. VI*), qui s'ouvre & se ferme alternativement, comme il sera expliqué à l'*article* 28.

ART. 12. *De quelle manière l'eau s'introduit au-dessus du piston.* Il y a un robinet *R* (*pl. V*), dont l'œil a 14 lignes de diamètre réduit. Le tuyau *Q* a 2 pouces 2 lignes de diamètre, par lequel on fait couler sans cesse de l'eau au-dessus du piston, provenant de la cuvette *q* : cette eau sert à humecter le cuir, & empêcher l'air extérieur de s'insinuer dans le cylindre ; pour que cette eau ne déborde pas la coupe lorsque le piston vient à remonter, & pour évacuer le superflu, on a joint le tuyau *SSS* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui va se rendre dans le réservoir provisionnel *V* (*pl. IV*), placé en dehors du bâtiment. La partie supérieure *SN* sert au même effet, c'est-à-dire, à décharger le superflu de la cuvette *q*, provenant d'une pompe refoulante (*art. 1.*)

ART. 13. *Description de la chaudière qui compose le fond de l'alambic, avec ses dimensions.* L'alambic (*pl. IV & V*) est composé d'une chaudière *XY*ʒ&, évasée de 3 pouces par le haut, ayant un diamètre de 7 piés 8 pouces par le haut, & 7 piés 3 pouces par le bas, sur 3 piés 6 pouc. de profondeur, sans y comprendre 3 pouces de bombage dans le milieu ; elle est accompagnée d'un plat-bord *aa* de 11 pouces de saillie, qui s'appuie sur une retraite *X&* de 2 pouces ménagés dans la maçonnerie qui entoure cette chaudière, dont la surface extérieure est isolée par une petite galerie *XY*ʒ&, & *lmnoIK*, *fig.* 2, *pl. I*, de 9 pouces de largeur par le haut, & 12 par le bas, qui règne tout autour, & dans laquelle circule la fumée du fourneau *Ybc*ʒ, pour entretenir la chaleur & l'eau bouillante.

ART. 14. *Description du chapiteau de l'alambic.* Le chapiteau *Xd&* (*pl. IV & V*, où l'on voit le plan, & différentes parties du régulateur), a 4 piés de hauteur, sur 9 piés 6 pouces de diamètre ; il a la forme d'un dôme composé de plusieurs plaques de cuivre liées ensemble par des rivètes, & revêtues de maçonnerie sur la hauteur de 2 piés 3 pouces, pour le fortifier contre la force de la vapeur, & le garantir des atteintes de tout ce qui pourroit l'endommager. Son sommet est terminé par une pièce de cuivre battu, percée d'un trou de 6 pouces 6 lignes de diamètre ; le sommet est accompagné d'un collet de 3 pouces 1 ligne de saillie, pour se raccorder avec le tuyau de communication *L* qui joint le cylindre. Le régulateur est le sommet du chapiteau de l'alambic.

ART. 15. *Explication des parties qui appartiennent au régulateur ou diaphragme, avec ses dimensions.* Les lettres *aaa* (*fig.* 12, *pl. III*) représentent un anneau de fer, dont le diamètre intérieur est de 11 pouces 8 lignes, sur un pouce 6 lignes de largeur, & 6 lignes d'épaisseur. Les quatre supports cotés des lettres *b*, *b*, *b*, *b*, qui suspendent l'anneau *aaa*, ont 4 pouces 6 lignes de hauteur, sur 9 lignes en quarré ; à l'anneau est attaché un ressort de fer *GcH* du profil (*fig.* 15), & *NO* du plan (*fig.* 12) de 2 pouces de largeur, sur 3 lignes d'épaisseur, servant à soutenir le régulateur *d*, dont le diamètre est de 7 pouces, & est accompagné d'un manche dont l'extrémité *e* est percée quarrément, pour recevoir l'essieu vertical *fg* (*fig.* 16), ayant son centre du mouvement éloigné de 6 pouces 7 lignes du centre du régulateur : le pivot inférieur de cet essieu joue dans un trou *f* pratiqué dans l'anneau *aaa* ou *GH*, *fig.* 16. La partie *e* ou *ik* (*fig.* 16) du régulateur est liée par une clavette à l'essieu vertical *fg*, & la partie *il* de cet essieu, qui est arrondie, joue exactement dans un canon *ln*, adapté à la plaque *NO*, *fig.* 13 & 16. La partie supérieure *lg* de l'essieu vertical reçoit une clé qui communique le mouvement du régulateur dont le bouton *m* (*fig.* 15) glisse sur le ressort *GcH*, qui est fort poli, en descendant de *c* en *m* : ce mouvement ouvre l'orifice *no*, qui a intérieurement 5 pouces 6 lignes de diamètre, sur 13 pouces 6 lignes de hauteur. La *figure* 13, qui est la plaque dont on a parlé, est plombée au sommet de l'alambic, pour que l'air ne s'introduise pas. La *figure* 14 représente en plan la partie supérieure du tuyau *L*, désignée par *LM* (*fig.* 15 & 16), par laquelle ce tuyau se raccorde avec celui qui est au centre de la base du cylindre, avec des vis & des écrous (*art.* 8.)

ART. 16. *Situation de l'alambic & du fourneau dans le bâtiment qui renferme la machine.* L'on voit l'emplacement de l'alambic dans les bâtimens où il est renfermé, par les figures qui représentent les plans des différens étages, dont le premier est élevé de 7 piés au-dessus du niveau des terres ; & à 3 piés 6 pouces plus bas, est le niveau du cendrier : l'on y verra une coupe horizontale du fond de l'alambic (*pl. II*, *fig.* 3), accompagnée d'un revêtement de maçonnerie qui en soutient le chapiteau ; de cet étage, l'on peut descendre par un escalier *ab*, dans l'endroit où est le fourneau, *fig.* 1 & 2. Le fond dudit fourneau est une grille *C*, élevée de quatre piés au-dessus du niveau du cendrier *d* (*Voyez* les profils, *pl. IV & V*), servant de foyer ; & on introduit le charbon de terre ou de bois par une ouverture *e*, vis-à-vis de laquelle est une porte *f* qui répond au rez-de-chaussée. On a pratiqué une ventouse *gf* dans l'épaisseur du massif de la maçonnerie, afin que l'air extérieur puisse aisément s'introduire dans le cendrier sous la grille, pour animer le *feu*, dont la fumée ne peut s'échapper par la cheminée *IK* opposée à l'entrée du fourneau, qu'après avoir circulé autour de la chaudière dans la galerie *lmnoIK*, *fig.* 2, *pl. I*.

ART. 17. *Au-dessus du chapiteau de l'alambic*,

est une ventouse, pour laisser échapper la vapeur quand elle est trop forte. Sur la surface du chapiteau de l'alambic, il y a un bout de tuyau *f* (*pl. V*) de 4 pouces de hauteur, sur 3 pouces 3 lignes de diamètre, soudé verticalement sur le chapiteau. Au sommet de ce tuyau, est adapté une soupape chargée de plomb, que l'on nommera *ventouse*, dont l'objet est de donner issue à la vapeur de l'alambic, lorsqu'elle devient trop forte; cette soupape se lève assez souvent quand le régulateur est fermé, & que le piston descend.

Art. 18. *Usages des deux tuyaux pour éprouver la hauteur de l'eau dans l'alambic.* L'on remarquera l'ellipse *a*, *b*, *fig.* 5, *pl. II*, dont le grand axe a 18 pouces, & le petit 12. C'est une plaque de cuivre qui se détache quand on veut entrer dedans l'alambic, lorsqu'il y a quelques réparations à y faire. A cette plaque, sont attachés aux endroits *c*, *g* deux tuyaux de 11 lignes de diamètre, dont le premier *c* est plus court que le second *g*. Celui *g* descend jusqu'au niveau *a*, *a*, du plat-bord de la chaudière, comme on peut voir *pl. V*. Ces tuyaux ont au sommet chacun une clé de robinet servant à éprouver à quelle hauteur est la surface de l'eau dans l'alambic; par exemple, si, en les ouvrant, on s'apperçoit qu'ils donnent tous deux de la vapeur, c'est une marque que l'eau est trop basse; & au contraire, s'ils donnent tous deux de l'eau, c'en est une qu'elle est trop haute: mais, si l'un donne de l'eau & l'autre de la vapeur, alors la surface de l'eau est à une hauteur convenable, ce qui arrive quand elle se rencontre à 4 & 5 pouces au-dessus du plat-bord *a*, *a*, de la chaudière; si l'eau sort par les tuyaux d'épreuve, cela vient de ce que la vapeur faisant effort de toutes parts pour s'échapper, presse la surface de l'eau dans laquelle le tuyau trempe, & l'oblige à monter comme dans les pompes foulantes.

Art. 19. *De quelle manière on évacue la vapeur de l'alambic pour arrêter la machine.* Au chapiteau de l'alambic, *pl. I V*, est adapté un tuyau de plomb *r*, *f*, *t*, que l'on nomme *cheminée*, dont l'extrémité *t*, qui aboutit hors du bâtiment, est fermée d'une soupape chargée de plomb, attachée à une corde qui passe sur une poulie *M*. Ce tuyau, qui a 4 pouces 4 lignes de diamètre, sert à évacuer la vapeur en ouvrant la soupape lorsqu'on veut arrêter la machine, & à lui donner une échappée lorsqu'elle acquiert assez de force pour lever la soupape; autrement l'alambic feroit en danger de crever.

Art. 20. *Usage d'un réservoir provisionnel pour fournir de l'eau à l'alambic.* Il y a en dehors du bâtiment deux murs *a*, *b*, *fig.* 1, 2, 3, *pl. I & II*, de maçonnerie, sur lesquels est placé un réservoir provisionnel *V*, *fig.* 3, *pl. IV*, fait de madriers doublés de plomb; il contient 339 piés cubes ou 42 $\frac{3}{4}$ muids d'eau, que l'on entretient ordinairement à cette quantité. Cette eau provient du superflu de la cuvette *q* d'injection, qui descend par les tuyaux cotés des lettres *N*, *S*; ce réservoir est accompagné d'un tuyau *R T* de 2 pouces 2 lignes de diamètre; il sert à introduire de l'eau dans l'alambic par le moyen d'un robinet *m*, dont l'œil a 2 pouces 2 lignes de diamètre réduit; & on vuide ledit alambic par le moyen d'un autre tuyau de cuivre *z W Q* de 3 pouces 3 lignes de diamètre, accompagné du robinet *W*, dont l'œil a 2 pouces de diamètre réduit. Ce tuyau passe sous le réservoir provisionnel.

Art. 21. *De quelle manière l'eau d'injection sort du cylindre.* On a dit (*art.* 9) que le collet *C N*, *pl. I V*, facilite l'évacuation de l'eau d'injection qui tomboit dans le cylindre; pour cela, le collet est raccordé avec un tuyau de cuivre *h*, *l*, *m*, *pl. V*, nommé *rameau d'évacuation* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui va aboutir au fond d'une petite citerne *n*, dont on voit le plan *fig.* 2, *pl. I*, dans laquelle se décharge environ les $\frac{3}{4}$ de l'eau tiède d'injection: à ce rameau, il y a une soupape *P* dans la citerne, suspendue à un ressort de fer: cette soupape, qui est fermée quand le piston descend, & qui est toujours baignée d'eau, afin que l'air extérieur ne puisse y entrer, est chargée de plomb, de manière que le poids de l'eau, qui remplit le rameau d'évacuation, ne puisse lever à chaque injection la soupape, qu'il ne soit aidé par la force de la vapeur. A la citerne, il y a une décharge *P q*, de superficie, représentée *figure* 2, *pl. I*.

Art. 22. *Une partie de l'eau d'injection passe dans l'alambic pour suppléer au déchet que cause la vapeur.* L'on remarquera que le godet *a*, *pl. V*, communique par un tuyau horizontal à un autre tuyau de cuivre *i k*, nommé *tuyau nourricier*, de 2 pouces 2 lignes de diamètre, sur 8 piés six pouces de hauteur, dont une partie trempe dans l'eau de l'alambic jusqu'à 15 pouces du fond, & l'autre partie saille de 2 piés 10 pouces en dehors; l'on saura que $\frac{1}{4}$ qui nous reste de l'eau d'injection, & qui sort tiède du cylindre, vient remplacer par ce tuyau le déchet que cause la vapeur à l'eau de l'alambic, qui se trouve par-là toujours entretenue à la même hauteur.

Art. 23. *Description du tuyau nourricier.* Avant dit (*art.* 18) que la force de la vapeur faisoit monter l'eau bouillante dans des tuyaux d'épreuves lorsqu'ils y trempoient, l'on voit que la même cause doit aussi la faire monter dans le tuyau nourricier *i k*, puisqu'il est ouvert par les deux bouts; & à un pouce au-dessus du plat-bord *a*, *a*, il y a un trou à l'endroit *m*, par où monte l'eau bouillante, qui fait voir qu'il faut en remettre dans la chaudière pour conserver le plat-bord: l'eau monte jusqu'à un certain point où la vapeur la soutient en équilibre avec le poids de la colonne d'air qui est opposé.

Art. 24. *De quelle manière se font les opérations des articles* 22 & 23. L'action de la vapeur ne pouvant pousser de bas en haut le piston avec une

force capable de surmonter le poids de la colonne d'air dont il est chargé, sans presser de haut en bas avec la même force, la surface de l'eau qui est tombée dans le fond du cylindre; cette eau qui est refoulée dans les deux rameaux, de manière que celui d'évacuation *h*, *l*, *m*, en reçoit les ¾ (*art.* 21), & l'autre ¼ passe par le collet *Z*, *a*, & le tuyau horizontal dans le tuyau nourricier, où elle contraint l'eau chaude qui s'y trouve de descendre pour en occuper la place, jusqu'à l'instant que, renouvellant les opérations, elle l'obligera de passer à son tour au fond de l'alambic.

ART. 25. *Détails des pièces qui font jouer le régulateur.* Ces pièces sont représentées au plan *figure* 5, *pl. II*, & en perspective, *figure* 20, *pl. VI*, où l'on voit deux poteaux *d d*, soutenant un essieu *e*, *h*, sur lequel passent les anneaux d'un étrier 1, 2, 3, 4. Cet étrier est traversé par un boulon 4, autour duquel joue une fourche 55, dont la queue *A* aboutit à la clé *B* du régulateur (*art.* 15.) Au même essieu, est fixée une patte *e e* 6 à deux grisses, & dont la partie *e* sert de manche au marteau ou poids 6. Les deux grisses embrassent le boulon 4 de l'étrier : sur le même axe sont encore deux branches de fer 7, 8, 9. Dans la situation que l'on voit ces attirails, le régulateur est ouvert; il produit des vapeurs dans le cylindre sous le piston, & le robinet *P* d'injection est fermé.

ART. 26. *De quelle manière le chevron pendant fait agir le régulateur & le robinet d'injection.* On a dit (*art.* 1) que la chaîne *l m* attachée à une des jantes du balancier, portoit une coulisse *m a*, qui n'est autre chose qu'un chevron pendant de 16 piés 6 pouces de longueur, ayant une fente dans le milieu. Cette coulisse, dont on voit une portion *X Y*, *fig.* 20, joue de même sens que le piston, & sert à communiquer le mouvement au régulateur & au robinet d'injection; elle enfile sur le rez-de-chaussée du premier étage un bout de madrier *z* de 3 piés 6 pouces de longueur, sur 14 pouces de large & 4 d'épaisseur, qui la maintient toujours verticale en montant ou en descendant dans le trou *C*, pratiqué au-dessous de sa direction, comme on peut voir dans la *planche IV*.

ART. 27. *De quelle manière le mouvement se communique au régulateur.* La fente de la coulisse, *fig.* 20, *pl. VI*, est traversée d'un boulon revêtu de plusieurs morceaux de cuirs au-dessus duquel vient se rendre par intervalle la branche 8, 9. A l'instant que le piston étant parvenu au bas du cylindre, le régulateur s'ouvre pour laisser passer la vapeur, alors le balancier élève la coulisse *X Y*, le boulon fait monter l'extrémité 9 de cette branche, par conséquent fait tourner l'essieu qui relève le poids 6, & pendant ce tems-là l'étrier reste immobile, à cause de l'intervalle qui est entre les grisses; mais aussi-tôt que le poids 6 a passé la verticale, il imprime, en tombant du côté du cylindre une force à une des grisses qui frappe le boulon 4, le chasse, & l'étrier en arrière, & par conséquent la manivelle *B* ferme alors le régulateur; quand la coulisse monte, elle entraîne avec elle la branche 8, 9, qui fait tourner l'essieu. L'essieu, en tournant, & la chûte du poids 6 font monter aussi l'autre branche 8, 7. Peu après, cette coulisse venant à descendre, une cheville ♉, attachée à une de ses faces, ramène la branche 8, 9, qui fait tourner l'essieu & relève le poids 6, qui tombe ensuite de la gauche à la droite; l'autre grisse pousse en avant l'étrier qui étoit resté immobile pendant la descente de la coulisse, alors la manivelle ouvre le régulateur : les chûtes du marteau 6 sont limitées de part & d'autre par des cordes attachées aux parties fixes du bâtiment dans lequel la machine est renfermée.

ART. 28. *Détail des pièces qui appartiennent au robinet d'injection.* La clé du robinet d'injection *P*, *fig.* 20, *pl. VI* & *pl. IV*, est en forme d'une patte d'écrevisse ou de fourche, dans laquelle agit une broche de fer *m*, qui la frappe par un mouvement de vibration, tantôt d'un sens & tantôt de l'autre, pour ouvrir & fermer le passage de l'eau de la cuvette *q* dont on a parlé. Cette broche *M* attachée à l'essieu d'un levier *n o*, sur lequel se meut un marteau *R* échancré par-dessus, pour s'accrocher par intervalle dans une coche pratiquée à un morceau de bois *T V*, nommé *décliq*, qui passe au travers d'une fente pratiquée au poteau pendant, l'extrémité *T* est mobile autour d'un boulon, & l'autre *V* baisse & hausse suivant le mouvement de la coulisse *X Y*.

ART. 29. *Explication du mouvement qui fait agir le robinet d'injection.* On saura qu'à l'une des faces de la coulisse opposée à celle dont on vient de parler (*art.* 27), est aussi attachée une cheville qui soulève le décliq *T V*, lorsque la coulisse est parvenue à sa plus haute élévation; alors le marteau *R* cessant d'être soutenu, tombe avec violence sur le levier ou broche *m*, & agit contre une des branches de la fourche qui forme la clé; ce qui ouvre le robinet *P* d'injection. Pendant que l'eau jaillit dans le cylindre court (*fig.* 4), le marteau repose sur une pièce de bois, après avoir décrit une courbe *R P*. Après cette opération, la coulisse *X Y* redescend; & la cheville, qui a levé le décliq, rencontrant en chemin le levier *a S*, l'oblige de descendre pour relever le marteau *R*, & le remettre dans sa première situation. Cela ne se peut faire sans que la broche *m* ne pousse en avant l'autre patte de la clé du robinet, pour la ramener d'où elle étoit partie. Le robinet d'injection se referme donc jusqu'au moment où la coulisse remontant de nouveau, recommence la première manœuvre pour faire ouvrir ledit robinet d'injection.

ART. 30. *Conclusion sur le jeu du régulateur, & celui du robinet d'injection.* Il suit de ce qu'on vient d'exposer, que la coulisse descendant, elle ferme le robinet d'injection immédiatement après le régulateur, dans l'instant qu'elle est parvenue

au plus bas; & qu'au contraire, lorsqu'elle est montée au plus haut, le robinet d'injection s'ouvre, & le régulateur se ferme : ainsi, ces deux effets, quoique contraires, entretiennent toujours la machine dans un mouvement régulier, lorsque la chaleur du fourneau est uniforme, & que toutes les autres pièces de la machine agissent comme il faut.

Il faut remarquer que l'on rend le jeu du régulateur & celui du robinet d'injection plus ou moins prompts, selon que les chevilles, qui accompagnent la coulisse *X Y*, sont placées plus ou moins hautes. Dans la situation où est la machine aujourd'hui, elle a six piés de levée (*art.* 3); & si on vouloit lui en donner moins, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui fait agir le régulateur, & la charger de cuir (*art.* 27) : alors la machine auroit moins de levée; & le régulateur étant ouvert, produiroit plus de vapeur. La raison en est claire, car alors le mouvement seroit moins accéléré; &, au contraire, si on lui donne plus d'injection, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui lève le déclic; alors le mouvement de la machine ne seroit plus accéléré, & par conséquent produiroit plus d'injection.

Art. 31. *Explication de la manœuvre que l'on exécute pour commencer à faire jouer la machine.* Pour donner le premier mouvement à la machine, l'on commence par remplir d'eau la chaudière (*art* 20); ensuite on allume le feu, & on laisse couler l'eau dans la coupe (*art.* 11.) Immédiatement après, celui qui dirige la machine, vient voir dans quelle situation est le régulateur, afin de l'ouvrir s'il étoit fermé, ayant la facilité, à l'aide d'une manivelle, de donner à l'essieu le même mouvement que lui imprime la coulisse. La vapeur entre dans le cylindre, en chasse l'air, & échauffe l'eau qui est au-dessus du piston, que l'on fait couler dans le godet, pour remplir les tuyaux par lesquels se décharge l'eau d'injection (*art.* 21). Pendant cette manœuvre, la machine reste en repos jusqu'au moment qu'elle donne le signal pour avertir qu'il est tems de la faire jouer; ce qui s'éprouve lorsque la vapeur ayant acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui fermoit sa cheminée (*art.* 19), en sort avec détonation. Aussi-tôt le directeur de la machine, qui attend ce moment, prend de la main droite la queue du marteau (*art.* 29), de la gauche la branche (*art.* 27), ferme le régulateur, & un instant après ouvre le robinet d'injection qui fait descendre le piston. Ensuite le régulateur s'ouvre de lui-même, & la machine continue de jouer, sans qu'on y touche, par un effet alternatif de vapeur & d'injection d'eau froide, secondé du poids de l'atmosphère.

Art. 32. *Le mouvement de la machine doit être réglé de manière qu'elle produise quatorze impulsions par minute.* Quand le mouvement de la machine est bien réglé, elle produit ordinairement quatorze impulsions par minute, ainsi qu'on l'a observé; &, dans un cas forcé, on peut en donner jusqu'à 16 & 17. On a aussi observé que le piston mettoit un peu plus de tems à monter qu'à descendre.

Art. 33. *Conjecture sur la manière dont se forme la vapeur.* Il faut considérer que le *feu*, qui est une matière subtile, pénètre le fond de l'alambic, passe au travers de ses pores, met les parties de l'eau dans une extrême agitation; & comme cette matière ne cherche qu'à s'étendre pour se mouvoir avec plus de liberté, elle s'élève au-dessus de l'eau, dont elle entraîne les parcelles les plus déliées en une quantité prodigieuse, qui font effort de toutes parts pour s'échapper, avec une force qui devient supérieure à celle du poids de l'air; & quand le régulateur vient à s'ouvrir, elle entre avec impétuosité dans le cylindre, pousse le piston devant elle, jusqu'à l'instant où l'injection d'eau froide condense cette vapeur & anéantisse sa force : alors elle retombe en eau. Ainsi, l'on voit que le jeu de cette machine dépend de l'effet alternatif de l'eau chaude & de l'eau froide, joint à l'action de l'atmosphère; le cylindre reste vuide, & donne lieu au poids de l'atmosphère de ramener le piston : ainsi, l'on voit que dans l'espace d'environ deux secondes que dure l'injection des huit pintes d'eau froide (*art.* 11), il se condense environ $4\frac{3}{4}$ muids de vapeur; & pendant ce tems-là, il s'en forme une assez grande quantité pour relever le piston de nouveau, aussi-tôt que le régulateur lui en laisse la liberté. On a dit (*art.* 24) que, quand la vapeur entre dans le cylindre, elle refoule l'eau qui se trouve au fond, & en fait passer environ 6 pintes dans le rameau d'évacuation (*art.* 21), & deux dans l'alambic par le tuyau nourricier (*art.* 22), suivant l'expérience que j'en ai faite.

Art. 34. *Expérience de M.* Desaguliers *sur la force de la vapeur de l'eau bouillante.* M. Desaguliers, qui a fait beaucoup d'expériences sur la machine à *feu*, dit que la force de la vapeur dans le cylindre, ne surpassoit jamais d'un $\frac{1}{10}$ la résistance de l'air extérieur, & n'y étoit jamais d'un $\frac{1}{10}$ plus foible; mais, entre ces deux termes, cette force change continuellement, selon que le piston est plus ou moins élevé, c'est-à-dire, selon que l'espace est plus ou moins grand. Il prétend aussi que la vapeur de l'eau bouillante est environ 14000 fois plus rare que l'eau froide, & qu'alors elle est aussi forte par son ressort que l'air commun, quoique 16 fois plus rare.

Art. 35. *Expérience faite sur la quantité de charbon de terre ou de bois nécessaire pour l'entretien du fourneau pendant 24 heures.* Le fourneau consume en 24 heures 6 muids de charbon de terre, contenant chacun 13 piés cubes, ou deux cordes de bois chacune de 7 piés 7 pouces de longueur, sur autant de hauteur, & trois piés trois pouces de largeur.

On observe que deux hommes suffisent pour veiller autour de la machine. Il y a un chef qui fait

fait manœuvrer ladite machine, & un second qui a soin de faire le *feu* au fourneau.

ART. 36. *Quand la machine produit 14 impulsions par minute, elle épuise 255 muids d'eau par heure, élevée à 242 piés de hauteur.* On a dit (*art.* 32) que la machine produisoit 14 impulsions par minute, lorsque le mouvement est bien réglé. L'on voit que, dans le même tems, elle épuise une colonne d'eau de 112 piés de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diamètre, ou 85 pintes par chaque impulsion; & qu'à cause de 14 qu'elle donne dans une minute, elle produit 1190 pintes d'eau: partant dans une heure, elle produit 71400 pintes, ou 255 muids d'eau, le muids contenant 8 piés cubes, ou 280 pintes, mesure de Paris.

ART. 37. *Calcul de la puissance qui fait agir cette machine.* Pour insinuer de quelle manière l'on doit faire le calcul de cette machine, il faut considérer que le diamètre du piston étant de 30 pouc. 6 lignes (*art.* 6), sa superficie sera d'environ $5\frac{1}{4}$ piés quarrés, qu'il faut multiplier par 2205 lignes, pesanteur d'une colonne d'air d'un pié quarré de base, sur $31\frac{1}{2}$ piés de hauteur. Il viendra $11392\frac{1}{2}$ l. pour l'action de l'air extérieur sur le piston, & par conséquent pour la force de la puissance motrice.

ART. 38. *Remarque essentielle pour calculer l'effort de la puissance qui fait agir les pompes.* La force de la puissance qui aspire l'eau dans une *pompe*, doit être au moins égale au poids de la colonne d'eau qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur la distance du puisart au piston, lorsqu'il est parvenu dans sa plus haute élévation. A quoi il faut ajouter le poids de l'eau dont le piston est surmonté lorsqu'il s'élève audessus du terme de l'aspiration pour la dégorger dans les basches. Si l'on considère les choses avec attention, on verra que, quelle que soit la grosseur du tuyau d'aspiration, la puissance qui élève le piston, soutiendra toujours le même poids, dans quelques dispositions que soient ses parties, posées contre un plan vertical, ou sur un plan incliné; que la puissance appliquée au piston d'un diamètre égal, plus grand ou plus petit que le fond du tuyau, il sera toujours chargé du poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur celui du niveau de l'eau au-dessus du même piston.

ART. 39. *Calculer la puissance ou le poids de la colonne d'eau des pompes aspirantes.* Les pompes aspirantes élevant ensemble une colonne d'eau de 242 piés de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diamètre, l'on trouvera que cette colonne pèse $6290\frac{1}{4}$ l. La pompe de la basche faisant monter l'eau à 36 piés de hauteur (*art.* 2), le diamètre de son piston n'est que de 4 pouces 2 lignes. Le poids de la colonne d'eau qu'elle refoule, est de $237\frac{11}{16}$ l., qui étant ajoutés à $6290\frac{1}{4}$ l., il viendra $6527\frac{15}{16}$ l., à quoi il faut encore ajouter le poids des attirails qui répond au puits, que j'estime d'environ 3000 l.; ainsi, la puissance aura à surmonter une résistance d'environ $9527\frac{15}{16}$ l. &, comme cette puissance a été trouvée de $11392\frac{1}{2}$ l. (*art.* 37), elle sera donc supérieure de $1864\frac{9}{16}$ l. au poids qu'elle doit élever.

ART. 40. *La puissance doit être au poids comme 6 à 5, pour prévenir tout inconvénient.* On remarquera que cette supériorité de la puissance sur le poids, doit être au moins dans le rapport de 6 à 5; elle est nécessaire, non-seulement pour rompre l'équilibre, mais encore parce que le piston n'est point chassé tout-à-fait par la pesanteur absolue de l'air, puisqu'il fuit & se dérobe en partie à son impression; & que d'ailleurs il ne faut pas compter que, quand le piston descend, le cylindre soit entièrement privé d'air grossier, puisque l'eau d'injection en entraîne toujours une certaine quantité, qui, se trouvant renfermée dans un plus petit espace à mesure que le piston descend, pourroit acquérir une force de ressort assez sensible pour lui résister.

ART. 41. *Cette machine peut aussi servir à élever l'eau aussi haut que l'on voudra au-dessus de l'horizon.* On remarquera que, si l'on avoit à élever l'eau d'une source à une hauteur considérable au-dessus de l'horizon dans des tuyaux posés verticalement, ou sur un plan incliné, on pourroit se servir de la même machine, en disposant des pompes aspirantes & refoulantes, de la manière la plus convenable, suivant la situation des lieux.

ART. 42. *La théorie des machines à feu, à l'égard de leurs effets, est la même que celle des pompes mues par un courant.* Il faut remarquer que, lorsqu'un fluide fait mouvoir des pompes à l'aide d'une machine où le bras du levier du poids est égal à celui de la puissance, il arrivera toujours que la superficie du piston, celle d'une des aubes, la chûte capable de la vitesse respective du fluide, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, composeront quatre termes réciproquement proportionnels. On verra que cette règle pourroit s'appliquer aux machines à *feu*, si l'on pouvoit faire abstraction du poids des attirails & de la pompe refoulante qui est dans la basche supérieure; car l'on peut regarder la superficie du piston qui joue dans le cylindre, comme celle d'une aube, c'est-à-dire, le poids de la colonne d'air, ou celui d'une colonne d'eau de $31\frac{1}{2}$ piés de hauteur (*art.* 37), comme la force absolue du fluide, qu'il faut multiplier par $\frac{5}{6}$ pour avoir la force relative (*art.* 40): alors le produit du quarré du diamètre du grand piston, par la hauteur réduite de la colonne équivalente au poids de l'atmosphere, seroit égal au produit du quarré du diamètre du petit piston qui doit aspirer ou refouler l'eau; & par la hauteur où elle doit être élevée, il arriveroit que, si le tourillon n'étoit pas au centre, c'est-à-dire, dans le milieu du balancier, il faudroit que ces deux produits fussent dans la raison réciproque du bas du levier du grand & du petit piston, suivant le principe de la méchanique. Nous

ſuppoſerons que la valeur de toutes les lignes, que nous allons déſigner par des lettres, feront exprimées en piés ou fractions de piés.

ART. 43. *Formule générale pour déterminer les dimenſions des principales parties des machines à feu.* Je nomme P le poids du grand piſton, D ſon diamètre ou celui du cylindre, & a ſon bras de levier, p le poids des attirails qui répondent au petit piſton, d ſon diamètre, & b ſon bras de levier, h hauteur où l'eau doit être élevée, ou profondeur de puits, C poids de la colonne d'eau que la pompe de la baſche ſupérieure doit refouler, y compris le poids des attirails de ſon piſton, e ſon bras de levier, f poids de la couliſſe, & i ſon bras de levier. On prendra la ſuperficie du cercle du grand piſton; on la multipliera par 2205 (*art.* 37), & l'on aura l'action de l'air extérieur ſur le piſton, ou la force de la puiſſance motrice qu'il faut multiplier par $\frac{5}{6}$, y ajouter enſuite P, & multiplier le tout par le bras de levier a, puis ajouter au produit le poids de la couliſſe multiplié par ſon bras de levier, l'on aura une expreſſion de l'action de la puiſſance autour du cylindre; enſuite on cherchera la ſuperficie du cercle du petit piſton, qu'on multipliera par la hauteur h du puits, & l'on aura l'expreſſion du volume de la colonne d'eau qu'il faut aſpirer ou refouler; &, pour en avoir le poids, on multipliera par 70 liv., peſanteur d'un pié cube d'eau; on ajoutera au produit le poids des attirails, multipliant cette quantité par ſon bras de levier b, à quoi il faudra encore ajouter le produit du poids de la colonne d'eau de la baſche ſupérieure ou de la pompe refoulante par ſon bras de levier, & l'on aura l'action de la puiſſance autour du puits; égalant les deux actions, on aura la formule générale pour la *machine à feu.* A l'égard des frottemens, comme leur réſiſtance, dans cette machine, eſt preſqu'inſenſible, n'ayant guère lieu qu'aux tourillons du balancier, dont le rayon eſt extrêmement petit par rapport au bras du levier de la puiſſance, on les regarde comme nuls, pour ne point trop compoſer la formule.

ART. 44. *L'on peut rendre la formule plus ſimple dans le cas où l'on veut en faire uſage.* Je conſidère que, parmi les grandeurs qui compoſent la formule ci-deſſus, il y en a pluſieurs qui ſont déterminées par la diſpoſition qu'il faudra donner à la machine; par exemple, l'on connoîtra toujours le bras de levier & le poids de la colonne d'eau qu'il faudra élever dans la cuvette d'injection, par la diſpoſition des tourbillons du balancier, & par conſéquent le rapport des deux bras du levier, le poids des attirails des pompes aſpirantes ayant déterminé la profondeur du puits, la peſanteur du grand piſton & celle de la couliſſe; c'eſt-à-dire, qu'il faut ſupprimer de la formule ci-deſſus la peſanteur du grand piſton, le produit du poids de la couliſſe par ſon bras de levier : ſi on ſouſtrait d'abord le poids des attirails pour avantager la puiſſance agiſſante, il eſt auſſi naturel de placer les tourillons dans le milieu du balancier, à moins qu'on ne ſoit contraint d'en uſer autrement pour rendre le bras de levier de la puiſſance plus grand que celui du poids, & il ne reſtera plus, dans la formule, que les trois grandeurs D, d & h, qui ſont ſujettes à varier.

ART. 45. *Connoiſſant le diamètre du piſton des pompes, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, c'eſt-à-dire, la profondeur du puits, trouver le diamètre du cylindre.* On a déterminé le diamètre des pompes (*art.* 43), afin que la machine puiſſe fournir une certaine quantité d'eau proportionnée à la relevée du piſton, & au nombre des impulſions par minute. Par le même article, on a auſſi déterminé la profondeur du puits; il ne s'agit, pour connoître le diamètre du cylindre, qu'à ſuppoſer $D = x$ & $D^2 = x^2$, & dégager cette inconnue. *Voyez* EQUATION.

ART. 46. *Connoiſſant la hauteur où l'on doit élever l'eau, ou la profondeur du puits, & le diamètre du cylindre, trouver le diamètre du piſton des pompes.* Pour connoître le diamètre du piſton des pompes, on ſuppoſe que le diamètre du cylindre eſt déterminé de même que la profondeur du puits où l'on veut faire monter l'eau, ou la refoulant ſur une éminence. Pour cela il faut ſuppoſer $d = x$ & $d^2 = x^2$, en la place de d^2, & réſoudre l'équation.

ART. 47. *Connoiſſant le diamètre du cylindre & celui des pompes, trouver la hauteur où l'on veut élever l'eau, ou la profondeur des puits.* Pour connoître la profondeur du puits, on ſuppoſe que le diamètre du cylindre eſt déterminé de même que celui du piſton des pompes, qui doit aſpirer ou refouler l'eau; il faut ſuppoſer $h = x$, & en la place de h, il faut mettre ſa valeur qui eſt x dans la formule générale.

Dépenſe de la machine à feu, telle qu'elle eſt dans nos planches. La machine à *feu* du bois de Boſſut eſt la plus parfaite que nous ayons dans les environs. Ceux qui en ont fait la dépenſe, m'ont dit qu'elle leur avoit coûté, y compris le bâtiment dans lequel cette machine doit être renfermé, environ trente mille livres, ci......... 30000 liv.

Le puits dans lequel doivent être montés les pompes, les bois pour garnir les parois, & ceux pour ſoutenir & entretenir les pompes, y compris la main-d'œuvre, a coûté environ vingt-cinq mille livres, ci......... 25000

Total............. 55000 liv.

On obſerve que la dépenſe d'une ſemblable machine à *feu*, paroît coûter environ cinquante-cinq mille livres, & c'eſt ſuivant que le puits eſt plus ou moins profond, & que la nature du terrein peut permettre de creuſer le puits de la profondeur propoſée.

Le jeu de cette machine eſt très-extraordinaire; &, s'il falloit ajouter foi au ſyſtême de Deſcartes,

qui regarde les machines comme des animaux, il faudroit convenir que l'homme auroit imité de fort près le créateur, dans la construction de la *pompe à feu*, qui doit être aux yeux de tout cartésien conséquent, un espèce d'animal vivant, aspirant, agissant, se mouvant de lui-même par le moyen de l'air, & tant qu'il y a de la chaleur. (*M. Perronnet.*)

FIG

FIGURE, *en Arithmétique*, se dit quelquefois des chiffres qui expriment un nombre.

Figure, *en Géométrie*, se prend dans deux acceptions différentes.

Dans la première, il signifie en général *un espace terminé de tous les côtés*, soit par des surfaces, soit par des lignes. S'il est terminé par des surfaces, c'est un solide; s'il est terminé par des lignes, c'est une surface: dans ce sens, les lignes, les angles ne sont point des *figures*. La ligne, soit droite, soit courbe, est plutôt le terme & la limite d'une *figure*, qu'elle n'est une *figure*. La ligne est sans largeur, & n'existe que par une abstraction de l'esprit; au lieu que la surface, quoique sans profondeur, existe, puisque la surface d'un corps est ce que nous en voyons à l'extérieur. *Voy.* Ligne, Point, Surface, Géométrie, *&c.* Un angle n'est point une *figure*, puisque ce n'est autre chose que l'ouverture de deux lignes droites, inclinées l'une à l'autre, & que ces deux lignes droites peuvent être indéfinies. L'angle n'est pas l'espace compris entre ces lignes; car la grandeur de l'angle est indépendante de celle de l'espace dont il s'agit; l'espace augmente quand les lignes croissent, & l'angle demeure le même.

Au reste, on applique encore plus souvent, en Géométrie, le nom de *figure* aux surfaces qu'aux solides, qui conservent pour l'ordinaire ce dernier nom. Or une surface est un espace terminé en tout sens par des lignes droites ou courbes: ainsi, on peut, suivant l'acception la plus ordinaire, définir la *figure*, un espace terminé en tout sens par des lignes.

Si la *figure* est terminée en tout sens par des lignes droites, on l'appelle *surface plane*: cette condition, *en tout sens*, est ici absolument nécessaire, car il faut que l'on puisse, en tout sens, appliquer une ligne droite à la *figure*, pour qu'elle soit plane; en effet, une *figure* pourroit être terminée extérieurement par des lignes droites, sans être plane: telle seroit une voûte qui auroit un quarré pour base.

Si on ne peut appliquer une ligne droite en tout sens à la surface, elle se nomme *figure courbe*, & plus communément *surface courbe*.

Si les *figures* planes sont terminées par des lignes droites, en ce cas, on les nomme *figures planes rectilignes*, ou simplement *figures rectilignes*: tels sont le triangle, le parallélogramme, & les polygones quelconques, *&c.* Si les *figures* planes sont terminées par des lignes courbes, comme le cercle, l'ellipse, *&c*, on les nomme *figures planes curvilignes*. On appelle aussi quelquefois *figures curvilignes* les surfaces courbes, comme le triangle sphérique. Enfin on appelle *figures mixtilignes* ou *mixtes*, celles qui sont terminées en partie par des lignes droites, & en partie par des lignes courbes.

On appelle *côtés d'une figure*, les lignes qui la terminent: cette dénomination a lieu sur-tout quand ces lignes sont droites. Elle n'a guère lieu pour les surfaces courbes, que dans le triangle sphérique. *Figure équilatère* ou *équilatérale*, est celle dont les côtés sont égaux. *Figures équilatères*, sont celles dont les côtés sont égaux, chacun à son correspondant. *Voyez* Equilatéral. *Figure équiangle*, est celle dont les angles sont égaux entr'eux. *Figures équiangles* entr'elles, sont celles dont les angles sont égaux, chacun à son correspondant. *Figure régulière*, est celle dont les côtés & les angles sont égaux. *Figures semblables*, sont celles qui ont leurs angles égaux & leurs côtés homologues proportionnels. *Voyez* Semblable. Une *figure* est dite *inscrite* dans une autre, lorsqu'elle est renfermée au-dedans, & que ses côtés aboutissent à la circonférence de la *figure* dans laquelle elle est inscrite: en ce cas, la *figure* dans laquelle la proposée est inscrite, est dite *circonscrite* à cette même proposée.

Dans la seconde acception, le mot *figure* signifie la représentation faite sur le papier de l'objet d'un théorème, d'un problème, pour en rendre la démonstration ou la solution plus facile à concevoir. En ce sens, une simple ligne, un angle, *&c.* sont des *figures*, quoiqu'elles n'en soient point dans le premier sens.

Il y a un art à bien faire les *figures* de Géométrie, à éviter les points d'intersection équivoques, & les points qui sont trop près l'un de l'autre & qu'on ne peut distinguer commodément par des lettres; à éviter aussi les positions de lignes qui peuvent induire le lecteur en erreur, comme de faire parallèles ou perpendiculaires les lignes qui ne le doivent pas être nécessairement; à marquer par des lettres semblables les points correspondans; à séparer en plusieurs *figures* celles qui seroient trop compliquées; à désigner par les lignes ponctuées, les lignes qui ne servent qu'à la démonstration, *&c.* & mille autres détails que l'usage seul peut apprendre.

La difficulté est encore plus grande, si on a des solides ou des plans différens à représenter. La difficulté du relief & de la perspective empêche souvent que ces *figures* ne soient bien faites. On peut y remédier par des ombres, qui font sortir les différentes parties, & marquent différens plans; mais les ombres ont un inconvénient, c'est celui d'être souvent trop noires, & de cacher les lignes qui doivent y être tirées, & les points qui désignent ces lignes.

Les *figures* en bois, gravées à côté de la démons-

tration, & répétées à chaque page si la démonstration en a plusieurs, sont plus commodes que les *figures* placées à la fin du livre, même lorsque ces *figures* sortent entièrement. Mais, d'un autre côté, les *figures* en bois ont communément le désavantage d'être mal faites, & d'avoir peu de netteté. (*O*)

FIGURE *de la terre*, (*Hydrostatique*). Les Géomètres ont cherché à déterminer la *figure* de la terre par les loix de l'Hydrostatique, c'est-à-dire, en la regardant comme originairement fluide. Voici un précis de leurs recherches sur ce sujet.

Huyghens avoit pris pour base, que la pesanteur primitive fût dirigée au centre, & que la pesanteur altérée par la force centrifuge fût perpendiculaire à la surface. Neuton avoit supposé que la pesanteur primitive résultât de l'attraction de toutes les parties de la terre, & que les colonnes centrales fussent en équilibre, sans égard à la perpendicularité à la surface. MM. Bouguer & de Maupertuis ont fait voir de plus, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1734, que la terre étant supposée fluide, avec Huyghens & Neuton, il étoit nécessaire, pour qu'il y eût équilibre entre les parties, dans une hypothèse quelconque de pesanteur vers un ou plusieurs centres, que les deux principes hydrostatiques de Huyghens & de Neuton s'accordassent entr'eux, c'est-à-dire, que la direction de la pesanteur fût perpendiculaire à la surface, & que de plus les colonnes centrales fussent en équilibre. Ils ont démontré l'un & l'autre qu'il y a une infinité de cas où les colonnes centrales peuvent être en équilibre, sans que la pesanteur soit perpendiculaire à la surface, & réciproquement; & qu'il n'y a point d'équilibre, à moins que l'observation de ces deux principes ne s'accorde à donner la même *figure*. Du reste, ces deux habiles géomètres ont principalement envisagé la question de la *figure de la terre*, dans la supposition que la pesanteur primitive ait des directions données vers un ou plusieurs centres: l'hypothèse newtonienne de l'attraction des parties rendoit le problème beaucoup plus difficile.

Il l'étoit d'autant plus que la manière dont il avoit été résolu par Neuton, pouvoit être regardée non-seulement comme indirecte, mais encore comme insuffisante & imparfaite à certains égards. Dans cette solution, Neuton supposoit d'abord que la terre fût elliptique, & il déterminoit, d'après cette hypothèse, l'applatissement qu'elle devoit avoir: or, quoique cette supposition de la terre elliptique fût légitime dans l'hypothèse de la terre homogène, cependant elle avoit besoin d'être démontrée; sans cela, c'étoit proprement supposer ce qui étoit en question. Stirling démontra le premier rigoureusement, dans les *Transactions philosophiques*, que la supposition de Neuton étoit en effet légitime, en regardant la terre comme un fluide homogene, & comme très-peu applatie. Bientôt après M. Clairaut, dans les mêmes *Transactions*, n.° 449, étendit cette théorie beaucoup plus loin. Il prouva que la terre devoit être un sphéroïde elliptique, en supposant non-seulement qu'elle fût homogène, mais qu'elle fût composée de couches concentriques dont chacune, en particulier, différât par sa densité des autres couches; il est vrai qu'il regardoit alors les couches comme semblables; or la similitude des couches, ainsi que nous le verrons plus bas, & que M. Clairaut s'en est assuré ensuite, ne peut subsister dans l'hypothèse que ces couches soient fluides.

En 1740, M. Maclaurin, dans son excellente pièce *sur le flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences, démontra le premier cette belle proposition, que, si la terre est supposée un fluide homogène, dont les parties s'attirent, & soient attirées outre cela par le soleil ou par la lune, suivant les loix ordinaires de la gravitation, ce fluide tournant autour de son axe avec une vitesse quelconque, sera nécessairement en équilibre, s'il a la forme d'un sphéroïde elliptique, quelque soit son applatissement, c'est-à-dire, très-petit ou non. De plus, M. Maclaurin faisoit voir que dans ce sphéroïde, non-seulement la pesanteur étoit perpendiculaire à la surface, & les colonnes centrales en équilibre, mais encore qu'un *point quelconque pris à volonté* au-dedans du sphéroïde, étoit également pressé en tous sens. Cette dernière condition n'étoit pas moins nécessaire que les deux autres, pour qu'il y eût équilibre; cependant aucun de ceux qui jusqu'alors avoient traité de la *figure de la terre*, n'y avoit pensé; on se bornoit à la perpendicularité de la pesanteur à la surface, & à l'équilibre des colonnes centrales, & on ne songeoit pas que, selon les loix de l'hydrostatique (*Voyez* FLUIDE & HYDROSTATIQUE), il faut qu'un *point quelconque* du fluide soit également pressé en tous sens, c'est-à-dire, que les colonnes du fluide, dirigées à un *point quelconque*, & non pas seulement au centre, soient en équilibre entr'elles.

M. Clairaut ayant médité sur cette dernière condition, en a déduit des conséquences profondes & curieuses, qu'il a exposées, en 1742, dans son Traité, intitulé: *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique.* Selon M. Clairaut, il faut, pour qu'un fluide soit en équilibre, que les efforts de toutes les parties comprises dans un canal de figure quelconque qu'on imagine traverser la masse entière, se détruisent mutuellement. Ce principe est en apparence plus général que celui de M. Maclaurin: mais j'ai fait voir, dans mon *essai sur la résistance des fluides*, 1752, *art.* 18, que l'équilibre des canaux curvilignes n'est qu'un corollaire du principe plus simple de l'équilibre des canaux rectilignes de M. Maclaurin; ce qui, au reste, ne diminue rien du mérite de M. Clairaut, puisqu'il a déduit de ce principe un grand nombre de vérités importantes que M. Maclaurin n'en avoit pas tirées, & qu'il avoit même assez peu con-

mes pour tomber dans quelques erreurs ; par exemple, dans celle de supposer semblables entre elles les couches d'un sphéroïde fluide, comme on le peut voir dans son *Traité des Fluxions*, *art.* 670 *& suiv.*

M. Clairaut, dans l'ouvrage que nous venons de citer, prouve (ce que M. Maclaurin n'avoit pas fait directement) qu'il y a une infinité d'hypothèses où le fluide ne seroit pas en équilibre, quoique les colonnes centrales se contre-balançassent, & que la pesanteur fût perpendiculaire à la surface. Il donne une méthode pour reconnoître les hypothèses de pesanteur, dans lesquelles une masse fluide peut être en équilibre, & pour en déterminer la *figure* ; il démontre de plus, que, dans le système de l'attraction des parties, pourvu que la pesanteur soit perpendiculaire à la surface, tous les points du sphéroïde seront également pressés en tout sens, & qu'ainsi, l'équilibre du sphéroïde, dans l'hypothese de l'attraction, se réduit à la simple loi de la perpendicularité à la surface. D'après ce principe, il cherche les loix de la *figure de la terre* dans l'hypothèse que les parties s'attirent, & qu'elle soit composée de couches hétérogènes, soit solides, soit fluides ; il trouve que la terre doit avoir, dans tous ces cas, une *figure* elliptique plus ou moins applatie, selon la disposition & la densité des couches ; il prouve que les couches ne doivent pas être semblables, si elles sont fluides ; que les accroissemens de la pesanteur de l'équateur au pole, doivent être proportionnels au quarré des sinus de latitude, comme dans le sphéroïde homogène ; proposition très-remarquable & très-utile dans la théorie de la terre : il prouve de plus que la terre ne sauroit être plus applatie que dans le cas de l'homogénéité, savoir de $\frac{1}{230}$; mais cette proposition n'a lieu qu'en supposant que les couches de la terre, si elle n'est pas homogène, vont en augmentant de densité de la circonférence vers le centre ; condition qui n'est pas absolument nécessaire, sur-tout si les couches intérieures sont supposées solides ; de plus, en supposant même que les couches les plus denses soient les plus proches du centre, l'applatissement peut être plus grand que $\frac{1}{230}$, si la terre a un noyau solide intérieur plus applati que $\frac{1}{230}$. *Voyez la IIIe part. de mes Recherches sur le système du monde*, *p.* 187. Enfin M. Clairaut démontre, par un très-beau théorème, que la diminution de la pesanteur de l'équateur au pole, est égale à deux fois $\frac{1}{230}$ (applatissement de la terre homogène) moins l'applatissement réel de la terre. Ce n'est là qu'une très-légere esquisse de ce qui se trouve d'excellent & de remarquable dans cet ouvrage, très-supérieur à tout ce qui avoit été fait jusques-là sur la même matière.

Après avoir réfléchi long-temps sur cet important objet, & avoir lu avec attention toutes les recherches qu'il a produites, il m'a paru qu'on pouvoit les pousser encore beaucoup plus loin.

Jusqu'ici on avoit supposé en général que, dans un fluide composé de couches de différentes densités, les couches devoient être toutes de *niveau*, c'est-à-dire, que la pesanteur devoit être perpendiculaire à chacune de ces couches. Dans mon *Essai sur la Résistance des fluides*, & dans le tome V *de mes Opuscules Mathématiques*, j'ai prouvé que cette condition n'avoit pas toujours essentiellement lieu ; & j'ai assigné les cas où elle doit être observée. J'ai aussi prouvé, dans le premier de ces ouvrages, depuis l'article 161 jusques & compris l'article 166, que les couches concentriques, & non semblables de ce même fluide, ne devoient pas non plus être nécessairement de la même densité dans toute leur étendue, pour que le fluide fût en équilibre ; & j'ai présenté, ce me semble, sous un point de vue plus étendu qu'on ne l'avoit fait encore, & d'une manière très-simple & très-directe, les équations qui expriment la loi de l'équilibre des fluides. Enfin, dans l'*art.* 169 du même ouvrage, j'ai déterminé l'équation des différentes couches du sphéroïde, non-seulement en supposant, comme on l'avoit fait avant moi, que ces couches soient fluides, qu'elles s'attirent, & qu'elles aillent en diminuant ou en augmentant de densité, suivant une loi quelconque, du centre à la circonférence ; mais en supposant de plus, ce que personne n'avoit encore fait, que la pesanteur ne soit point perpendiculaire à ces couches, excepté à la couche supérieure ; je trouve, dans cette hypothèse, une équation générale, dont celles qui avoient été données avant moi, ne sont qu'un cas particulier. Il est à remarquer que, dans tous les cas où ces équations limitées & particulières peuvent être intégrées, les équations beaucoup plus générales que j'ai données, peuvent être intégrées aussi ; c'est ce qui résulte de quelques recherches particulières sur le calcul intégral, que j'ai publiées dans les *Mémoires de l'Academie des Sciences de Berlin*, *année* 1750.

Néanmoins, dans ces formules généralisées, j'avois toujours supposé la terre *elliptique*, ainsi que tous ceux qui m'avoient précédé, n'ayant trouvé jusqu'alors aucun moyen de déterminer l'attraction de la terre dans d'autres hypothèses ; mais, ayant fait de nouveaux efforts sur ce problème, j'ai enfin donné en 1754, à la fin de mes *Recherches sur le Système du Monde*, une méthode que les géomètres desiroient, ce me semble, depuis long-tems, pour trouver l'attraction du sphéroïde terrestre dans une infinité d'autres suppositions que celle de la *figure* elliptique. J'ai donc imaginé que l'équation du sphéroïde fut représentée par celle-ci, $r' = r + a + bt + ct^2 + et^3 + ft^4 + gt^5$, &c, r' étant le rayon de la terre à un lieu quelconque, r le demi-axe de la terre, t le sinus de la latitude, a, b, c, &c, des coëfficiens constans quelconques ; & j'ai trouvé l'attraction d'un pareil sphéroïde. Cette équation est infiniment plus générale que celle qu'on avoit supposée jusqu'alors ; car, dans

la terre supposée elliptique, on a seulement $r' = r + a - a e^2$.

J'ai tiré de la solution de cet important problème de très-grandes conséquences dans la troisième partie de mes *Recherches sur le Système du Monde*, qui a paru en 1756. J'ai fait voir de plus que le problème ne seroit pas plus difficile, mais seulement d'un calcul plus long, dans l'hypothèse de l'attraction proportionnelle non-seulement au quarré inverse de la distance, mais à une somme quelconque de puissances quelconques de cette distance; ce qui peut être très-utile dans la recherche de la *figure de la terre*, lorsqu'on a égard à l'action que le soleil & la lune exercent sur elle, ou (ce qui revient au même) dans la recherche de l'élévation des eaux de la mer par l'action de ces deux astres : *voyez* FLUX & REFLUX : j'ai fait voir enfin qu'en supposant le sphéroïde fluide & hétérogène, & les couches de niveau ou non, il pourroit très-bien être en équilibre sans avoir la *figure* elliptique; & j'ai donné l'équation qui exprime la *figure* de ses différentes couches.

Ce n'est pas tout. J'ai supposé que, dans ce sphéroïde, les méridiens ne fussent pas semblables, que non-seulement chaque couche y différât des autres en densité, mais que tous les points d'une même couche différassent en densité entr'eux; & j'enseigne la méthode de trouver l'attraction des parties du sphéroïde dans cette hypothèse si générale; méthode qui pourroit être fort utile dans la suite, si la terre se trouvoit avoir en effet une *figure* irrégulière. Il ne nous reste plus qu'à examiner cette dernière opinion, & les raisons qu'on peut avoir pour la soutenir ou pour la combattre.

M. de Buffon est le premier (que je sache) qui ait avancé que la terre a vraisemblablement de grandes irrégularités dans sa *figure*, & que ses méridiens ne sont pas semblables. *Voy. Hist. Nat. tome I*, *pag.* 165 *& suiv.* M. de la Condamine ne s'est pas éloigné de cette idée dans l'ouvrage même où il rend compte de la mesure du degré à l'équateur, *page* 262. M. de Maupertuis, qui l'avoit d'abord combattue dans ses élémens de Géographie, semble depuis l'avoir adoptée dans ses *Lettres sur le progrès des Sciences*, enfin le P. Boscovich, dans l'ouvrage qu'il a publié en 1775 sur la mesure du degré en Italie, non-seulement penche à croire que les méridiens de la terre ne sont pas semblables, mais en paroit même assez fortement convaincu, à cause de la différence qui se trouve entre le degré d'Italie & celui de France à la même latitude.

Il est certain premièrement que les observations astronomiques ne prouvent point invinciblement la régularité de la terre & la similitude de ses méridiens. On suppose à la vérité, dans ces observations, que la ligne du zénith ou du fil à-plomb (ce qui est la même chose) passe par l'axe de la terre; qu'elle est perpendiculaire à l'horizon; & que le méridien, c'est-à-dire, le plan où le soleil se trouve à midi, & qui passe par la ligne du zénith, passe aussi par l'axe de la terre; mais j'ai prouvé, dans la troisième partie de mes *Recherches sur le Système du Monde* (& je crois avoir fait le premier cette remarque), qu'aucune de ces suppositions n'est démontrée rigoureusement, qu'il est comme impossible de s'assurer par l'observation de la vérité de la première & de la troisième, & qu'il est au moins extrêmement difficile de s'assurer de la vérité de la seconde. Cependant il faut avouer en même-tems que ces trois suppositions étant assez naturelles, la seule difficulté ou l'impossibilité même d'en constater rigoureusement la vérité, n'est pas une raison pour les proscrire, sur-tout si les observations n'y sont pas sensiblement contraires.

Si la dissimilitude des méridiens étoit une fois avouée, la terre ne seroit plus un solide de révolution, & non-seulement il demeureroit très-incertain si la ligne du zénith passe par l'axe de la terre, & si elle est perpendiculaire à l'horizon, mais le contraire seroit même beaucoup plus probable. En ce cas, la direction du fil à-plomb n'indiqueroit plus celle de la perpendiculaire à la surface de la terre, ni celle du plan du méridien; l'observation de la distance des étoiles au zénith ne donneroit plus la vraie mesure du degré, & toutes les opérations faites jusqu'à présent pour déterminer la *figure de la terre* & la longueur du degré à différentes latitudes, seroient en pure perte. Cette question, comme l'on voit, mérite un sérieux examen; envisageons-la d'abord par le côté physique.

Si la terre avoit été primitivement fluide & homogène, la gravitation mutuelle de ses parties, combinée avec la rotation autour de son axe, lui eût certainement donné la forme d'un sphéroïde applati, dont tous les méridiens eussent été semblables : si la terre eût été originairement formée de fluides de différentes densités, ces fluides cherchant à se mettre en équilibre entr'eux, se seroient aussi disposés de la même manière dans chacun des plans qui auroient passé par l'axe de rotation du sphéroïde, & par conséquent les méridiens eussent encore été semblables. Mais est-il bien prouvé, dira-t-on, que la terre ait été originairement fluide? & quand elle l'eût été, quand elle eût pris la *figure* que cette hypothèse demandoit, est-il bien certain qu'elle l'eût conservée? Pour ne point dissimuler ni diminuer la force de cette objection, appuyons-la encore, avant que d'en apprécier la valeur, par la réflexion suivante. La fluidité du sphéroïde demande une certaine régularité dans la disposition de ses parties, régularité que nous n'observons pas dans la terre que nous habitons. La surface du sphéroïde fluide devroit être homogène; celle de la terre est composée de parties fluides & de parties solides, différentes par leur densité. Les bouleversemens évidens que la surface de la terre a essuyés, bouleversemens

qui ne sont cachés qu'à ceux qui ne veulent pas les voir (& dont nous n'avons qu'une foible, mais triste image, dans celui qu'ont éprouvé de nos jours Quitto, le Portugal & l'Afrique), le changement évident des terres en mers & des mers en terres, l'affaissement du globe en certains lieux, son exhaussement en d'autres, tout cela n'a-t-il pas dû altérer considérablement la *figure* primitive? Or, la *figure* primitive de la terre étant une fois altérée, la plus grande partie de la terre étant solide, qui nous assurera qu'elle ait conservé aucune régularité dans la *figure* ni dans la distribution de ses parties? Il seroit d'autant plus difficile de le croire, que cette distribution semble, pour ainsi dire, faite au hasard dans la partie que nous pouvons connoître de l'intérieur & de la surface de la terre? La circularité apparente de l'ombre de la terre dans les éclipses de lune, ne prouve autre chose, sinon que les méridiens & l'équateur sont à-peu-près des cercles; or il faut que l'équateur soit exactement un cercle, pour que les méridiens soient semblables. La circularité apparente de l'ombre ne prouve point que les méridiens soient des cercles exacts, puisque les mesures ont prouvé qu'ils n'en sont pas; pourquoi prouveroit-elle la circularité parfaite de l'équateur? Les mêmes hauteurs observées après avoir parcouru des distances égales sous différens méridiens, en partant de la même latitude, ne prouvent rien non plus, puisqu'il faudroit être certain qu'il n'y a point d'erreur commise ni dans la mesure terrestre, ni dans l'observation astronomique; or l'on sait que les erreurs sont inévitables dans ces mesures & dans ces opérations. Enfin les règles de la navigation, qui dirigent d'autant plus sûrement un vaisseau, qu'elles sont mieux pratiquées, prouvent seulement que la terre est à-peu-près sphérique, & non que l'équateur est un cercle. Car la pratique la plus exacte de ces règles est elle-même sujette à beaucoup d'erreurs.

Voilà les raisons sur lesquelles on se fonde, pour douter de la régularité de la terre que nous habitons, & même pour lui donner une *figure* irrégulière. Mais n'y auroit-il pas d'autres inconvéniens à admettre cette irrégularité? La rotation uniforme & constante de la terre autour de son axe, ne semble-t-elle pas prouver (comme l'ont déjà remarqué d'autres philosophes) que ses parties sont à-peu-près également distribuées autour de son centre? Il est vrai que ce phénomène pourroit absolument avoir lieu dans l'hypothèse de la dissimilitude des méridiens, & de la densité irrégulière des parties de notre globe; mais alors l'axe de la rotation de la terre ne passeroit pas par son centre de *figure*, & le rapport entre la durée des jours & des nuits à chaque latitude, ne seroit pas tel que l'observation & le calcul le donnent; ou si on vouloit que l'axe de rotation passât par le centre de la terre, comme les observations semblent le prouver, il faudroit supposer dans les parties irrégulières du globe un arrangement particulier, dont la symmétrie seroit beaucoup plus singulière & plus surprenante, que la similitude des méridiens ne pourroit l'être, sur-tout si cette similitude n'étoit que très-approchée, comme on le suppose dans les opérations astronomiques, & non absolument rigoureuse.

D'ailleurs les phénomènes de la précession des équinoxes, si bien d'accord avec l'hypothèse que les méridiens soient semblables, & que l'arrangement des parties de la terre soit régulier, ne semblent-ils pas prouver qu'en effet cette hypothèse est légitime? Ces phénomènes auroient-ils également lieu, si les parties extérieures de notre globe étoient disposées sans ordre & sans loi? Car la précession des équinoxes venant uniquement de la non-sphéricité de la terre, ces parties extérieures influeroient beaucoup sur la quantité & la loi de ce mouvement dont elles pourroient alors déranger l'uniformité. Enfin la surface de la terre, dans sa plus grande partie, est fluide, &, par conséquent, homogène; la matière solide, qui couvre le reste de cette surface, est presque par-tout peu différente en pesanteur de l'eau commune: n'est-il donc pas naturel de supposer que cette matière solide fait à-peu-près le même effet qu'une matiere fluide, & que la terre est à-peu-près dans le même état, que si sa surface étoit par-tout fluide & homogène; qu'ainsi la direction de la pesanteur est sensiblement perpendiculaire à cette surface, dans le plan de l'axe de la terre, & que, par conséquent, tous les méridiens sont semblables, sinon à la rigueur, au-moins sensiblement? Les inégalités de la surface de la terre, les montagnes qui la couvrent, sont moins considérables par rapport au diamètre du globe, que ne le seroient de petites éminences d'un dixième de ligne de hauteur, répandues çà & là sur la surface d'un globe de deux piés de diamètre. D'ailleurs le peu d'attraction que les montagnes exercent par rapport à leur masse, semble prouver que cette masse est très-petite par rapport à leur volume. L'attraction des montagnes du Pérou élevées de plus d'une lieue, n'écarte le pendule de sa direction que de sept secondes: or une montagne hémisphérique d'une lieue de hauteur, devroit faire écarter le pendule d'environ la 3000e partie du sinus total, c'est-à-dire, d'une minute 18 secondes: les montagnes paroissent donc avoir très-peu de matière propre par rapport au reste du globe terrestre; & cette conjecture est appuyée par d'autres observations, qui nous ont découvert d'immenses cavités dans plusieurs de ces montagnes. Ces inégalités qui nous paroissent si considérables, & qui le sont si peu, ont été produites par les bouleversemens que la terre a soufferts, & dont vraisemblablement l'effet ne s'est pas étendu fort au-delà de la surface & des premières couches.

Ainsi, de toutes les raisons qu'on apporte pour soutenir que les méridiens sont dissemblables, la seule de quelque poids, est la différence du degré mesuré en Italie, & du degré mesuré en France,

à une latitude pareille & sous un autre méridien. Mais cette différence qui n'est que de 70 toises, c'est-à-dire d'environ 35 pour chacun des deux degrés, est-elle assez considérable pour n'être pas attribuée aux observations, quelques exactes qu'on les suppose ? Deux secondes d'erreur dans la seule mesure de l'arc céleste, donnent 32 toises d'erreur sur le degré ; & quel observateur peut répondre de deux secondes ? Ceux qui sont tout-à-la-fois les plus exacts & les plus sinceres, oseroient-ils même répondre de 60 toises sur la mesure du degré, puisque 60 toises ne supposent pas une erreur de quatre secondes dans la mesure de l'arc céleste, & aucune dans les opérations géographiques ?

Rien ne nous oblige donc encore à croire les méridiens dissemblables. Il faudroit, pour autoriser pleinement cette opinion, avoir mesuré deux ou plusieurs degrés à la même latitude, dans des lieux de la terre très-éloignés, & y avoir trouvé trop de différence pour l'imputer aux observateurs : je dis *dans des lieux très-éloignés*, car le méridien d'Italie, par exemple, & celui de France, n'étant pas fort distans l'un de l'autre, on pourroit toujours rejetter sur les erreurs de l'observation, la différence qu'on trouveroit entre les degrés correspondans de France & d'Italie à la même latitude.

Il y auroit un autre moyen d'examiner la vérité de l'opinion dont il s'agit; ce seroit de faire l'observation du pendule à la même latitude, & à des distances très-éloignées : car si, en ayant égard aux erreurs inévitables de l'observation, la longueur du pendule se trouvoit différente dans ces deux endroits, on en pourroit conclure (au moins vraisemblablement) que les méridiens ne seroient pas semblables. Voilà donc deux opérations importantes qui sont encore à faire pour décider la question, la mesure du degré, & celle du pendule, sous la même latitude, à des longitudes extrêmement différentes. Il est à souhaiter que quelque observateur exact & intelligent veuille bien se charger de cette entreprise, digne d'être encouragée par les souverains, & sur-tout par le ministere de France, qui a déja fait plus qu'aucun autre pour la détermination de la *figure de la terre*.

Mais quand on s'assureroit même, par les moyens que nous venons d'indiquer, que les méridiens sont sensiblement semblables, il resteroit encore à examiner si ces méridiens ont la *figure* d'une ellipse. Jusqu'ici la théorie n'a point donné formellement l'exclusion aux autres *figures* ; elle s'est bornée à montrer que la *figure* elliptique de la terre s'accordoit avec les loix de l'hydrostatique : j'ai fait voir de plus, je le répete, dans la troisieme partie de *mes Recherches sur le systême du monde*, qu'il y a une infinité d'autres *figures* qui s'accordent avec ces loix, sur-tout si on ne suppose pas la terre homogène. Ainsi, en imaginant que le méridien de la terre ne soit pas elliptique, j'ai donné, dans cette même *troisieme partie de mes Recherches*, une méthode aussi simple qu'on peut la desirer, pour déterminer géographiquement & astronomiquement, sans aucune hypothèse, la *figure de la terre*, par la mesure de tant de degrés qu'on voudra de latitude & de longitude. Cette méthode est d'autant plus nécessaire à pratiquer, que non-seulement la théorie, mais encore les mesures actuelles, ne nous forcent pas à donner à la terre la *figure* d'un sphéroide elliptique; car les cinq degrés du Nord, du Pérou, de France, d'Italie, & du Cap, ne s'accordent point avec cette *figure* : les expériences du pendule s'accordent assez bien à donner à la terre la *figure* elliptique, mais elles la donnent plus applatie que de $\frac{1}{230}$.

C'est aux astronomes à décider jusqu'à quel point l'hypothèse elliptique seroit ébranlée par le degré d'Italie. Ne pourroit-on pas croire que l'attraction des montagnes a dû y influer sur la direction du fil à-plomb, & que, par conséquent, la mesure du degré doit y être moins exacte & moins sûre ? Il faudroit examiner de plus jusqu'à quel point les observations du pendule s'écarteroient de ce même applatissement de $\frac{1}{230}$, déduction faite des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Il faudroit discuter soigneusement les erreurs qu'on peut commettre dans les observations, tant du pendule que des degrés ; & si ces erreurs devoient être supposées trop grandes pour accommoder l'hypothèse elliptique aux observations, on seroit forcé d'abandonner cette hypothèse, & de faire usage des nouvelles méthodes que j'ai proposées, pour déterminer par la théorie & par les observations, la *figure de la terre*.

L'observation de l'applatissement de Jupiter pourroit encore nous être utile ici jusqu'à un certain point. Il est aisé de trouver, par la théorie, quel doit être le rapport des axes de cette planète, en la regardant comme homogène. Si ce rapport étoit sensiblement égal au rapport observé, on pourroit en conclure, avec assez de vraisemblance, que la terre seroit aussi dans le même cas, & que son applatissement seroit $\frac{1}{230}$, le même que dans le cas de l'homogénéité ; mais si le rapport observé des axes de jupiter est différente de celui que la théorie donne, alors on en pourra conclure, par la même raison, que la terre n'est pas homogène, & peut-être même qu'elle n'a pas la *figure* elliptique.

Je ne parle point de la méthode de déterminer la *figure de la terre* par les parallaxes de la lune : cette méthode, imaginée d'abord par M. Manfredi, dans les *Mémoires de l'académie des sciences de 1734*, est sujette à trop d'erreurs pour pouvoir rien donner de certain. Il est indubitable que les parallaxes doivent être différentes sur une sphère & sur un sphéroide ; mais la différence est si petite, que quelques secondes d'erreur, dans l'observation emportent toute la précision qu'on peut desirer ici. Il est bien plus sur de déterminer la différence des parallaxes

parallaxes par la *figure de la terre*, supposée connue, que la *figure de la terre* par la différence des parallaxes; & je me suis attaché, par cette raison, au premier de ces deux objets, dans la troisième partie de *mes Recherches sur le système du monde*, déja citées. (*Voyez* PARALLAXE.)

Il ne nous reste plus qu'un mot à dire sur l'utilité de cette question de la *figure de la terre*. On doit avouer de bonne-foi, qu'eu égard à l'état présent de la navigation, & à l'imperfection des méthodes par lesquelles on peut mesurer en mer le chemin du vaisseau, & connoitre, en conséquence, le point de la terre où il se trouve, il nous est assez indifférent de savoir si la terre est exactement sphérique ou non. Les erreurs des estimations nautiques sont beaucoup plus grandes que celles qui peuvent résulter de la non-sphéricité de la terre. Mais les méthodes de la navigation se perfectionneront peut-être un jour assez pour qu'il soit alors important au pilote de savoir sur quel sphéroïde il fait sa route. D'ailleurs n'est-ce pas une recherche bien digne de notre curiosité, que celle de la *figure* du globe que nous habitons? & cette recherche, outre cela, n'est-elle pas fort importante pour la perfection des observations astronomiques? (*Voyez* PARALLAXE, *&c.*)

Quoi qu'il en soit, voila l'histoire exacte des progrès qu'on a fait jusqu'ici sur la *figure de la terre*. On voit combien la solution complète de cette grande question, demande encore de discussions, d'observations, & de recherches. Aidé du travail de mes prédécesseurs, j'ai tâché, dans mon dernier ouvrage, de préparer les matériaux de ce qui reste à faire, d'en faciliter les moyens. Quel parti prendre jusqu'à ce que le tems nous procure de nouvelles lumières? savoir attendre & douter.

Il est tems de finir cet article, dont je crains qu'on ne me reproche la longueur, quoique je l'aie abrégé le plus qu'il m'a été possible : je crains encore plus qu'on ne fasse aux savans une espèce de reproche, quoique très-mal fondé, de l'incertitude où ils sont encore sur la *figure de la terre*, après plus de 80 ans de travaux entrepris pour la déterminer. Ce qui doit néanmoins me rassurer, c'est que j'ai principalement destiné l'article qu'on vient de lire, à ceux qui s'intéressent vraiment au progrès des sciences; qui savent que le vrai moyen de le hâter est de bien démêler tout ce qui peut le suspendre; qui connoissent enfin les bornes de notre esprit & de nos efforts, & les obstacles que la nature oppose à nos recherches: espèce de lecteurs à laquelle seule les savans doivent faire attention, & non à cette partie du public indifférente & curieuse, qui, plus avide du nouveau que du vrai, use tout en se contentant de tout effleurer.

Ceux qui voudront s'instruire plus à fond, ou plus en détail, sur l'objet de cet article, doivent lire: *la mesure du degré du méridien entre Paris & Amiens*, par M. Piccard, *corrigée par MM. les académiciens du nord*, Paris, 1740: *le Traité de la grandeur & de la figure de la terre*, par M. Cassini, Paris, 1718: *le discours de M. de Maupertuis sur la figure des astres*, Paris, 1732: *la Mesure du degré au cercle polaire, par les académiciens du nord*, 1738: *la Théorie de la figure de la terre*, par M. Clairaut, 1742: *la Méridienne de Paris, vérifiée dans toute l'étendue de la France*, par M. Cassini de Thury, 1744: *la Figure de la terre*, par M. Bouguer, 1749: *la Mesure des trois premiers degrés du méridien*, par M. de la Condamine, 1751: *l'ouvrage* des PP. le Maire & Boscovich, qui a pour titre, *de litterariâ expeditione per pontificiam ditionem*, &c. *Romæ*, 1755: *mes Réflexions sur la cause des vents*, 1749: *la seconde & troisième partie de mes Recherches sur le système du monde*, 1754 & 1756; mes *Opuscules Mathématiques*, & plusieurs savans mémoires de MM. Euler, Clairaut, Bouguer, de Maupertuis, *&c.* répandus dans *les recueils des académies des sciences de Paris, de Pétersbourg, de Berlin*, &c. (O)

FIGURE *de la terre* (*Astron.*) La mesure des degrés de la terre avoit fait connoitre sa grandeur (*Voy.* DEGRÉ); mais on supposoit que ces degrés étoient égaux; & l'on crut la terre ronde ou sphérique jusqu'en 1666. Depuis ce tems-là, son *applatissement* a été reconnu, soit par la théorie, soit par la mesure des degrés, faite en divers climats. On avoit observé, dans le dernier siècle, l'applatissement de jupiter. On avoit reconnu en 1672, dans le voyage de Cayenne, que le pendule à secondes étoit plus court vers l'équateur, c'est-à-dire, que la pesanteur y étoit moindre qu'en europe. Huygens soupçonna que ce pouvoit être l'effet de la force centrifuge qui provenoit de la rotation de la terre. De-là il suivoit que la terre devoit être applatie; mais l'on ne pouvoit s'en assurer qu'en mesurant la valeur du degré à différentes latitudes.

Si la terre n'est pas exactement ronde, la mesure de ses degrés doit se faire autrement que sur le globe. Soit $EPQO$, *figure* 120 *d'Ast.* la circonférence applatie de la terre; $EDFQA$ celle d'un cercle circonscrit, & qui a le même diamètre ECQ; ayant pris un arc DF de ce cercle, qui soit $\frac{1}{360}$ de sa circonférence, c'est-à-dire, un degré, l'angle DCF sera aussi d'un degré; mais l'arc GH de la terre, quoiqu'il soit compris entre les lignes DGC & FHC, qui font un angle d'un degré au centre de la terre, ne sera point un degré de la courbe, parce que les lignes verticales ne vont point au centre de la terre, si elle est applatie; il faut que les lignes AC & PC, *fig.* 116, concourent au centre C de la terre, pour que l'arc AP, qui mesure l'angle C d'un degré, soit aussi un degré de la terre. Si la terre est applatie, un observateur en P (*fig.* 117), par exemple, à Paris, qui voit une étoile comme la claire de persée, passer au méridien précisément au zénit Z, la verra sur la ligne $BLPZ$, qui est perpendicu-

laire à la surface de la terre en P, & qui ne va point se diriger au centre C de la terre, à moins que la terre ne soit parfaitement sphérique, comme dans la *figure* 116. Un autre observateur, situé en A, par exemple, à Amiens, voit la même étoile sur un rayon AS, qui est parallele à LPZ, à cause de la grande distance des étoiles; cette étoile paroît éloignée de sa verticale XAB d'un angle SAX ou d'un degré, en supposant l'angle B d'un degré. Si, avec les instrumens exacts qu'on emploie à ces observations, on trouve que la claire de persée passe à un degré du zénit d'Amiens, il s'ensuit que l'angle SAX est d'un degré. Dans ce cas là, nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris & Amiens, est un degré de la terre; d'où résulte la définition suivante :

Le degré du sphéroïde terrestre (quelle que soit sa figure) est l'espace qu'il faut parcourir sur la terre, pour que la ligne verticale ait changé d'un degré. Il suit de cette définition que, dans les endroits les plus applatis de la terre, les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc PA, *fig.* 118, aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours supposé d'un degré, plus cet arc PA sera court; si, au lieu de PA, nous prenons l'arc PD plus convexe & plus courbe que PA, la ligne DG étant parallele à AF, & l'angle PGD d'un degré, aussi bien que PFA, cet arc PD sera plus court, quoiqu'il ait la même amplitude, c'est-à-dire, qu'il soit aussi d'un degré, sa longueur absolue en toises sera plus petite que celle du degré PA.

Il suffisoit, pour connoître la *figure* de la terre, de mesurer la valeur d'un degré à plusieurs latitudes différentes : l'Académie commença en 1683 ces opérations dans l'étendue de la France, & continua en 1700. En comparant les mesures faites au nord & au midi de Paris, on crut appercevoir que l'étendue des degrés étoit un peu plus grande vers le midi, ce qui a fait dire pendant quelques années que la terre pouvoit bien être alongée; mais il me semble que ce n'étoit pas d'abord l'intention de Cassini & Fontenelle; ils pensoient que cette augmentation de degrés qu'ils avoient trouvée étoit favorable aux hypothèses communes, c'est-à-dire, à celles de Newton & de Huygens, & qu'il s'ensuivoit un applatissement, du moins à en juger par la premiere édition de l'*Histoire de l'Académie*, année 1701, page 96, ligne derniere, & par les *Mémoires*, page 181, ligne 2. La Théorie de Huygens menoit à cette conséquence, & ce fut Robeix, ingénieur, qui le premier écrivit contre l'opinion, que les degrés plus étendus vers le nord, supposoient un alongement de la terre. Mais cette différence entre les degrés mesurés dans l'étendue de la France, étoit trop petite pour que l'on pût constater d'une maniere décisive la *figure* de la terre; il est vrai que la mesure des degrés du parallele de longitude entre Paris & Saint-Malo, faite en 1733, & celle du degré du parallele entre Paris & Strasbourg, faite en 1734, sembleront indiquer aussi un sphéroïde alongé; mais les longitudes de Saint-Malo ou de Strasbourg ne pouvoient pas se déterminer par les méthodes astronomiques avec une précision assez grande pour donner une détermination certaine de la *figure* de la terre.

Au milieu des dissertations que la mesure du parallele de Paris occasionna, en 1733, dans les assemblées de l'Académie, la Condamine représenta qu'on leveroit la difficulté de la façon la plus sûre, en mesurant un degré aux environs de l'équateur; par exemple, à Cayenne, & il offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, Godin lut aussi un mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur qu'il offroit de faire avec M. de Fouchy; le ministre, qui étoit alors le comte de Maurepas, fit agréer au Roi le voyage que Godin, la Condamine & M. de Fouchy devoient faire; mais la santé & les occupations de ce dernier le déterminerent à remettre cette commission à Bouguer, qui étoit alors hydrographe du Roi, au Havre-de-Grace; & ces trois Académiciens partirent au mois de mai 1735. Peu de tems après Maupertuis, avec trois autres Académiciens partit pour le cercle polaire, où ils trouverent le degré de 57422 toises plus grand de 353 toises que le degrés de Paris 57069. Cette augmentation du degré entre 49° & 66° de latitude, forma une démonstration complete de l'applatissement de la terre vers les poles.

Les trois Académiciens envoyés au Pérou, ne terminerent leur mesure qu'en 1741, ils trouverent le degré du méridien sous l'équateur même, de 56753 toises.

Quand on suppose la terre elliptique, on peut, avec deux degrés mesurés à des latitudes quelconques, trouver l'applatissement. Soient N & M, les deux degrés, que s & t soient les sinus des latitudes géographiques, vers le milieu de ces deux degrés; on aura, pour la fraction qui exprime l'applatissement, $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$. Si le degré M se trouve mesuré sous l'équateur même, on aura $t=0$, & $\frac{N-M}{3Mss}$ pour l'applatissement cherché. Cette expression fait voir que dans l'hypothèse de la terre elliptique, les accroissemens sont a-peu-près comme les quarés des sinus des latitudes, car N-M est proportionnel à ss dès que la fraction $\frac{N-M}{3Mss}$ est constante.

Si l'un des degrés M étant situé sous l'équateur, l'autre degré N se trouve exactement au pole, l'on aura $\frac{N-M}{3m}$ pour l'applatissement. Ainsi, la différence des diametres de la terre n'est que le tiers de celle des degrés; par exemple, si les deux degrés extrêmes different entre eux de $\frac{1}{77}$, les diametres de la terre ne different que de $\frac{1}{231}$,

c'eſt la quantité d'applatiſſement que Neuton avoit trouvée par la théorie de l'attraction, & de la force centrifuge, en ſuppoſant la terre elliptique & homogène. Huygens trouvoit beaucoup moins, mais c'étoit en ſuppoſant la peſanteur dirigée toujours vers le centre de l'ellipſe. En ſubſtituant dans la formule précédente, les degrés meſurés en France & au Pérou, la Condamine trouvoit l'applatiſſement de la terre $\frac{1}{314}$; mais en y ſubſtituant le degré du nord & celui du Pérou, il ne trouvoit que $\frac{1}{210}$. Cette différence de réſultat a fait croire que la terre n'a pas une figure régulièrement & parfaitement elliptique, ou qu'il y a dans les degrés meſurés, quelque imperfection, ou quelqu'autre raiſon d'inégalité, comme l'attraction des montagnes ſur le fil à plomb, ſans quoi l'on auroit le même degré d'applatiſſement, par ces deux différentes comparaiſons. Quelques géomètres en ont conclu que le degré du nord étoit un peu trop grand. Quoi qu'il en ſoit, voici les réſultats de toutes les meſures de degrés qui ont été faites juſqu'à préſent.

Le P. Boſcovich, dans ſes notes ſur le poëme latin de M. Stay, examina de quelle manière on pourroit combiner les cinq degrés dont on avoit alors la meſure, pour en tirer l'ellipticité de la terre par une eſpèce de milieu, & il chercha les corrections à faire aux réſultats des meſures, de manière que la ſomme des corrections poſitives fut égale à celle des négatives, que les différences des degrés fuſſent proportionnelles aux carrés des ſinus des latitudes; enfin que la ſomme des corrections poſitives ou négatives fait la plus petite de toutes celles que l'on peut avoir en obſervant les deux premières conditions, & il trouvoit $\frac{1}{248}$ pour la différence des axes.

Latitude moyenne des degrés meſurés.	*Valeur des degrés en toiſes.*	*Auteurs d'où les meſures ſont tirées, & qui m'ont donné les détails.*
0° 0'	56753	Bouguer & la Condamine.
33 18 M.	57037	La Caille, *Mém. Acad.* 1751, page 435.
39 12 S.	56888	Maſon & Dixon, *Phil. Tranſ.* 1768, page 326.
43 1 S.	56979	Le P. Boſcovich, *de Litt. Exped.* 1755.
44 44	57069	Le P. Beccaria, en Piémont, 1768. *Gradus Taurinenſis.*
45 0	57028	*Mérid. vérif. Mém. Acad.* 1758, pag. 244.
45 57	56881	Le P. Lieſganig, en Hongrie, *dimenſ. Grad.* 1770, page 256.
48 43	57086	Le P. Lieſganig, en Autriche.
49 23	57069	De Paris à Amiens, *mérid. vérifiée. Aſtronomie*, tome III.
66 20	57422	Sous le cercle polaire, Maupertuis, *Figure de la terre.*

Mais dans l'édition de ſon voyage, faite à Paris en 1770, il employe les degrés meſurés par le P. Lieſganig avec les 8 autres que l'on avoit, & il trouve pour l'ellipticité de la terre $\frac{1}{115}$. Ces deux fractions ne s'éloignent pas beaucoup de $\frac{1}{115}$, que le P. Boſcovich trouve par la théorie, en ſuppoſant un noyau ſphérique plus denſe, & dont la denſité ſoit égale à la même diſtance du centre. Mais voyez à ce ſujet, les *Opuſcules mathématiques* de M. d'Alembert, & ci-devant l'article *figure de la terre* (Hydroſtatique).

On a remarqué dans les accroiſſemens de ces degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelques irrégularités qui viennent peut-être des circonſtances locales, plus que de l'irrégularité de la terre; on trouve, par exemple, le degré meſuré en Italie, plus petit, & celui du Cap, plus grand qu'ils ne devroient être, ſuivant la loi établie par les trois degrés meſurés ſous l'équateur, en France & au cercle polaire. Mais une partie de ces différences peut venir de l'attraction latérale des montagnes ſur le fil à plomb, voyez ATTRACTION.

Les obſervations faites ſur la longueur du pendule, donnent l'applatiſſement de la terre un peu plus fort que la théorie de Neuton; c'eſt-à-dire, un peu plus que $\frac{1}{230}$; ainſi, puiſque les meſures des degrés donnent un peu moins, nous ne pouvons faire mieux, quant à préſent, que de ſuppoſer l'applatiſſement de la terre, un deux cent trentième du rayon de l'équateur.

Dailleurs il y avoit dans les obſervations des réſultats plus forts que celui de Neuton, & d'autres plus foibles, voilà pourquoi la plupart des aſtronomes ont adopté en attendant le rapport de 229 à 230 dans leurs calculs. Nous avons mis au mot *degré*, une table calculée dans cette hypothèſe, en ôtant 50 toiſes du degré meſuré ſous l'équateur, & les ajoutant à celui de France pour que les différences entre la table & les diverſes meſures des degrés ſoient partagées à peu près égu-

lement. Dans cette hypothèse, le rayon de l'équateur est 3277123 toises, & le demi-axe 3262875 toises.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que des degrés du méridien, ou des degrés de latitude; il y a cependant des cas où l'on a besoin des degrés de longitude ou des degrés des petits cercles parallèles à l'équateur. Si la circonférence de la terre *D F L*, *fig. 121*, est supposée sphérique, le rayon *B L* du parallele, qui passe par le point *L*, est le co-sinus de la latitude *E L*; les degrés de longitude sont donc aux degrés de latitude, comme le rayon est au co-sinus de la latitude. Ainsi, le degré de latitude étant à Paris 57069 toises, si l'on multiplie cette quantité par le co-sinus de 48° 50' 14", l'on aura 37563 toises, pour l'étendue de chaque degré du parallèle de Paris.

Mais la terre étant applatie, on a par cette règle des degrés de longitudes qui sont toujours trop petits. Bouguer trouvoit pour Paris le degré du grand cercle perpendiculaire au méridien, plus grand de 397 toises que le degré du méridien, & celui du parallele, plus grand de 267 toises qu'il ne seroit sur la terre sphérique. Voilà pourquoi la longitude de Brest, calculée sur une distance à la méridienne de 259168 toises, produit sur le sphéroïde 6" de tems, moins que sur la sphère, suivant M. du Séjour, *Mém.* 1778, *pag. 186*. Nous avons mis dans notre table les degrés de longitude pour tous les paralleles. (*D. L.*)

Figure, *en Astrologie*, est une description ou représentation de l'état & de la disposition du ciel à une certaine heure, qui contient les lieux des planètes & des étoiles, marqués dans une *figure* de douze triangles appellés *maisons*. (*Voyez* Maisons.) On la nomme aussi *horoscope & thème*. (*Voyez* Horoscope.)

Figure, *en Géomancie*, s'applique aux extrémités des points, lignes ou nombres jettés au hasard, sur les combinaisons ou variations desquels ceux qui sont profession de cet art fondent leurs prédictions chimériques.

FIGURE, adj. (*Arithmétique & Algèbre*). On appelle *nombres figurés*, des suites de nombres formés suivant la loi qu'on va dire. Supposons qu'on ait la suite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* & qu'on prenne successivement la somme des nombres de cette suite, depuis le premier jusqu'à chacun des autres, on formera la nouvelle suite 1, 3, 6, 10, 15, *&c.* qu'on appelle *la suite des nombres triangulaires*. Si on prend de même la somme des nombres triangulaires, on formera la suite 1, 4, 10, 20, *&c.* qui est celle des nombres *pyramidaux*. La suite des nombres pyramidaux formera de même une nouvelle suite de nombres. Ces différentes suites forment les nombres qu'on appelle *figurés*. Les nombres naturels sont ou peuvent être regardés comme les nombres *figurés* du premier ordre, les triangulaires comme les nombres *figurés* du second, les pyramidaux comme ceux du troisième; & les suivans sont appellés du quatrième, du cinquième, du sixième ordre, *&c.* & ainsi de suite. Voici pourquoi on a donné à ces nombres le nom de *figurés*.

Imaginons un triangle que nous supposerons équilatéral pour plus de commodité, & divisons-le par des ordonnées parallèles & équidistantes. Mettons un point au sommet, deux points aux deux extrémités de la première ordonnée, c'est-à-dire de la plus proche du sommet; la seconde ordonnée étant double de la première, contiendra trois points aussi distans l'un de l'autre que les deux précédens; la troisième en contiendra quatre; & ainsi 1, 2, 3, 4, *&c.* seront la somme des points que contient chaque ordonnée. Maintenant il est visible que le premier triangle qui a pour base la première ordonnée, contient 1 + 2 ou 3 de ces points; que le second triangle, quadruple du premier, en contient 1 + 2 + 3 ou 6; que le troisième noncuple du premier en contient 1 + 2 + 3 + 4 ou 10, *&c.* & ainsi de suite. Voilà les nombres triangulaires. Prenons à présent une pyramide équilatérale & triangulaire, & divisons-la de même par des plans parallèles & équidistans qui forment des triangles paralleles à sa base, lesquels triangles formeront entr'eux la même progression 1, 4, 9, *&c.* que les triangles dont on vient de parler; il est visible que le premier de ces triangles contenant 3 points, le second en contiendra 6, le troisième 10, *&c.* comme on vient de le dire, c'est-à-dire que le nombre des points de chacun de ces triangles sera un nombre triangulaire. Donc, la premiere pyramide, celle qui a le premier triangle pour base, contiendra 1 + 3 ou 4 points, la seconde 1 + 3 + 6 ou 10, la troisième 1 + 3 + 6 + 10 ou 20. Voilà les nombres pyramidaux. Il n'y a proprement que les nombres triangulaires & les pyramidaux qui soient de vrais nombres *figurés*, parce qu'ils représentent en effet le nombre des points que contient une figure triangulaire ou pyramidale : passé les nombres pyramidaux, il n'y a plus de vrais nombres *figurés*, parce qu'il n'y a point de figure en Géométrie au-delà des solides, ni de dimension au-delà de trois dans l'étendue. Ainsi, c'est par pure analogie & pour simplifier, que l'on a appellé *figurés* les nombres qui suivent les pyramidaux.

Ces nombres *figurés* ont cette propriété. Si on élève $a + b$ successivement à toutes les puissances en cette sorte :

$$a + b$$
$$aa + 2ab + bb$$
$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + {}^4$$
$$a^5, \text{ \&c.}$$

les coefficiens 1, 2, 3, *&c.* de la seconde colonne verticale seront les nombres naturels, les coeffi-

tiens 1, 3, 6, de la troisième seront les nombres triangulaires; ceux de la quatrième, 1, 4, &c. seront les pyramidaux, & ainsi de suite.

M. Pascal, dans son ouvrage, qui a pour titre *triangle arithmétique*, M. de l'Hopital dans le *liv. X. de ses sections coniques*, & plusieurs autres, ont traité avec beaucoup de détail des propriétés de ces nombres. Voici la manière de trouver un nombre *figuré* d'une suite quelconque.

1.° 1 étant le premier terme de la suite des nombres naturels, on aura n pour le n^e terme de cette suite. *Voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE. Donc n est le n^e nombre *figuré* du premier ordre.

2.° La somme d'une progression arithmétique est égale à la moitié de la somme des deux extrèmes, multipliée par le nombre des termes. Or le n^e nombre triangulaire est la somme d'une progression arithmétique, dont 1 est le premier terme, n le dernier, & n le nombre des termes. Donc le n^e nombre triangulaire est $\frac{1+n}{2} \times n = \frac{nn+n}{2}$.

3.° Pour trouver le n^e nombre pyramidal, voici comment il faut s'y prendre. Je vois que le n^e nombre du premier ordre est de la forme An, A étant un coefficient constant égal à l'unité; que le n^e nombre du second ordre est de la forme $An + Bnn$, A & B étant égaux chacun à $\frac{1}{2}$: j'en conclus que le n^e nombre pyramidal sera de la forme $\alpha n + \beta nn + c n^3$, α, β, e, étant des coefficiens inconnus que je détermine de la manière suivante, en raisonnant ainsi: Si $\alpha n + \beta nn + c n^3$ est le n^e nombre pyramidal, le $\overline{n+1}^e$ doit être $\alpha(n+1) + \beta(n+1)^2 + c(n+1)^3$. Or la différence du $\overline{n+1}^e$ nombre pyramidal & du n^e doit être égal au $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire, puisque par la génération des nombres *figurés* le $\overline{n+1}^e$ nombre pyramidal n'est autre chose que le $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire ajouté au n^e nombre pyramidal; de plus le $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire est $\frac{\overline{n+1}^2 + \overline{n+1}}{2}$: de-là on tirera une équation qui servira à déterminer α, β & e, & on trouvera après tous les calculs que $\alpha n + \beta nn + c n^3 = \frac{n}{2.3} \times \overline{nn + 3n + 2} = \frac{\overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3}$. Il est à remarquer que pour avoir α, β, & e, il faut comparer séparément dans chaque membre de l'équation les termes où n se trouve élevée au même degré; car la valeur de α, de β, & de e, étant toujours la même, doit être indépendante de celle de n, qui est variable.

4.° Le nombre triangulaire de l'ordre n étant $\frac{\overline{n+1}.n}{2}$, & le pyramidal correspondant étant $\frac{\overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3}$, la simple analogie fait voir que le n^e nombre *figuré* du quatrième ordre sera $\frac{\overline{n+3}\ \overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3.4}$; &, en général, il est évident que, si $\frac{n+m \cdots n}{2 \cdots m+1}$ est le n^e nombre *figuré* d'un ordre quelconque, le n^e nombre *figuré* du suivant sera $\frac{n+m+1 \cdots n}{2 \cdots m+2}$. En effet, suivant cette expression, le $n+1^e$ nombre *figuré* de ce dernier ordre seroit $\frac{n+m+2 \cdots n+m+1 \cdots n+1}{2 \cdots m+2}$, dont la différence avec le n^e est évidemment $\frac{n+m+1 \cdots n+1}{2 \cdots m+1.m+2} \times \overline{n+m+2-n} = \frac{n+m+1 \cdots n+1}{2 \cdots m+1} \times \frac{m+2}{m+2} = \frac{n+m+1 \cdots n+1}{2 \cdots m+1}$, qui est le $\overline{n+1}^e$ nombre *figuré* de l'ordre précédent, comme cela doit être.

En général si $(A + Bn)(n+q)(n+q-1)(n+q-2) \ldots n$, est le n^e terme d'une suite quelconque, & qu'on prenne successivement la somme des termes de cette suite, le n^e terme de la nouvelle suite ainsi formée sera $(\alpha + \beta n)(n+q+1)(n+q)(n+q-1) \ldots n$; α & β étant deux indéterminées qu'on déterminera par cette condition, que le $\overline{n+1}^e$ terme de la nouvelle suite moins le n^e de cette même suite soit égal au $\overline{n+1}^e$ terme de la suite donnée. D'où l'on tire, en supprimant de part & d'autre les facteurs communs, $(n+q+1) \ldots (n+1)(\alpha + \beta n + \beta) \times (n+q+2) - (\alpha + \beta n) \times n = A + Bn + B$, & par conséquent $\beta = \frac{B}{q+2}$ & $\alpha = \frac{qA + 2A + B}{(q+2).(q+1)}$.

Cette formule est beaucoup plus générale que celle qui fait trouver les nombres *figurés*; car si au lieu de supposer que la première suite soit formée des nombres naturels, on suppose qu'elle forme une progression arithmétique quelconque, on peut par le moyen de la formule qu'on vient de voir, trouver la somme de toutes les autres suites qui en seront dérivées à l'infini, & chaque terme de ces suites. En effet le n^e terme de la première suite étant $A + Bn$, le n^e terme de la seconde suite sera $(\alpha + \beta n)n$; le terme de la troisième suite sera $(\gamma + \delta n)(n+1)n$, & ainsi de suite, γ & δ se déterminant par α & β, comme α & β par A & B, &c. A l'égard de la somme des termes d'une suite quelconque, il est visible qu'elle est égale au n^e terme de la suivante.

M. Jacques Bernoulli, dans son traité *de seriebus infinitis earumque summâ infinitâ*, a donné une méthode très-ingénieuse de trouver la somme d'une suite, dont les termes ont 1 pour numérateur, & pour dénominateurs des nombres *figurés* d'un ordre quelconque, à commencer aux triangulaires. Voici en deux mots l'esprit de cette méthode: Si de la fraction $\frac{a}{n.\overline{n+1} \ldots \overline{n+m}}$, on retranche $\frac{a}{\overline{n+1}.\overline{n+2} \cdots \overline{n+m+1}}$,

on aura $\frac{an + am + a - an}{n \cdot n+1 \cdots n+m+1} = \frac{a(m+1)}{n \cdot n+1 \cdots\cdots n+m+1}$.
D'où il est aisé de conclure que la somme d'une suite, dont les dénominateurs sont, par exemple, les nombres triangulaires, se trouvera aisément en retranchant de la suite $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, &c. cette même suite diminuée de son premier terme, & multipliant ensuite par 2, ce qui donnera 2. *Voyez* dans l'ouvrage cité *le détail de cette méthode*. Voyez *aussi* l'*article* SUITE *ou* SÉRIE.

On peut regarder comme les nombres *figurés* les nombres polygones, quoiqu'on ne leur donne pas ordinairement ce nom. Ces nombres ne sont autre chose que la somme des termes d'une progression arithmétique; si la progression est des nombres naturels, ce sont les nombres triangulaires; si la progression est 1, 3, 5, 7, &c. ce sont les nombres quarrés; si elle est 1, 4, 7, 10, &c. ce sont les nombres pentagones. Voici la raison de cette dénomination : Construisez un polygone quelconque, & mettez un point à chaque angle; ensuite d'un de ces angles tirez des lignes à l'extrémité de chaque côté, ces lignes feront en nombre égal au nombre des côtés du polygone moins deux, ou plutot au nombre des côtés, en comptant deux des côtés pour deux de ces lignes; prolongez ces lignes du double, & joignez les extrémités par des lignes droites, vous formerez un nouveau polygone, dont chaque côté étant double de son correspondant parallele, contiendra un point de plus. Donc si m est le nombre des côtés de ce polygone, la circonférence de ce polygone aura m points de plus, que la circonférence du précédent; & le polygone entier, c'est-à-dire l'aire de ce polygone contiendra $m - 2$ points de plus que le précédent. *Voyez* POLYGONE.

Une simple figure fera voir aisément tout cela, & montrera que pour les nombres pentagones où $m = 5$, on a $m - 2 = 3$, & qu'ainsi ces nombres sont la somme de la progression 1, 4, 7, &c. dont la différence est trois.

On pourroit former, des sommes, des nombres polygones, qu'on appelleroit *nombres polygones pyramidaux*; ces nombres exprimeroient le nombre des points d'une pyramide pentagone quelconque. On trouveroit ces nombres par les méthodes données dans cet article. *Voyez* POLYGONE, PYRAMIDAL, SUITE *ou* SÉRIE, &c. *Voyez aussi le traité d'Algèbre de M. l'Abbé Bossut*. (*O*).

FIGURÉ, s. m. (*Géom. prat.*) c'est la représentation des différens objets que renferme un terrein dont on lève le plan, ou un pays dont on lève la Carte. Comme on figure à l'instrument, ou à vue, cet article sera divisé en deux parties.

Des Figurés à l'Instrument.

La Géométrie sert à renfermer dans de justes bornes, l'étendue de Pays qu'embrasse une Carte; elle ordonne toutes les parties du tableau; mais c'est le dessin qui exprime leurs formes, & qui donne un corps à l'ouvrage.

Nous n'entreprenons point ici d'apprendre à manier les pinceaux & les crayons; notre but, en exposant les procédés les plus en usage, & les plus propres à rendre la nature, est de fournir à la pratique tous les secours faits pour accélérer sa marche. C'est d'elle seule que l'on peut acquérir la facilité de décrire, au premier coup-d'œil, les détails les plus variés des terreins, & de fixer ensuite ses *figurés* à l'encre, avec autant de netteté que d'intelligence. Nous parcourrons les principaux objets que l'on rencontre, en opérant à la planchette, d'après les méthodes expliquées au mot (*Levée des Plans*), & nous indiquerons les moyens de les exprimer, en supposant que l'on emploie l'échelle de six lignes pour toises. *Voyez* ÉCHELLES.

Des chemins. Tout instrument dont on se sert pour lever un chemin, ne détermine que des lignes droites; c'est donc au moyen de ces lignes, que l'on doit figurer les différentes sinuosités qu'il forme, ainsi que les arbres & les hayes qui se trouvent à droite & à gauche.

Deux lignes parallèles, plus ou moins rapprochés, suivant la largeur du chemin, servent à le représenter. On vise de chaque point de station de sa planchette, sur le point le plus éloigné que l'on apperçoive dans la direction du chemin; & en avançant le long de ce rayon, on fait faire aux deux paralleles les mêmes détours que l'on parcourt. A mesure que le chemin est coupé par des hayes ou d'autres chemins, on s'arrête à chacun de ces objets, & l'on figure leurs naissances sur des rayons qui déterminent leurs directions.

Ces différentes stations servent en même tems à tirer des rayons indéfinis sur les objets éloignés qui se trouvent de part & d'autre; on écrit le nom de ces objets sur les rayons qui leur appartiennent, & l'on détermine leur position, dans sa marche, par de nouveaux rayons.

Une chaussée pavée est distinguée d'un autre chemin par deux lignes paralleles tirées très-près l'une de l'autre, entre les deux premières, pour représenter le pavé. Sa largeur totale, sur la Carte, doit être de 16 à 20 toises de l'échelle.

Les chaussées ferrées doivent avoir la même largeur, & s'il y a des fossés des deux côtés, on les exprime par des lignes très-fines que l'on tire parallèlement au trait de la chaussée, aussi près que cela est possible.

Tout chemin de voiture doit avoir pour le moins sept ou huit toises de l'échelle, quoique souvent il en ait beaucoup moins sur le terrein. La raison de cette augmentation, ainsi que de celle des chaussées, est de rendre les chemins très-distincts sur la Carte, pour qu'on apperçoive plus aisément les communications.

Les sentiers s'expriment par des lignes légères très-rapprochées, & le plus souvent ponctuées pour les différencier de celles des chemins.

Comme on se sert du crayon pour figurer sur le terrein, on ne donne guères à une ligne plus de largeur qu'à une autre; mais lorsqu'on met le trait à l'encre, on le force à l'est & au sud des chemins, pour les faire saillir au-dessus de la Carte, par le moyen de cette ligne d'ombre.

On suppose toujours que le nord est au haut d'un plan, & que le jour vient de gauche à droite sous l'angle de 45 degrés. On ombre en conséquence toutes les parties qui en sont susceptibles.

Soit qu'on emploie la chaine, ou qu'on lève avec des points déjà déterminés, on se sert des arbres ou autres objets qui se trouvent le long des chemins, pour diriger ses alignemens. Cette méthode est beaucoup plus expéditive que celle des jalons qui entraîne toujours des lenteurs.

Des Ruisseaux & des Rivières. On suit à l'instrument le côté le plus commode d'un Ruisseau, & l'on figure ses détours sur les différens alignemens qu'ils nécessitent de prendre.

Les sinuosités continuelles des deux lignes parallèles qui l'expriment, & l'augmentation de sa largeur à mesure qu'on s'éloigne de son origine, l'empêchent d'être confondu avec un chemin; d'ailleurs, lorsqu'on les met à l'encre, on exprime toujours très-fortement le côté à l'ouest & au nord.

On a soin d'outrer un peu la largeur d'un petit Ruisseau pour le rendre plus sensible; mais lorsqu'il est extrêmement petit, & qu'on le passe sans aucune difficulté, on ne se sert que d'une seule ligne pour l'exprimer. On la trace très-fine à son origine, & on lui donne plus de force à mesure qu'on s'approche de son embouchure.

Pour lever une Rivière d'une certaine largeur, & pour bien exprimer les détours de ses deux Rives, il faut nécessairement les parcourir l'une & l'autre. Il est cependant très-aisé de déterminer d'un de ses bords, autant de points que l'on veut du côté opposé; mais, pour bien en rendre les détails, on se porte sur ces points mêmes.

Chaque Rive s'exprime par une ligne, tantôt fine & tantôt forte, suivant qu'elle est exposée au jour ou à l'ombre de la Carte.

Soit qu'on lève une Rivière ou un Ruisseau, on s'arrête à chaque point où ses bords sont couverts, ou coupés par des hayes & d'autres objets, afin de déterminer leur position & de les figurer.

Quand on fait usage des couleurs, on remplit les petits Ruisseaux de verd d'eau, avec une plume; & l'on étend au pinceau, le long des parties ombrées d'une Rivière, une teinte plate de verd d'eau que l'on adoucit du côté du jour, avec un autre pinceau plein d'eau.

Le cours d'une Rivière ou d'un Ruisseau s'exprime par une petite flèche que l'on dessine à côté ou au milieu si cela se peut, & dont la direction indique celle du mouvement des eaux.

Des Hayes, des Fossés, des Arbres & des Bois. Les Haies se figurent au crayon par un petit trait ondulé que l'on trace assez vivement, & lorsqu'on les met à l'encre, par une suite de petits points inégaux du milieu desquels s'élèvent de petits bouquets pour représenter des buissons. On les relève à la plume, du côté du jour, par de petits points de verd de bois, ou au pinceau, par une teinte du même verd qui s'étend sur toute la largeur de la Haye. On peut encore les faire ressortir davantage en y ajoutant une petite ombre à l'encre de chine, que l'on passe légèrement au pinceau, au-dessous des Haies, des Côtes, Est & Sud.

Quand on lève une Carte, on suit d'abord les principaux chemins à l'instrument, pour renfermer différens espaces dont on figure ensuite l'intérieur à l'instrument ou à vue. Comme on a arrêté dans sa marche toutes les Hayes, & généralement tout ce qui tient aux chemins, & qu'on a figuré les naissances, rien n'est si aisé que de partir de ces points déterminés, pour continuer son travail aussi minutieusement qu'on puisse le desirer, ou pour figurer à vue les masses de Hayes qui remplissent de petits intervalles.

Les Fossés sont représentés par deux lignes parallèles plus ou moins rapprochées suivant leur largeur; on y joint les arbres & les Hayes qui sont sur leurs bords; & lorsqu'ils sont considérables, on les met à l'encre comme les rivières, en donnant plus de force au côté qui est dans l'ombre.

Les Arbres s'expriment de differentes manières; quand ils sont isolés dans la campagne ou ils offrent des points de remarque, on les représente par un petit arbre dessiné en élévation, que l'on ombre dans le sens de la Carte; mais lorsqu'ils sont multipliés le long des chemins ou qu'ils forment des avenues, on ne peut les exprimer que par de petits points noirs fort arrondis, ou par de petits zéros ouverts du côté du jour.

On ne fait d'opérations à l'instrument pour placer les arbres, qu'autant qu'ils sont isolés ou distribués par groupes, car lorsqu'ils sont répandus le long des chemins, on se contente de les figurer à vue.

Les Bois sont traversés par des routes en ligne droite, ou par des chemins sinueux; ils sont situés dans les plaines ou placés sur les montagnes; toutes ces differentes données varient les manières de les lever. On commence par suivre leurs contours quand l'intérieur en est difficile, en arrêtant, par des stations, l'ouverture de toutes les communications que l'on rencontre; mais quand les bois sont traversés par de belles routes applanies, on fait mesurer les principales, on prend l'alignement des autres, & l'on figure ensuite les contours. Tous ces procédés sont cependant quelquefois fort arbitraires, & dépendent beaucoup des méthodes que l'on emploie pour lever.

On exprime les Bois sur la Carte, ou par des groupes d'arbres en perspective, on ne représentant que les feuilles de leurs sommets, ou par des bouquets qui figurent des arbres tant soit peu en élévation. L'essentiel est de former des masses qui soient le moins uniformes qu'il est possible, & de

les ombrer avec art pour bien faire sentir la nature.

On étend d'abord une teinte de verd léger & un peu jaunâtre sur tout l'espace du Bois, excepté sur les chemins & les ruisseaux, avant que de dessiner les arbres. Les uns commencent par former leurs masses à l'encre de chine & à les ombrer au pinceau, ils les relèvent ensuite avec du verd de Bois foncé, & répandent çà & là, sur les sommets, de petits coups de jaune vif, & d'autres couleurs pour en animer les extrémités du côté du jour. Les autres emploient d'abord les couleurs pour figurer les arbres, & ils ombrent ensuite à la plume avec de l'encre de chine.

Pour bien faire ressortir les chemins, on peut multiplier les bouquets sur le côté qui est dans l'ombre du Bois, & éteindre le jour de cette partie avec de petits points noirs. Le contraste du blanc & du noir les fait trancher plus vivement & les rend beaucoup plus sensibles à l'œil.

La hauteur des arbres en perspective ou des bouquets en élévation, ne doit pas être de plus de 16 à 18 toises de l'échelle. Cette hauteur doit être beaucoup plus petite, lorsqu'on figure des bosquets percés de routes. On ne fait souvent même qu'en pointiller le fond, en le noircissant le plus possible du côté de l'ombre.

Des Murs, des Maisons & des Villages. Tout ce qui est en maçonnerie s'exprime avec le crayon rouge sur le terrein, & avec le carmin quand on met à l'encre.

Lorsqu'on a une enceinte considérable de murs à lever, en se servant de la chaîne, & que l'intérieur contient des détails symmétrisés, il ne faut pas en faire le tour tout de suite à l'instrument, il vaut mieux s'arrêter au milieu de sa marche, & revenir au point de départ pour continuer son travail du côté opposé. *Voyez* LEVÉE DES PLANS.

On représente un mur ordinaire par une ligne ferme au carmin, & les Murs de pierre sèche par une suite de points rouges.

Le contour d'une Maison se figure à la plume avec du carmin; on la remplit lorsqu'elle est petite d'une teinte plate de carmin foncé; mais lorsque c'est un bâtiment considérable, on emploie une teinte plus claire, & on ombre les contours en tirant légèrement les côtés opposés au jour, & en en forçant ceux qui sont dans l'ombre de la carte. On se sert alors de la règle & de l'équerre pour tracer les contours avec plus de justesse.

Quand on a déterminé la position d'une maison sur le terrein, il est inutile de la faire mesurer, si elle est d'une grandeur ordinaire. L'habitude d'estimer à vûe, fait qu'on la figure aisément telle qu'elle est & dans sa direction.

Les Villages se lèvent en suivant à l'instrument les chemins sur lesquels ils sont distribués; on figure les maisons dans les places où elles se trouvent, ainsi que les murs, les hayes & les jardins qui y sont attenans. Pour mieux distinguer les Eglises & les Chapelles, il y a des personnes qui les représentent en forme de croix; cette méthode indique tout de suite les points des clochers sur la Carte.

Le cimetière de chaque Village se reconnoît aux petites croix que l'on distribue dans tout son espace.

Lorsqu'on n'est pas obligé de détailler avec un soin minutieux, on se contente de mesurer le contour du Village, d'arrêter l'entrée des rues, & l'on en figure ensuite l'intérieur à vûe; ou bien après l'avoir traversé en tout sens, on figure ses dehors de la même manière.

Des Villes. Si la Ville que l'on se propose de lever est environnée de murs, on suit d'abord son enceinte à l'instrument, en arrêtant toutes les entrées & les points où les bâtimens & autres objets de la ville tiennent aux murs. Cette première opération détermine plusieurs stations d'où l'on peut partir ensuite pour traverser les principales rues à la chaîne, & déterminer les autres au moyen des rayons tirés sur leur alignement.

On ne figure de bâtimens dans une Ville que les Eglises, les maisons les plus considérables & celles qui sont isolées. Tout le reste se laisse en masse.

Quand on a mis au trait les rues & les différens détails avec des lignes rouges légérement tracées, on remplit les espaces de maisons compris entre les rues, par une teinte plate de carmin; on force ensuite à la plume les murs de l'enceinte, & tous les côtés des rues qui sont dans l'ombre, pour faire ressortir les masses.

Pour lever les villes qui n'ont point d'enceinte, il faut traverser les principales rues, arrêter les entrées & les directions des intermédiaires, pour les figurer ensuite, & détailler tous les dehors en les suivant à l'instrument. Toutes les maisons de dehors se figurent comme celles des villages, ainsi que les haies, les murs, les arbres & les jardins qui les environnent.

On peut, quand on en a le tems, figurer dans l'intérieur des masses de maisons, les jardins qui y sont compris. Le plus ou moins de détail que l'on donne à sa carte, dépend des vues qui déterminent à la lever, & du tems que l'on a pour les remplir.

Si la ville est fortifiée, on s'occupe d'abord de décrire la ligne magistrale de l'enceinte; on y adapte ensuite tous les ouvrages extérieurs avec leurs détails, & l'on finit par lever l'intérieur de la ville.

Le trait principal de tout ouvrage de fortification qui est revêtu, s'exprime par une ligne forte au carmin; elle doit être à l'encre de chine, si l'ouvrage est simplement en terre. Tout autre trait n'est qu'une ligne fine rouge ou noire, suivant ce qu'elle représente, excepté dans les parties que l'on peut ombrer, comme les embrasures des batteries & les traverses du chemin couvert, où l'on distingue le côté du jour & celui de l'ombre. On lave le glacis en mettant une teinte d'encre de chine au-dessous

au-dessous du trait principal, & en l'adoucissant du côté de la campagne. Cette teinte doit être forte dans les plans du glacis qui sont dans l'ombre, & très-foible pour ceux qui reçoivent le jour. L'usage commun dans le lavis des plans d'un glacis, est d'en ombrer un, & d'éclairer l'autre.

La disposition d'une suite d'ouvrages qui se flanquent les uns les autres, demande, de la part de celui qui lève, beaucoup de précision. On se sert ordinairement de la chaîne pour en mesurer les contours, lorsque la place n'est pas régulière; mais rien n'empêche, quand l'échelle est de six lignes pour cent toises, d'employer simplement la planchette orientée & des points déjà déterminés. On peut compter sur la plus grande exactitude toutes les fois que ces points sont bien placés entre eux, & qu'ils ne sont pas trop éloignés de la place. *

Des Ponts, des Gués, des Moulins & des Ecluses. Deux lignes droites & parallèles tirées sur toute la largeur d'une rivière, perpendiculairement à ses bords, servent à représenter un pont. On arrondit un peu ces lignes à leurs extrémités pour figurer leurs points d'appui, & l'on marque leurs piles par de petites droites perpendiculaires de part & d'autre sur les deux côtés du pont. La largeur des ponts est ordinairement égale à celle des chemins dont ils font partie. Si le pont est de pierre, on le met au trait avec du carmin, & s'il est de bois, on le trace avec de l'encre de chine. Il faut l'exprimer fortement pour qu'on puisse le distinguer tout de suite.

Un Gué se figure sur la largeur d'une rivière, par des suites de petits points noirs qui marquent les endroits où on peut la traverser en sûreté.

Un Moulin à eau est représenté par la maison où il est construit, & l'on dessine une petite roue horizontale, dans l'endroit où est placée celle du moulin. Le batardeau se marque en rouge, s'il est en maçonnerie, & l'écluse par une petite ligne noire qui ferme l'intervalle qu'elle occupe.

On dessine en perspective *les moulins à vent*, pour qu'ils soient des points de remarque sur la carte, comme ils le sont dans la campagne. La couleur rouge ou noire du bâtiment indique s'ils sont en maçonnerie ou en bois.

Les moulins à vent sont ordinairement des points déterminés, que l'on a placés sur sa planchette; on peut donc, lorsqu'on y fait une station, se servir des autres objets déterminés que l'on apperçoit, pour orienter parfaitement sa planchette; & l'on jette alors des rayons sur les arbres, sur les cheminées, sur les coins de bois, sur les buissons, *&c.* qui sont remarquables, afin de les couper d'un autre point bien déterminé, dès que la section ne sera point trop aiguë ou trop obtuse.

Des Montagnes. Les montagnes sont un objet trop essentiel dans la reconnoissance d'un pays, pour qu'on n'ait pas cherché à les exprimer d'une manière claire, & qui fasse sentir toute la variété de leurs effets. On indique la direction des pentes par des hachures au crayon lorsqu'on lève, & par des hachures à la plume ou au pinceau lorsqu'on met à l'encre. Leur plus ou moins de roideur se distingue par des touches plus ou moins fortes. Cette convention, toujours uniforme, est le moyen le plus simple de rendre la nature. L'œil s'accoutume à substituer les objets eux-mêmes à la place de leurs *figurés*, & il parvient à lire avec autant de facilité sur la carte qu'il le feroit sur le terrein.

Le sens des hachures n'est jamais arbitraire; il est déterminé par la direction que prendroient les eaux en s'écoulant le long des pentes. Leurs filets s'arrondissent-ils en berceau dans des gorges adoucies, ou viennent-ils en lignes droites se couper dans le fond d'un ravin, les hachures les suivent dans leurs mouvemens, & l'imagination retrouve aisément la nature, dans l'expression des accidens qui lui sont propres.

En forçant les sommets des montagnes, on les fait saillir au-dessus du papier, & l'inégalité des touches est une échelle sûre pour reconnoître le degré de roideur que peut avoir une pente.

* Lorsque la planchette est orientée au moyen du déclinatoire, il arrive assez souvent qu'elle ne l'est pas parfaitement, à cause des petites variations de l'aiguille aimantée. Dans ce cas, si d'un des points quelconques déjà déterminés, on tire un rayon sur la planchette, en dirigeant l'alidade sur le point correspondant du terrein, ce rayon fait un angle avec le rayon que l'on auroit eu, si la planchette eût été parfaitement orientée, & la base de cet angle s'augmente proportionnellement à la longueur de ce rayon. Il suit de-là que, si cette base est d'une toise à la distance de 200 toises, elle est de six toises à la distance de 1200 toises, & de douze toises à la distance d'une lieue. On voit donc clairement que plus les points sont près, moins on a d'erreur à craindre. Les rayons faux se confondent avec les rayons vrais à leur origine, & l'intersection de plusieurs de ces rayons faux, quand les points sont rapprochés, ne doit point différer sensiblement de celle que donneroient les rayons vrais pour determiner le point de station, quand même un rayon, tiré d'un point qui seroit à une lieue, passeroit à douze toises de ce point d'intersection, & que l'aiguille varieroit par conséquent de plus de dix-sept minutes.

Il suit encore de cette remarque, que deux points étant bien placés sur la planchette, mais ayant été déterminés par des rayons faux, & cependant confondus avec les véritables, à cause de leur peu de longueur, si de ces deux points (sans déranger la planchette à chaque station qui a servi à les déterminer), on a tiré des rayons sur un troisième point, plus ce point est éloigné, & plus il doit se trouver mal déterminé : c'est une conséquence nécessaire de ce que nous venons de dire.

On s'étonne cependant, en arrivant sur de pareils points, d'y trouver des différences considérables, & l'on attribue à la bizarrerie de l'instrument, ce qui n'est que le résultat des fausses positions qu'on lui donne.

Lorsqu'on détermine un point par l'intersection exacte de rayons fort courts, si l'on place l'alidade sur ce point de station, & sur un autre fort éloigné, & que l'on fasse mouvoir la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre, dans son alignement, l'objet qui répond sur le terrein à ce second point, il suit encore de notre observation que la planchette est parfaitement orientée, & que l'on peut tirer alors de son point de station des rayons, sur l'exactitude desquels on peut compter.

On emploie l'effet des ombres dans les montagnes, quand elles sont escarpées, pour que la roideur, d'un côté de vallon, suppose la roideur de l'autre, & quand on est sûr, par des contrastes ménagés avec art, de bien faire sentir toutes les parties qui les composent. Cette méthode donne plus de brillant & de jeu au dessein, & se rapproche davantage de la nature. Il seroit impossible de l'appliquer à des pentes extrêmement douces, où le côté qui est dans l'ombre est souvent incertain, tandis que celui qui est au jour est le seul caractérisé. On force alors indistinctement toutes les parties élevées, & les clairs & les ombres ne servent plus, par leurs nuances, qu'à exprimer les différens degrés de hauteur.

On se dispense quelquefois d'employer les hachures, & l'on y substitue un lavis à l'encre de la chine ou à la couleur de montagne. Il faut alors que les teintes adoucies dans le bas, représentent les hachures qui commencent par une touche forte, & qui vont, en se perdant, à rien. Ce genre de dessin, traité par une main exercée, produit presqu'autant d'effet que le premier; mais on ne doit jamais s'en servir pour des minutes dont la clarté est toujours le principal mérite.

Il y a deux manières de laver les montagnes; dans la première, on se sert d'une teinte fort légère, que l'on étend sur les endroits qui doivent être élevés; &, après l'avoir prolongée avec un pinceau d'eau, du côté où se dirige la pente, on passe le même pinceau au sommet, pour en adoucir la naissance. Cette opération se répète jusqu'à ce que les montagnes aient le degré d'élévation que l'on demande. La seconde méthode consiste à mettre un peu de couleur forte sur chaque endroit que l'on veut élever, & de l'étendre avec un pinceau simplement mouillé dans le sens des effets que l'on a à produire. Ce dernier procédé est plus expéditif & donne au dessin un ton plus pittoresque.

Un des soins les plus essentiels dans l'expression des montagnes, doit être de bien distinguer les chaines principales, des différens rameaux qui y sont liés. Un degré particulier de force dans les hachures & dans les ombres, doit les élever sur la carte, comme elles sont dans la nature. Il ne suffit pas de bien figurer chaque partie, il faut en former un ensemble, & que la masse générale ait son effet, ainsi que les détails. On est même obligé quelquefois de sacrifier des recherches trop minutieuses, pour ne pas détruire les formes générales qui caractérisent le terrein.

Quoiqu'un plan doive être lisible dans tous les sens, il y a cependant, à cause de l'écriture & des bois, &c. un côté qui en représente la base. On profite de cette convention pour exprimer, au moyen de la perspective, des objets qu'on ne pourroit faire sentir d'aucune autre manière. On figure tant soit peu en élévation une crête de roc qui couronne une montagne, ou une pointe aiguë qui la termine. Cette licence donne plus de vérité au plan, & l'on parvient à rendre, par son moyen, les objets souvent les plus remarquables, & qui sont quelquefois les obstacles les plus réels qu'un pays oppose à l'attaque d'un ennemi.

Les montagnes étant ordinairement cultivées, ou tout au moins coupées par des chemins, c'est en figurant leurs communications & leurs autres détails, que l'on exprime leurs pentes. Quant aux sommets qui sont isolés, c'est en se portant dessus, ou par des rayons tirés de différentes stations, qu'on détermine leur position & leur forme.

Il faut toujours faire en sorte, quand on hache des montagnes, que les hachures d'un des côtés ne soient pas en ligne droite avec les hachures de l'autre; rien n'est si peu naturel, & n'applatit autant le dessin.

Un autre défaut est de faire des hachures trop droites. Une courbure plus ou moins légère, qui profile la montagne, lui donne plus de mouvement, & empêche l'air de sécheresse qui résulte d'une touche trop roide.

Comme la monotonie ne règne jamais dans la nature, il est essentiel de l'éviter aussi dans ses images, & de ne pas rendre tout d'une même teinte & d'un même degré de force. On confondroit les vallons les plus adoucis avec les montagnes les plus escarpées, & rien ne faisant sentir les masses générales, la carte n'offriroit plus qu'une nuance égale, où l'on pourroit trouver des détails très-bien rendus, mais dont l'ensemble seroit absolument faux & n'exprimeroit rien.

Le fond des gorges ou des vallons en pente ne doit point être entièrement obscurci; il vaut mieux s'écarter de la règle générale, quelque roideur qu'ait la pente, que d'éteindre tous les effets, en voulant trop s'y asservir. On doit bien se garder aussi d'y laisser trop de blanc, son contraste avec le noir des hachures feroit papilloter le dessin, & détruiroit l'effet général.

Quelquefois on mêle le lavis aux hachures pour accélérer son travail; il faut, quand on emploie ce genre, commencer à ébaucher avec des teintes, plutôt que de s'en servir pour finir. En lavant sur des hachures, on leur ôte, pour ainsi dire, leur velouté, & le dessin devient extrêmement sec.

Quand on hache au pinceau, & que l'on veut rendre son dessin moëlleux, on se sert d'une teinte claire, & l'on ne porte les montagnes à leur point de force, qu'en repassant continuellement sur elles avec la même teinte. On risqueroit de rendre son dessin un peu fumeux, si l'on hachoit de même à la plume; on doit forcer les teintes, à mesure que l'on avance, parce que les hachures doivent trancher davantage sur le papier.

Dans tous les genres de hachures, on a toujours soin de faire lozanger tant soit peu les secondes avec les premières, les troisiemes avec les secondes, & ainsi de suite, sans s'écarter du sens de la pente.

Un goût particulier distingue, dans tous les arts, la touche des Maitres, & ce n'est qu'en comparant

leurs ouvrages, que l'on peut analyser leurs moyens. Cette comparaison suppose que l'on est déjà en état de les juger; mais ce n'est qu'en pratiquant que l'on y parvient, & nous n'avons réuni ici sur l'expression des montagnes que des préceptes généraux.

On comprend sous le nom de montagnes toutes les hauteurs quelconques, telles que les escarpemens des bords de rivières, les encaissemens des chemins, *&c.* & l'on figure tous ces détails par des hachures & des coups de force.

Des Rochers. Les rochers offrent une si grande variété, qu'il seroit impossible de parcourir toutes leurs formes. Nous nous bornerons à distinguer parmi eux quatre espèces: la première est une enveloppe croûteuse, qui couvre quelquefois les montagnes entières, & qui suit toutes leurs ondulations; la seconde est une suite de pointes inégales & inégalement distribuées qui couronnent les sommets des montagnes, & dont quelques-unes s'élèvent souvent fort au-dessus des autres; la troisième comprend les falaises ou escarpemens à pic, & toutes les coupures perpendiculaires que l'on rencontre dans les rochers; la quatrième enfin réunit tous les rochers plats que l'on voit le long des côtes de la mer, & qui en sont le prolongement.

On figure la première espèce par de petites coupures qui se dirigent dans le sens des pentes, & qui présentent, par leurs touches variées, tous les différens accidens d'une surface tantôt unie, tantôt écailleuse, & tantôt singulièrement déchirée.

La seconde, qui est celle des pointes élevées, s'exprime, comme nous l'avons dit précédemment, tant soit peu en perspective, & rentre dans la classe du dessin ordinaire, qui n'a d'autre règle que de représenter la nature telle qu'elle est, sans le secours d'aucune convention.

La troisième ou celle des rocs à pic présente une infinité de masses perpendiculaires dont il faut s'étudier à saisir les effets principaux. On les exprime par le moyen des ombres, & pour mieux faire sentir les coupures du roc, on emploie de petits coups vifs, inégaux dans leur touche, & extrêmement noirs & tranchés du côté des parties éclairées. Les sommets des rocs à pic doivent être heurtés très-vivement pour faire sentir leur élévation.

Comme il arrive quelquefois que les rocs à pic sont entièrement perpendiculaires sur le terrein, & qu'ils n'occupent par conséquent, sur la carte, qu'une ligne, il faut nécessairement, pour les figurer, emprunter sur les parties voisines, & leur donner une largeur convenable, de manière à faire sentir tout leur effet. On doit toujours préférer la vérité du dessin à l'exactitude de la géométrie.

On détermine la position des rochers de ces trois premières espèces, à mesure qu'on lève les chemins & les détails qui les environnent. Le genre de dessin nécessaire pour les exprimer, demande l'emploi des ombres par-tout où l'on peut les employer sans causer d'équivoque. Il ne peut y avoir de règle générale à cet égard, que celle de rendre la nature le mieux possible, en laissant même toute règle de côté, dès que l'art peut y trouver son avantage.

La quatrième espèce s'exprime de différentes façons: les rochers plats forment-ils un ensemble de pierres amoncelées les unes sur les autres, le dessin cherche à représenter cette masse, & a soin de varier autant qu'il le peut les formes de toutes les pierres qu'il figure. Ces mêmes rochers ne sont-ils qu'une croûte écailleuse, on les rend par de petites écailles qui vont, en se perdant, à rien au bas du roc, pour faire sentir sa pente extrêmement adoucie. Enfin a-t-on à figurer un bloc de pierre dont toutes les parties s'élèvent inégalement, c'est aux ombres, aux coups de force, & quelquefois à la perspective à figurer sa forme & sa hauteur.

Ces derniers rochers peuvent être assez éloignés de la côte ou des petites îles qui y sont adjacentes; on détermine alors leur position, quand ils se découvrent, par des rayons tirés de différens points de la terre, & on se porte ensuite sur eux, dans les basses marées, pour les figurer.

Lorsqu'ils ne se découvrent pas, on envoie une petite chaloupe mouiller sur leurs extrémités, & après avoir déterminé leur étendue par ce moyen, on se sert de la même chaloupe pour aller dessiner leur forme.

Il seroit beaucoup plus commode d'être deux personnes employées à ce travail, parce que, tandis que l'une se porteroit sur les rochers pour y mouiller & les figurer, l'autre viseroit de terre sur les différentes positions de la première, & les détermineroit par des rayons tirés de deux ou trois stations.

L'intelligence & l'habitude concourent à fournir à ceux qui lèvent une infinité de moyens que l'on chercheroit vainement à expliquer, parce qu'ils sont aussi variés que les circonstances & le local qui les nécessitent.

Quand on veut colorer les rochers, on emploie du bleu, de la couleur de terre & du verd de bois, que l'on distribue par petites touches, en ayant soin de ne point éteindre les parties éclairées qui servent à faire saillir les masses.

Des Dunes, des Bancs de sable & des Vases. Les dunes sont des élévations de sable que la mer forme sur ses bords. On les dessine sur la carte comme de petites montagnes, & on les pointille ensuite pour représenter le sable.

Le Sable des dunes se figure au moyen de petits points, à l'encre de chine, accumulés les uns sur les autres, & beaucoup plus multipliés au sommet de la pente que dans le bas. On étend ordinairement une teinte générale de couleur roussâtre sur toute la partie sablonneuse, excepté sur les sommets des monticules, avant que de la pointiller; & souvent on la pointille avec la même teinte plus foncée.

Les Vases qui se trouvent au bord de la mer

ou le long des rivières s'expriment par une teinte légère de couleur de terre foncée, & sont terminées par une ligne très-fine ponctuée à l'encre de chine.

Lorsqu'on lève les bords de la mer, il faut avoir soin de marquer exactement les laisses, c'est-à-dire, la partie de rivages que les eaux abandonnent dans les basses marées, & d'en exprimer la nature. On profite des marées de nouvelle & de pleine lune, pour déterminer leur plus grande étendue, & avoir ce qu'on appelle la laisse de vive eau.

Il faut aussi figurer exactement les bancs de sable ou de vase qui peuvent se trouver à l'entrée d'un chenal, dans les rades & dans les ports; on se sert, pour les arrêter, des moyens employés pour les rochers en mer.

Quand on pointille les laisses, ou les bancs sablonneux, c'est le côté de la mer que l'on charge le plus.

Des Vignes, des Landes, des Bruyères, des Terres labourées, des Marais & des Prairies. De petites lignes droites perpendiculaires à la base du plan bien alignées, & espacées également entr'elles, expriment les échalas des vignes, & la vigne est représentée par un trait fin de gros verd de bois, que l'on fait serpenter autour de chaque échalas.

On étend sur les parties de la carte qui doivent représenter *des landes ou des bruyères*, une teinte composée de jaune, de rouge & de verd de pré que l'on marie ensemble, de manière que ces différentes couleurs se fondent les unes dans les autres sans coupure. On figure ensuite, avec de petits points verds, jaunes & rouges, des bouquets de landes que l'on distribue par masses, & que l'on peut relever encore à la plume par de petits traits légers d'encre de chine.

Dans les minutes, on laisse en blanc toutes *les terres labourées;* mais, dans un plan orné, on les figure par des traits légers au pinceau, qui expriment les sillons parallèles des terres, & qui forment de petits quarrés longs, liés les uns aux autres avec le plus de goût possible. On emploie, pour varier les pièces de terre, les différentes couleurs que peut offrir une campagne fertile.

Les Marais sont représentés par de petites flaques d'eau toutes parallèles à la base du plan, & dont les extrémités s'engrènent les unes dans les autres. Les contours de ces flaques sont composés d'une suite de petites coupures inégales, que l'on ombre dans toutes les parties qui ne sont point exposées au jour. On les unit par un fond de verd de pré, & on en relève les bords par de petits traits de verd foncé disposés dans le sens des joncs qui s'y trouvent ordinairement.

Une teinte de verd de pré sert à indiquer toutes les portions de terrein qui sont en *prairies.* On anime la teinte par de petites files de points verds parallèles à la base du plan, & ces petites files, distribuées par masses, représentent des touffes d'herbe.

Quand on lève une carte, on indique au crayon les différentes cultures du terrein, par des lettres initiales, afin de pouvoir ensuite les exprimer d'après les conventions établies.

Du figuré des Camps. Le terrein sur lequel les troupes sont campées étant levé, on détermine sur le plan les points où viennent aboutir les lignes droites qu'occupe leur front; on tire ces lignes au crayon, & on les divise ensuite en autant de parties égales qu'elles contiennent de bataillons ou d'escadrons, en laissant, entre toutes ces parties égales, les intervalles qui séparent ces corps sur le terrein; on mène alors à ces lignes des parallèles qui en soient distantes d'une quantité égale à la profondeur d'un bataillon ou d'un escadron, & on élève de tous leurs points de division, avec une équerre, des perpendiculaires qui déterminent entre chaque ligne & sa parallèle, les différens espaces où les troupes sont placées.

On se sert d'encre de chine, pour tirer les lignes qui renferment les bataillons, *&c.* en observant qu'elles soient fortes ou foibles, suivant qu'elles se trouvent dans l'ombre ou dans le jour du plan.

(On déroge, dans le plan particulier d'un camp & de ses environs, à la règle générale qui place le nord au haut de la carte, & l'on fait en sorte que sa base réponde aux derrières du camp, pour que la disposition des troupes se développe mieux à l'œil. On indique alors le point du nord par une ligne droite que termine une fleur-de-lys.)

Les bataillons, *&c.* étant *figurés*, on unit par une accolade tous ceux qui appartiennent à un même régiment, & l'on écrit le nom du régiment perpendiculairement à la ligne du camp, à la pointe de l'accolade, qui est toujours placée sur le derrière.

On donne aux bataillons, *&c.* la profondeur qu'occupent leurs tentes ou celle qu'ils ont en bataille: plus ordinairement cette dernière.

L'infanterie se lave en jaune, la cavalerie en bleu, les dragons en verd, & l'artillerie en rouge.

Quand on figure des mouvemens de troupes, on les établit dans chaque position qu'elles ont prise, & l'on marque par des lignes ponctuées le chemin qu'elles ont suivi pour y arriver. On est obligé, lorsqu'elles ont fait différens mouvemens sur une même partie, de figurer ces mouvemens sur autant de papiers à part, où l'on dessine cette étendue commune de terrein. On les colle ensuite au plan principal par une de leurs extrémités, de manière que les espaces particuliers qu'ils contiennent s'adaptent parfaitement à la place qu'ils occupent dans le plan total, & qu'en les levant successivement, on puisse voir toutes les positions que les troupes ont prises dans le même lieu.

Si cette multiplicité de mouvemens embrassoit une grande étendue de terrein, il faudroit nécessairement faire autant de copies du plan, qu'il y auroit de manœuvres à exprimer, afin d'avoir un

tableau complet de toutes les opérations qui s'y rapportent.

De l'écriture d'une Carte. On dispose ordinairement l'écriture d'une carte perpendiculairement à la ligne de nord; on la dessine en lettres moulées, & l'on varie la forme & la grandeur des caractères suivant la nature des objets dont on écrit les noms : la convention, à cet égard, est relative à l'échelle dont on se sert, & elle doit être fixe tant qu'il s'agit du même ouvrage.

Il faut choisir, à côté des objets, la place la plus commode pour que chaque nom n'en indique qu'un seul, & que les lettres n'éteignent point les détails.

On est obligé de tems en tems de diminuer ou d'augmenter la hauteur des caractères d'un nom relativement à ce qui en résulte pour les parties sur lesquelles on écrit; souvent de trop petites lettres risquent de se confondre avec les traits multipliés que présente le plan : souvent de trop grandes ne peuvent trouver place dans les endroits qui leur sont destinés. Il est cependant toujours essentiel de s'écarter le moins possible des hauteurs convenues.

Il faut employer une encre très-noire, afin que l'écriture se détache de tout le reste de la carte, & qu'elle soit bien lisible, sans nuire à l'effet du terrein.

On n'écrit un plan qu'après avoir fait usage des couleurs, pour ne pas effacer l'écriture en lavant.

Quand on craint que l'écriture ne se confonde avec les détails, on écrit avant que de relever les haies le long des fossés. Les noms de bois s'écrivent toujours après avoir mis la teinte de fond, & l'on figure ensuite les masses.

Des couleurs. Les couleurs dont on se sert pour la carte, sont l'encre de chine, le carmin, la gomme gutte, la couleur de montagne, le verd d'eau & le bleu.

L'encre de chine est toute préparée en bâton, & il n'y a qu'à la tourner plus ou moins long-tems, au fond d'un godet, dans de l'eau, suivant que l'on veut une teinte plus ou moins foncée. La bonne encre de chine doit paroître luisante, quand on écorne un des angles du bâton, ou lorsqu'on la laisse sécher, après l'avoir tournée dans le godet.

Le carmin est une poudre rouge très-fine, qu'il faut bien broyer avec le doigt dans de l'eau, où l'on a fait fondre de la gomme arabique. On le laisse sécher après cette première préparation, & on le broie de nouveau quand on veut s'en servir. Il faut le couvrir exactement quand il est liquide, pour l'empêcher de noircir en séchant.

La gomme gutte est une gomme jaune, que l'on détrempe dans de l'eau comme l'encre de la chine; on l'emploie sans mélange pour exprimer les ouvrages projettés.

La couleur de montagne ou de terre se fait avec de la gomme gutte, de l'encre de chine & du carmin; lorsqu'on en a besoin d'une certaine quantité, on la fait cuire à petit feu dans son assiette, jusqu'à ce qu'en la remuant, elle devienne entièrement sèche, & l'on en délaie ensuite ce que l'on veut pour s'en servir.

Le verre d'eau liquide se trouve tout préparé chez les marchands de couleurs; il faut choisir celui qui est le plus limpide, de la plus belle teinte, & qui dépose le moins.

Le verd de bois se fait, pour les teintes de fond, avec de la gomme gutte, du verd d'eau, & de l'eau commune; & pour dessiner les masses de bois, avec du verd d'eau fort épais & de la gomme gutte.

Le verd de pré se fait comme les teintes de fond de bois, excepté qu'on y met un peu plus de verd d'eau.

Il faut essayer tous les verds dont on veut faire usage, sur un papier à part, pour juger de leur effet, en les laissant sécher.

Le bleu est de l'indigo que l'on prépare comme du carmin; on s'en sert pour les rochers, pour les ouvrages en fer, pour varier les terres labourées, & quelquefois pour les ruisseaux.

Remarque. Nous avons présenté ensemble tous les différens procédés que l'on emploie pour dessiner les détails d'un pays, parce que, quoiqu'on distingue deux manières de traiter la carte, l'une à la plume, & l'autre au pinceau, on les réunit tous les jours dans les minutes, & que ce sont les minutes que nous avons eu uniquement en vue.

Des Figurés à vue.

Apprécier avec justesse la distance d'un point à un autre, estimer presque sans erreur l'ouverture d'un angle quelconque, & dessiner d'une manière vraie & rapide tous les objets que peut présenter un terrein; tel est l'art de figurer à vue.

Le degré de précision qu'exige cet art ne peut jamais être indépendant de quelque méchanisme pratique qui supplée la Géométrie, & l'habitude acquise de celui qui lève, doit savoir mettre à profit toutes les données que le tems & les circonstances peuvent lui offrir. Nous exposerons les résultats de l'expérience jusqu'à ce jour, & nous chercherons encore à y ajouter par nos propres observations. C'est sur-tout aux militaires, qui s'occupent de cartes topographiques, qu'il importe de cultiver le seul moyen d'appliquer leurs talens à la guerre, où la promptitude des opérations interdit presque toujours l'usage des instrumens. Ils ne doivent regarder la Géométrie que comme un maître qui accoutume l'œil à évaluer exactement les rapports de l'étendue, mais qu'ils ne consultent que pour apprendre à s'en passer.

Des moyens d'acquérir l'habitude de lever à vue. A mesure que l'on apprend à connoître l'usage des instrumens & les méthodes de figurer le terrein,

un des premiers soins doit être de dessiner à vue les détails intérieurs de petits espaces dont le contour soit déjà déterminé géométriquement. Les extrémités des chemins ou des ruisseaux que l'on doit parcourir étant données, on a l'avantage, en partant d'un point, d'avoir déjà celui où l'on doit arriver; & quelques sinuosités que l'on rencontre, on combine sa marche de manière à ne point s'écarter de la direction principale que l'on doit suivre. Le secours du compas & de l'échelle est mis absolument de côté dans ces exercices; l'estime seule de l'œil rapporte toutes les distances à leur étendue réduite en parties de l'échelle.

On commence d'abord par le principal chemin, & l'on marque, en le figurant, tous les objets qui y sont adjacens, ainsi que les naissances des autres chemins & des ruisseaux qui le coupent.

Quand on est parvenu à traverser entièrement son ouvrage, on vient reprendre les chemins & les ruisseaux que l'on a rencontrés, & on les conduit aux points du contour qui y répondent. Les intervalles deviennent ainsi plus petits, & il ne reste plus à dessiner que quelques parties intermédiaires dont on vient aisément à bout.

Pour bien contracter l'habitude d'estimer avec justesse, il faut avoir soin, toutes les fois qu'on se sert de la chaîne, d'évaluer à vue les distances que l'on fait mesurer, pour comparer ses estimes avec les étendues réelles, & rectifier ainsi le plus possible sa manière de voir.

On doit estimer de même l'ouverture des angles, quand on se sert d'un instrument propre à déterminer leur nombre de degrés; & pour fixer un rapport constant entre le terrein & ses *figurés*, il faut n'adopter qu'une seule échelle.

Il est aisé d'imaginer que les premiers travaux, en ce genre, sont toujours fort imparfaits, qu'il faut souvent effacer & recommencer sur nouveaux frais; mais enfin on acquiert tous les jours de nouvelles forces, & l'on s'accoutume à exprimer la nature telle qu'elle est.

Il faut bien se garder de compter ses pas pour mesurer les distances que l'on parcourt; ce seroit se servir d'un instrument qui ne diffère d'un autre, qu'en ce qu'il est plus fautif; & l'on ne s'exerce principalement en ce genre, que pour s'habituer à lever à cheval.

Dès qu'on commence à évaluer les distances & à figurer les détails avec justesse, on essaie aussi de renfermer à vue de petites enceintes; on cherche en conséquence à partir d'un point que l'on puisse appercevoir souvent dans sa marche, & l'on se sert de ce point pour évaluer de tems en tems l'éloignement où l'on est du lieu de départ, à mesure que l'on avance par différens détours pour aller le rejoindre.

Dans l'appréciation des angles que nécessite cette seconde étude, on tire sur son papier des rayons qui répondent aux alignemens les plus étendus que l'on puisse prendre dans les directions que l'on suit, & l'on figure, en avançant le long de ces alignemens, les sinuosités intermédiaires qui s'y rencontrent.

C'est ainsi qu'en allant continuellement du petit au grand, on parvient au point de représenter, de la manière la plus approchée, un espace de terrein de telle grandeur & de telle nature que ce soit. Cette habitude de lever à vue s'applique non-seulement à la carte levée sans instrument, mais encore à celle qui est levée avec le plus de soin; car, lorsqu'on a renfermé son terrein géométriquement, & qu'on l'a divisé en petits espaces, il est aussi exact d'exprimer à vue ce qui reste, que de consumer beaucoup de tems à le déterminer à l'instrument.

Ce n'est que lorsqu'on lève sur une grande échelle, & relativement à quelque projet de construction, qu'il faut l'exactitude la plus scrupuleuse, sur-tout dans la position des ruisseaux & des hauteurs.

C'est dans cet art sur-tout que la pratique rend maître. En abandonnant à propos les instrumens, on cesse insensiblement d'en être l'esclave, & l'on substitue une marche prompte & facile à leur lenteur, toutes les fois que l'on n'est pas obligé d'opérer rigoureusement le compas & l'échelle à la main.

Des différens procédés que l'on emploie pour lever à vue avec justesse. Quelqu'habitude que l'on ait contractée de lever à vue, & quelqu'exactement que l'on dessine les objets, dès que le terrein devient d'une certaine étendue, on ne peut plus compter de se renfermer avec assez de précision, pour que toutes les parties du *figuré* aient leur véritable longueur & la forme qu'elles doivent avoir.

Autant on a éloigné tous les secours, quand il s'agissoit de s'exercer, autant il faut les réunir lorsqu'il est question d'appliquer son art à une utilité réelle. Tous les moyens sont bons, dès qu'ils ne retardent pas la marche d'une personne qui opère à cheval, & qu'ils lui donnent la facilité de rendre le terrein avec plus de justesse.

Des points principaux, déjà déterminés sur le papier, feroient un canevas qui rameneroit tous les détails à leur véritable position, & qui donneroit aux *figurés* à vue presqu'autant de valeur qu'à des cartes levées à l'instrument. Toutes les fois que l'on peut se procurer ce travail préliminaire, il ne faut jamais négliger d'en faire usage, &, lorsque cela est impossible, il faut le suppléer de la manière la plus approchée; en regardant toujours des points établis d'avance, comme la base de ses opérations.

Si le travail est assez considérable pour exiger plusieurs mains, & que l'on n'ait ni positions calculées, ni le tems, ni la possibilité de mesurer une base pour en déterminer quelques-unes, rien n'empêche d'employer la méthode suivante qui est aussi simple que peu connue.

On examine quels sont les deux clochers ou autres points du pays à lever, d'où l'on puisse appercevoir le plus d'objets, & qui soient assez éloignés l'un de l'autre, pour que leur distance fût la base la plus commode, en cas que des obstacles intermédiaires n'empêchassent point de la mesurer. Ce choix fait, celui qui est chargé de la distribution de l'ouvrage, se porte dans l'un des deux clochers, avec une planchette la plus étendue possible; & d'un point pris convenablement sur le papier, avant tiré des rayons sur tous les objets apparens qu'il découvre, il estime à vue & d'après le rapport des habitans, la distance des deux clochers choisis, & il écrit son estime sur le rayon qui répond à cette distance. Il se transporte alors à l'autre clocher, & ayant vérifié le plus possible par le tems qu'il a employé à le parcourir, & par les sinuosités qu'il a rencontrées, l'intervalle des deux points, il le détermine sur sa planchette, en parties de l'échelle, & de sa seconde station, il coupe tous les rayons qu'il a tirés de la première.

On voit; par cette opération, que tous les points coupés sont déterminés géométriquement, & qu'il ne manque que de connoître parfaitement une des distances de ce canevas, pour avoir parfaitement toutes les autres; car, quelqu'erreur que l'on ait pu faire sur l'estime de la base, elle n'influe que sur l'échelle que l'on peut rectifier à chaque instant, en faisant mesurer la plus petite distance determinée*.

Au moyen de ce procédé, qui est fort court, on donne tout de suite à ceux qui sont chargés du détail, le cadre des parties qu'ils ont à lever, & l'on fixe l'ensemble de l'ouvrage.

Si l'on avoit un peu plus de tems, on pourroit, outre les deux premières stations, en faire encore quelques autres aux points coupés, & en se servant d'une petite échelle, faire un canevas fort grand, que l'on reconstruiroit ensuite à l'échelle du détail; après avoir fait mesurer une des distances déterminées sur le canevas, pour avoir sa véritable échelle.

Il n'est pas toujours possible, quelque peu de tems qu'il faille pour employer cette méthode, de pouvoir en disposer: on est obligé quelquefois de mettre tout de suite la reconnoissance du pays sous les yeux d'un Général, & d'y travailler par conséquent avec la plus grande rapidité. Dans ce cas, si l'on peut s'être procuré une carte du pays, dont les positions soient bonnes, on prépare le canevas de ses points, en le construisant sur son échelle, & l'on est en état de monter à cheval avec des triangles dans lesquels il ne s'agit plus que d'insérer les détails.

Si ce second moyen est interdit, il faut que ceux qui doivent partager le travail montent ensemble sur quelque point élevé d'où l'on puisse découvrir le pays, & que de-là, tirant des rayons sur tous les objets principaux, ils déterminent les distances de chacun de ces points à celui où ils sont, d'après les rapports de quelques guides éclairés de l'endroit. Cette espèce de canevas, quand on peut le faire, sert du moins à former la distribution de l'ouvrage; chacun va remplir la portion dont il est chargé, & la réunion des détails sert ensuite à rectifier l'ensemble.

La plus grande difficulté, en levant à vue, n'est pas d'estimer les distances : un coup-d'œil exercé se trompe rarement assez, pour que l'erreur de l'une ne compense pas celle de l'autre. On peut d'ailleurs mesurer le chemin parcouru par le nombre de pas de son cheval, on peut l'évaluer par le tems employé à le parcourir. Il n'en est pas de même de l'ouverture des angles; pour peu que l'on se trompe en les évaluant, les rayons, qui les forment, allant toujours en multipliant l'erreur à mesure qu'ils se prolongent, on est exposé à s'éloigner beaucoup de la vraie direction, & à n'y revenir qu'aux dépens de la vérité du *figuré*.

Il seroit aisé de faire un instrument composé de deux petites règles qui se mouvroient sur une charnière comme les deux branches d'un compas. On placeroit au centre du mouvement & sur le milieu de l'extrémité de chaque règle un petit bouton de cuivre, & l'on auroit un angle méchanique dont les côtés mobiles serviroient à fixer l'ouverture de tout angle que l'on rencontreroit. On dirigeroit, pour cet effet, une des règles sur l'alignement d'un chemin au moyen de ses deux boutons; &, faisant tourner la seconde jusqu'à ce qu'elle se trouvât sur l'alignement d'un autre, on pourroit rapporter tout de suite sur son papier l'angle qu'on vient de mesurer.

Le parti que l'on peut tirer d'un art étant subordonné à l'intelligence de celui qui l'exerce, on peut trouver une infinité d'autres ressources pour assurer sa marche, & augmenter par conséquent la facilité de figurer des cartes à vue. L'emploi de quelques instrumens qui peuvent être utiles sans embarrasser, ne peut que perfectionner un genre de travail où l'on n'a point en vue de vaincre des difficultés, mais d'arriver à son but par les voies les plus courtes.

Il est essentiel, quand on lève à vue, de généraliser sa marche le plus possible, & d'assujetir les détails aux différens triangles & autres figures que l'on renferme en parcourant le terrein. Il faut aussi, quand on rencontre un village, le traverser le plus en ligne droite possible, pour figurer ensuite ses contours, *&c.* sur cette ligne principale.

Lorsqu'on apperçoit le point sur lequel on se

* La méthode d'estimer la distance de deux points principaux d'un pays peut être employée dans les cartes géometriques levees sans le secours du calcul, lorsqu'on ne peut pas mesurer une grande base; car, après avoir determine une suite de points par ce moyen, il est aisé de faire mesurer une petite distance pour connoître l'échelle de son canevas, & de le reduire à l'echelle que l'on veut employer. Les points sont toujours mieux placés de la sorte, qu'en partant d'une petite base mesurée.

dirige, & que ce point est déterminé sur le papier, on examine si le chemin que l'on suit est à droite ou à gauche de ce point, pour se diriger en conséquence. Un terrein découvert sur lequel on a beaucoup de positions déterminées, est facile à lever de cette manière, parce qu'on se sert toujours d'un point ou d'un autre pour diriger ses alignemens.

Quelques personnes, pour figurer à vue, dessinent à part chaque chemin qu'elles parcourent, d'un point principal à un autre, en y ajoutant, des deux côtés, autant qu'elles le peuvent. Elles réunissent ensuite les extrémités correspondantes de ces différens chemins, & forment ainsi des triangles dans lesquels elles insèrent tous les détails qu'elles ont reconnus. Cette méthode dispense d'estimer les angles; mais elle est extrêmement longue, & on dénature fort souvent toutes les formes du terrein en les assujettissant aux espaces, tantôt trop grands, & tantôt trop petits, qui en résultent. On pourroit cependant l'employer dans un pays fort couvert, dont on ne demanderoit que la masse & les principales communications.

Le plan d'un Camp est toujours aisé à lever à vue, parce que les lignes du camp sont déterminées au moyen du nombre de bataillons ou d'escadrons qui les composent. On sait quel espace chaque bataillon ou escadron occupe, & l'on figure bien vîte le terrein sur lequel l'armée est placée, ainsi que celui qui l'environne.

Il est plus commode, pour bien figurer *les mouvemens des armées*, d'avoir le terrein sur lequel elles opèrent; on les suit alors dans leurs évolutions, & en adaptant à chaque partie du local le mouvement qui y répond, on est sûr d'avoir le tableau le plus clair & le mieux détaillé. Cependant, lorsqu'il arrive qu'on ne peut le lever d'avance, ni se le procurer, il faut faire en sorte, en figurant les mouvemens, d'y joindre tous les détails de terrein qui caractérisent leurs positions, & l'on forme ensuite, au moyen de quelque canevas de points, un plan d'opérations aussi exact qu'on puisse le desirer.

Tels sont les principes généralisés de l'art de figurer à vue. Toutes les lumières qu'ils peuvent offrir, seront toujours fort au-dessous des leçons que donne le terrein lui-même. C'est lui que doivent consulter les élèves; c'est de lui seul qu'on peut apprendre à le bien exprimer. Cet art fait partie des talens nécessaires à la guerre pour produire de vraies reconnoissances militaires. *Voyez* CARTE MILITAIRE. (*Par M. JOLLY, Ingénieur-Géographe militaire.*)

FIL, (*Astronomie.*) Le *fil* à-plomb est celui que l'on suspend au centre des quarts de cercles, des secteurs & autres instrumens d'astronomie, pour marquer la ligne verticale qui se dirige au zénir & au nadir; sa direction est toujours perpendiculaire à la surface de la terre, parce que c'est la direction même de la gravité, qui est nécessairement perpendiculaire à la surface du globe terrestre. Quand on veut que le *fil* ait de la souplesse sans être sujet à s'étendre, on se sert de *fil* de pitte qui est tiré d'une plante du genre des aloës, & qui a la propriété de ne pas s'alonger par l'humidité, quelque fin qu'il soit, au lieu que les cheveux s'étendent d'une manière très-incommode pour les observations. Les *fils* d'argent sont très-commodes, mais ils se cassent souvent.

Les *fils* d'un micromètre sont ceux que l'on tend au foyer d'une lunette pour mesurer les diamètres apparens des astres; il y a ordinairement un *fil* fixe & un *fil* mobile, ou curseur, qui tient à un chassis, mobile par une vis; ces *fils* sont ordinairement faits avec des brins de soie de cocons; quand on se sert de *fils* d'argent, on est obligé de calculer avec soin leur épaisseur, & d'en tenir compte dans toutes les mesures. (*D. L.*)

FILE DE PIEUX (*Hydr.*) C'est un rang de pieux équarris & couronnés d'un chapeau arrêté à tenons & mortoises, ou attaché avec des chevilles de fer, pour retenir les berges d'une rivière, d'un étang, ou pour conserver les turcies & chaussées des grands chemins. (*K*)

FINI, (*Géom.*) On appelle *grandeur finie*, celle qui a des bornes; *nombre fini*, tout nombre dont on peut assigner & exprimer la valeur; *progression finie*, celle qui n'a qu'un certain nombre de termes, par opposition à la *progression infinie*, dont le nombre de termes peut être si grand que l'on voudra.

Nous n'avons d'idées distinctes & directes, que des grandeurs *finies*; nous ne connoissons l'infini que par une abstraction négative & par une opération, pour ainsi dire, négative de notre esprit, qui ne fait point attention aux bornes de la chose que nous considérons comme infinie. Il est si vrai que l'idée que nous avons de l'infini, n'est point directe & qu'elle est purement négative, que la dénomination même d'*infini* le prouve. Cette dénomination qui signifie *négation de fini*, fait voir que nous concevons d'abord le fini, & que nous concevons l'infini en niant les bornes du *fini*. Cependant il y a eu des philosophes qui ont prétendu que nous avions une idée directe & primitive de l'infini, & que nous ne concevions le *fini* que par l'infini; mais cette idée si extraordinaire, pour ne pas dire si extravagante, n'a plus guère aujourd'hui de partisans; encore sont-ce des partisans honteux, si on peut parler ainsi, qui ne soutiennent cette opinion que relativement à leur systême des idées innées, parce que ce systême les conduit à une si étrange conséquence. En effet, si nous avons une idée innée de Dieu, comme le veulent ces philosophes, nous avons donc une idée innée primitive & directe de l'infini; nous connoissons Dieu avant les créatures, & nous ne connoissons les créatures que par l'idée que nous avons de Dieu, en passant de l'infini au *fini*. Cette conséquence si absurde suffiroit, ce me semble, pour renverser le systême des idées innées,

si

si ce système n'étoit pas aujourd'hui presqu'entièrement proscrit.

M. Musschenbroek, dans le second chapitre de ses *Essais de Physique*, dit & entreprend de prouver que le *fini* peut être égal à l'infini; c'est tout au-moins une mauvaise manière de s'énoncer; il falloit dire seulement, qu'un espace *fini en tout sens*, peut être égal à un espace *infini en un sens*. C'est une vérité que les géomètres prouvent dans une infinité de cas; témoin la *logarithmique* & une infinité d'autres courbes. *Voyez* LOGARITHMIQUE. M. Musschenbroeck, parmi les preuves de son assertion, apporte l'hyperbole, en quoi il se trompe, du-moins s'il veut parler de l'hyperbole ordinaire; car on prouve que l'espace renfermé entre l'hyperbole ordinaire & ses asymptotes, est non-seulement de longueur infinie, mais aussi infini en surface. *Voyez* ASYMPTOTE. (*O*).

FINITEUR, adj. (*cercle finiteur*) *en Astronomie*, est le nom qu'on donne à l'horizon. On l'appelle ainsi, parce qu'il *finit* & borne la vue ou l'aspect.

FIOLES, (*Hydr.*) Ce sont, en général, de petites bouteilles d'un verre très-mince. C'est ainsi qu'on nomme encore les trois tuyaux de verre que l'on met dans les tuyaux d'un niveau, & que l'on ajuste avec de la cire & du mastic, afin que l'eau colorée renfermée dans le gros tuyau horizontal, puisse monter dans les *fioles*, & découvrir la ligne de mire. (*K*)

FIRMAMENT. (*Astron.*) Nom que l'on donnoit autrefois au huitième ciel ou au ciel des étoiles fixes, dont on faisoit le premier mobile, ainsi appellé parce qu'on supposoit qu'il entraînoit tous les cieux des planètes, ou les cieux inférieurs. D'autres mettoient le premier mobile au-dessus du *firmament*.

Ce mot se prend aussi pour le ciel en général; on dit, par exemple, *les astres qui brillent au firmament*.

Dans plusieurs endroits de l'Ecriture, le mot *firmament* signifie la *moyenne région* de l'air. Plusieurs anciens ont cru, aussi-bien que les modernes, que le *firmament* est d'une matière fluide; mais il paroît que ceux qui lui ont donné le nom de *firmament*, le croyoient d'une matière solide. *Harris* & *Chambers*.

En effet, c'étoit un des axiomes de la philosophie ancienne, que les cieux devoient être solides; Aristote prétendoit que la solidité étoit une chose attachée à la noblesse de leur nature, & nécessaire pour leur conserver l'incorruptibilité, qu'on regardoit comme une de leurs propriétés essentielles. Cependant, comme il falloit que la lumière passât au travers, cela obligeoit à faire les cieux de crystal. Et voilà l'origine de tous les cieux de crystal de l'astronomie ancienne. *Voyez* CIEL. Toutes ces chimères sont aujourd'hui entièrement proscrites, & bien dignes de l'être; on ne donne plus le nom de *firmament* qu'à cette voûte céleste, & de couleur bleue, où les étoiles paroissent comme attachées. Toutes les étoiles étant à une prodigieuse distance de nous, nous les jugeons à la même distance, quoiqu'elles ne le soient pas. *Voyez* APPARENT; ainsi, nous les jugeons rangées sur une surface sphérique, abstraction faite de quelques causes particulières qui nous font juger cette surface applatie. A l'égard de la couleur bleue du *firmament*, cette couleur n'est autre chose que celle de l'atmosphere vue à une très-grande profondeur. Elle est la même que celle de l'eau de la mer. Apparemment l'air & l'eau ont la propriété de laisser passer à une grande profondeur les rayons bleus, en plus grande quantité que les autres. Pour déterminer la vraie figure apparente de la voûte azurée du firmament, il faudroit avoir résolu ces deux problèmes, dont on n'a jusqu'ici que des solutions très-bornées & très-incompletes, pour ne pas dire très-peu exactes & très-fautives. 1.° Un objet étant placé au-delà de l'atmosphere, & envoyant à nos yeux des rayons qui se brisent à travers l'atmosphère, trouver le lieu où l'on verra cet objet. 2.° Déterminer suivant quelle loi un objet placé à la même distance, nous paroît plus ou moins éloigné, à proportion qu'il est plus loin ou plus près de notre zénit. On peut voir les tentatives & les conjectures que nous ont données sur la solution de ce grand & beau problème, M. Smith, dans *son Optique* & après lui M. de Mairan, *dans les Mém. de l'acad. de 1740*.

Quelques théologiens appellent *firmament*, le ciel étoilé, pour le distinguer du ciel empyrée, qu'ils imaginent être au-dessus, & dont ils font la demeure des bienheureux. (*O*)

FIXE, adj. (*Astronom.*) On se sert de ce mot en Astronomie, pour distinguer les étoiles qui n'ont aucun mouvement propre, d'avec les planètes appellées étoiles errantes; les autres s'appellent *étoiles fixes*, ou simplement *fixes*, en prenant alors le mot *fixe* substantivement. *Voyez* ETOILE, PLANETE, &c. (*O*)

FIXITÉ, s. f. (*Astronom.*) Quelques auteurs ont employé ce mot, qui est commode, pour désigner la propriété qu'ont des étoiles fixes, de n'avoir aucun mouvement propre.

F L E

FLEAU, s. m. (*Méchan.*). On appelle *fléau*, dans une balance, la partie à laquelle on suspend les poids. *Voyez* BALANCE.

FLECHE, s. f. *sagitta*, (*Géomét.*) C'est ainsi que quelques auteurs appellent ce que l'on nomme autrement *sinus verse* d'un arc. Ce nom lui est venu de ce qu'elle ressemble à une *flèche* qui s'appuie sur la corde d'un arc.

x étant le sinus d'un arc; son cosinus sera $\sqrt{1-xx}$, en prenant 1 pour le sinus total; & la *flèche* ou sinus

verse sera $1 - \sqrt{1 - xx}$. *Voyez* SINUS.

La *flèche* d'un arc infiniment petit, est à l'arc comme l'arc est au diamètre. *Voyez* COURBURE.

Quelquefois on appelle *flèche*, en Géométrie, ce que l'on entend communément par *abscisse* (*Voyez* ABSCISSE); mais cette dénomination est peu en usage. (*O*)

FLECHE (*Astron.*) Constellation boréale située au-dessus de l'aigle & qui contient 18 étoiles suivant le catalogue de Flamsteed. Il y en a trois de quatrième grandeur. Elle est appellée dans les auteurs, *sagitta Herculea*, *telum*, *jaculum*, *canna*, *arundo*, *calamus*, *virga*, *missile*, *vectis*, *fossorium*, (instrument à percer,) *missor*; suivant d'autres, *dæmon* (esprit,) *temo meridianus* (javelot). Il y a des poëtes qui ont prétendu que c'étoit la *flèche* de l'amour, d'autres disent qu'on a voulu exprimer le symbole de la force, la *flèche* dont Hercule blessa Junon & Pluton, suivant le rapport d'Homère, ou celle qui servit à tuer le vautour qui dévoroit Prométhée.

L'ascension droite de la principale étoile, que les astronomes désignent par la lettre α, étoit en 1750, de $292^d\ 13'\ 58''$ & sa déclinaison $17^d\ 27'\ 30''$ boréale.

Cette constellation est différente de la *flèche* d'Antinoüs qui, avec l'arc forme une constellation dans Hévélius. (*D. L.*)

FLECHE *d'arbalête*. *Voyez* ARBALÊTE.

FLEUR-DE-LYS, (*Astron.*) *lilium*, constellation boréale introduite par les françois. Elle est située sur le bélier, au-dessous du triangle, composée de 7 étoiles, dont une de troisième grandeur; celle-ci avoit $1^s\ 14^o\ 2'$ de longitude en 1700, & $10^o\ 23'$ de latitude, suivant le catalogue & les planisphères publiés en 1679, par Augustin Royer, architecte du roi, & le P. Anthelme, chartreux. On y représente une mouche, *musca*, dans les cartes d'Hévélius 1690, dans le planisphère anglois de Senex, & dans la premiere planche de l'Atlas de Flamsteed. (*D. L.*)

FLEUVE, s. m. (*Hydr.*) *flumen*, se dit d'un amas considérable d'eau qui partant de quelque source, coule dans un lit vaste & profond, pour aller ordinairement se jetter dans la mer.

Si une eau courante n'est pas assez forte pour porter de petits bateaux, on l'appelle en latin *rivus*, en françois ordinairement *ruisseau*; si elle est assez forte pour porter bateau, on l'appelle *riviere*; en latin *amnis*; enfin si elle peut porter de grands bateaux, on l'appelle en latin *flumen*, en françois *fleuve*. La différence de ces dénominations n'est, comme l'on voit, que du plus au moins. Quelques auteurs prétendent que l'on ne doit donner le nom de *fleuves* qu'aux rivieres qui se déchargent immédiatement dans la mer; en effet, l'usage semble avoir assez généralement établi cette dénomination. D'autres, mais en plus petit nombre, prétendent qu'il n'y a de vrais *fleuves* que ceux qui ont le même nom depuis leur source jusqu'à leur embouchure.

Nous traiterons, dans cet article, de l'origine des *fleuves*, de leur direction, de leurs variations, de leur débordement, de leur cours, *&c.*

Origine des fleuves. Les ruisseaux ou petites rivières viennent quelquefois d'une grande quantité de pluies ou de neiges fondues, principalement dans les lieux remplis de montagnes, comme on en voit dans l'Afrique, les Indes, l'isle de Sumatra, *&c.* mais, en général, les *fleuves* & les rivières viennent de sources. L'origine des sources elles-mêmes vient aussi, soit des vapeurs qui retombent sur le sommet des montagnes, soit des eaux de pluie ou de neige fondue qui se filtrent à travers les entrailles de la terre, jusqu'à ce qu'elles trouvent une espèce de bassin où elles s'amassent.

M. Halley a fait voir, *num. 192 de Transact. Philosophiq.* que les vapeurs élevées de la surface de la mer, & transportées par le vent sur la terre, sont plus que suffisantes pour former toutes les rivières, & entretenir les eaux qui sont à la surface de la terre. On sait, en effet, par différentes expériences, qu'il tombe par an sur la surface de la terre, une couche d'eau, dont l'épaisseur moyenne est de 29 pouces, selon Musschenbroek; or cette évaporation est plus que suffisante pour produire la quantité d'eau que les *fleuves* portent à la mer. M. de Buffon, dans le *premier volume de son Histoire naturelle*, pag. 356, trouve par un calcul assez plausible, d'après Jean Keil, que dans l'espace de 812 ans toutes les rivières ensemble rempliroient l'Océan: d'où il conclut que la quantité d'eau qui s'évapore de la mer, & que les vents transportent sur la terre pour produire les ruisseaux & les *fleuves*, est d'environ les deux tiers d'une ligne par jour, ou 21 pouces par an, ce qui est encore au-dessous de 29 pouces dont un vient de parler, & confirme ce que nous avançons ici, que les vapeurs de la mer sont plus que suffisantes pour produire les *fleuves*.

Les *fleuves* sont formés par la réunion de plusieurs rivières, ou viennent de lacs. Parmi tous les grands *fleuves* connus, comme le Rhin, l'Elbe, *&c.* il n'y en a pas un qui vienne d'une seule & unique source. Le Volga, par exemple, est formé de 200 rivières, dont 32 à 33 considérables, qui s'y jettent avant qu'il aille se jetter lui-même dans la mer Caspienne: le Danube en reçoit à-peu-près aussi 200, dont 30 considérables, en ne comptant que ces dernieres. Le Don en reçoit cinq ou six, le Nieper 19 ou 20, la Duine 11 ou 12: & de même en Asie, le Hoanno reçoit 34 ou 35 rivieres; le Jenisca en reçoit plus de 60, l'Oby autant, le *fleuve* Amour environ 40; le Kian, ou le *fleuve* de Nanquin, en reçoit environ 30, le Gange plus de 20, l'Euphrate 10 ou 11, *&c.* En Afrique, le Sénégal reçoit plus de 20 rivières. Le Nil ne reçoit aucune rivière qu'à plus de 500 lieues de son embouchure; la derniere qui y tombe est le Moraba, & de cet endroit jusqu'à sa

source il reçoit environ 12 ou 13 rivieres. En Amérique, le *fleuve* des Amazones en reçoit plus de 60, & toutes fort considérables; le *fleuve* S. Laurent environ 40, en comptant celles qui tombent dans les lacs; le *fleuve* Missisipi plus de 40, le *fleuve* de la Plata plus de 50, *&c.*

Il y a sur la surface de la terre des contrées élevées, qui paroissent être des points de partage marqués par la nature pour la distribution des eaux. Les environs du mont Saint Gothard, sont un de ces points en Europe. Un autre point est le pays entre les provinces de Belozera & de Vologda en Moscovie, d'où descendent des *fleuves* dont les uns vont à la mer Blanche, d'autres à la mer Noire, & d'autres à la mer Caspienne; en Asie, le pays des Tartare-Mogols, d'où il coule des *fleuves* dont les uns vont se rendre dans la mer Tranquille, ou mer de la nouvelle Zemble; d'autres au golfe Linchidolin, d'autres à la mer de Corée, d'autres à celle de la Chine; & de même le petit Thibet, dont les eaux coulent vers la mer de la Chine, vers le golfe de Bengale, vers le golfe de Cambaye, & vers le lac Aral; en Amérique, la province de Quito, qui fournit des eaux à la mer du Sud, à la mer du Nord, & au golfe du Mexique. *Hist. nat. de* M. de Buffon, *tom. I*, & Varen. *Géogr.*

Direction des fleuves. On a remarqué que, généralement parlant, les plus grandes montagnes occupent le milieu des continens; & que, dans l'ancien continent, les plus grandes chaînes de montagnes sont dirigées d'occident en orient. On verra de même que les plus grands *fleuves* sont dirigés comme les plus grandes montagnes. On trouvera, qu'à commencer par l'Espagne, le Vigo, le Douro, le Tage & la Guadiana, vont d'orient en occident, & l'Ebre d'occident en orient; & qu'il n'y a pas une riviere remarquable qui aille du sud au nord, ou du nord au sud.

On verra aussi, en jettant les yeux sur la carte de la France, qu'il n'y a que le Rhône qui soit dirigé du nord au midi; & encore, dans près de la moitié de son cours, depuis les montagnes jusqu'à Lyon, est-il dirigé de l'orient vers l'occident: mais qu'au contraire tous les autres grands *fleuves*, comme la Loire, la Charente, la Garonne, & même la Seine, ont leur direction d'orient en occident.

On verra de même qu'en Allemagne il n'y a que le Rhin qui, comme le Rhône, a la plus grande partie de son cours du midi au nord; mais que les autres grands *fleuves*, comme le Danube, la Drave, & toutes les grandes rivieres qui tombent dans ces *fleuves*, vont d'occident en orient se rendre dans la mer Noire.

On trouvera aussi que l'Euphrate est dirigé d'occident en orient, & que presque tous les *fleuves* de la Chine vont de même d'occident en orient. Il en est ainsi de tous les *fleuves* de l'intérieur de l'Afrique au-delà de la Barbarie; ils coulent tous d'orient en occident, ou d'occident en orient: il n'y a que les rivieres de Barbarie & le Nil qui coulent du midi au nord. A la vérité, il y a de grands *fleuves* en Asie qui coulent en partie du nord au midi, comme le Don, le Volga, *&c.* mais en prenant la longueur entiere de leurs cours, on verra qu'ils ne se tournent du côté du midi, que pour se rendre dans la mer Noire & dans la mer Caspienne, qui sont des lacs dans l'intérieur des terres.

Dans l'Amérique, les principaux *fleuves* coulent de même d'orient en occident, ou d'occident en orient: les montagnes sont, au contraire, dirigées nord & sud dans ce continent long & étroit; mais, selon M. de Buffon, c'est proprement une suite de montagnes paralleles, disposées d'orient en occident. *Hist. nat. génér. & partic. tom. I, pag. 334 & suiv.*

Phénomenes & variations des fleuves. Les *fleuves* sont sujets à de grands changemens dans une même année, suivant les différentes saisons, & quelquefois dans un même jour. Ces changemens sont occasionnés pour l'ordinaire par les pluies & les neiges fondues. Par exemple, dans le Pérou & le Chili il y a des *fleuves* qui ne sont presque rien pendant la nuit, & qui ne coulent que de jour, parce qu'ils sont alors augmentés par la fonte des neiges qui couvrent les montagnes. De même le Volga grossit considérablement pendant les mois de mai & de juin, de sorte qu'il couvre alors entierement des sables qui sont à sec tout le reste de l'année. Le Nil, le Gange, l'Inde, *&c.* grossissent souvent jusqu'à déborder; & cela arrive tantôt dans l'hiver, à cause des pluies; tantôt en été, par la fonte des neiges.

Il y a des *fleuves* qui s'enfoncent brusquement sous terre au milieu de leur cours, & qui reparoissent ensuite dans d'autres lieux, comme si c'étoit de nouveaux *fleuves*: ainsi, quelques auteurs prétendent que le Niger vient du Nil par-dessous terre, parce que ce *fleuve* grossit en même-tems que le Nil, sans qu'on puisse trouver d'autre raison que la communication mutuelle de ces *fleuves*, pour expliquer pourquoi ils grossissent en même-tems. On remarque encore que le Niger, quand il vient au pied des montagnes de Nubie, s'enfonce & se cache sous ces montagnes, pour reparoître de l'autre côté vers l'occident. Le Tigre se perd de même sous le mont-Taurus.

Aristote & les poëtes anciens font mention de différens *fleuves*, à qui la même chose arrive. Parmi ces *fleuves*, le *fleuve* Alphée est principalement célebre. Les auteurs grecs prétendent que ce *fleuve*, après s'être enfoncé en terre & avoir disparu, continuoit à couler sous la terre & la mer, pour aller jusqu'en Sicile; que là il reparoissoit auprès de Syracuse, pour former la fontaine d'Aréthuse. La raison de cette opinion des anciens étoit que tous les cinq ans, pendant l'été, la fontaine d'Aréthuse étoit couverte de fumier, dans le temps même qu'on célébroit en Grece les jeux olympiques, &

qu'on jettoit dans l'Alphée le fumier des victimes.

Le Guadalquivir en Espagne, la rivière de Gottenburg en Suède, & le Rhin même, se perdent dans la terre. On assure que, dans la partie occidentale de l'isle de Saint-Domingue, il y a une montagne d'une hauteur considérable, au pied de laquelle sont plusieurs cavernes où les rivières & les ruisseaux se précipitent avec tant de bruit, qu'on les entend de sept ou huit lieues. Voyez Varenii, *Geograph. gener.* pag. 43.

Au reste, le nombre de ces *fleuves* qui se perdent dans le sein de la terre est fort petit, & il n'y a pas d'apparence que ces eaux descendent bien bas dans l'intérieur du globe; il est plus vraisemblable qu'elles se perdent, comme celles du Rhin, en se divisant dans les sables, ce qui est fort ordinaire aux petites rivières qui arrosent les terreins secs & sablonneux: on en a plusieurs exemples en Afrique, en Perse, en Arabie, *&c. Hist. Nat. ibid.*

Quelques *fleuves* se déchargent dans la mer par une seule embouchure, quelques autres par plusieurs à-la-fois. Le Danube se jette dans la mer Noire par sept embouchures; le Nil s'y jettoit autrefois par sept, dont il n'y en a plus aujourd'hui que deux qui soient navigables; & le Volga par 70 au-moins. La cause de cette quantité d'embouchures vient, selon Varénius, des bancs de sable qui sont en cet endroit, & qui s'augmentant peu-à-peu, forment des isles qui divisent le *fleuve* en différens bras. Les anciens nous assurent que le Nil n'avoit d'abord qu'une seule embouchure naturelle par laquelle il se déchargeoit dans la mer; & que ses six autres embouchures étoient artificielles.

Il y a dans l'ancien continent environ 430 *fleuves* qui tombent immédiatement dans l'Océan, ou dans la Méditerranée & la mer Noire; &, dans le nouveau continent, on ne connoît guère que 180 *fleuves* qui tombent immédiatement dans la mer. Au reste, on n'a compris dans ce nombre que des rivières grandes au moins comme l'est la Somme en Picardie.

Les *fleuves* sont plus larges à leur embouchure, comme tout le monde sait; mais ce qui est singulier, c'est que les sinuosités de leur cours augmentent à mesure qu'ils approchent de la mer. On prétend qu'en Amérique les sauvages jugent par ce moyen à quelle distance ils sont de la mer.

Sur le remous des *fleuves*, voyez REMOUS; sur leurs cataractes, voyez CATARACTE.

Varénius prétend, & tâche de prouver, que tous les lits des *fleuves*, si on en excepte ceux qui ont existé dès la création, sont artificiels, & creusés par les hommes. La raison qu'il en donne, est que quand une nouvelle source sort de la terre, l'eau qui en coule ne se fait point un lit, mais inonde les terres adjacentes; de sorte que les hommes, pour conserver leurs terres, ont vraisemblablement été obligés de creuser un lit aux *fleuves*. Cet auteur ajoute qu'il y a d'ailleurs un grand nombre de *fleuves* dont les lits ont été certainement creusés par les hommes, comme l'histoire ne permet pas d'en douter. A l'égard de la question, si les rivières qui se jettent dans d'autres y ont été portées par leur cours & leur mouvement naturel, ou ont été forcées de s'y jetter étant détournées dans des canaux creusés pour cela, Varénius croit ce dernier sentiment plus probable; il pense aussi la même chose des différens bras des *fleuves* & des contours par lesquels le Tanaïs, le Volga, *&c.* forment des isles.

Il examine ensuite pourquoi il n'y a point de *fleuves* dont l'eau soit salée, tandis qu'il y a tant de sources qui le sont. Cela vient, selon lui, de ce que les hommes n'ont point creusé de lit pour les eaux des sources salées, pouvant se procurer le sel à moins de frais & avec moins de peine.

Plusieurs *fleuves* ont leurs eaux imprégnées de particules métalliques, minérales, de corps gras & huileux, *&c.* Il y en a qui roulent du sable mêlé avec des grains d'or: de ce nombre sont 1.° un *fleuve* du Japon: 2.° un autre *fleuve* dans l'isle Lequeo, proche le Japon: 3.° une rivière d'Afrique appellée *Arroe*, qui sort du pied des montagnes de la Lune où il y a des mines d'or: 4.° un *fleuve* de Guinée, dont les négres séparent le sable d'avec l'or qu'il renferme, & le vendent ensuite aux européens qui vont en Guinée pour faire ce trafic: 5.° quelques rivières proche la ville de Mexique, dans lesquelles on trouve de grains d'or, principalement après la pluie; ce qui est général pour tous les autres *fleuves* qui roulent de l'or, car on n'y en trouve une quantité un peu considérable que dans les saisons pluvieuses: 6.° plusieurs rivières du Pérou, de Sumatra, de Cuba, de la Nouvelle-Espagne, & de Guiana. Enfin dans les pays voisins des Alpes, principalement dans le Tirol, il n'y a que quelques rivières des eaux desquelles on tire de l'or, quoique les grains d'or qu'elles roulent ne paroissent point aux yeux. Le Rhin, dans quelques endroits, porte, dit-on, un limon chargé d'or. En France, nous avons quelques rivières, comme l'Arriège, qui roulent des pailletes d'or. M. de Réaumur a donné à l'académie des sciences un mémoire sur ce sujet, en l'année 1721.

A l'égard des *fleuves* qui roulent des grains d'argent, de fer, de cuivre, de plomb, il y en a, sans doute, aussi un grand nombre de cette espèce, & les vertus médicinales des eaux minérales viennent, pour la plupart des parties métalliques que ces eaux renferment. Nous ne devons pas oublier de parler d'un *fleuve* d'Allemagne qu'on prétend avoir la propriété de changer le fer en cuivre. La vérité est pourtant que le fer n'est point réellement converti en un autre métal par les eaux de ce *fleuve*; mais que les particules de cuivre & de vitriol qu'elles contiennent, rongent le fer, en désunissent les parties au moyen du mouvement des

vaux, & reparoissent à la place des parties du fer qu'elles ont divisées.

Le mélange des différentes matières que contiennent les eaux des *fleuves*, est ce qui constitue leurs différentes qualités, leurs différentes pesanteurs spécifiques, leurs différentes couleurs.

Débordement périodique de certains fleuves. Il y a des *fleuves* qui grossissent tellement dans certaines saisons de l'année, qu'ils débordent & inondent les terres adjacentes. Parmi tous ces *fleuves*, le plus célèbre est le Nil, qui s'enfle si considérablement qu'il inonde toute l'Egypte, excepté les montagnes. L'inondation commence vers le 17 juin, & augmente pendant environ 40 jours, puis diminue pendant 40 autres; durant ce tems les villes d'Egypte, qui sont bâties sur des montagnes, paroissent comme autant d'isles.

C'est à ces inondations que l'Egypte doit sa fertilité; car il ne pleut point dans ce pays, ou au moins il n'y pleut que fort peu. Ainsi, chaque année est fertile ou stérile en Egypte, selon que l'inondation est plus grande ou moindre. La cause du debordement du Nil vient des pluies qui tombent en Ethiopie; elles commencent au mois d'avril, & ne finissent qu'en septembre; durant les trois premiers mois le ciel est serein pendant le jour, mais il pleut toute la nuit. Les pluies de l'Abyssynie contribuent aussi à ce débordement; mais le vent du nord en est la cause principale: 1.° parce qu'il chasse les nuages qui portent cette pluie du côté de l'Abyssinie: 2.° parce qu'il fait refouler les eaux du Nil à leur embouchure. Aussi, dès que ce vent tourne au sud, le Nil perd en un jour ce qu'il avoit acquis dans quatre.

Les autres *fleuves* qui ont des débordemens considérables dans certains tems marqués sont, 1.° Le Niger qui déborde dans le même tems que le Nil. Leon l'africain dit que ce débordement commence vers le 15 juin, qu'il augmente durant 40 jours, & qu'il diminue ensuite pendant 40 autres. 2.° Le Zaïre, *fleuve* du royaume de Congo, qui vient du même lac que le Nil, & qui, par conséquent, doit être sujet aux mêmes inondations. 3.° Le Rio de la Plata dans le Bresil, qui, selon la remarque de Maffée, déborde dans le même tems que le Nil. 4.° Le Gange, l'Indus; le dernier de ces *fleuves* déborde en juin, juillet, août; & les habitans du pays recueillent alors une grande quantité de ses eaux dans des étangs, pour s'en servir le reste de l'année. 5.° Différens *fleuves* qui sortent du lac de Chiamay dans la baie de Bengale, & qui débordent en septembre, octobre & novembre. Les inondations de tous ces *fleuves* fertilisent les terres qui en sont voisines. 6.° Le *fleuve* Macoa en Camboya; le *fleuve* Parana ou Paranaguasa, que quelques-uns prétendent être le même que le *fleuve* d'Argent: différens *fleuves* sur la côte de Coromandel dans l'Inde, qui débordent dans les mois pluvieux de l'année, parce qu'ils sont alors grossis par les eaux qui coulent du mont Gats: l'Euphrate, qui inonde la Mésopotamie certains jours de l'année: enfin le *fleuve* Sus en Numidie.

« Les plus grands *fleuves* de l'Europe sont le Volga, qui a environ 650 lieues de cours depuis Reschow jusqu'à Astracan sur la mer Caspienne; le Danube dont le cours est d'environ 450 lieues depuis les montagnes de Suisse jusqu'à la mer Noire; le Don, qui a 400 lieues de cours depuis la source du Sosna qu'il reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer Noire; le Nieper, dont le cours est d'environ 350 lieues, qui se jette aussi dans la mer Noire; la Duine, qui a environ 300 lieues de cours, & qui va se jetter dans la mer Blanche, *&c.*

» Les plus grands *fleuves* de l'Asie sont le Hohanno de la Chine, qui a 850 lieues de cours en prenant sa source à Raja-Ribron, & qui tombe dans la mer de la Chine, au midi du golfe de Changi, le Jenisca de la Tartarie, qui a 800 lieues environ d'étendue depuis le lac Selinga jusqu'à la mer Septentrionale de la Tartarie; le *fleuve* Oby, qui a environ 600 lieues depuis le lac Kila jusques dans la mer du nord, au-delà du détroit de Waigats; le *fleuve* Amour de la Tartarie orientale, qui a environ 575 lieues de cours, en comptant depuis la source du *fleuve* Kerlon qui s'y jette, jusqu'à la mer de Kamschatka, où il a son embouchure; le *fleuve* Menamcon, qui a son embouchure à Poulo-Condor, & qu'on peut mesurer depuis la source du Longmu qui s'y jette; le *fleuve* Kian, dont le cours est environ de 550 lieues en le mesurant depuis la source de la rivière Kinxa qui le reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer de la Chine; le Gange, qui a aussi environ 550 lieues de cours; l'Euphrate qui en a 500, en le prenant depuis la source de la rivière Irma qu'il reçoit; l'Indus, qui a environ 400 lieues de cours, & qui tombe dans la mer d'Arabie à la partie occidentale de Guzarat; le *fleuve* Sirderoias, qui a une étendue de 400 lieues environ, & qui se jette dans le lac Aral.

» Les plus grands *fleuves* de l'Afrique sont le Sénégal, qui a 1125 lieues environ de cours en y comprenant le Niger, qui n'en est en effet qu'une continuation, & en remontant le Niger jusqu'à la source du Gombarou qui se jette dans le Niger; le Nil, dont la longueur est de 970 lieues, & qui prend sa source dans la haute Ethiopie, où il fait plusieurs contours: il y a aussi le Zaïre & le Coanza, desquels on connoit environ 400 lieues, mais qui s'étendent bien plus loin dans les terres du Monoemugi; le Couama, dont on ne connoit aussi qu'environ 400 lieues, & qui vient de plus loin des terres de la Cafrerie; le Quilmanci, dont le cours entier est de 400 lieues, & qui prend sa source dans le royaume de Gingiro.

» Enfin les plus grands *fleuves* de l'Amérique, qui sont aussi les plus larges *fleuves* du monde, sont la rivière des Amazones, dont le cours est de plus de 1200 lieues, si l'on remonte jusqu'au lac qui est près de Guanuco, à 30 lieues de Lima,

où le Maragnon prend sa source ; & si l'on remonte jusqu'à la source de la riviere Napo, à quelque distance de Quito, le cours de la rivière des Amazones est de plus de mille lieues. *Voyez* le *Voyage* de M. de la Condamine, *pag. 15 & 16.*

» On pourroit dire que le cours du *fleuve* S. Laurent en Canada est de plus de 900 lieues depuis son embouchure en remontant le lac Ontario & le lac Erié, de-là au lac Huron, ensuite au lac Supérieur, de-là au lac Alemipigo, au lac Christinaux, & enfin au lac des Assiniboils : les eaux de tous ces lacs tombent les unes dans les autres, & enfin dans le *fleuve* S. Laurent.

» Le *fleuve* Mississipi a plus de 700 lieues d'étendue depuis son embouchure jusqu'à quelques-unes de ses sources, qui ne sont pas éloignées du lac des Assiniboils, dont nous venons de parler.

» Le *fleuve* de la Plata a plus de 800 lieues depuis son embouchure jusqu'à la source de la riviere Parna qu'il reçoit.

» Le *fleuve* Orénoque a plus de 575 lieues de cours, en comptant depuis la source de la riviere Caketa près de Pasto, qui se jette en partie dans l'Orénoque, & coule aussi en partie vers la riviere des Amazones. *Voyez* la *Carte* de M. de la Condamine.

» La riviere Madera qui se jette dans celles des Amazones, a plus de 660 ou 670 lieues. » *Histoire nat. tom. I, pag. 352 & suiv.*

Les *fleuves* les plus rapides de tous, sont le Tigre, l'Indus, le Danube, l'Yrtis en Sibérie, le Malmistra en Cilicie, &c. *Voyez* Varenii *geograph. pag. 178.* Mais, comme nous le dirons plus bas, la mesure de la vîtesse des eaux d'un *fleuve* dépend de deux causes; la premiere est la pente, & la seconde le poids & la quantité d'eau : en examinant sur le globe, quels sont les *fleuves* qui ont le plus de pente, on trouvera que le Danube en a beaucoup moins que le Pô, le Rhin & le Rhône, puisque tirant quelques-unes de ses sources des mêmes montagnes, le Danube a un cours beaucoup plus long qu'aucun de ces trois autres *fleuves*, & qu'il tombe dans la mer Noire, qui est plus élevée que la Méditerranée, & peut-être plus que l'Océan. *Ibid.*

Loix du mouvement des fleuves & rivieres en général. Les philosophes modernes ont tâché de déterminer par des loix précises le mouvement & le cours des *fleuves*; pour cela, ils ont appliqué la géométrie & la méchanique à cette recherche, de sorte que la théorie du mouvement des *fleuves* est une des branches de la physique moderne.

Les auteurs italiens se sont distingués dans cette partie, & c'est principalement à eux qu'on doit les progrès qu'on y a faits; entr'autres à Guglielmini, qui dans son traité *della natura de' fiumi*, a donné sur cette matiere un grand nombre de recherches & d'observations.

Les eaux des *fleuves*, selon la remarque de cet auteur, ont ordinairement leurs sources dans des montagnes ou endroits élevés; en descendant de-là elles acquierent une vîtesse ou accélération qui sert à entretenir leur courant : à mesure qu'elles font plus de chemin, leur vîtesse diminue, tant à cause du frottement continuel de l'eau contre le fond & les côtés du lit où elles coulent, que par rapport aux autres obstacles qu'elles rencontrent, & enfin parce qu'elles arrivent après un certain tems dans les plaines, où elles coulent avec moins de pente, & presque horizontalement.

Ainsi, le Reno, *fleuve* d'Italie, qui a été un de ceux que Guglielmini a le plus observé, n'a vers son embouchure qu'une pente très-petite.

Si la vîtesse que l'eau a acquise est entierement détruite par les différens obstacles, en sorte que son cours devienne horizontal, il n'y aura plus rien qui puisse produire la continuation de son mouvement, que la hauteur de l'eau ou la pression perpendiculaire qui lui est proportionnelle. Heureusement cette derniere cause devient plus forte à mesure que la vîtesse se ralentit par des obstacles; car plus l'eau perd de la vîtesse qu'elle a acquise, plus elle s'éleve & se hausse à proportion.

L'eau qui est à la surface d'une riviere, & qui est éloignée des bords, peut toujours couler par la seule & unique cause de sa déclivité, quelque petite qu'elle soit : car n'étant arrêtée par aucun obstacle, la plus petite différence dans le niveau suffit pour la faire mouvoir. Mais l'eau du fond qui rencontre des obstacles continuels, ne doit recevoir presque aucun mouvement d'une pente insensible, & ne pourra être mue qu'en vertu de la pression de l'eau qui est au-dessus.

La viscosité & la cohésion naturelle des parties de l'eau, & l'union qu'elles ont les unes avec les autres, fait que les parties inférieures, mues par la pression des supérieures, entraînent à leur tour celles-ci, qui autrement, dans un lit horizontal, n'auroient aucun mouvement, ou n'auroient qu'un mouvement presque nul, si le canal n'avoit que très-peu de pente. Ainsi, les parties inférieures, en ce cas, rendent aux supérieures une partie du mouvement qu'elles en reçoivent par la pression : de-là il arrive souvent que la plus grande vîtesse des eaux d'une riviere est au milieu de la profondeur de son lit, parce que les parties qui y sont, ont l'avantage d'être accélérées par la pression de la moitié de la hauteur, sans être retardées par le fond.

Pour savoir si l'eau d'une riviere, qui n'a presque point de pente, coule par le moyen de la vîtesse qu'elle a acquise dans sa descente, ou par la pression perpendiculaire de ses parties, il faut opposer au courant un obstacle qui lui soit perpendiculaire : si l'eau s'éleve & s'enfle au-dessus de l'obstacle, sa vîtesse vient de sa chûte; si elle ne fait que s'arrêter, sa vîtesse vient de la pression de ses parties.

Les *fleuves*, selon Guglielmini, se creusent

presque tous seuls leur lit. Si le fond a originairement beaucoup de pente, l'eau acquiert en conséquence une grande vitesse; elle doit par conséquent détruire les parties du fond les plus élevées, & les porter dans les endroits plus bas, & applanir ainsi peu-à-peu le fond en le rendant plus horizontal. Plus l'eau aura de vitesse, plus elle creusera son fond, & plus elle se fera par conséquent un lit profond.

Quand l'eau du *fleuve* a rendu son lit plus horizontal, elle commence alors à couler elle-même horizontalement, & par conséquent agit sur le fond de son lit avec moins de force, jusqu'à ce qu'à la fin sa force devienne égale à la résistance du fond. Alors le fond demeure dans un état permanent, au moins pendant un tems considérable, & ce tems est plus ou moins long selon la qualité du sol; car l'argile & la craie, par exemple, résistent plus long-tems que le sable & le limon.

D'un autre côté, l'eau ronge continuellement les bords de son lit, & cela avec plus ou moins de force selon qu'elle les frappe plus perpendiculairement. Par cet effort continuel, elle tend à rendre les bords de son lit parallèles au courant; & quand elle a produit cet effet autant qu'il est possible, elle cesse alors de changer la figure de ses bords. En même tems que son courant devient moins tortueux, son lit s'élargit, c'est-à-dire, que le *fleuve* perd de sa profondeur, & par conséquent de la force de sa pression: ce qui continue jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre la force de l'eau & la résistance des bords; pour lors le *fleuve* ni les bords ne changent plus. Il est évident par l'expérience, qu'il y a réellement un tel équilibre, puisque l'on trouve que la profondeur & la largeur des rivières ne passe point certaines bornes.

Le contraire de tout ce qu'on vient de dire peut aussi quelquefois arriver. Les *fleuves* dont les eaux sont épaisses & limoneuses, doivent déposer au fond de leur lit une partie des matières hétérogènes que ces eaux contiennent, & rendre par-là leur lit moins profond. Leurs bords peuvent aussi se rapprocher par la déposition continuelle de ces mêmes matières. Il peut même arriver que ces matières étant jettées loin du fil de l'eau, entre les bords & le courant, & n'ayant presque point de mouvement, forment peu-à-peu un nouveau rivage.

Or, ces effets contraires & opposés, semblent presque toujours concourir, & se combiner différemment ensemble, selon les circonstances, aussi est-il fort difficile de juger de ce qui en doit résulter. Il est cependant nécessaire de connoitre fort exactement de quelle manière ces effets se combinent, avant de faire aucun travail qui tende à produire quelque changement dans une rivière, sur-tout lorsqu'il s'agit d'en détourner le cours. Le Lamone qui se jette dans le Pô, ayant été détourné de son cours, pour le faire décharger dans la mer Adriatique, a été si fort dérangé par ce changement, & sa force si diminuée, que ses eaux, abandonnées à elles-mêmes, ont prodigieusement élevé leur lit par la déposition continuelle de leur limon; de manière que cette rivière est devenue beaucoup plus haute que n'est le Pô dans le tems de sa plus grande hauteur, & qu'il a fallu opposer au Lamone, des levées & des digues très-hautes pour en empêcher le débordement. *Voyez* DIGUE.

Un petit *fleuve* peut entrer dans un grand, sans en augmenter, au moins sensiblement, la largeur ni la profondeur. La raison de ce paradoxe est, que l'addition des eaux du petit *fleuve* peut ne produire d'autre effet, que de mettre en mouvement les parties qui étoient auparavant en repos proche des bords du grand, & rendre ainsi la vitesse du courant plus grande, à-peu-près, en même proportion que la quantité d'eau qui y passe. Ainsi, le bras du Pô qui passe à Venise, quoiqu'augmenté du bras de Ferrare & de celui du Panaro, ne reçoit point d'accroissement sensible dans aucune de ses dimensions. La même chose peut se conclure, proportion gardée, de toutes les augmentations que l'eau d'un *fleuve* peut recevoir, soit par l'eau d'une rivière qui s'y jette, soit de quelqu'autre manière.

Un *fleuve* qui se présente pour entrer dans un autre, soit perpendiculairement, soit même dans une direction opposée au courant de celui où il entre, est détourné peu-à-peu & par degrés de cette direction, & forcé de couler dans un lit nouveau & plus favorable par l'union de deux rivières.

L'union de deux rivières en une, doit les faire couler plus vite, par la raison, qu'au lieu du frottement de quatre rivages, il n'y a plus que le frottement de deux à surmonter, & que le courant étant plus éloigné des bords, coule avec plus de facilité; outre que la quantité d'eau étant plus grande & coulant avec plus de vitesse, doit creuser davantage le lit, & même le rendre si profond que les bords se rapprochent. De-là il arrive souvent que deux rivières étant unies, occupent moins d'espace sur la surface de la terre, & produisent par-là un avantage dans les terreins bas, par la déposition continuelle que ces terreins y font des parties bourbeuses & superflues qu'ils renferment; ils forment par ce moyen une espèce de digue à ces rivières, qui empêche les inondations.

Ces avantages sont si considérables, que Guglielmini croit que la nature les a eu en vue, en rendant la jonction & l'union des rivières si fréquente.

Tel est l'abrégé de la doctrine de Guglielmini, sur le mouvement des *fleuves*, dont M. de Fontenelle a fait l'extrait dans les *Mém. de l'Acad.* 1710.

Pour déterminer d'une manière plus précise les loix générales du mouvement des *fleuves*, nous observerons d'abord qu'un *fleuve* est dit demeurer dans le même état, ou dans un état permanent, quand il coule uniformément, de manière qu'il est toujours à la même hauteur dans le même endroit. Imaginons ensuite un plan qui coupe le *fleuve* perpendiculairement à son fond, & que nous appellerons *section du fleuve*. (*Voyez planches hyd. fig. 26.*)

Cela posé, quand un *fleuve* est terminé par des bords unis, parallèles l'un à l'autre & perpendiculaires à l'horizon, & que le fond est aussi une surface plane, horizontale ou inclinée, la section sera des angles droits avec ces trois plans, & sera un parallélogramme.

Or, lorsqu'un *fleuve* est dans un état permanent, la même quantité d'eau coule en même tems dans chaque section. Car l'état du courant ne seroit pas permanent, s'il ne repassoit pas toujours à chaque endroit autant d'eau qu'il vient de s'en écouler. Ce qui doit avoir lieu, quelle que soit l'irrégularité du lit, qui peut produire dans le mouvement du *fleuve* différens changemens à d'autres égards, par exemple, un plus grand frottement, à proportion de l'inégalité du lit.

Les irrégularités qui se rencontrent dans le mouvement d'une rivière, peuvent varier à l'infini; & il n'est pas possible de donner là-dessus des règles. Pour pouvoir déterminer la vitesse générale d'un *fleuve*, il faut mettre à part toutes les irrégularités, & n'avoir égard qu'au mouvement général du courant.

Supposons donc que l'eau coule dans un lit régulier, sans aucun frottement sensible, & que le lit soit terminé par des côtés plans, parallèles l'un à l'autre, & verticaux; enfin, que le fond soit aussi une surface plane & inclinée à l'horizon. Soit *AE* le lit dans lequel l'eau coule, venant d'un réservoir plus grand, & supposons que l'eau du réservoir soit toujours à la même hauteur, en sorte que le courant de la rivière soit dans un état permanent: l'eau descend de son lit comme sur un plan incliné, & s'y accélère continuellement; & comme la quantité d'eau qui passe par chaque section dans le même tems, doit être la même par tout, il s'ensuit que la hauteur de l'eau doit diminuer à mesure qu'elle s'éloigne du réservoir, & que sa surface doit prendre la figure *iqs*, terminée par une ligne courbe *iqs*, qui s'approche toujours de plus en plus de *CE*.

Pour déterminer la vitesse de l'eau dans les différens endroits de son lit, supposons que l'origine du lit, *ABCD*, soit fermée par un plan: si on fait un trou dans ce plan, l'eau jaillira plus ou moins loin du trou, selon que le trou sera plus ou moins distant de la surface de l'eau du réservoir *hi*; & la vitesse avec laquelle l'eau jaillira, sera égale à celle qu'acquéreroit un corps pesant en tombant de la surface de l'eau jusqu'au trou; ce qui vient de la pression de l'eau qui est au-dessus du trou: la même pression, & par conséquent la même force motrice subsiste quand l'obstacle *AC* est ôté, & chaque particule de l'eau coule dans le lit avec une vitesse égale à celle qu'elle auroit acquise en tombant de la surface de l'eau jusqu'à la profondeur où est cette particule. Chaque particule se meut donc comme sur un plan incliné, avec un mouvement accéléré, & de la même manière que si, tombant verticalement, elle avoit continué son mouvement à la même profondeur au-dessous de la surface de l'eau, à compter du réservoir de la rivière.

Donc, si on tire la ligne horizontale *iz*, les particules de l'eau auront en *r* la même vitesse qu'acquerroit un corps, qui tombant de la hauteur *IC*, parcouroit la ligne *Cr*; vitesse qui est égale à celle qu'acquerroit un corps en tombant le long de *tr*. Par conséquent on peut déterminer en quelqu'endroit que ce soit la vitesse du courant, en tirant de cet endroit une perpendiculaire au plan horizontal, que l'on conçoit passer par la surface de l'eau du réservoir de la rivière; la vitesse qu'un corps acquerroit, en tombant de la longueur de cette perpendiculaire, est égale à la vitesse de l'eau qu'on cherche, & cette vitesse est par conséquent d'autant plus grande, que la perpendiculaire est plus grande. D'un point quelconque, comme *r*, tirez *rs* perpendiculaire au fond du lit, cette ligne mesurera la hauteur ou la profondeur de la rivière. Puisque *rs* est inclinée à l'horizon, si des différens points de cette ligne on tire des perpendiculaires à *iz*, elles seront d'autant plus courtes qu'elles seront plus distantes de *r*, & la plus courte de toutes sera *su*; par conséquent les vitesses des parties de l'eau dans la ligne *rs*, sont d'autant moindres qu'elles sont plus proches de la surface de la rivière, & d'autant plus grandes qu'elles en sont plus éloignées.

Cependant la vitesse de ces parties approche de plus en plus de l'égalité, à mesure que la rivière fait plus de chemin: car les quarrés de ces vitesses sont comme *rt* à *su*; or la différence de ces lignes diminue continuellement à mesure que la rivière s'éloigne de son origine, parce que la profondeur *rs* diminue aussi continuellement à mesure que ces lignes augmentent. Donc, puisque la différence des quarrés des vitesses diminue continuellement, à plus forte raison la différence des vitesses doit diminuer aussi, puisqu'un quarré est toujours en plus grand rapport avec un quarré plus petit que les racines de ces quarrés ne le sont entr'elles.

Si l'inclinaison du fond est changée à l'origine de la rivière, que le fond, par exemple, devienne *yz*, & qu'une plus grande quantité d'eau coule dans le lit, le lit deviendra plus profond dans toute la longueur de la rivière, mais la vitesse de l'eau ne changera point. Car cette vitesse ne dépend point de la profondeur de l'eau dans la rivière, mais de la distance qu'il y a de la particule

ticule mue, au plan horizontal, qui passant par l'origine, est continué au-dessus de cette particule; & cette distance est mesurée par la perpendiculaire *rt* ou *su*: or ces lignes ne sont point changées par la quantité d'eau plus ou moins grande qui coule dans le lit, pourvu que l'eau demeure à la même hauteur dans le réservoir.

Supposons que la partie supérieure du lit soit fermée par quelque obstacle, comme *X*, qui descende un peu au-dessous de la surface de l'eau; comme l'eau n'a pas en cet endroit la liberté de couler à sa partie supérieure, elle doit s'y élever; mais la vitesse de l'eau au-dessous de la cataracte n'augmentera point; & l'eau qui vient continuellement, doit s'élever toujours de plus en plus, de manière qu'à la fin elle déborde, ou au-dessus de l'obstacle, ou au-dessus de ses bords. Si on élevoit les bords aussi-bien que l'obstacle, l'eau s'élèveroit à une hauteur au-dessus de *it*; jusqu'à ce que cela arrive, la vitesse de l'eau ne peut augmenter, mais quand une fois l'eau se sera élevée au-dessus de *ir*, la hauteur de l'eau dans le réservoir sera augmentée. Car comme on suppose que la rivière est dans un état permanent, il faut nécessairement qu'il entre continuellement autant de nouvelle eau dans le réservoir, qu'il s'en échappe pour couler dans le lit: si donc il coule moins d'eau dans le lit, la hauteur de l'eau doit augmenter dans le réservoir, jusqu'à ce que la vitesse de l'eau qui coule au-dessous de l'obstacle soit tellement augmentée, qu'il coule par-dessous l'obstacle autant d'eau qu'il en couloit auparavant dans le lit, lorsqu'il étoit libre.

Voilà la théorie de Guglielmini sur la vitesse des rivières, théorie purement mathématique, & que les circonstances physiques doivent altérer beaucoup. Avant que d'entrer là-dessus, dans quelque détail, je remarquerai 1.° que dans mes *Réflexions sur la cause générale des vents*, Paris, 1747, j'ai démontré, *pag.* 179, qu'un fluide qui, par une cause quelconque, se mouvroit horizontalement & uniformément entre deux bords verticaux, ne devroit pas toujours s'accélérer dans les endroits où son lit viendroit à se rétrécir; mais que suivant le rapport de sa profondeur avec l'espace qu'il parcourroit dans une seconde, il devroit tantôt s'abbaisser dans ces endroits, tantôt s'y élever; que dans ce dernier cas, il augmenteroit plus en hauteur en s'élevant, qu'il ne perdroit en largeur; & que par conséquent au lieu d'accélérer sa vitesse, il devroit au contraire la ralentir, puisque l'espace par lequel il devroit passer, seroit augmenté reellement au lieu d'être diminué.

Je remarquerai 2.° que dans mon *Essai de la résistance des fluides*, Paris, 1752, j'ai donné le premier une méthode générale pour déterminer mathématiquement la vitesse d'un *fleuve* en un endroit quelconque; méthode qui demande une analyse très-compliquée, quand on veut faire entrer dans le problème toutes ses circonstances, quoiqu'on fasse même abstraction du physique. *Voyez* l'ouvrage cité *art.* 156 & *suiv.*

Le mouvement des eaux dans le cours des *fleuves*, s'écarte considérablement de la théorie géométrique. 1.° Non-seulement la surface d'un *fleuve* n'est pas de niveau d'un bord à l'autre; mais même le milieu est souvent plus élevé que les deux bords; ce qui vient de la différence de vitesse entre l'eau du milieu du *fleuve*, & les bords. 2.° Lorsque les *fleuves* approchent de leur embouchure, l'eau du milieu est au contraire souvent plus basse que celle des bords, parce que l'eau des bords ayant moins de vitesse, est plus refoulée par la marée. *Voyez* FLUX. 3.° La vitesse des eaux ne suit pas à beaucoup près la proportion de la pente; un *fleuve* qui a plus de pente qu'un autre, coule plus vite dans une plus grande raison que celle de la pente: cela vient de ce que la vitesse d'un *fleuve* dépend encore plus de la quantité de l'eau & du poids des eaux supérieures, que de la pente. M. Kuhn, dans sa *Dissertation sur l'origine des fontaines*, s'est donc trompé en jugeant de la pente des *fleuves* par leur vitesse, & en croyant, par exemple sur ce principe, que la source du Danube est de deux milles d'Allemagne plus élevée que son embouchure, *&c.* 4.° Les ponts, les levées & les autres obstacles qu'on établit sur les rivières, ne diminuent pas considérablement la vitesse totale du cours de l'eau, parce que l'eau s'élève à la rencontre de l'avant-bec d'un pont, ce qui fait qu'elle agit davantage par son poids pour augmenter la vitesse du courant entre les piles. 5.° Le moyen le plus sûr de contenir un *fleuve*, est en général de retrécir son canal, parce que la vitesse par ce moyen est augmentée, & qu'il se creuse un lit plus profond; par la même raison, on peut diminuer ou arrêter quelquefois les inondations d'une rivière, non en y faisant des saignées, mais en y faisant entrer une autre rivière, parce que l'union des deux rivières les fait couler l'une & l'autre plus vite, comme on l'a dit ci-dessus. 6°. Lorsqu'une rivière grossit, la vitesse augmente jusqu'à ce que la rivière déborde: alors la vitesse diminue, sans doute parce que le lit est augmenté en plus grande portion que la quantité d'eau. C'est par cette raison que l'inondation diminue proche l'embouchure, parce que c'est l'endroit où les eaux ont le plus de vitesse.

De la mesure de la vitesse des fleuves. Les physiciens & les géomètres ont imaginé pour cela différens moyens. Guglielmini en propose un dans ses ouvrages, qui nous paroît trop composé & trop peu certain. *Voyez* son traité *della natura de' fiumi*, & son *aquarum fluentium mensura*. Parmi les autres moyens, un des plus simples est celui du pendule. On plonge un pendule dans l'eau courante, & on juge de la vitesse de l'eau par

la quantité à laquelle le poids s'élève, c'est-à-dire, par l'angle que le fil fait avec la verticale. Mais cette méthode paroît meilleure pour comparer ensemble les vitesses de deux *fleuves*, que pour avoir la vitesse absolue de chacun. Les tangentes des angles sont à la vérité entr'elles, comme les quarrés des vitesses, & cette règle est assez sûre: mais il n'est pas aussi facile de déterminer directement la vitesse du *fleuve* par l'angle du fil. *Voyez* l'Hydrodynamique de M. l'abbé Bossut, *Tome II, pag.* 243.

Un autre moyen est celui que M. Pitot a proposé dans les *Mémoires de l'Académie de* 1732. Il prend un tuyau recourbé, dont la partie supérieure est verticale, & l'inférieure horizontale. Il plonge cette dernière dans l'eau, en sorte que l'eau entre par la branche horizontale. Selon les loix de l'hydraulique, l'eau doit s'élever dans le tuyau vertical, à une hauteur égale à celle dont un corps pesant devroit tomber pour acquérir une vitesse égale à celle de l'eau. Mais on sent encore que ce moyen est assez fautif: 1.° l'eau sera retardée par l'angle que forme la partie horizontale avec la verticale: 2.° elle le sera encore le long du tuyau par le frottement; ainsi, elle s'élevera moins qu'elle ne devroit suivant la théorie; & il est très-difficile de fixer le rapport entre la hauteur à laquelle elle s'élève, & celle à laquelle elle doit s'élever, parce que la théorie des frottemens est très-peu connue.

Le moyen le plus simple & le plus sûr pour connoître la vitesse de l'eau, est de prendre un corps à-peu-près aussi pesant que l'eau, comme une boule de cire, de le jeter dans l'eau, & de juger la vitesse de l'eau par celle de cette boule; car la boule acquiert très-promptement & presque en un instant, une vitesse à-peu-près égale à celle de l'eau. C'est ainsi qu'après s'être épuisé en inventions sur des choses de pratique, on est forcé d'en revenir souvent à ce qui s'étoit présenté d'abord. (*O*)

FLEUVE *ou* RIVIÈRE, *fleuve d'Orion*, est le nom qu'on donne quelquefois à la constellation de l'*éridan*.

FLEXION, (*Astronom.*). Dans les instrumens qui sont grands & desquels on attend une grande précision, la flexion des barres est une chose importante à considérer: une barre de fer de 8 pieds de long, qui avoit 2 pouces 8 lignes de largeur par un bout, & 3 pouces 3 lignes par l'autre, avec 2 lignes ½ d'épaisseur, étant posée horizontalement de champ, c'est-à-dire, dans le sens où elle devoit se courber le moins, se courboit encore de trois quarts de ligne (M. Bouguer, *figure de la terre, pag.* 191). Si l'on augmente la longueur de la barre, la *flexion* croît comme la quatrième puissance de la longueur. Pour remédier le plus qu'il est possible à un inconvénient aussi considérable, dans les grands instrumens, il est nécessaire d'employer les barres les plus larges, d'assujétir l'objectif très-fortement avec le centre; & le micromètre avec le limbe, afin que la *flexion* de l'instrument soit exactement égale à celle de la lunette; il faut aussi éviter de mettre de l'huile dans les vis, ce qui peut produire avec le tems quelque jeu dans les assemblages: enfin il faut mouvoir ces instrumens avec précaution, pour empêcher qu'ils ne changent de forme par la *flexion*, (la Condamine, *pag.* 143 *& suiv.*) On peut la mesurer avec le *sphéromètre*, instrument de M. de la Roue, où l'on distingue à l'oreille $\frac{1}{4000}$ de ligne. (*D. L.*)

FLINT-GLASS, (*Optique.*) nom anglois qui signifie verre de cailloux, & que l'on conserve dans notre langue pour exprimer le crystal d'Angleterre, ou ce beau verre blanc dont on fait des gobelets & des caraffes. Il est devenu remarquable pour les astronomes, depuis que M. Dollond le père a découvert, en 1758, la propriété qu'il a de disperser beaucoup les rayons colorés, & de produire un spectre prismatique plus grand que le verre ordinaire, dans le rapport de 3 à 2; c'est le *minium*, ou la partie métallique employée dans la fabrication du *flint-glass*, qui lui donne cette propriété. On m'a assuré qu'il y en avoit un tiers du poids total; il est très-difficile d'avoir une matière bien fondue, exempte de bulles & de stries, & propre à faire de bons objectifs de lunettes. *Voyez* la pièce de M. Libaude, dans le tome VII, des *Mémoires présentés à l'Académie par des savans étrangers, année* 1773. *Voyez* ACHROMATIQUE. (*D. L.*)

FLOT, ou pleine mer, *voyez* FLUX.

FLU

FLUENTE, f. m. (*Géom. transc.*) M. Newton & les anglois appellent ainsi ce que M. Leibnitz appelle *intégrale*. *Voy.* INTÉGRALE & FLUXION.

FLUIDE, adj. pris subst. (*Hydrodyn.*), est un corps dont les parties cèdent à la moindre force, &, en lui cédant, sont aisément mues entre elles.

Il faut donc, pour constituer la fluidité, que les parties se séparent les unes des autres, & cèdent à une impression si petite, qu'elle soit insensible à nos sens; c'est ce que font l'eau, l'huile, le vin, l'air, le mercure. La résistance des parties des *fluides* dépend de nos sens; c'est pourquoi, si nous avions le tact un million de fois plus fin qu'il n'est, pour découvrir cette résistance, il n'y a pas de doute que nous ne dussions la sentir dans plusieurs cas où nous ne pouvons à présent la remarquer, & par conséquent nous ne pourrions plus prendre pour *fluides* un assez grand nombre de corps que nous regardons aujourd'hui comme tels. De plus, pour qu'un corps soit *fluide*, il faut que chaque parcelle soit si petite, qu'elle échape à nos sens, car tant qu'on peut toucher,

sentir ou voir les parties d'un corps séparément, on ne doit pas regarder ce corps comme *fluide*. La farine, par exemple, est composée de petites parties déliées qui peuvent aisément être séparées les unes des autres par une impression qui n'est nullement sensible; cependant tout homme qui aura une boîte remplie de farine, ne dira jamais qu'il a une boîte pleine de *fluide*, parce qu'aussitôt qu'il y enfonce le doigt, & qu'il commence à frotter la farine entre deux doigts, il sent à l'instant les parties dont elle est composée: mais, dès que cette farine devient infiniment plus fine, comme cela arrive à l'égard du chyle dans nos intestins, elle se change alors en *fluide*.

La cause de la fluidité paroît consister en ce que les parties des *fluides* ont bien moins d'adhérence entr'elles, que n'en ont celles des corps durs ou solides, & que leur mouvement n'est point empêché par l'inégalité de la surface des parties, comme dans un tas de poussiere, de sable, &c. car les particules dont les *fluides* sont composés, sont d'ailleurs de la même nature, & ont les mêmes propriétés que les particules des solides: cela s'apperçoit évidemment, quand on convertit les solides en *fluides* & les *fluides* en solides; par exemple, lorsqu'on change de l'eau en glace, & qu'on met des métaux en fusion, &c. En effet, on ne peut raisonnablement révoquer en doute que les parties élémentaires de tous les corps ne soient de la même nature; savoir, des corpuscules durs, solides, impénétrables, mobiles.

Si les parties d'un corps peuvent glisser aisément les unes sur les autres, ou être facilement agitées par la chaleur; ces parties, quoiqu'elles ne soient pas dans un mouvement actuel, pourront cependant constituer un corps *fluide*. Au reste, les particules d'un pareil corps ont quelque adhérence entr'elles, comme il paroît évident par le mercure bien purgé d'air qui se soutient dans le barometre à la hauteur de 60 ou 70 pouces; par l'eau qui s'éleve dans les tuyaux capillaires, quoiqu'ils soient dans le vuide; & par les gouttes des liqueurs, qui prennent dans le vuide une figure sphérique, comme s'il y avoit entre leurs parties quelque cohésion réciproque, semblable à celle de deux marbres plans & polis. De plus, si les *fluides* sont composés de parties qui puissent facilement s'embarrasser les unes dans les autres, comme l'huile, ou qu'elles soient susceptibles de s'unir ensemble par le froid, comme l'eau & d'autres *fluides*, ils se changent aisément en des corps solides; mais si leurs particules sont telles qu'elles ne puissent jamais s'embarrasser les unes dans les autres, comme sont celles de l'air, ni s'unir par le froid, comme celles de mercure, alors elles ne se fixeront jamais en un corps solide.

On peut considérer dans les *fluides* quatre choses; 1.° leur nature ou ce qui constitue la fluidité, c'est l'objet de l'*article* FLUIDITÉ, qui appartient au Dictionnaire de Physique; 2.° les loix de leur équilibre; 3.° celles de leur mouvement; 4.° celles de leur résistance. Nous allons entrer dans le détail de ces trois derniers objets. Nous donnerons d'abord les principes généraux, tels à-peu-près qu'on les trouve dans les auteurs d'hydraulique; & nous ferons ensuite quelques réflexions sur ces principes.

La théorie de l'équilibre & du mouvement des *fluides* est en général l'objet de l'Hydrodynamique. La pression & la pesanteur des corps plongés dans les *fluides* & l'action des *fluides* sur le corps qui y sont plongés, sont le sujet de l'hydrostatique. *V.* HYDROSTATIQUE.

Les loix hydrostatiques des *fluides* sont, I. que les parties supérieures de tous les *fluides*, comme l'eau, &c. pèsent sur les inférieures, ou, comme parlent quelques philosophes, que les *fluides* pèsent en eux-mêmes ou sur eux-mêmes.

On a soutenu dans les écoles un principe tout-à-fait contraire à celui-ci; mais la vérité de cette pression est à présent démontrée par mille expériences. Il suffira d'en rapporter une bien simple. Une bouteille vuide, bien bouchée, étant plongée dans l'eau, & suspendue au bas d'une balance, qu'on mette des poids dans l'autre plat de la balance, jusqu'à ce qu'elle soit en équilibre; qu'on débouche ensuite la bouteille, & qu'on la remplisse d'eau, elle l'emportera, & fera baisser l'extrémité de la balance où elle est attachée.

Il suit de cette pesanteur que les surfaces des *fluides* qui sont en repos, sont planes & paralleles à l'horizon, ou plutôt que ce sont des segmens de sphère qui ont le même centre que la terre. Car, comme on suppose que les parties des *fluides* cèdent à la moindre force, elles seront mues par leur pesanteur, jusqu'à ce qu'aucune d'elles ne puisse plus descendre, & quand elles seront parvenues à cet état, le *fluide* demeurera en repos, à moins qu'il ne soit mis en mouvement par quelque cause extérieure: or il faut, pour établir ce repos, que la surface du *fluide* se dispose comme nous venons de le dire. En effet, lorsqu'un corps *fluide* est disposé de manière que tous les points de sa surface forment un segment de sphère concentrique à la terre, chaque particule est pressée perpendiculairement à la surface, & n'ayant pas plus de tendance à couler vers un côté que vers un autre, elle doit rester en repos.

II. Si un corps est plongé dans un *fluide* en tout ou en partie, sa surface inférieure sera pressée de bas en haut par l'eau qui sera au-dessous.

On se convaincra de cette pression des *fluides* sur la surface inférieure des corps qui y sont plongés, en examinant pourquoi les corps spécifiquement plus légers que les *fluides*, s'élèvent à leur surface: cela vient évidemment de ce qu'il y a une plus forte pression sur la surface inférieure du corps que sa surface supérieure, c'est-à-dire, de ce que le corps est poussé en en-haut avec plus de force qu'il ne l'est en en-bas par sa pesanteur: en effet, le corps qui tend à s'élever à la surface,

est continuellement pressé par deux colonnes de *fluide*; savoir, par une qui agit sur sa partie supérieure, & par une seconde qui agit sur sa partie inférieure. La longueur de ces deux colonnes devant être prise depuis la surface supérieure du *fluide*, celle qui presse la surface inférieure du corps sera plus longue de toute l'épaisseur du corps, & par conséquent le corps sera poussé en en-haut par le *fluide* avec une force égale au poids de la quantité de *fluide* qui seroit contenue dans l'espace que le corps occupe. Donc, si le *fluide* est plus pesant que le corps, cette dernière force, qui tend à pousser le corps en en-haut, l'emportera sur la force de la pesanteur du corps qui tend à le faire descendre, & le corps montera.

Par-là on rend raison pourquoi de très-petits corpuscules, soit qu'ils soient plus pesans ou plus légers que le *fluide* dans lequel ils sont mêlés, s'y soutiendront pendant fort long-tems, sans qu'ils s'élèvent à la surface du *fluide*, ni sans qu'ils se précipitent au fond. C'est que la différence qui se trouve entre ces deux colonnes est insensible, & que la force, qui tend à faire monter le corpuscule, n'est pas assez grande pour surmonter la résistance que font les parties du *fluide* à leur division.

III. La pression des parties supérieures, qui se fait sur celles qui sont au-dessous, s'exerce également de tous côtés, & suivant toutes les directions imaginables, latéralement, horizontalement, obliquement & perpendiculairement. C'est une vérité d'expérience bien établie par M. Pascal, dans son *Traité de l'équilibre des liqueurs*. Voy. *la suite de cet article*, où cette loi sera développée: nous ne pouvons la prouver qu'après en avoir déduit les conséquences; car ce sont ces conséquences qu'on démontre par l'expérience, & qui assurent de la vérité du principe.

Toutes les parties des *fluides* étant ainsi également pressées de tous côtés, il s'ensuit, 1.° qu'elles doivent être en repos, & non pas dans un mouvement continuel, comme quelques philosophes l'ont supposé: 2.° qu'un corps étant plongé dans un *fluide* en est pressé latéralement, & que cette pression est en raison de la distance de la surface du *fluide* au corps plongé: cette pression latérale s'exerce toujours suivant une ligne perpendiculaire à la surface du *fluide*; ainsi, elle est toujours la même à la même hauteur du *fluide*, soit que la colonne du *fluide* soit oblique ou non à la surface du corps.

IV. Dans les tubes qui communiquent ensemble, quelle que soit leur grandeur, soit qu'elle soit égale ou inégale, & quelle que soit leur forme, soit qu'elle soit droite, angulaire ou recourbée, un même *fluide* s'y élévera à la même hauteur, & réciproquement.

V. Si un *fluide* s'élève à la même hauteur dans deux tyaux qui communiquent ensemble, le *fluide* qui est dans un des tuyaux, est en équilibre avec le *fluide* qui est dans l'autre.

Car, 1.° si les tuyaux sont de même diamètre, & que les colonnes des *fluides* aient la même base & la même hauteur, elles seront égales; conséquemment leurs pesanteurs seront aussi égales, & ainsi elles agiront l'une sur l'autre avec des forces égales: 2.° si les tuyaux sont inégaux en base & en diamètre, supposons que la base de GI (*Pl. d'hydrodyn. fig.* 27) soit quadruple de la base de HK, & que le *fluide* descende dans le plus large tuyau de la hauteur d'un pouce, comme de L en O: il s'élevera donc de quatre pouces dans l'autre tuyau, comme de M en N. Donc la vitesse du *fluide* qui se meut dans le tuyau HK, est à celle du *fluide* qui se meut dans le tuyau GI, comme la base du tuyau GI est à la base du tuyau HK. Mais puisqu'on suppose que la hauteur des *fluides* est la même dans les deux tuyaux, la quantité de *fluide* qui est dans le tuyau GI, sera à celle qui est dans le tuyau HK, comme la base du tuyau GI est à la base du tuyau HK: conséquemment les quantités de mouvement de part & d'autre sont égales, puisque les vitesses sont en raison inverse des masses. Donc il y aura équilibre. Cette démonstration est assez semblable à celle que plusieurs auteurs ont donnée de l'équilibre dans le levier. Sur quoi voyez LEVIER, & *la suite de cet article*.

On démontre aisément la même vérité sur deux tubes, dont l'un est incliné, l'autre perpendiculaire. Il suit encore de-là que si des tubes se communiquent, le *fluide* pesera davantage dans celui où il sera plus élevé.

VI. Dans les tubes qui communiquent, des *fluides* de différentes pesanteurs spécifiques seront en équilibre, si leurs hauteurs sont en raison inverse de leurs pesanteurs spécifiques.

Nous tirons de-là un moyen de déterminer la gravité spécifique des *fluides*; savoir, en mettant un *fluide* dans un des tuyaux qui se communiquent comme (AB, *fig.* 28), & un autre *fluide* dans l'autre tuyau CD, & en mesurant les hauteurs BG, HD, auxquels les *fluides* s'arrêteront quand ils se feront mis en équilibre; car la pesanteur spécifique du *fluide* contenu dans le tuyau AB, est à la pesanteur spécifique du *fluide* du tuyau DC, comme DH est à BG. (Si on craint que les *fluides* ne se mêlent, on peut remplir la partie horizontale du tuyau BD avec du mercure, pour empêcher le mélange des liqueurs.)

Puisque les densités des *fluides* sont comme leurs pesanteurs spécifiques, leurs densités seront aussi comme les hauteurs des *fluides* DH & BG. Ainsi, nous pouvons encore tirer de-là une méthode pour déterminer les densités des *fluides*. *Voy.* DENSITÉ, dans le Diction. de *Physique*.

VII. Les fonds & les côtés des vaisseaux sont pressés de la même manière, & par la même loi

que les *fluides* qu'ils contiennent. C'est une suite de la première & de la seconde loi ci-dessus.

VIII. Dans les vaisseaux cylindriques, situés verticalement, & qui ont des bases égales, la pression des *fluides* sur les fonds est en raison de leurs hauteurs; car, puisque les vaisseaux sont verticaux, il est évident que l'action ou la tendance des *fluides*, en vertu de leur pesanteur, se fera suivant des lignes perpendiculaires aux fonds: les fonds seront donc pressés en raison des pesanteurs des *fluides*; mais les pesanteurs sont comme les volumes, & les volumes sont ici comme les hauteurs. Donc les pressions sur les fonds seront en raison des hauteurs. Remarquez qu'il est ici question d'un même *fluide*, ou de deux *fluides* semblables & de même nature.

IX. Dans des vaisseaux cylindriques, situés verticalement, & qui ont des bases inégales, la pression sur les fonds est en raison composée des bases & des hauteurs; car il paroît, par la démonstration précédente, que les fonds sont pressés, dans cette hypothèse, en raison des pesanteurs; or les pesanteurs des *fluides* sont comme leurs masses, & leurs masses sont ici en raison composée des bases & des hauteurs; par conséquent, *&c.*

X. Si un vaisseau incliné *A B C D*, (*fig.* 29) a même base & même hauteur qu'un vase vertical *B E F G*, les fonds de ces deux vases seront également pressés.

Car, dans le vaisseau incliné *A B C D*, chaque partie du fond *CD* est pressée perpendiculairement, par la seconde loi ci-dessus, avec une force égale à celle d'une colonne verticale de *fluide*, dont la hauteur seroit égale à la distance qui est entre le fond *CD*, & la surface *A B* du *fluide*: or la pression du fond *E F* est évidemment la même.

XI. Les *fluides* pressent selon leur hauteur verticale, & non pas selon leur volume. Par exemple, si un vase a une figure conique, ou va en diminuant vers le haut, c'est-à-dire, s'il n'est pas large en haut comme en bas, cela n'empêche pas que le fond ne soit pressé de la même manière que si le vase étoit parfaitement cylindrique, en conservant la même base inférieure: c'est une suite de tout ce qui a été dit ci-dessus.

En général, la pression qu'éprouve le fond d'un vaisseau, quelle que soit sa figure, est toujours égale au poids d'une colonne du *fluide*, dont la base est le fond du vaisseau, & dont la hauteur est la distance verticale de la surface supérieure de l'eau au fond de ce même vase.

Donc, si l'on a deux tubes ou deux vases de même base & de même hauteur, tous deux remplis d'eau, mais dont l'un aille tellement en diminuant vers le haut, qu'il ne contienne que vingt onces d'eau, au lieu que l'autre s'élargissant vers le haut contienne deux cens onces, les fonds de ces deux vases seront également pressés par l'eau, c'est-à-dire, que chacun d'eux éprouvera une pression égale au poids de l'eau renfermée dans un cylindre de même base que ces deux bases, & de même hauteur.

M. Pascal est le premier qui a découvert ce paradoxe hydrostatique; il mérite bien que nous nous arrêtions à l'éclaircir: une multitude d'expériences le mettent hors de toute contestation. On peut même en rendre raison par les principes de méchanique.

Supposons, par exemple, que le fond d'un vase *C D*, (*fig.* 30) soit plus petit que son extrémité supérieure *A B*; comme le *fluide* presse le fond *C D*, que nous supposons horizontal, dans une direction perpendiculaire *E C*, il n'y a que la partie cylindrique intérieure *E C D F*, qui puisse presser sur le fond, les côtés de ce vase soutenant la pression de tout le reste.

La proposition paroît plus difficile à démontrer, lorsque le vase va en se retrécissant de bas en haut; mais on peut appliquer ici le raisonnement qu'on a fait pour le cas précédent, en imaginant que la réaction des côtés du vase se fait maintenant de haut en bas, au lieu que, dans le cas précédent, elle se faisoit de bas en haut. Voici la preuve de cette même proposition, par l'expérience.

Préparez un vase de métal *A C D B* (*fig.* 31), fait de manière que le fond *CD* puisse être mobile, & que, pour cette raison, il soit retenu dans la cavité du vaisseau, moyennant une bordure de cuir humide, afin de pouvoir glisser, sans laisser passer une seule goutte d'eau. Par un trou fait au haut du vase *AB*, appliquez successivement différens tubes d'égales hauteurs, mais de différens diamètres. Enfin, attachant une corde au bras d'une balance, & fixant l'autre extrémité de la corde au fond mobile, par un petit anneau *K*, mettez des poids dans l'autre bassin, jusqu'à ce qu'il y en ait assez pour élever le fond *C D*: vous trouverez alors non-seulement qu'il faut toujours le même poids, de quelque grandeur ou diamètre que soit le tube, mais encore que le poids qui élevera le fond lorsque ce fond est pressé par un *fluide* contenu dans un très-petit tube, l'élevera aussi quand il sera pressé par le *fluide* qui seroit contenu dans tout le cylindre *A C D B*. Par la même raison, si un vase *A B C D* (*fig.* 32), de figure quelconque, est plein de liqueur jusqu'en *G H*, par exemple, le fond *CD* sera pressé par la liqueur, comme si le vase étoit cylindrique: mais ce qui est bien à remarquer, il ne faudra, pour soutenir le vase, qu'une force égale au poids de la liqueur; car la partie *F f* est pressée perpendiculairement à *HD* suivant *FO*, avec une force proportionelle à la distance de *G H* à *EF*, & cet effort tend à pousser le point *F* suivant *FV*, avec une force représentée par $FI \times MP$: Or le point *K* est pressé en en-bas avec une force $= FI \times MN$: donc le fond *C D* étant supposé tenir au vase, ou ne former qu'un seul & même corps solide avec le vase, n'est poussé au point

K que par une force $= FI \times MN - FI \times MP = FI \times PN$. Il ne faut donc, pour soutenir le vase, qu'une force égale au poids du *fluide*.

XII. Un corps *fluide* pesant, lequel, placé vers la surface de l'eau, se précipiteroit en en-bas avec une grande vîtesse, étant placé néanmoins à une profondeur considérable, ne tombera point au fond.

Ainsi, plongez l'extrémité inférieure d'un tube de verre dans un vase de mercure, à la profondeur d'un demi-pouce; & bouchant alors l'extrémité inférieure avec votre doigt, vous conserverez, par ce moyen, environ un demi-pouce de mercure suspendu dans le tube : enfin, tenant toujours le doigt dans cette même disposition, plongez le tube dans un long vase de verre plein d'eau, jusqu'à ce que la petite colonne de mercure soit enfoncée dans l'eau à une profondeur treize ou quatorze fois plus grande que la longueur de cette même colonne : en ce cas, si vous ôtez le doigt, vous verrez que le mercure se tiendra suspendu dans le haut du tube, par l'action de l'eau qui presse en en-haut; mais, si vous élevez le tube, le mercure s'écoulera. Au reste, cette expérience est délicate, & demande de la dextérité pour être bien faite.

La pression des *fluides*, selon plusieurs physiciens, nous donne la solution du phénomène de deux marbres polis, qui s'attachent fortement ensemble lorsqu'on les applique l'un à l'autre. L'atmosphère, selon ces physiciens, presse ou gravite avec tout son poids sur la surface inférieure & sur les côtés du marbre inférieur : mais elle ne sauroit exercer aucune pression sur la surface supérieure de ce même marbre, qui est très-intimement contiguë au marbre supérieur, auquel elle est suspendue.

Sur l'ascension des *fluides* dans les vaisseaux capillaires, *&c. v.* Tuyaux Capillaires. *Voy.* aussi *au mot* Hydrostatique, d'autres observations sur l'équilibre des *fluides*.

Passons aux loix du mouvement des *fluides* : après quoi nous considérerons sous un même point de vue ces loix & celles de leur équilibre. Nous donnerons d'abord les loix du mouvement des *fluides*, sans en apporter presqu'aucune raison, & telles que l'expérience les a fait découvrir.

Le mouvement des *fluides*, & particuliérement de l'eau, fait la matière de l'hydraulique. *Voyez* Hydraulique.

Loix hydrauliques des fluides. 1.° La vîtesse d'un *fluide*, tel que l'eau, mis en mouvement par l'action d'un *fluide* qui pèse dessus, est égale à des profondeurs égales, & inégale à des profondeurs inégales.

2.° La vîtesse d'un *fluide* qui vient de l'action d'un autre *fluide* qui pèse dessus, est la même, à une certaine profondeur, que celle qui seroit acquise par un corps, en tombant d'une hauteur égale à cette profondeur, ainsi que les expériences le démontrent.

3.° Si deux tubes de diamètres égaux sont placés de quelque manière que ce soit, droits ou inclinés, pourvu qu'ils soient de même hauteur, ils jetteront, en tems égaux, des quantités égales de *fluide*.

Il est évident que des tubes égaux en tout, se vuideroient également, placés dans les mêmes circonstances; & il a été démontré que le fond d'un tube vertical est pressé avec la même force que celui d'un tube incliné, quand les hauteurs de ces tubes sont égales : d'où il est aisé de conclure qu'ils doivent fournir des quantités d'eau égales.

4.° Si deux tubes de hauteurs égales, mais d'ouvertures inégales, sont constamment entretenus pleins d'eau, les quantités d'eau qu'ils fourniront dans le même tems, seront comme les ouvertures de ces tubes : il n'importe que les tubes soient droits ou inclinés.

Par conséquent, si les ouvertures sont circulaires, les quantités d'eau vuidées en même tems sont en raison doublée des diamètres.

Mariotte observe que cette loi n'est pas parfaitement conforme à l'expérience. On doit attribuer en partie cette irrégularité au frottement que l'eau éprouve contre la surface intérieure des tubes; frottement qui doit nécessairement altérer l'effet naturel de la pesanteur.

5.° Si les ouvertures *E*, *F* de deux tubes *A B*, *C D* (*fig.* 33 & 34), sont égales, les quantités d'eau, qui s'écouleront dans le même tems, seront comme les vîtesses de l'eau.

6.° Si deux tubes ont des ouvertures égales *E*, *F*, & des hauteurs inégales *Ab*, *Cd*, la quantité d'eau qui s'écoulera du plus grand *A B*, sera à celle qui sortira de *C D* dans le même tems, en raison sous-doublée des hauteurs *A b*, *C d*.

De-là il s'ensuit : 1.° que les hauteurs *Ab*, *Cd*, des eaux au-dessus des ouvertures égales *E*, *F*, seront en raison doublée des eaux qui s'écoulent dans le même tems : & puisque les quantités d'eau font, en ce cas, comme les vîtesses, les vîtesses sont aussi en raison sous-doublée de leurs hauteurs.

2.° Que le rapport des eaux qui s'écoulent par les deux tubes *A B*, *C D*, étant donné, de même que la hauteur de l'eau dans l'un des deux, on pourra aisément trouver la hauteur de l'eau dans l'autre, en cherchant une quatrième proportionnelle aux trois quantités données; & en multipliant par elle-même cette quatrième proportionnelle, l'on a la hauteur cherchée.

3.° Que le rapport des hauteurs de deux tubes d'ouvertures égales, étant donné, de même que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux, on peut aisément déterminer la quantité d'eau qui s'écoulera de l'autre dans le même tems : car, cherchant une quatrième proportionnelle aux hauteurs données & au quarré de la quantité d'eau écoulée par une des ouvertures, la racine quarrée de cette

quatrième proportionnelle sera la quantité d'eau que l'on demande.

Supposons, par exemple, que les hauteurs des tubes soient entr'elles comme 9 est à 25, & que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux soit de trois pouces, celle qui s'écoulera par l'autre sera $= \sqrt{(9 . 25 : 9)} = \sqrt{25} = 5$ pouces.

7.° Si les hauteurs de deux tubes *A B*, *C D*, sont inégales, & les ouvertures *E*, *F*, aussi inégales, les quantités d'eau écoulées dans le même tems seront en raison composée du rapport des ouvertures, & du rapport sous-doublé des hauteurs.

8.° Il suit de-là que, s'il y a égalité entre les quantités d'eau écoulées dans le même tems par deux tubes, les ouvertures seront réciproquement comme les racines des hauteurs, & par conséquent les hauteurs en raison réciproque des quarrés des ouvertures.

9.° Si les hauteurs de deux tubes, de même que leurs ouvertures, sont inégales, les vitesses des eaux écoulées sont en raison sous-doublée de leurs hauteurs : d'où il s'ensuit que les vitesses des eaux qui sortent par des ouvertures égales, quand les hauteurs sont inégales, sont aussi en raison sous-doublée des hauteurs ; &, comme ce rapport est égal, si les hauteurs sont égales, il s'ensuit, en général, que les vitesses des eaux qui sortent des tubes, sont en raison sous-doublée des hauteurs.

10.° Les hauteurs & les ouvertures de deux cylindres remplis d'eau étant les mêmes, il s'écoulera dans le même tems une fois plus d'eau par l'un que par l'autre, si l'on entretient le premier toujours plein d'eau, tandis que l'autre se vuide.

Car la vitesse de l'eau dans le vase toujours plein, sera uniforme, & celle de l'autre sera continuellement retardée : on peut voir, *n.° 2 ci-dessus*, quelle sera la loi de la vitesse de chacun. La vitesse uniforme de l'eau, dans le premier vase, sera égale à celle qu'un corps pesant auroit acquise en tombant d'une hauteur égale à celle du *fluide*, & la vitesse variable de l'autre suivra une loi analogue. Les deux *fluides* sont donc dans le cas de deux corps, dont l'un se meut uniformément avec une certaine vitesse ; & l'autre se meut de bas en haut, en commençant par cette même vitesse. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Or il est démontré, *voyez le même article & l'article* DESCENTE, que le premier de ces corps deux corps parcourt un espace double de l'autre, dans le même tems ; donc, *&c.*

11.° Si deux tubes ont des hauteurs & des ouvertures égales, les tems qu'ils emploieront à se vuider seront dans le rapport de leurs bases.

12.° Des vases cylindriques & prismatiques, comme *A B*, *C D* (*fig. 35*), se vuident en suivant cette loi, que les quantités d'eau écoulées en tems égaux, décroissent selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* dans un ordre renversé.

Car la vitesse de la surface *F G*, qui descend, décroit continuellement en raison sous-doublée des hauteurs décroissantes : mais la vitesse d'un corps pesant qui tombe, croît en raison sous-doublée des hauteurs croissantes : ainsi, le mouvement de la surface *F G*, lorsqu'elle descend de *G* en *D* avec un mouvement retardé, est la même que si elle étoit venue de *B* en *D*, avec un mouvement accéléré en sens contraire : or, dans ce dernier cas, les espaces parcourus en tems égaux croitront selon la progression des nombres impairs. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Par conséquent, les hauteurs de la surface *F G*, en tems égaux, décroissent selon la même progression, prise dans un ordre renversé.

On peut démontrer, par ce principe, beaucoup d'autres loix particulières du mouvement des *fluides*, que nous omettons ici pour n'être pas trop longs.

Pour diviser un vase cylindrique en portions qui seront vuidées dans l'espace de certaines divisions de tems, *voyez* CLEPSYDRE.

13.° Si l'eau qui tombe par un tube *HE* (*fig. 36*), rejaillit à l'ouverture *G*, dont la direction est verticale, elle s'élevera à la même hauteur *G I*, à laquelle se tient le niveau de l'eau dans le vaisseau *A B C D*.

Car l'eau est chassée de bas en haut par l'ouverture, avec une vitesse égale à celle d'un corps qui tomberoit d'une hauteur égale à celle du *fluide* : or ce corps s'éleveroit à la même hauteur en remontant (*V.* ACCÉLÉRÉ) : donc, *&c.*

A la vérité on pourroit objecter qu'il paroît, par les expériences, que l'eau ne s'élève pas tout-à-fait aussi haut que le point *I* ; mais cette objection n'empêche point que le théorême ne soit vrai : elle fait voir seulement qu'il y a certains obstacles extérieurs qui diminuent l'élévation ; tels sont la résistance de l'air, & le frottement de l'eau au dedans du tube.

14.° L'eau qui descend par un tube incliné ou par un tube courbé, d'une manière quelconque, jaillira par une ouverture quelconque à la hauteur où se tient le niveau d'eau dans le vase : c'est une suite de la loi précédente, & de celle des corps pesans mus sur des plans inclinés. *Voyez* PLAN INCLINÉ.

15.° Les longueurs ou les distances *D E* & *D F*, *I H* & *I G* (*fig. 37*) à laquelle l'eau jaillira par une ouverture, soit inclinée, soit horizontale, sont en raison sous-doublée des hauteurs prises dans le vase ou dans le tube *A B*, *A C*.

Car puisque l'eau qui a jailli par l'ouverture *D*, tend à se mouvoir dans la ligne horizontale *D F*, & que dans le même-tems, en vertu de la pesanteur, elle tend en-bas une ligne perpendiculaire à l'horizon (une de ces puissances ne pouvant pas détruire l'autre, d'autant que leurs directions ne sont pas contraires,) il s'ensuit que l'eau en tombant arrivera à la ligne *I G*, dans le même-tems qu'elle

y feroit arrivée, quand il n'y auroit eu aucune impulsion horizontale : maintenant les lignes droites *IH* & *IG* font les espaces que la même eau auroit parcourus dans le même tems par l'impulsion horizontale; mais les espaces *IH*, *IG*, font comme les vitesses, puisque le mouvement horizontal est uniforme; & les vitesses font en raison sous-doublée des hauteurs *AB*, *AC* : c'est pourquoi les longueurs ou les distances auxquelles l'eau jaillira par des ouvertures horizontales ou inclinées, font en raison sous-doublée des hauteurs *AB*, *AC*.

Puisque tout corps jetté horizontalement ou obliquement dans un milieu qui ne résiste point, décrit une parabole, il est clair que l'eau qui sort par un jet vertical & incliné, décrira une parabole. *Voyez* PROJECTILE.

L'on construit différentes machines hydrauliques, pour l'élévation des *fluides*, comme les pompes, les syphons, les fontaines, les jets, *&c.* on peut en voir la description *aux articles* POMPE, SYPHON, FONTAINE, VIS D'ARCHIMÈDE.

Quant aux loix du mouvement des *fluides* par leur propre pesanteur le long des canaux ouverts, *&c*, *voyez* FLEUVE, *&c.* Pour les loix de la pression ou du mouvement de l'air considéré comme un *fluide*, *voyez* AIR & VENT.

Reflexions sur l'équilibre & le mouvement des fluides. Si on connoissoit parfaitement la figure & la disposition mutuelle des particules qui composent les *fluides*, il ne faudroit point d'autres principes que ceux de la méchanique ordinaire, pour déterminer les loix de leur équilibre & de leur mouvement : car c'est toujours un problème déterminé, que de trouver l'action mutuelle de plusieurs corps qui sont unis entr'eux, & dont on connoît la figure & l'arrangement respectif. Mais comme nous ignorons la forme & la disposition des particules *fluides*, la détermination des loix de leur équilibre & de leur mouvement est un problème, qui, envisagé comme purement géométrique, ne contient pas assez de données, & pour la solution duquel on est obligé d'avoir recours à de nouveaux principes.

Nous jugerons aisément du plan que nous devons suivre dans cette recherche, si nous nous appliquons à connoître d'abord quelle différence il doit y avoir entre les principes généraux du mouvement des *fluides*, & les principes dont dépendent les loix de la méchanique des corps ordinaires. Ces derniers principes, comme on peut le démontrer, (*Voyez* MÉCHANIQUE & DYNAMIQUE,) doivent se réduire à trois; savoir, la force d'inertie, le mouvement composé, & l'équilibre de deux masses égales animées en sens contraire de deux vitesses virtuelles égales. Nous avons donc ici deux choses à examiner : en premier lieu, si ces trois principes sont les mêmes pour les *fluides* que pour les solides; en second lieu, s'ils suffisent à la théorie que nous entreprenons de donner.

Les particules des *fluides* étant des corps, il n'est pas douteux que le principe de la force d'inertie, & celui du mouvement composé, ne conviennent à chacune de ces parties : il en seroit de même du principe de l'équilibre, si on pouvoit comparer séparément les particules *fluides* entr'elles: mais nous ne pouvons comparer ensemble que des masses, dont l'action mutuelle dépend de l'action combinée de différentes parties qui nous sont inconnues; l'expérience seule peut donc nous instruire sur les loix fondamentales de l'Hydrostatique.

L'équilibre des *fluides* animés par une force de direction & de quantité constante, comme la pesanteur, est celui qui se présente d'abord, & qui est en effet le plus facile à examiner. Si on verse une liqueur homogène dans un tuyau composé de deux branches cylindriques égales & verticales, unies ensemble par une branche cylindrique horizontale, la première chose qu'on observe, c'est que la liqueur ne sauroit y être en équilibre, sans être à la même hauteur dans les deux branches. Il est facile de conclure de-là, que le *fluide* contenu dans la branche horizontale est pressé en sens contraire par l'action des colonnes verticales. L'expérience apprend de plus, que si une des branches verticales, & même, si l'on veut, une partie de la branche horizontale est anéantie, il faut, pour retenir le *fluide*, la même force qui feroit nécessaire pour soutenir un tuyau cylindrique égal à l'une des branches verticales, & rempli de *fluide* à la même hauteur; & qu'en général, quelle que soit l'inclinaison de la branche qui joint les deux branches verticales, le *fluide* est également pressé dans le sens de cette branche & dans le sens vertical. Il n'en faut pas davantage pour nous convaincre que les parties des *fluides* pesans sont pressées & pressent également en tout sens. Cette propriété étant une fois découverte, on peut aisément reconnoître qu'elle n'est pas bornée aux *fluides* dont les parties sont animées par une force constante & de direction donnée, mais qu'elle appartient toujours aux *fluides*, quelles que soient les forces qui agissent sur leurs différentes parties; il suffit, pour s'en assurer, d'enfermer une liqueur dans un vase de figure quelconque, & de la presser avec un piston : car si l'on fait une ouverture en quelque point que ce soit de ce vase, il faudra appliquer en cet endroit une pression égale à celle du piston, pour retenir la liqueur; observation qui prouve incontestablement que la pression des particules se répand également en tout sens, quelle que soit la puissance qui tend à les mouvoir.

Cette propriété générale, constatée par une expérience aussi simple, est le fondement de tout ce qu'on peut démontrer sur l'équilibre des *fluides*. Néanmoins, quoiqu'elle soit connue & mise en usage depuis fort long-tems, il est assez surprenant que les

les loix principales de l'Hydrostatique en aient été si obscurément déduites.

Parmi une foule d'auteurs, dont la plupart n'ont fait que copier ceux qui les avoient précédés, à peine en trouve-t-on qui expliquent avec quelque clarté, pourquoi deux liqueurs sont en équilibre dans un syphon; pourquoi l'eau contenue dans un vase qui va en s'élargissant de haut en bas, presse le fond de ce vase avec autant de force que si elle étoit contenue dans un vase cylindrique de même base & de même hauteur, quoiqu'en soutenant un tel vase, on ne porte que le poids du liquide qui y est contenu; pourquoi un corps d'une pesanteur égale à celle d'un pareil volume de *fluide*, s'y soutient en quelqu'endroit qu'on le place, *&c.* On ne viendra jamais à bout de démontrer exactement ces propositions, que par un calcul net & précis de toutes les forces qui concourent à la production de l'effet qu'on veut examiner, & par la détermination exacte de la force qui en résulte. C'est ce que j'ai tâché de faire dans mon *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, Paris 1744, d'une manière qui ne laissât dans l'esprit aucune obscurité, en employant pour unique principe la pression égale en tout sens.

J'en ai déduit jusqu'à la propriété si connue des *fluides*, de se disposer de manière que leur surface soit de niveau, propriété qui jusqu'alors n'avoit peut-être pas été rigoureusement prouvée.

Un auteur moderne a prétendu prouver l'égalité de pression des *fluides* en tous sens, par la figure sphérique & la disposition qu'il leur suppose. Il prend trois boules dont les centres soient disposés en un triangle équilatéral de base horizontale, & il fait voir aisément que la boule supérieure presse avec la même force en en-bas qu'elle presse latéralement sur les deux boules voisines. On sent combien cette démonstration est insuffisante. 1.° Elle suppose que les particules du *fluide* sont sphériques, ce qui peut-être probable, mais n'est pas démontré. 2.° Elle suppose que les deux boules d'en-bas soient disposées de manière que leurs centres soient dans une ligne horizontale. 3.° Elle ne démontre l'égalité de pression avec la pression verticale que pour les deux directions qui font un angle de 60 degrés avec la verticale; & nullement pour les autres.

Les principes généraux de l'équilibre des *fluides* étant connus, il s'agit à présent d'examiner l'usage que nous en devons faire, pour trouver les loix de leur mouvement dans les vases qui les contiennent.

La méthode générale dont il est parlé, *article* DYNAMIQUE, pour déterminer le mouvement d'un système de corps qui agissent les uns sur les autres, est de regarder la vîtesse avec laquelle chaque corps tend à se mouvoir, comme composée de deux autres vîtesses, dont l'une est détruite, & l'autre ne nuit point au mouvement des corps adjacens. Pour appliquer cette méthode à la question dont il s'agit ici, nous devons examiner d'abord quels doivent être les mouvemens des particules du *fluide*, pour que ces particules ne se nuisent point les unes aux autres. Or l'expérience, de concert avec la théorie, nous fait connoître que quand un *fluide* s'écoule d'un vase, sa surface supérieure demeure toujours sensiblement horizontale: d'où l'on peut conclure que la vîtesse de tous les points d'une même tranche horizontale, estimée suivant le sens vertical, est la même dans tous ses points, & que cette vîtesse, qui est à proprement parler la vîtesse d'une tranche, doit être en raison inverse de la largeur de cette même tranche, pour qu'elle ne nuise point aux mouvemens des autres. Par ce principe combiné avec le principe général, on réduit fort aisément aux loix d'Hidrostatique ordinaire les problèmes qui ont pour objet le mouvement des *fluides*, comme on réduit les questions de Dynamique aux loix de l'équilibre des corps solides.

Il paroît inutile de démontrer ici fort au long le peu de solidité d'un principe employé autrefois par presque tous les auteurs d'Hydraulique, & dont plusieurs se servent encore aujourdhui pour déterminer le mouvement d'un *fluide* qui sort d'un vase. Selon ces auteurs, le *fluide*, qui s'échappe à chaque instant, est pressé par le poids de toute la colonne de *fluide* dont il est la base. Cette proposition est évidemment fausse, lorsque le *fluide* coule dans un tuyau cylindrique entièrement ouvert, & sans aucun fond. Car la liqueur y descend alors comme feroit une masse solide & pesante, sans que les parties qui se meuvent toutes avec une égale vîtesse, exercent les unes sur les autres aucune action. Si le *fluide* sort d'un tuyau par une ouverture faite au fond, alors la partie qui s'échappe à chaque instant, peut à la vérité souffrir quelque pression par l'action oblique & latérale de la colonne qui appuie sur le fond; mais comment prouvera-t-on que cette pression est égale précisément au poids de la colonne de *fluide* qui auroit l'ouverture du fond pour base?

Nous ne nous arrêterons point à faire voir ici dans un grand détail, avec quelle facilité on déduit de nos principes la solution de plusieurs problèmes fort difficiles, qui ont rapport à la matière dont il s'agit, comme la pression des *fluides* contre les vaisseaux dans lesquels ils coulent, le mouvement d'un *fluide* qui s'échappe d'un vase mobile & entraîné par un poids, *&c.* Ces différens problèmes qui n'avoient été résolus jusqu'à nous que d'une manière indirecte, ou pour quelques cas particuliers seulement, sont des corollaires fort simples de la méthode dont nous venons de parler. En effet, pour déterminer la pression mutuelle des particules du *fluide*, il suffit d'observer que si les tranches se pressent les unes les autres, c'est parce que la figure & la forme du vase les empêche de conserver le mouvement qu'elles auroient, si chacune d'elles étoit isolée. Il faut donc, par notre principe, regarder ce mouvement comme com-

posé de celui qu'elles ont réellement, & d'un autre qui est détruit. Or c'est en vertu de ce dernier mouvement détruit, qu'elles se pressent mutuellement avec une force qui réagit contre les parois du vase. La quantité de cette force est donc facile à déterminer par les loix de l'Hydrostatique, & ne peut manquer d'être connue dès qu'on a trouvé la vitesse du *fluide* à chaque instant. Il n'y a pas plus de difficulté à déterminer le mouvement des *fluides* dans des vases mobiles.

Mais un des plus grands avantages qu'on tire de cette théorie, c'est de pouvoir démontrer que la fameuse loi de méchanique, appellée la *conservation des forces vives*, a lieu dans le mouvement des *fluides*, comme dans celui des corps solides.

Ce principe, reconnu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & que j'expliquerai ailleurs au long (*voyez* FORCES VIVES) est celui dont M. Daniel Bernoulli a déduit les loix du mouvement des *fluides* dans son *Hydrodynamique*. Dès l'année 1727, le même auteur avoit donné un essai de sa nouvelle théorie, c'est le sujet d'un très-beau mémoire imprimé dans le *tom. II de l'Académie de Pétersbourg*. M. Daniel Bernoulli n'apporte dans ce mémoire d'autre preuve de la conservation des forces vives dans les *fluides*, sinon qu'on doit regarder un *fluide* comme un amas de petits corpuscules élastiques qui se pressent les uns les autres, & que la conservation des forces vives a lieu, de l'aveu de tout le monde, dans le choc d'un système de corps de cette espèce. Il me semble qu'une pareille preuve ne doit pas être regardée comme d'une grande force : aussi l'auteur ne paroît-il ne l'avoir donnée que comme une induction, & ne l'a même rapellée en aucune manière dans son grand ouvrage sur les *fluides*, qui n'a vu le jour que plusieurs années après. Il paroît donc qu'il étoit nécessaire de prouver d'une manière plus claire & plus exacte le principe dont il s'agit, appliqué aux *fluides*. Mais c'est ce qu'on ne peut faire sans calcul ; & sur quoi nous renvoyons à notre ouvrage : *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*.

Les principes dont je me suis servi pour déterminer le mouvement des *fluides* non élastiques, s'appliquent avec une extrème facilité aux loix du mouvement des *fluides* élastiques.

Le mouvement d'un *fluide* élastique diffère de celui d'un *fluide* ordinaire, principalement par la loi des vitesses de ses différentes couches. Ainsi, par exemple, lorsqu'un *fluide* non élastique coule dans un tuyau cylindrique, comme il ne change point de volume, ses différentes tranches ont toutes la même vitesse. Il n'en est pas de même d'un *fluide* élastique. Car il ne se dilate que d'un côté, les tranches inférieures se meuvent plus vîtes que les supérieures, à-peu-près comme il arrive à un ressort attaché à un point fixe, & dont les parties parcourent, en se dilatant, moins d'espace qu'elles sont plus proches de ce point. Telle est la différence principale qu'il doit y avoir dans la théorie du mouvement des *fluides* élastiques & de ceux qui ne le sont pas. La méthode pour trouver les loix de leur mouvement, & les principes qu'on emploie pour cela, sont d'ailleurs entièrement semblables.

C'est aussi en suivant cette même méthode, que l'on peut examiner le mouvement des *fluides* dans des tuyaux flexibles.

Je suis au reste bien éloigné de penser que la théorie que l'on peut établir sur le mouvement des *fluides* dans ces sortes de tuyaux, puisse nous conduire à la connoissance de la méchanique du corps humain, de la vitesse du sang, de son action sur les vaisseaux dans lequel il circule, *&c.* Il faudroit, pour réussir dans une telle recherche, savoir exactement jusqu'à quel point les vaisseaux peuvent se dilater, connoître parfaitement leur figure, leur élasticité plus ou moins grande, leurs différentes anastomoses ; le nombre, la force & la disposition de leurs valvules, le degré de chaleur & de ténacité du sang, les forces motrices qui le poussent, *&c.* Encore quand chacune de ces choses seroit parfaitement connue, la grande multitude d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vraissemblablement à des calculs impraticables. C'est en effet ici un des cas les plus composés d'un problème dont le cas le plus simple est fort difficile à résoudre. Lorsque les effets de la nature sont trop compliqués & trop peu connus pour pouvoir être soumis à nos calculs, l'expérience, comme nous l'avons déjà dit, est le seul guide qui nous reste : nous ne pouvons nous appuyer que sur des inductions déduites d'un grand nombre de faits. Voilà le plan que nous devons suivre dans l'examen d'une machine aussi composée que le corps humain. Il n'appartient qu'à des physiciens oisifs de s'imaginer qu'à force d'algèbre & d'hypothèses, ils viendront à bout d'en dévoiler les ressorts, & de réduire en calcul l'art de guérir les hommes.

Ces réflexions sont tirées de la Préface de l'ouvrage déjà cité, *sur l'équilibre & le mouvement des fluides* ; afin de ne point rendre cet article trop long, nous renvoyons, pour les réflexions que cette matière peut fournir encore, *aux mots* HYDROSTATIQUE, HYDRAULIQUE, HYDRODYNAMIQUE, à *l'article* FIGURE DE LA TERRE, à l'ouvrage de M. Clairaut, sur ce même objet, & à l'ouvrage que nous avons donné en 1752, qui a pour titre : *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. On trouvera, dans le *chap. ij* de cet ouvrage, & sur-tout dans l'*appendice* à la fin du livre, des réflexions que je crois neuves & importantes sur les loix de l'équilibre des *fluides*, considéré sur-tout par rapport à la figure de la terre ; on trouvera aussi dans les *chap. ix* & *x* de ce même, des recherches sur le mouvement des *fluides* dans des vases, & sur celui des fleuves.

Après avoir donné une idée de la méthode pour trouver les loix du mouvement des *fluides*, il ne nous reste plus qu'à examiner leur action sur les corps solides qui y sont plongés, & qui s'y meuvent.

Quoique la physique des anciens ne fût, ni aussi déraisonnable, ni aussi bornée que le pensent ou que le disent quelques philosophes modernes, il paroît cependant qu'ils n'étoient pas fort versés dans les sciences qu'on appelle *physico-mathématiques*, & qui consistent dans l'application du calcul aux phénomènes de la nature. La question de la résistance des *fluides* est une de celles qu'ils paroissent avoir le moins étudiées sous ce point de vue. Je dis *sous ce point de vue*; car la connoissance de la résistance des *fluides* étant d'une nécessité absolue pour la construction des navires qu'ils avoient peut-être poussée aussi loin que nous, il est difficile de croire que cette connoissance leur ait manqué jusqu'à un certain point: l'expérience leur avoit sans doute fourni des règles pour déterminer le choc & la pression des eaux; mais ces règles, d'usage seulement & de pratique, &, pour ainsi dire, de pure tradition, ne sont point parvenues jusqu'à nous.

A l'égard de la théorie de cette résistance, il n'est pas surprenant qu'ils l'aient ignorée. On doit même, s'il est permis de parler ainsi, leur tenir compte de leur ignorance, de n'avoir point voulu atteindre à ce qu'il leur étoit impossible de savoir, & de n'avoir point cherché à faire croire qu'ils y étoient parvenus. C'est à la plus subtile Géométrie, qu'il est permis de tenter cette théorie; & la Géométrie des anciens, d'ailleurs très-profonde & très-savante, ne pouvoit aller jusques-là. Il est vraisemblable qu'ils l'avoient sentie; car leur méthode de philosopher étoit plus sage que nous ne l'imaginons communément. Les géomètres modernes ont su se procurer à cet égard plus de secours, non parce qu'ils ont été supérieurs aux anciens, mais parce qu'ils sont venus depuis. L'invention des calculs différentiel & intégral nous a mis en état de suivre, en quelque manière, le mouvement des corps jusques dans leurs élémens ou dernières particules. C'est avec le secours seul de ces calculs, qu'il est permis de pénétrer dans les *fluides*, & de découvrir le jeu de leurs parties, l'action qu'exercent les uns sur les autres ces atomes innombrables dont un *fluide* est composé, & qui paroissent tout-à-la-fois unis & divisés, dépendans & indépendans les uns des autres. Aussi le méchanisme intérieur des *fluides*, si peu analogue à celui des corps solides que nous touchons, & sujet à des loix toutes différentes, devroit être pour les philosophes un objet particulier d'admiration, si l'étude de la nature, des phénomènes les plus simples, des élémens même de la matière, ne les avoit accoutumés à ne s'étonner de rien, ou plutôt à s'étonner également de tout. Aussi peu éclairés que le peuple sur la nature des objets qu'ils considèrent, ils n'ont & ne peuvent avoir d'avantage que dans la combinaison qu'ils font du peu de principes qui leur sont connus, & les conséquences qu'ils en tirent; & c'est dans cette espèce d'analyse que les Mathématiques leur sont utiles. Cependant avec ce secours même, la recherche de la résistance des *fluides* est encore si difficile, que les efforts des plus grands hommes se sont terminés jusqu'ici à nous en donner une légère ébauche.

Après avoir réfléchi long-tems sur une matière si importante, avec toute l'attention dont je suis capable, il m'a paru que le peu de progrès qu'on a fait jusqu'à présent dans cette question, vient de ce qu'on n'a pas encore saisi les vrais principes d'après lesquels il faut la résoudre: j'ai cru devoir m'appliquer à chercher ces principes, & la manière d'y appliquer le calcul, s'il est possible; car il ne faut point confondre ces deux objets, & les géomètres modernes semblent n'avoir pas été assez attentifs sur ce point. C'est souvent le desir de pouvoir faire usage du calcul qui les détermine dans le choix des principes; au lieu qu'ils devroient examiner d'abord les principes en eux-mêmes, sans penser d'avance à les plier de force au calcul. La Géométrie, qui ne doit qu'obéir à la Physique quand elle se réunit avec elle, lui commande quelquefois; s'il arrive que la question qu'on veut examiner soit trop compliquée pour que tous les élémens puissent entrer dans la comparaison analytique qu'on veut en faire, on sépare les plus incommodes, on leur en substitue d'autres moins gênans, mais aussi moins réels; & on est étonné d'arriver, après un travail pénible, à un résultat contredit par la nature; comme si après l'avoir déguisée, tronquée ou altérée, une combinaison purement méchanique pouvoit nous la rendre.

Je me suis proposé d'éviter cet inconvénient dans l'ouvrage que j'ai publié en 1752 sur la *résistance des fluides*. J'ai cherché les principes de cette résistance, comme si l'analyse ne devoit y entrer pour rien; & ces principes une fois trouvés, j'ai essayé d'y appliquer l'analyse. Mais avant que de rendre compte de mon travail & du degré auquel je l'ai poussé, il ne sera pas inutile d'exposer en peu de mots ce qui a été fait jusqu'à présent sur cette matière.

Neuton, à qui la Physique & la Géométrie sont si redevables, est le premier que je sache, qui ait entrepris de déterminer, par les principes de la Méchanique, la résistance qu'éprouve un corps mu dans un *fluide*, & de confirmer sa théorie par des expériences. Ce grand philosophe, pour arriver plus facilement à la solution d'une question si épineuse, & peut-être pour la présenter d'une manière plus générale, envisage un *fluide* sous deux points de vue différens. Il le regarde d'abord comme un amas de corpuscules élastiques, qui tendent à s'écarter les uns des autres par une force répul-

five, & qui sont disposés librement à des distances égales. Il suppose, outre cela, que cet amas de corpuscules, qui compose le milieu résistant, ait fort peu de densité par rapport à celle du corps, en sorte que les parties du *fluide* poussées par le corps, puissent se mouvoir librement, sans communiquer aux parties voisines le mouvement qu'elles ont reçu; d'après cette hypothèse, M. Neuton, trouve & démontre les loix de la résistance d'un tel *fluide*; loix assez connues pour que nous nous dispensions de les rapporter ici.

Le célebre Jean Bernoulli, dans son ouvrage qui a pour titre: *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, a déterminé, dans la même supposition, la résistance des *fluides*; il représente cette résistance par une formule assez simple, qui a été démontrée & généralisée depuis; mais il faut avouer que cette formule est insuffisante. Dans tous les *fluides* que nous connoissons, les particules sont immédiatement contigues par quelques-uns de leurs points, ou du moins agissent les unes sur les autres à-peu-près comme si elles l'étoient; ainsi, tout corps mu dans un *fluide*, pousse nécessairement à-la-fois & au même instant un grand nombre de particules situées dans la même ligne, & dont chacune reçoit une vîtesse & une direction différente, eu égard à sa situation: il est donc extrêmement difficile de déterminer le mouvement communiqué à toutes ces particules, &, par conséquent, le mouvement que le corps perd à chaque instant.

Ces réflexions n'avoient pas échappé à M. Neuton; il reconnoît que sa théorie de la résistance d'un *fluide* composé de globules élastiques clairsemés, s'il est permis de s'exprimer de la sorte, ne peut s'appliquer ni aux *fluides* denses & continus dont les particules se touchent immédiatement, tels que l'eau, l'huile, & le mercure; ni aux *fluides* dont l'élasticité vient d'une autre cause que de la force répulsive de leurs parties, par exemple de la compression & de l'expansion de ces parties, tel que paroît être l'air que nous respirons. Une considération si nécessaire, à laquelle M. Neuton en ajoute d'autres non moins importantes, doit nous faire conclure que cette premiere partie de sa théorie, & celle de M. Jean Bernoulli qui n'en est proprement que le commentaire, sont plutôt une recherche de pure curiosité, qu'elles ne sont applicables à la nature.

Aussi l'illustre philosophe anglois n'a pas cru devoir s'en tenir là. Il considère les *fluides* dans l'état de continuité & de compression où ils sont réellement, composés de particules contigues les unes aux autres; & c'est le second point de vue sous lequel il les envisage. La méthode qu'il emploie dans cette nouvelle hypothèse, pour résoudre le problême proposé est une espèce d'approximation & de tâtonnement dont il seroit difficile de donner ici l'idée. Nous en dirons autant de la maniere ingénieuse & fine dont M. Neuton déduit de sa théorie la résistance d'un cylindre & d'un globe, ou en général d'un sphéroïde dans un *fluide* indéfini; & nous nous bornerons à dire, qu'après assez de combinaisons & de calculs, il parvient à cette conclusion, que dans un *fluide* dense & continu, la valeur absolue de la résistance & le rapport de la résistance de deux corps, sont tout autres que dans les *fluides* à globules élastiques de sa premiere hypothèse.

Mais cette seconde théorie de M. Neuton, quoique plus conforme à la nature des *fluides*, est sujette encore à beaucoup de difficultés. Nous ne les exposerons point ici en détail, elles supposeroient pour être entendues, qu'on eût une idée fort présente de cette théorie, idée que nous n'avons pu donner ici; mais l'on trouvera assez au long dans notre ouvrage & l'exposition de la théorie Neutonienne, & les objections qu'on y peut opposer: c'est l'objet particulier d'une introduction qui se trouve à la tête, & dont ces réflexions ne sont qu'un extrait. Il nous suffira d'observer ici que la théorie dont nous parlons, manque, sans doute, de l'évidence & de la précision nécessaire pour convaincre l'esprit, puisqu'elle a été attaquée plusieurs fois & avec succès par les plus habiles géomètres. Il n'en faut pas moins admirer les efforts & la sagacité de ce grand philosophe, qui, après avoir trouvé si heureusement la vérité dans un grand nombre d'autres questions, a osé entreprendre le premier la solution d'un problême, que personne avant lui n'avoit tenté. Aussi cette solution, quoique peu exacte, brille par-tout de ce génie inventeur, de cet esprit fécond en ressources que personne n'a possédé dans un plus haut degré que lui.

Aidés par les secours que la Géométrie & la Méchanique nous fournissent aujourd'hui en plus grande abondance, est-il surprenant que nous fassions quelques pas de plus dans une carrière vaste & difficile qu'il nous a ouverte? Les erreurs même des grands hommes sont instructives, non-seulement par les vues qu'elles fournissent pour l'ordinaire, mais par les pas inutiles qu'elles nous épargnent. Les méthodes qui les ont égarés, assez séduisantes pour les éblouir, nous auroient trompés comme eux. Il étoit nécessaire qu'ils les tentassent, pour que nous en connussions les écueils. La difficulté est d'imaginer une autre méthode; mais souvent cette difficulté consiste plus à bien choisir celle qu'on suivra, qu'à la suivre quand elle est bien choisie. Entre les différentes routes qui menent à une vérité, les unes présentent une entrée facile, ce sont celles où l'on se jette d'abord; & si on ne rencontre des obstacles qu'après avoir parcouru un certain chemin, alors, comme on ne consent qu'avec peine à avoir fait un travail inutile, on veut du moins paroître avoir surmonté ces obstacles, & on ne fait quelquefois que les éluder. D'autres routes, au contraire, ne présentent d'obstacles qu'à leur entrée; l'abord en peut-être pénible; mais ces obstacles

une fois franchis, le reste du chemin est facile à parcourir.

Il faut convenir au reste que les géomètres qui ont attaqué M. Newton sur la résistance des *fluides*, n'ont guère été plus heureux que lui. Les uns après avoir fondé sur le calcul une théorie assez vague, & avoir même cru que l'expérience leur étoit favorable, semblent ensuite avoir reconnu & l'insuffisance de leurs expériences mêmes, & le peu de solidité de leur théorie, pour lui en substituer une nouvelle aussi peu satisfaisante. Les autres reconnoissant de bonne-foi que leur théorie manquoit par les fondemens, nous ont donné, au lieu de vrais principes, beaucoup de calculs.

Ces considérations m'ont engagé à traiter cette matière par une méthode entièrement nouvelle, & sans rien emprunter de ceux qui m'ont précédé dans le même travail.

La théorie que j'expose dans mon ouvrage, ou plutôt dont je donne l'essai, a, ce me semble, l'avantage de n'être appuyé sur aucune supposition arbitraire. Je suppose seulement, ce que personne ne peut me contester, qu'un *fluide* est un corps composé de particules très-petites, détachées, & capables de se mouvoir librement.

La résistance qu'un corps éprouve lorsqu'il en choque un autre, n'est, à proprement parler, que la quantité de mouvement qu'il perd. Lorsque le mouvement d'un corps est altéré, on peut regarder ce mouvement comme composé de celui que le corps aura dans l'instant suivant, & d'un autre qui est détruit. Il n'est pas difficile de conclure de-là, que toutes les loix de la communication du mouvement entre les corps, se réduisent aux loix de l'équilibre. C'est aussi à ce principe que j'ai réduit la solution de tous les problèmes de Dynamique dans le premier ouvrage que j'ai publié en 1743. J'ai eu fréquemment l'occasion d'en montrer la fécondité & la simplicité dans les différens traités que j'ai mis au jour depuis; peut-être même ne seroit-il pas inutile pour nous éclairer jusqu'à un certain point sur la Métaphysique de la percussion des corps, & sur les loix auxquelles elle est assujettie. *Voyez* EQUILIBRE. Quoi qu'il en soit, ce principe s'applique naturellement à la résistance d'un corps dans un *fluide*; c'est aussi aux loix de l'équilibre entre le *fluide* & le corps, que je réduis la recherche de cette résistance. Mais il ne faut pas s'imaginer que cette recherche, quoique très-facilitée par ce moyen, soit aussi simple que celle de la communication du mouvement entre deux corps solides. Supposons, en effet, que nous eussions l'avantage dont nous sommes privés, de connoître la figure & la disposition mutuelle des particules qui composent les *fluides*; les loix de leur résistance & de leur action se réduiroient sans doute aux loix connues du mouvement; car la recherche du mouvement communiqué par un corps à un nombre quelconque de corpuscules qui l'environnent, n'est qu'un problème de Dynamique, pour la résolution duquel on a tous les principes nécessaires. Cependant plus le nombre de corpuscules seroit grand, plus le problème deviendroit compliqué, & cette méthode, par conséquent, ne seroit guère praticable dans la recherche de la résistance des *fluides*. Mais nous sommes même bien éloignés d'avoir toutes les données nécessaires, pour être à portée de faire usage d'une pareille méthode, comme il a déjà été dit. Non-seulement nous ignorons la figure & l'arrangement des parties des *fluides*, nous ignorons encore comment ces parties sont pressées par le corps, & comment elles se meuvent entr'elles. Il y a d'ailleurs une si grande différence entre le *fluide* & un amas de corpuscules solides, que les loix de la pression & de l'équilibre des solides sont très-différentes des loix de la pression & de l'équilibre des *fluides*; l'expérience seule a pu nous instruire de ces dernières loix, que la théorie la plus subtile n'eût jamais pu nous faire soupçonner : & aujourd'hui même que l'observation nous les a fait connoître, on n'a pu trouver encore d'hypothèse satisfaisante pour les expliquer, & pour les réduire aux principes connus de la statique des solides.

Cette ignorance n'a cependant pas empêché que l'on n'ait fait de grands progrès dans l'Hydrostatique; car les philosophes ne pouvant déduire immédiatement & directement de la nature des *fluides* les loix de leur équilibre, ils les ont au-moins réduites à un seul principe d'expérience, l'*égalité de la pression en tout sens*; principe qu'ils ont regardé (faute de mieux) comme la propriété fondamentale des *fluides*, & celle dont il falloit déduire tous les autres. En effet condamné, comme nous le sommes, à ignorer les premieres propriétés & la contexture intérieure des corps, la seule ressource qui reste à notre sagacité, c'est de tâcher au moins de saisir dans chaque matière l'analogie des phénomènes, & de les rappeller tous à un petit nombre de faits primitifs & fondamentaux. La nature est une machine immense, dont les ressorts principaux nous sont cachés; nous ne voyons même cette machine qu'à travers un voile qui nous dérobe le jeu des parties les plus délicates. Entre les parties les plus frappantes que ce voile nous laisse appercevoir, il en est quelques-unes qu'un même ressort met en mouvement, & ce méchanisme est ce que nous devons principalement chercher à démêler.

Ne pouvant donc nous flatter de déduire de la nature même des *fluides*, la théorie de leur résistance & de leur action, bornons-nous à la tirer, s'il est possible, des loix hydrostatiques, qui sont depuis long-temps bien constatées. La découverte purement expérimentale de ces loix supplée en quelque sorte à celle de la figure & de la disposition des parties des *fluides*, & peut-être rend le problème plus simple, que si pour le résoudre

nous étions bornés à cette derniere connoissance; il ne s'agit plus que de développer par quel moyen les loix de la résistance des *fluides*, peuvent se déduire des loix de l'Hydrostatique. Mais ce détail demande une assez longue suite de propositions, dont je ne pourrois présenter ici qu'une esquisse fort imparfaite. Je me contenterai de dire, que voulant démontrer tout en rigueur, j'ai trouvé dans les propositions même les plus simples, plus de difficultés qu'on n'auroit dû en soupçonner, & que ce n'a pas été sans peine que je suis parvenu à démontrer sur cette matiere les vérités les plus généralement connues, & les moins rigoureusement prouvées jusqu'ici. Mais après avoir, pour ainsi dire, sacrifié à la sûreté des principes la facilité du calcul, je devois naturellement m'attendre que l'application du calcul à ces mêmes principes seroit fort pénible; & c'est aussi ce qui m'est arrivé: je ne voudrois pas même assurer que, du-moins en certains cas, la solution du problème dont il est question, ne se refusât entierement à l'analyse. C'est aux savans à prononcer sur ce point; je croirois avoir travaillé fort utilement, si j'étois parvenu dans une matiere si difficile, soit à fixer moi-même, soit à faire trouver à d'autres jusqu'où peut aller la théorie, & les limites où elle est forcée de s'arrêter.

Quand je parle ici des bornes que la théorie doit se prescrire, je ne l'envisage qu'avec les secours actuels qu'elle peut se procurer, non avec ceux dont elle pourra s'aider dans la suite, & qui sont encore à trouver: car, en quelque matiere que ce soit, on ne doit pas trop se hâter d'élever entre la nature & l'esprit humain un mur de séparation. Pour avoir appris à nous méfier de notre industrie, il ne faut pas nous en méfier avec excès. Dans l'impuissance fréquente que nous éprouvons de surmonter tant d'obstacles qui se présentent à nous, nous serions, sans doute, trop heureux, si nous pouvions au-moins juger du premier coup-d'œil jusqu'où nos efforts peuvent atteindre. Mais telle est tout-à-la-fois la force & la foiblesse de notre esprit, qu'il est souvent aussi dangereux de prononcer sur ce qu'il ne peut pas que sur ce qu'il peut. Combien de découvertes modernes dont les anciens n'avoient pas même l'idée? Combien de découvertes perdues, que nous contesterions peut-être trop légérement? & combien d'autres que nous jugerions impossibles, sont réservées pour notre postérité?

Voilà les vues qui m'ont guidé, & l'objet que je me suis proposé dans mon ouvrage qui a pour titre: *Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides.* Pour rendre mes principes encore plus dignes de l'attention des physiciens & des géometres, j'ai cru devoir indiquer en peu de mots, comment ils peuvent s'appliquer à différentes questions, qui ont un rapport plus ou moins immédiat à la matiere que je traite; telles que le mouvement d'un *fluide* qui coule soit dans un vase, soit dans un canal quelconque; les oscillations d'un corps qui flotte sur un *fluide*, & d'autres problèmes de cette espèce.

J'aurois desiré pouvoir comparer ma théorie de la résistance des *fluides* aux expériences que plusieurs physiciens célebres ont faites pour la déterminer: mais, après avoir examiné ces expériences, je les ai trouvées si peu d'accord entr'elles, qu'il n'y a, ce me semble, encore aucun fait suffisamment constaté sur ce point. Il n'en faut pas davantage pour montrer combien ces expériences sont délicates; aussi quelques personnes très-versées dans cet art, ayant entrepris depuis peu de les recommencer, ont presque abandonné ce projet par les difficultés de l'exécution. La multitude des forces, soit actives, soit passives, est ici compliquée à un tel degré, qu'il paroît presque impossible de déterminer séparément l'effet de chacune; de distinguer, par exemple, celui qui vient de la force d'inertie d'avec celui qui résulte de la ténacité, & ceux-ci d'avec l'effet que peut produire la pesanteur & le frottement des particules: d'ailleurs quand on auroit démêlé dans un seul cas les effets de chacune de ces forces, & la loi qu'elles suivent, seroit-on bien fondé à conclure, que dans un cas où les particules agiroient tout autrement, tant par leur nombre que par leur direction, leur disposition & leur vitesse, la loi des effets ne seroit pas toute différente? Cette matiere pourroit bien être du nombre de celles où les expériences faites en petit n'ont presque aucune analogie avec les expériences faites en grand, & les contredisent même quelquefois, où chaque cas particulier demande presqu'une expérience isolée, &, où par conséquent les résultats généraux sont toujours très-fautifs & très-imparfaits.

Enfin la difficulté fréquente d'appliquer le calcul à la théorie, pourra rendre souvent presque impraticable la comparaison de la théorie & de l'expérience: je me suis donc borné à faire voir l'accord de mes principes avec les faits les plus connus, & les plus généralement avoués. Sur tout le reste, je laisse encore beaucoup à faire à ceux qui pourront travailler d'après mes vues & mes calculs. On trouvera peut-être ma sincérité fort éloignée de cet appareil, auquel on ne renonce pas toujours en rendant compte de ses travaux; mais c'est à mon ouvrage seul à se donner la place qu'il peut avoir. Je ne me flatte pas d'avoir poussé à sa perfection une théorie que tant de grands hommes ont à peine commencée. Le titre d'*Essai* que je donne à cet ouvrage, répond exactement à l'idée que j'en ai: je crois être au-moins dans la véritable route; & sans oser apprécier le chemin que je puis y avoir fait, j'applaudirai volontiers aux efforts de ceux qui pourront aller plus loin que moi; parce que, dans la recherche de la vérité, le premier devoir est d'être juste.

Je crois encore pouvoir donner aux géometres, qui dans la suite s'appliqueront à cette matiere, un avis que je prendrai le premier pour moi-même; c'est de ne pas ériger trop légerement des formules d'algebre en vérités ou propositions physiques. L'esprit de calcul qui a chassé l'esprit de système, regne peut-être un peu trop à son tour: car il y a dans chaque siecle un goût de philosophie dominant; ce goût entraîne presque toujours quelques préjugés; & la meilleure philosophie est celle qui en a le moins à sa suite. Il seroit mieux, sans doute, qu'elle ne fût jamais assujettie à aucun ton particulier; les différentes connoissances acquises par les savans en auroient plus de facilité pour se rejoindre & former un tout. Mais c'est un avantage que l'on ne peut guère espérer. La philosophie prend, pour ainsi dire, la teinture des esprits où elle se trouve. Chez un métaphysicien, elle est ordinairement toute systématique; chez un géometre, elle est souvent toute de calcul. La méthode du dernier, à parler en général, est, sans doute, la plus sûre; mais il ne faut pas en abuser, & croire que tout s'y réduise: autrement nous ne ferions de progrès dans la Géométrie transcendante que pour être à proportion plus bornés sur les vérités de la Physique. Plus on peut tirer d'utilité de l'application de celle-là à celle-ci, plus on doit être circonspect dans cette application. *Voyez* APPLICATION. *Voyez aussi l'article* RÉSISTANCE, *& la Préface de mon Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, d'où ces ces réflexions sont tirées. On y trouvera un plus grand détail sur cet objet; car il est tems de mettre fin à cet article. (*O*)

FLUX ET REFLUX, s. m. (*Physiq. & Hydrogr.*): mouvement journalier, régulier & périodique, qu'on observe dans les eaux de la mer, & dont le détail & les causes vont faire l'objet de cet article:

Dans les mers vastes & profondes, on remarque que l'océan monte & descend alternativement deux fois par jour. Les eaux, pendant environ six heures s'élevent & s'étendent sur les rivages; c'est ce qu'on appelle le *flux* ou le flot: elles restent un très-petit espace de tems, c'est-à-dire, quelques minutes, dans cet état de repos; on dit que la mer est étale, après quoi elles redescendent durant six autres heures, ce qui forme le *reflux*, l'*ebe* ou le *jusant*: au bout de ces six heures, & d'un très-petit tems de repos, elles remontent de nouveau; & ainsi de suite.

Pendant le *flux*, les eaux des fleuves s'enflent & remontent près de leur embouchure; ce qui vient évidemment de ce qu'elles sont refoulées par les eaux de la mer. Pendant le *reflux*, les eaux de ces mêmes fleuves recommencent à couler.

On a désigné le *flux & reflux* par le seul mot de *marée*, dont nous nous servirons souvent dans cet article. *Voyez* MARÉE. Le moment où finit le *flux*, lorsque les eaux sont stationnaires, s'appelle la *haute mer*, *mer pleine*, *mer étale*; la fin du *reflux* s'appelle la *basse mer*.

Dans tous les endroits où le mouvement des eaux n'est pas retardé par des îles, des caps, des détroits, ou par d'autres obstacles semblables, on observe trois périodes à la marée; la période journaliere, la période menstruelle, la période annuelle.

La période journaliere est de 24 heures 49 minutes, pendant lesquelles le *flux* arrive deux fois, & le *reflux* deux fois, & cet espace de 24 heures 49 minutes, est le tems que la lune met à faire sa révolution journaliere autour de la terre, ou, pour parler plus exactement, le tems qui s'écoule entre son passage par le méridien, & son retour au même méridien, abstraction faite de ses inégalités.

La période menstruelle consiste en ce que les marées sont plus grandes dans les nouvelles & pleines lunes, que quand la lune est en quartier; ou, suivant ce qui arrive plus communément, les marées sont les plus grandes dans chaque lunaison, quand la lune est environ à 18 degrés au-delà des pleines & nouvelles lunes, & les plus petites, quand elle est environ à 18 degrés au-delà du premier & du dernier quartier. Les nouvelles ou pleines lunes s'appellent *syzygies*, les quartiers, *quadratures*: ces expressions nous seront quelquefois commodes, & nous en userons. *Voy.* SYZYGIES, QUADRATURES, *&c.*

La période annuelle consiste en ce qu'aux équinoxes les marées sont les plus grandes, suivant l'opinion commune, vers les nouvelles & pleines lunes, & celles des quartiers sont plus grandes qu'aux autres lunaisons; au contraire dans les solstices, les marées des nouvelles & pleines lunes ne sont pas si grandes qu'aux autres lunaisons.

On voit déja par ce premier détail, que le *flux & reflux* a une connexion marquée & principale avec les mouvemens de la lune, & qu'il en a même, jusqu'à un certain point, avec le mouvement du soleil, ou plutôt avec celui de la terre autour du soleil. *Voyez* le système de COPERNIC. D'où l'on peut déja conclure en général, que la lune & le soleil, & sur-tout le premier de ces deux astres, sont la cause du *flux & reflux*, même avant que de savoir comment cette cause opere. Il ne restera plus rien à desirer, quand nous entrerons dans le détail de la maniere dont ces deux astres agissent sur les eaux: mais suivons les phénomenes *du flux & du reflux*.

Dans la période journaliere on observe encore: 1.° que la haute mer arrive aux rades orientales plutôt qu'aux rades occidentales: 2.° qu'entre les deux tropiques la mer paroît aller de l'est à l'ouest: 3.° que dans la zone torride, à moins de quelque obstacle particulier, la haute mer arrive en même tems aux endroits qui sont sous le même méridien, au lieu que dans les zones tem-

pérées, elle arrive plutôt à une moindre latitude qu'à une plus grande; & au-delà du soixante-cinquième degré de latitude, le *flux* est moins sensible.

Dans la période menstruelle on observe, 1.° que les marées vont en croissant des quadratures aux syzygies, & en décroissant, des syzygies aux quadratures : 2.° quand la lune est aux syzygies ou aux quadratures, la haute mer arrive dans les mers libres trois heures après le passage de la lune au méridien : si la lune va des syzygies aux quadratures, le tems de la haute mer arrive plutôt que ces trois heures : c'est le contraire si la lune va des quadratures aux syzygies : 3.° soit que la lune se trouve dans l'hémisphère austral ou dans le boréal, le tems de la haute mer n'arrive pas plus tard aux plages septentrionales.

Enfin, dans la période annuelle on observe, 1.° que les marées du solstice d'hiver sont plus grandes que celles du solstice d'été : 2.° les marées sont d'autant plus grandes que la lune est plus près de la terre; & elles sont les plus grandes, toutes choses d'ailleurs égales, quand la lune est périgée, c'est-à-dire à sa plus petite distance de la terre : elles sont aussi d'autant plus grandes, que la lune est plus près de l'equateur; & en général les plus grandes de toutes les marées arrivent quand la lune est à-la-fois dans l'équateur, périgée, & dans les syzygies : 3.° enfin, dans les contrées septentrionales, les marées des nouvelles & pleines lunes sont en été plus grandes le soir que le matin, & en hiver, plus grandes le matin que le soir.

Tels sont les phénomènes principaux; entrons à présent dans leur explication.

Les anciens avoient déjà conclu des phénomènes du *flux & reflux*, que le soleil & la lune en étoient la cause : *causa*, dit Pline, *in sole lunâque*, *liv. II. c. 97*. Galilée jugea de plus, que le *flux & reflux* étoit une preuve du double mouvement de la terre par rapport au soleil : mais la manière dont ce grand homme fut traité par l'odieux tribunal de l'Inquisition, à l'occasion de son opinion sur le mouvement de la terre, ne l'encouragea pas à approfondir, d'après ce principe, les causes du *flux & reflux* : ainsi, l'on peut dire que jusqu'à Descartes, personne n'avoit entrepris de donner une explication détaillée de ce phénomène. Ce grand homme étoit parti pour cela de son ingénieuse théorie des tourbillons. *Voyez* CARTÉSIANISME & TOURBILLON. Selon Descartes, lorsque la lune passe au méridien, le fluide qui est entre la terre & la lune, ou plutôt entre la terre & le tourbillon particulier de la lune, fluide qui se meut aussi en tourbillon autour de la terre, se trouve dans un espace plus resserré : il doit donc y couler plus vîte; il doit de plus y causer une pression sur les eaux de la mer; & de-là vient le *flux* & le *reflux*. Cette explication, dont nous supprimons le détail & les conséquences, a deux grands défauts; le premier, d'être appuyé sur l'hypothèse des tourbillons, aujourd'hui reconnue insoûtenable, *voy.* TOURBILLONS; le second est d'être directement contraire aux phénomènes : car, selon Descartes, le fluide qui passe entre la terre & la lune, doit exercer une pression sur les eaux de la mer; cette pression doit donc refouler les eaux de la mer sous la lune : ainsi, ces eaux devroient s'abaisser sous la lune lorsqu'elle passe au méridien, or il arrive précisément le contraire. On peut voir dans les ouvrages de plusieurs Physiciens modernes, d'autres difficultés contre cette explication : celles que nous venons de proposer sont les plus frappantes, & nous paroissent suffire.

Quelques cartésiens mitigés, attachés aux tourbillons, sans l'être aux conséquences que Descartes en a tirées, ont cherché à raccommoder de leur mieux ce qu'ils trouvoient de défectueux dans l'explication que leur maître avoit donnée du *flux* & du *reflux* : mais indépendamment des objections particulières qu'on pourroit faire contre chacune de ces explications, elles ont toutes un défaut général, c'est de supposer l'existence chimérique des tourbillons; ainsi, nous ne nous y arrêterons pas davantage. Les principes que nous espérons donner aux *mots* HYDRODYNAMIQUE, HYDROSTATIQUE, & RÉSISTANCE, sur la pression des fluides en mouvement, serviront à apprécier avec exactitude toutes les explications qu'on donne ou qu'on prétend donner du *flux & du reflux* par les loix du mouvement des fluides & de leur pression. Passons donc à une manière plus satisfaisante de rendre raison de ce phénomène.

La meilleure méthode de philosopher en physique, c'est d'expliquer les faits les uns par les autres, & de réduire les observations & les expériences à certains phénomènes généraux dont elles soient la conséquence. Il ne nous est guère permis d'aller plus loin; les causes des premiers faits nous étant inconnues : or c'est le cas où nous nous trouvons par rapport au *flux & reflux* de la mer. Il est certain par toutes les observations astronomiques, qu'il y a une tendance mutuelle des corps célestes les uns avec les autres : cette force dont la cause est inconnue, a été nommée par M. Newton, *gravitation universelle*, ou *attraction*, *voyez ces deux mots*, & NEUTONIANISME : il est certain de plus, par les observations, que les planètes se meuvent ou dans le vide, ou au moins dans un milieu qui ne leur résiste pas. *Voyez* PLANÈTE, TOURBILLON, RÉSISTANCE, *&c.* Il est donc d'un physicien sage de faire abstraction de tout fluide dans l'explication du *flux & reflux* de la mer, & de chercher uniquement à expliquer ce phénomène par le principe de la gravitation universelle, que personne ne peut refuser d'admettre, quelque explication bonne ou mauvaise qu'il entreprenne d'ailleurs d'en donner.

Mettant donc à part toute hypothèse, nous poserons

ferons pour principe, que comme la lune pèse vers la terre, *voyez* LUNE, de même aussi la terre & toutes ses parties pèsent ou sont attirées vers le soleil, ne donnant point ici d'autre sens au mot *attraction*, que celui d'une tendance des parties de la terre vers la lune & vers le soleil, quelle qu'en soit la cause : c'est de ce principe que nous allons déduire les phénomènes des marées.

Kepler avoit conjecturé, il y a long-tems, que la gravitation des parties de la terre vers la lune & vers le soleil, étoit la cause du *flux & reflux*.

« Si la terre cessoit, dit-il, d'attirer ses eaux » vers elle-même, toutes celles de l'océan s'élève» roient vers la lune; car la sphère de l'attrac» tion de la lune s'étend vers notre terre, & en » attire les eaux. »

C'est ainsi que pensoit ce grand astronome dans sa *Physique céleste*; ce soupçon, car ce n'étoit alors rien de plus, se trouve aujourd'hui vérifié & démontré par la théorie suivante, déduite des principes de Neuton.

Théorie des marées. La surface de la terre & de la mer est sphérique, ou du moins étant à-peu-près sphérique, peut être ici regardée comme telle. Cela posé, si l'on imagine que la lune *A* (*Planches d'Astronom. fig.* 286.) est au-dessus de quelque partie de la surface de la mer, comme *E*, il est évident que l'eau *E* étant le plus près de la lune, pesera vers elle plus que ne fait aucune autre partie de la terre & de la mer, dans tout l'hémisphère *FEH*.

Par conséquent l'eau en *E* doit s'élever vers la lune, & la mer doit s'enfler en *E*.

Par la même raison, l'eau en *G* étant la plus éloignée de la lune, doit peser moins vers cette planète que ne fait aucune autre partie de la terre ou de la mer dans l'hémisphère *FGH*.

Par conséquent l'eau de cet endroit doit moins s'approcher de la lune que toute autre partie du globe terrestre; c'est-à-dire, qu'elle doit s'élever du côté opposé comme étant plus légère, & par conséquent elle doit s'enfler en *G*.

Par ces moyens, la surface de l'océan doit prendre nécessairement une figure ovale dont le plus long diamètre est *EG*, & le plus court *FH*; de sorte que la lune venant à changer sa position dans son mouvement diurne autour de la terre, cette figure ovale de l'eau doit changer avec elle, & c'est-là ce qui produit ces deux *flux & reflux* que l'on remarque toutes les 25 heures.

Telle est d'abord en général, & pour ainsi dire en gros, l'explication du *flux & reflux*. Mais pour faire entendre sans figure, par le seul raisonnement, & d'une manière encore plus précise, la cause de l'élévation des eaux en *G* & en *E*, imaginons que la lune soit en repos, & que la terre soit un globe solide en repos, couvert jusqu'à telle hauteur qu'on voudra d'un fluide homogène, rare, & sans ressort, dont la surface soit sphérique; supposons de plus que les parties de ce fluide pèsent (comme elles sont en effet) vers le centre du globe, tandis qu'elles sont attirées par le soleil & par la lune; il est certain que si toutes les parties du fluide & du globe qu'il couvre, étoient attirées avec une force égale & suivant des directions parallèles, l'action des deux astres n'auroit d'autre effet que de mouvoir ou de déplacer toute la masse du globe & du fluide, sans causer d'ailleurs aucun dérangement dans la situation respective de leurs parties. Mais suivant les loix de l'attraction, les parties de l'hémisphère supérieur, c'est-à-dire de celui qui est le plus près de l'astre, sont attirées avec plus de force que le centre du globe; & au contraire les parties de l'hémisphère inférieur sont attirées avec moins de force : d'où il s'ensuit que le centre du globe étant mû par l'action du soleil ou de la lune, le fluide qui couvre l'hémisphère supérieur, & qui est attiré plus fortement, doit tendre à se mouvoir plus vite que le centre, & par conséquent s'élever avec une force égale à l'excès de la force qui l'attire sur celle qui attire le centre; au contraire le fluide de l'hémisphère inférieur étant moins attiré que le centre du globe, doit se mouvoir moins vîte : il doit donc fuir le centre pour ainsi dire, & s'en éloigner avec une force à-peu-près égale à celle de l'hémisphère supérieur. Ainsi, le fluide s'élévera aux deux points opposés qui sont dans la ligne par où passe le soleil ou la lune : toutes ses parties accourront, si l'on peut s'exprimer ainsi, pour s'approcher de ces points, avec d'autant plus de vitesse, qu'elles en seront plus proches.

On explique par-là, avec la dernière évidence, comment l'élévation & l'abbaissement des eaux de la mer se fait aux mêmes instans dans les points opposés d'un même méridien. Quoique ce phénomene soit une conséquence nécessaire du systême de Neuton, & que ce grand géomètre l'ait même expressément remarqué, cependant les cartésiens soutiennent depuis un demi-siècle, que si l'attraction produisoit le *flux & reflux*, les eaux de l'Océan, lorsqu'elles s'élèvent dans notre hémisphère, devroient s'abaisser dans l'hémisphère opposé. La preuve simple & facile que nous venons de donner du contraire, sans figure & sans calcul, anéantira peut-être enfin une objection aussi frivole, qui est pourtant une des principales de cette secte, contre la théorie de la gravitation universelle.

Le mouvement des eaux de la mer, au moins celui qui nous est sensible & qui ne lui est point commun avec toute la masse du globe terrestre, ne provient donc point de l'action totale du soleil & de la lune, mais de la différence qu'il y a entre l'action de ces astres sur le centre de la terre, & leur action sur le fluide tant supérieur qu'inférieur : c'est cette différence que nous appellerons dans toute la suite de cet article, *action*,

force ou *attraction* solaire ou lunaire. Newton nous a appris à calculer chacune de ces deux forces, & à les comparer avec la pesanteur. Il a démontré par la théorie des forces centrifuges, & par la comparaison entre le mouvement annuel de la terre & son mouvement diurne. (*Voyez* FORCE CENTRIFUGE & PESANTEUR), que l'action solaire étoit à la pesanteur, environ comme un à 12868200: à l'égard de l'action lunaire, il ne l'a pas aussi exactement déterminée, parce qu'elle dépend de la masse de la lune, qui n'est pas encore suffisamment connue; cependant, fondé sur quelques observations des marées, il suppose l'action lunaire, environ quadruple de celle du soleil; on verra bientôt qu'elle n'est pas si considérable. Il est au moins certain, tant par les phénomènes des marées que par d'autres observations (*Voyez* EQUINOXE, NUTATION, & PRÉCESSION), que l'action lunaire, pour soulever les eaux de l'Océan, est beaucoup plus grande que celle du soleil; & cela nous suffit quant à présent.

Voyons maintenant comment on peut déduire de ce que nous avons avancé, l'explication des principaux phénomènes du *flux & reflux*. Dans cette explication nous tâcherons d'abord de nous mettre à la portée du plus grand nombre de lecteurs, qu'il nous sera possible, & par cette raison nous nous contenterons d'abord de rendre raison des phénomènes en gros; mais nous donnerons ensuite les calculs & les principes, par le moyen desquels on pourra donner rigoureusement les explications que nous n'aurons fait qu'indiquer.

Nous avons vu que les eaux doivent s'élever en même tems au-dessous de l'endroit où est la lune, & au point de la terre diamétralement opposé à celui-là; par conséquent, à 90 degrés de ces deux points, ces eaux doivent s'abaisser: de même l'action solaire doit faire élever les eaux à l'endroit au-dessus duquel est le soleil, & au point de la terre diamétralement opposé; & par conséquent les eaux doivent s'abaisser à 90 degrés de ces points. Combinant ensemble ces deux actions, on verra que l'élévation des eaux en un même endroit doit être sujette à de grandes variétés, soit pour la quantité, soit pour l'heure à laquelle elle arrive, selon que l'action solaire & l'action lunaire se combinent entr'elles, c'est-à-dire selon que la lune & le soleil sont différemment placés par rapport à cet endroit de la terre.

En général, dans les conjonctions & oppositions du soleil & de la lune, la force qui fait tendre l'eau vers le soleil, concourt avec la pesanteur qui la fait tendre vers la lune. Car dans les conjonctions du soleil & de la lune, ces deux astres passent en même tems au-dessus du méridien; & dans les oppositions, l'un passe au-dessus du méridien, dans le tems que l'autre passe au-dessous; & par conséquent ils tendent dans ces deux cas à élever en même tems les eaux de la mer. Dans les quadratures au contraire, l'eau élevée par le soleil, se trouve abaissée par la lune; car dans les quadratures, la lune est à 90 degrés du soleil; donc les eaux qui se trouvent sous la lune sont à 90 degrés de celles au-dessus desquelles se trouve le soleil; donc la lune tend à élever les eaux que le soleil tend à abaisser, & réciproquement; donc, dans les syzygies, l'action solaire conspire avec l'action lunaire à produire le même effet, & au contraire elle tend à produire un effet opposé dans les quadratures: il faut par conséquent en général, & toutes choses d'ailleurs égales, que les plus grandes marées arrivent dans les syzygies, & les plus basses dans les quadratures.

Dans le cours de chaque jour naturel, il y a deux *flux & reflux* qui dépendent de l'action du soleil, comme dans chaque jour lunaire il y en a deux qui dépendent de l'action de la lune, & toutes ces marées sont produites suivant les mêmes loix; mais celles que cause le soleil sont beaucoup moins grandes que celles que cause la lune: la raison en est, que quoique le soleil soit beaucoup plus gros que la terre & la lune ensemble, l'immensité de sa distance fait que l'action solaire est beaucoup plus petite que l'action lunaire.

En général, plus la lune est près de la terre, plus son action pour élever les eaux doit être grande, & il en est de même du soleil. C'est une suite des loix de l'attraction, qui est plus forte à une moindre distance.

Faisant abstraction pour un moment de l'action du soleil, la haute marée devroit se faire au moment du passage de la lune par le méridien, si les eaux n'avoient pas (ainsi que tous les corps en mouvement) une force d'inertie (*V.* FORCE D'INERTIE) par laquelle elles conservent l'impression qu'elles ont reçue: mais cette force doit avoir deux effets; elle doit retarder l'heure de la haute marée, & diminuer aussi en général l'élévation des eaux. Pour le prouver, supposons un moment la terre en repos & la lune au-dessus d'un endroit quelconque de la terre; en faisant abstraction du soleil, dont la force pour élever les eaux est beaucoup moindre que celle de la lune, l'eau s'élevera certainement au-dessus de l'endroit où est la lune. Supposons maintenant que la terre vienne à tourner; d'un côté, elle tourne fort vîte par rapport au mouvement de la lune; & d'un autre côté l'eau qui a été élevée par la lune, & qui tourne avec la terre, tend à conserver, autant qu'il se peut, par sa force d'inertie, l'élévation qu'elle a acquise, quoiqu'en s'éloignant de la lune, elle tende en même temps à perdre une partie de cette élévation; ainsi ces deux effets contraires se combattant, l'eau transportée par le mouvement de la terre, se trouvera plus élevée à l'orient de la lune qu'elle ne devroit être sans ce mouvement; mais cependant moins élevée qu'elle ne l'auroit été sous la lune, si la terre étoit immobile. Donc le mouvement de

la terre doit en général retarder les marées, & en diminuer l'élévation.

Après le *flux* & le *reflux*, la mer est un peu de temps sans descendre ni monter, parce que les eaux tendent à conserver l'état de repos & d'équilibre où elles sont dans le moment de la haute marée, & dans celui de la marée basse, & qu'en même temps, le mouvement de la terre déplaçant ces eaux par rapport à la lune, change l'action de cet astre sur ces eaux, & tend à leur faire perdre l'équilibre : ces deux efforts se contrebalancent mutuellement pendant quelques momens. Il faut y joindre la ténacité des eaux, & les obstacles de différentes especes qui doivent en général retarder leur mouvement, & empêcher qu'elles ne le prennent tout-d'un-coup, & par conséquent qu'elles ne passent brusquement de l'état d'élévation à celui d'abaissement.

La lune passe au-dessus des rives orientales, avant que de passer au-dessus des rives occidentales : le *flux* doit donc arriver plutôt aux premieres.

Le mouvement général de la mer entre les tropiques de l'est à l'ouest, est plus difficile à expliquer; ce mouvement se prouve par la direction constante des corps qui nagent à la merci des flots. On observe de plus que, toutes choses d'ailleurs égales, la navigation vers l'occident est fort prompte, & le retour difficile. J'ai démontré dans mes *recherches sur la cause des vents*, qu'en effet cela doit être ainsi; que l'action du soleil & de la lune doit mouvoir les eaux de l'Océan sous l'équateur d'orient en occident. Cette même action doit produire dans l'air un effet semblable; & c'est-là, selon moi, une des principales causes des vents alisés. *Voyez* ALISÉ. Mais c'est-là un de ces phénomenes dont on ne peut rendre la raison sans avoir recours au calcul. *Voyez donc l'ouvrage cité; voyez aussi les articles* VENT & COURANT.

Si la lune restoit toujours dans l'équateur, il est évident qu'elle seroit toujours à 90 degrés du pole, & que par conséquent, il n'y auroit au pole ni *flux* ni *reflux* : donc dans les endroits voisins des poles, le *flux* & le *reflux* seroit fort petit, & même tout-à-fait insensible, sur-tout si l'on considere que ces endroits opposent beaucoup d'obstacles au mouvement des eaux, tant par les glaces énormes qui y nagent, que par la disposition des terres. Or quoique la lune ne soit pas toujours dans l'équateur, elle ne s'en éloigne que de 28 degrés : il ne faut donc point s'étonner que près des poles & à la latitude de 65 degrés, le *flux* & *reflux* ne soit pas sensible.

Supposons maintenant que la lune décrive pendant un jour un paralele à l'équateur, on voit, 1.° que l'eau sera en repos au pole pendant ce jour, puisque la lune demeurera toujours à la même distance du pole; 2.° que si le lendemain la lune décrit un autre paralele, l'eau sera encore en repos au pole pendant ce jour-là, mais plus ou moins abaissée que le jour précédent, selon que la lune sera plus près ou plus loin du zénit ou du nadir des habitans du pole; 3.° que si l'on prend un endroit quelconque entre la lune & le pole, la distance de la lune à cet endroit sera plus différente de 90 degrés en défaut, lorsque la lune passera au méridien au-dessus de cet endroit, que la distance de la lune à ce même endroit ne différera de 90 degrés en excès, lorsque la lune passera au méridien au-dessous de ce même endroit. Voilà pourquoi en général, en allant vers le pole boréal, les marées de dessus sont plus grandes quand la lune est dans l'hémisphere boréal, & celles de dessous plus petites; & en s'avançant même plus loin vers le pole, il ne doit plus y avoir qu'un *flux* & qu'un *reflux* dans l'espace de 24 heures; parce que quand la lune est au-dessous du méridien, elle n'est pas à beaucoup près à 180 degrés de l'endroit dont il s'agit, & qu'elle se trouve au contraire à une distance assez peu différente de 90 degrés, pour que les eaux doivent s'abaisser alors au lieu de s'élever. Le calcul démontre évidemment toutes ces vérités, que nous ne pouvons ici qu'énoncer en général.

Comme il n'arrive que deux fois par mois que le soleil & la lune répondent au même point du ciel, ou à des points opposés, l'élévation des eaux (telle qu'on la trouve même en négligeant l'inertie) ne doit se faire pour l'ordinaire ni immédiatement sous la lune, ni immédiatement sous le soleil, mais dans un point milieu entre ces points; ainsi, quand la lune va des syzygies aux quadratures, c'est-à-dire, lorsqu'elle n'est pas encore à 90 degrés du soleil, l'élévation la plus grande des eaux doit se faire plus au couchant de la lune; c'est le contraire quand la lune va des quadratures aux syzygies. Donc dans le premier cas, le temps de la haute mer doit précéder les trois heures lunaires; car, d'un côté, l'inertie des eaux donne l'élévation trois heures après le passage de la lune au méridien; & d'un autre côté, la position respective du soleil & de la lune donne cette élévation avant le passage de la lune au méridien. Au contraire, & par la même raison, dans le second cas, le temps de la haute marée doit arriver plus tard que les trois heures. On en trouvera la Table ci après.

Les différentes marées qui dépendent des actions particulieres du soleil & de la lune, ne peuvent être distinguées les unes des autres, mais elles se confondent ensemble. La marée lunaire est changée tant soit peu par l'action du soleil, & ce changement varie chaque jour, à cause de l'inégalité qu'il y a entre le jour naturel & le jour lunaire.

Comme il arrive quelque retard aux marées par l'inertie & le balancement des eaux, qui conservent quelque temps l'impression qu'elles ont reçue; par la même raison les plus hautes marées n'arrivent pas précisément dans la conjonction & dans l'opposition de la lune, mais deux ou trois marées après : de même les plus petites marées ne doivent arriver qu'un peu après les quadratures.

Comme dans l'hiver le soleil est un peu plus près

de la terre que dans l'été, on observe en général que les marées du solstice sont plus grandes, toutes choses d'ailleurs égales, que celles du solstice d'été.

Voilà l'explication des principaux phénomènes du *flux* & du *reflux*; les autres ont besoin du calcul, ou demandent quelques restrictions. C'est par le calcul qu'on peut prouver, 1.° que l'intervalle d'une marée à l'autre est le plus petit dans les syzygies, & le plus grand dans les quadratures : 2.° que dans les syzygies l'intervalle des marées est de 24 h. 35 min. & qu'ainsi les marées priment de 14 m. sur le mouvement de la lune : 3.° qu'au contraire dans les quadratures, les marées retardent de 35 min. sur le mouvement de la lune; *voyez* l'excellente pièce de M. Daniel Bernoulli, sur le *flux* & *reflux de la mer*: 4.° que l'intervalle moyen entre deux marées consécutives, lequel intervalle est de 24 h. 49 m. arrive beaucoup plus près des quadratures que des syzygies; ces différentes loix souffrent quelque altération, selon que la lune est apogée ou périgée. *Ibid. ch. vj. & vij.* 5.° Que les changemens dans la hauteur des marées sont fort petits, tant aux syzygies qu'aux quadratures; cela doit être en effet, car les marées sont les plus grandes aux syzygies, & les plus petites aux quadratures : or quand des quantités passent par le *maximum* ou par le *minimum*, elles croissent ou décroissent pour l'ordinaire insensiblement avant & après l'instant où elles passent par cet état. *Voyez* MAXIMUM & MINIMUM. 6.° Que les plus grands changemens dans la hauteur des marées se feront plus près des quadratures que des syzygies.

A l'égard des règles qu'on a établies sur les grandes marées des équinoxes, M. Euler dans ses savantes recherches sur le *flux & reflux de la mer*, observe avec raison que quand la lune est dans l'équateur, ces règles n'ont lieu que pour les eaux situées sous l'équateur même. C'est ce que la théorie & les observations confirment, comme on le peut voir dans l'ouvrage cité.

Les marées du matin & du soir ne sont pas également fortes; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que l'ordre de ces *marées* change au bout de six mois; c'est-à-dire, que si les *marées* du matin sont les plus fortes en hiver, en six mois ou un peu plus, elles seront les plus foibles. Ce sont effectivement les *marées* du soir qui sont les plus fortes en été. Mais au bout de six mois, les plus fortes *marées* deviennent les plus foibles, & les plus foibles deviennent les plus fortes : C'est encore une suite de la Théorie.

Telles seroient régulièrement toutes les marées, si les mers étoient par-tout également profondes; mais les bas-fonds qui se trouvent en plusieurs endroits, & le peu de largeur de certains détroits, où doivent passer les eaux, sont cause de la grande variété que l'on remarque dans les hauteurs des marées.

L'eau de la mer, après avoir reçu l'impression de la force lunaire, la conserve long-temps, & continue de s'élever fort au-dessus du niveau de la hauteur ordinaire qu'elle a dans l'Océan, surtout dans les endroits où elle trouve un obstacle.

Les bas-fonds de la mer, & les continens qui l'entre-coupent, sont aussi cause en partie que la haute marée n'arrive point en plein Océan dans le temps que la lune s'approche du méridien, mais toujours quelques heures après, comme on le remarque sur toutes les côtes occidentales de l'Europe & de l'Afrique, depuis l'Irlande jusqu'au cap de Bonne-Espérance, où la lune placée entre le midi & le couchant, cause les hautes marées. On assure que la même chose a lieu sur les côtes occidentales de l'Amérique.

Les vents & les courans irréguliers contribuent aussi beaucoup à altérer les phénomènes du *flux* & du *reflux*. *Voyez* VENT & COURANT.

On ne finiroit point, si l'on vouloit entrer dans le détail de toutes les solutions ou explications particulières de ces effets, qui ne sont que des corollaires aisés à déduire des mêmes principes; ainsi, lorsqu'on demande, par exemple, pourquoi les mers Caspienne, Méditerranée, Blanche & Baltique n'ont point de marées sensibles, la réponse est que ces mers sont des espèces de lacs qui n'ont point de communication réelle ou considérable avec l'Océan : or le calcul montre que l'élévation des eaux doit être d'autant moindre, que la mer a moins d'étendue. *Voyez les pièces de MM.* Daniel Bernoulli & Euler. Ainsi, les marées doivent être presqu'insensibles dans la mer Noire, dans la mer Caspienne, & très-petites dans la Méditerranée. Elles doivent être encore moindres dans les mers Blanche & Baltique, à cause de leur éloignement de l'équateur, par les raisons exposées ci-dessus. Dans le golfe de Venise la marée est plus sensible que dans le reste de la Méditerranée, mais cela doit être attribué à la figure de ce golfe, qui le rend propre à élever davantage les eaux en les resserrant.

Nous dirons ici un mot des marées qui arrivent dans le port de Tunking à la Chine; elles sont différentes de toutes les autres, & les plus extraordinaires dont on ait jamais entendu parler. Dans ce port, on ne s'apperçoit que d'un *flux* & d'un *reflux* qui se fait en 24 heures de tems. Quand la lune s'approche de la ligne équinoxiale, il n'y a point de marée du tout, & l'eau y est immobile : mais quand la lune commence à avoir une déclinaison, on commence à s'appercevoir d'une marée, qui arrive à son plus haut point, lorsque la lune approche des tropiques; avec cette différence, que la lune étant au nord de la ligne équinoxiale, la marée monte pendant que la lune est au-dessus de l'horizon, & qu'elle descend pendant que la lune est audessous de l'horizon, de sorte que la haute marée y arrive au coucher de la lune, & la basse marée au lever de la lune : au contraire, quand la lune est au midi de la ligne équinoxiale, la haute marée arrive au lever de la lune, & la basse à son coucher;

de forte que les eaux fe retirent pendant tout le temps que la lune eft au-deffus de l'horizon.

On a donné différentes explications plaufibles de ce phénomène; M. Euler a prouvé, par le calcul, que cela devoit être ainfi. *Voyez* la fin de fon excellente pièce fur le *flux* & *reflux*.

Newton a infinué que la caufe de ce fait fingulier réfulte du concours de deux marées, dont l'une vient de la grande mer du Sud, le long des côtes de la Chine; & l'autre de la mer des Indes. La première de ces marées venant des lieux dont la latitude eft feptentrionale, eft plus grande quand la lune fe trouve au nord de l'équateur au-deffus de l'horizon, que quand la lune eft au-deffous. La feconde de ces deux marées venant de la mer des Indes & des pays dont la latitude eft méridionale, eft plus grande quand la lune décline vers le midi, & fe trouve au-deffus de l'horizon, que quand la lune eft au-deffous; de forte que de ces marées alternativement plus grandes & plus petites, il y en a toujours fucceffivement deux des plus grandes & deux des plus petites qui viennent tous les jours enfemble.

La lune s'approchant de la ligne équinoxiale, & les *flux* alternatifs devenant égaux, la marée ceffe, & l'eau refte fans mouvement; mais la lune ayant paffé de l'autre côté de l'équateur, & *les flux*, qui étoient auparavant les moindres, étant devenus les plus confidérables, le tems qui étoit auparavant celui des hautes eaux, devient le tems des eaux baffes, & le tems des eaux baffes devient celui des hautes eaux; de forte que tout le phénomène de cette marée fingulière du port de Tunking s'explique naturellement & fans forcer la moindre circonftance, par les principes ci-deffus, & fert infiniment à confirmer la certitude de toute la théorie des marées.

Ceux de nos lecteurs qui feront affez avancés dans la géométrie, pourront confulter fur la caufe des marées, les excellentes differtations de MM. Maclaurin, Daniel Bernoulli & Euler, couronnées par l'académie des Sciences, en 1740. Dans *mes réflexions fur la caufe générale des vents*, imprimées à Paris, en 1746, j'ai donné auffi quelques remarques fur les marées, cette matière ayant beaucoup de rapport à celle des vents réglés, en tant qu'ils font caufés par l'action du foleil & de la lune.

Après avoir expliqué en gros les phénomènes du *flux* & *reflux* pour le commun des lecteurs, il nous paroît jufte de mettre ceux qui font plus verfés dans les fciences, à portée de fe rendre raifon à eux-mêmes de ces phénomènes d'une manière plus précife. Pour cela, nous allons donner la formule algébrique de l'élévation des eaux pour une pofition quelconque donnée du foleil & de la lune.

Si l'on nomme S la maffe du foleil, L celle de la lune, D la diftance du foleil à la terre, δ celle de la lune, r le rayon de la terre, les forces du foleil & de la lune, pour mouvoir les eaux de la mer, font entr'elles, toutes chofes d'ailleurs égales, comme $\frac{Sr}{D^3}$ à $\frac{Lr}{\delta^3}$, ou plus fimplement comme $\frac{S}{D^3}$ à $\frac{L}{\delta^3}$.

Pour nous expliquer plus exactement, foit z la diftance de la lune au zénith d'un lieu quelconque, on aura à très-peu-près $\delta - r$ cofin. z pour la diftance de la lune à ce lieu; & $\frac{L}{(\delta - r \text{ cofin. } z)^2}$ pour la force avec laquelle la lune tend à attirer l'eau de la mer en cet endroit-là; cette force fe décompofe en deux autres: l'une tend vers le centre de la terre, & par le principe de la décompofition des forces (*Voyez* DÉCOMPOSITION & COMPOSITION), elle eft $\frac{Lr}{(\delta - r \text{ cofin. } z)^3}$; l'autre eft parallèle à la ligne qui joint les centres de la terre & de la lune; & elle eft, par les mêmes principes, égale à $\frac{\delta L}{(\delta - r \text{ cofin. } z)^3}$ = à très-peu-près $\frac{L}{\delta^2} + \frac{3 L r \text{ cofin } z}{\delta^3}$. *Voyez* SUITE, APPROXIMATION & BINOME, & fur-tout l'*article* NÉGLIGER, *en Algèbre*. Il faut retrancher de cette force, fuivant ce qui a été dit plus haut, la force $\frac{L}{\delta^2}$ qui agit également fur toutes les parties du globe terreftre, & qui tend à tranfporter toute cette maffe par un mouvement commun à toutes les parties; ainfi (le centre de la terre étant, par ce moyen, regardé comme en repos par rapport aux eaux de la mer), on aura $\frac{3 L r \text{ cofin. } z}{\delta^3}$ pour la force avec laquelle ces eaux tendent à s'élever vers la lune, fuivant une ligne parallèle à celle qui joint les centres du foleil & de la lune: cette force fe décompofe en deux autres; l'une dans la direction du rayon de la terre; elle eft par le principe de la décompofition des forces, $\frac{3 L r \text{ cofin. } z^2}{\delta^3}$, & tend à éloigner les eaux du centre de la terre; l'autre eft dirigée fuivant une perpendiculaire au rayon, ou tangente à la terre; & elle eft $\frac{3 L r \text{ cofin. } z \times \text{fin. } z}{\delta^3}$. Ainfi, comme nous avons déjà trouvé qu'il y a une force $\frac{Lr}{\delta^3}$ qui tend à pouffer les eaux vers le centre de la terre, il s'enfuit que les eaux tendront à s'éloigner de ce centre avec une force égale à $\frac{3 L r (\text{cofin. } z)^2 - L r}{\delta^3}$, & à fe mouvoir parallèlement à la furface de la terre avec une force $= \frac{3 L r \text{ fin. } z \text{ cofin } z}{\delta^3}$. Il en eft de même de l'action du foleil; il n'y aura qu'à mettre, dans l'expreffion précédente, S au lieu de L, & D au lieu de δ.

De ces deux forces, on peut même négliger entièrement la première, comme je l'ai démontré

dans *mes Réflexions sur la cause des vents*, & comme plusieurs géomètres l'avoient démontré avant moi ; car l'action de la pesanteur, pour pousser les particules de l'eau au centre de la terre, est comme infiniment plus grande que l'action qui tend à les en écarter ; nous l'avons déja observé ci-dessus, & nous le prouverons ainsi en peu de mots. La force de la pesanteur est $\frac{T}{r^2}$, en appellant T la masse de la terre ; car chaque particule de la surface de la terre est attirée vers son centre avec une force égale à la masse de la terre divisée par le quarré du rayon. *V.* ATTRACTION & GRAVITATION. Or $\frac{T}{r^2}$ est à $\frac{Lr}{\delta^3}$ comme $T\delta^3$ à Lr^3, c'est-à-dire, incomparablement plus grande, puisque T est plus grand que L, & que δ est égale à environ 60 fois r. *Voyez* LUNE, TERRE, *&c.* Ainsi, l'action de la gravité sur les eaux de la mer est incomparablement plus forte que l'action de la lune : or on trouve, par le calcul, que l'action du soleil $\frac{Sr}{D^3}$ est beaucoup plus petite que l'action de la lune $\frac{Lr}{\delta^3}$. Donc l'action de la gravité est beaucoup plus grande que les actions du soleil & de la lune, pour élever les eaux de la mer dans une direction perpendiculaire à la terre. Donc, *&c.*

La force $\frac{3 Lr \text{ cosin. } z \text{ sin. } z}{\delta^3}$ est aussi beaucoup plus petite que la gravité, & par les mêmes raisons ; mais l'effort de cette force n'étant point contraire à celui de la pesanteur, elle doit avoir tout son effet : or quel est son effet ? de mouvoir les eaux de la mer horizontalement & avec des vitesses différentes, selon la différence de la distance z de la lune au zénit : & ce mouvement doit évidemment faire élever les eaux de la mer au-dessous de la lune.

Pour le démontrer d'une manière plus immédiate & plus directe, supposons une sphère fluide, dont les parties pèsent vers le centre avec une force égale à-peu-près à $\frac{T}{r^2}$, & soient, outre cela, poussées perpendiculairement au rayon par une force égale à $\frac{3 Lr \text{ cosin. } z \text{ sin } z}{\delta^3}$; on démontre aisément, par les principes de l'Hydrostatique (*voyez* FIGURE DE LA TERRE, *mes réflexions sur la cause des vents, & plusieurs autres ouvrages*), que cette sphère, pour conserver l'équilibre de ses parties, doit se changer en un sphéroïde dont la différence des axes seroit $\frac{3 Lr}{2\delta^3} \times \frac{r^2}{T} = \frac{3 Lr^3}{2 T\delta^3}$; & que la différence d'un rayon quelconque au petit axe de ce sphéroïde seroit $\frac{3 Lr^4}{2 T\delta^3} \times \text{cosin. } z^2$.

Ce nouveau sphéroïde devant être égal en masse à la sphère primitive, il est facile, par les principes de Géométrie, de déterminer la différence des rayons de ce sphéroïde aux rayons correspondans de la sphère, de trouver par conséquent de combien le fluide sera élevé ou abaissé en chaque endroit, au-dessus du lieu qu'il occuperoit dans la sphère, si la lune n'avoit point d'action. Par-là on trouvera d'abord aisément l'élévation & l'abaissement des eaux en chaque endroit, en supposant la lune en repos. Car quoique ces hypothèses soient bien éloignées de la vérité, cependant il faut commencer par-là, pour aller ensuite du simple au composé.

Quand la terre ne seroit pas supposée primitivement sphérique, mais sphéroïde, pourvu qu'on la regardât comme en repos, ainsi que la lune, l'élévation de l'eau, en vertu de l'action de la lune, seroit sensiblement la même que sur une sphère parfaite. J'ai démontré cette proposition dans *mes réflexions sur la cause des vents*, art. 50--62.

On trouveroit de même, & par les mêmes principes, l'élévation des eaux sur la sphère ou sur le sphéroïde, en vertu de l'action seule du soleil ; & l'on peut démontrer (comme je l'ai fait dans l'endroit même que je viens de citer) que l'élévation des eaux, en vertu de l'action conjointe des deux astres, est sensiblement égale à la somme des élévations qu'elles auroient en vertu des deux actions séparées.

Mettons en calcul les idées que nous venons d'exposer. Soit r le rayon de la sphère, r' le demi-petit axe du sphéroïde dans l'hypothèse que la lune seule agisse ; on aura, pour la différence des rayons de la sphère & du sphéroïde $r' + \frac{3 Lr^4}{2 T\delta^3} \times \text{cosin. } z^2 - r =$ (*voyez les articles* SINUS NÉOLIGER) $r' + \frac{3 Lr^4}{4 D^3} + \frac{3 Lr^4 \text{ cosin } 2z}{4\delta^3} - r$: ainsi, la différence de la sphère & du sphéroïde aura pour élément $[r' - r + \frac{3 D r^4}{4\delta^3} + \frac{3 Lr^4 \text{ cosin. } 2z}{4\delta^3}] r dz \times r \text{ sin. } z \times 2\varpi$, 2ϖ étant le rapport de la circonférence au rayon. L'intégrale de cette quantité, qui doit être $= 0$, lorsque $z = 0$, est $2\varpi r^2 [r' - r + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3}] \times (1 - \text{cosin. } z) + 2\varpi r^2 \times \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} [\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{\text{cos. } 3z}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2} + \frac{\text{cos. } z}{2}]$; lorsque $z = 90$ degrés, & par conséquent cos. $z = 0$, & cos. $3z = 0$, cette quantité devient $2\varpi r^2 (r' - r + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} \times - \frac{1}{3})$; or la différence de la sphère & du sphéroïde, qui est le quadruple de cette dernière quantité, doit être égale à zéro : donc cette quantité elle-même doit être égale à zéro ; on aura donc $r' - r = \frac{3 Lr}{4\delta^3} \times - \frac{2}{3}$, ou $r' = r - \frac{Lr^4}{2\delta^3}$. Donc la différence des rayons du sphéroïde & des rayons correspondans de la sphère

pour chaque angle z, sera $-\frac{Lr^4}{2\delta^3}+\frac{3Lr^4}{4\delta^3}+\frac{3Lr^4 \operatorname{cos}. 2z}{4\delta^3}=\frac{Lr^4}{4\delta^3}+\frac{3Lr^4 \operatorname{cos}. 2z}{4\delta^3}$.

Donc, si l'on nomme Z la distance du soleil au zénit, l'élévation des eaux, en vertu des actions réunies du soleil & de la lune, sera $\frac{Lr^4}{4\delta^3}+\frac{Sr^4}{4D^3}+\frac{3Lr^4 \operatorname{cos}. 2z}{4\delta^3}+\frac{3Sr^4 \operatorname{cos}. 2Z}{4D^3}$. C'est la formule de l'élévation des eaux de la mer, en faisant abstraction du mouvement de la terre & de celui des deux astres; & cette formule a lieu généralement, de quelque manière qu'on suppose le soleil & la lune placés par rapport à un point quelconque de la terre, sans qu'il soit nécessaire que ces astres soient, ni dans l'équateur, ni dans un même parallèle à l'équateur.

En faisant la quantité précédente $=o$, on trouvera l'endroit où les eaux ne sont ni élevées, ni abaissées; en la faisant égale à un plus grand ou à un moindre (*voyez* MAXIMUM & MINIMUM), on trouvera l'endroit où les marées sont les plus hautes & les plus basses; on trouvera de plus l'heure des hautes & basses marées par la même formule, en supposant, que le point des plus hautes & des plus basses marées soit le même que si l'on considéroit le soleil & la lune comme en repos; mais, quoique cette supposition ne soit pas parfaitement exacte, cependant elle répond, en général, assez bien aux phénomènes, comme on peut le voir dans les excellentes pièces de MM. Euler & Daniel Bernoulli sur le *flux* & *reflux* de la mer. Au reste, ces deux grands géomètres, ainsi que M. Maclaurin, ont donné des méthodes d'approximation particulières pour déterminer le moment précis de l'élévation des eaux, en ayant égard au mouvement de la terre & à celui de la lune.

La formule qu'on a donnée ci-dessus pour les hauteurs des marées, donne les plus petites & les plus hautes, les premières dans les quadratures, les secondes dans les syzygies; & c'est par le rapport de ces marées que Newton a déterminé celui de quantités $\frac{L}{\delta^3}$ & $\frac{S}{D^3}$. Mais M. Daniel Bernoulli croit qu'il vaut mieux le déterminer par les intervalles entre les marées consécutives, aux Syzygies & aux quadratures. Le premier de ces deux grands géomètres trouve ce rapport égal à environ 4, & M. Daniel Bernoulli à $\frac{5}{2}$; ce qui, comme l'on voit, est fort différent. Mais il faut avouer aussi qu'eu égard aux circonstances physiques, qui troublent & dérangent ici beaucoup le géométrique, la méthode d'employer les marées pour découvrir un tel rapport, est fort incertaine. Les phénomènes de la nutation & de la précession sont bien préférables, *v.* NUTATION & PRÉCESSION, & ces phénomènes donnent un rapport assez approchant de celui de M. Daniel Bernoulli. *V. mes recherches sur la précession des équinoxes*, Paris, 1749.

Les trois pièces de MM. Bernoulli, Euler & Maclaurin sur le *flux* & *reflux* de la mer, dont nous avons parlé plusieurs fois dans le courant de cet article, ont chacune un mérite particulier, & ont paru avec raison aux commissaires de l'académie, dignes de partager leurs suffrages; ils y ont joint (apparemment pour ne pas paroître adopter aucun système) une pièce du P. Cavalleri, jésuite, qui est toute cartésienne, ou du moins toute fondée sur la théorie des tourbillons, & dont nous n'avons tiré rien autre chose que le détail des principaux phénomènes. C'est dans les trois autres pièces qu'il faut chercher les explications, sur-tout dans celles de MM. Euler & Bernoulli, car la pièce de M. Maclaurin entre dans un moindre détail; mais elle est remarquable par un très-beau théorème sur la figure que doit prendre la terre en vertu de l'action du soleil & de la lune, combinée avec la pesanteur & la force centrifuge de ses parties. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Dans la pièce de M. Euler, on trouve un calcul ingénieux du mouvement des eaux, en ayant égard à leur inertie; mais ce calcul est peut-être un peu trop hypothétique. Dans le premier chapitre de cette même pièce, l'auteur paroît adopter les tourbillons; mais il est aisé de voir que ce n'est pas sérieusement, & qu'il se montre d'abord cartésien en apparence, pour être ensuite neutonien plus à son aise. M. Daniel Bernoulli est plus franc, & sa pièce n'en est par-là que plus estimable: elle joint d'ailleurs à ce mérite, celui d'être faite avec beaucoup d'intelligence & de clarté. Plus on relit ces trois excellens ouvrages, plus on est embarrassé auquel on doit donner la préférence, & plus on applaudit au jugement que l'académie en a porté en les couronnant tous trois.

Je crois qu'on me permettra de donner aussi dans dans cet article une idée de la manière dont j'ai traité la question dont il s'agit dans mes *réflexions sur la cause des vents*, que l'académie royale des Sciences de Prusse a honorée de son suffrage en 1746. Comme je ne considere guere dans cette pièce que l'attraction de la lune & du soleil sur la masse de l'air, il est évident que les mêmes principes peuvent s'appliquer au *flux* & *reflux*. Je commence donc, ce que personne n'avoit fait avant moi, par déterminer les oscillations d'un fluide qui couvriroit la terre à une petite profondeur, & qui feroit attiré par la lune. On peut par cette théorie comparer ces oscillations à celles d'un pendule, dont il est aisé de déterminer la longueur. Je fais voir ensuite que le célèbre M. Daniel Bernoulli s'est trompé dans l'équation qu'il a donnée pour l'élévation des eaux, en supposant la terre composée de couches différemment denses; & je démontre qu'il n'est point nécessaire pour expliquer l'élévation des eaux, d'avoir recours à ces différentes couches; qu'il suffit seulement de supposer que la partie fluide de la terre n'ait pas la même densité que la partie solide: enfin je donne le moyen de déterminer la vitesse &

& l'élévation des particules du fluide, en ayant égard à l'inertie, & d'une manière, ce semble, beaucoup moins hypothétique que M. Euler. C'est par ce moyen que je trouve qu'un fluide qui couvriroit la terre, doit avoir de l'Est à l'ouest un mouvement continuel. *L'art.* VENT présentera un plus grand détail sur l'ouvrage dont il s'agit.

Ce mouvement de la mer d'orient en occident est très-sensible dans tous les détroits: par exemple, au détroit de Magellan le *flux* élève les eaux à plus de 20 pieds de hauteur, & cette intumescence dure six heures; au lieu que le *reflux* ne dure que deux heures, & l'eau coule vers l'occident: ce qui prouve que le reflux n'est pas égal au *flux* & que de tous deux il résulte un mouvement vers l'occident, mais beaucoup plus fort dans le temps du *flux* que dans celui du *reflux*: c'est par cette raison que dans les mers éloignées de toute terre, les marées ne sont guere sensibles que par le mouvement général qui en résulte, c'est-à-dire, par ce mouvement d'orient en occident. Ce mouvement est sur-tout remarquable dans certains détroits & certains golfes; dans le détroit des Manilles, dans le golfe du Mexique, dans celui de Paria, *&c.* Voyez *Varenii geographia* & *l'hist. nat. de M.* de Buffon, *tome I*, *pag.* 439.

Les marées sont plus fortes dans la Zone Torride, entre les Tropiques, que dans le reste de l'Océan, sans doute parce que la mer sous la Zone Torride est plus libre & moins gênée par les terres. Elles sont aussi plus sensibles dans les lieux qui s'étendent d'orient en occident, dans les golfes qui sont longs & étroits, & sur les côtes où il y a des isles & des promontoires. Le plus grand *flux* qu'on connoisse pour ces sortes de détroits, est à l'une des embouchures du fleuve Indus, où l'eau s'élève de 30 pieds. Il est aussi fort remarquable auprès de Malaga, dans le détroit de la Sonde, dans la mer Rouge; dans la baie de Hudson, à 55 degrés de latitude septentrionale, où il s'élève à 15 pieds; à l'embouchure du fleuve Saint-Laurent, sur les côtes de la Chine & du Japon, *&c. Ibid.*

Il y a des endroits où la mer a un mouvement contraire, savoir d'occident en orient, comme dans le détroit de Gibraltar, & sur les côtes de Guinée. Ce mouvement peut être occasionné par des causes particulières; mais il est bon de remarquer en général, comme je l'ai prouvé dans mes *réflexions sur la cause des vents*, qu'à une certaine distance de l'équateur, le mouvement de l'est à l'ouest doit se changer en un mouvement de l'ouest à l'est, ou du moins en un mouvement qui participe de l'ouest, avec quelques modifications que l'on peut voir dans la pièce citée *art. lxx. n.°* 5. mais comme le mouvement de la mer vers l'occident est le plus constant & le plus général, il s'ensuit que la mer doit avec le temps gagner du terrein vers l'occident.

Les alternatives du flux & reflux de six heures en six heures, font que les côtes sont battues sans cesse par les vagues qui enlèvent de petites parties qu'elles emportent & qu'elles déposent au fond; de même les vagues portent sur les côtes différentes productions, comme des coquilles, des sables qui s'accumulant peu-à-peu, produisent les éminences.

Dans la principale des isles Orcades où les rochers sont coupés à pic, 200 pieds au-dessus de la mer, la *marée* s'élève quelquefois jusqu'à cette hauteur, lorsque le vent est fort. Dans ces violentes agitations, la mer rejette quelquefois sur les côtes des matières qu'elle apporte de fort loin, & qu'on ne trouve jamais qu'après les grandes tempêtes. On en peut voir le détail dans *l'hist. nat. générale & particuliere, t. I, p.* 438.

La mer, par son mouvement général d'orient en occident, doit porter sur les côtes de l'Amérique les productions de nos côtes; & ce ne peut être que par des mouvemens fort irréguliers, & probablement par des vents, qu'elle porte sur nos côtes les productions des Indes & de l'Amérique. On a vu souvent dans les hautes mers, à une très-grande distance des côtes, des plages entières couvertes de pierres-ponces qui venoient probablement des volcans des isles & de la terre-ferme, *voyez* VOLCAN & PIERRE-PONCE, & qui paroissent avoir été emportées au milieu de la mer par des courans. Ce fut un indice de cette nature qui fit soupçonner la communicaton de la mer des Indes avec notre Océan, avant qu'on l'eût découverte. (*O*)

Methode pour trouver l'heure de la pleine mer dans tous les pays du monde.

Après la théorie précédente de M. d'Alembert, je crois devoir ajouter que dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, publié en 1781, l'on trouvera de plus grands détails de théorie & de pratique; mais je me contenterai d'en extraire ce qui est nécessaire pour l'usage des navigateurs ou des habitans de nos côtes, qui ont principalement besoin de trouver l'heure de la marée dans un jour donné & pour un lieu quelconque.

L'ÉTABLISSEMENT du Port, ou l'heure de la pleine mer, le jour de la nouvelle lune, est la première chose qu'il faut connoître; comme cette heure varie dans chaque pays, on ne peut la connoître que par observation; & je vais en donner une table plus complette qu'on ne l'avoit cru avant la publication de mon *Traité du flux & du reflux de la mer.*

On trouve une table pareille dans l'Hydrographie du P. Fournier, imprimée à Paris en 1643; dans la Connoissance des temps de 1685; dans le quatrième volume de l'Architecture hydraulique de Belidor; dans le Dictionnaire de Mathématiques de M. Saverien, publié en 1753; enfin, dans les Elémens de navigation de Robertson, publiés en anglois en 1772.

L'établissement du port, ou l'heure de la pleine mer dans les syzygies, n'est pas toujours exactement la même; ainsi, quoique l'heure des marées soit de 3^h. 28' à Brest, dans le temps des Syzygies, par un milieu pris entre beaucoup d'observations, l'on voit quand les marées sont fort grandes, que la pleine

pleine mer arrive de meilleure heure & anticipe sur le calcul; & quand les marées sont fort petites, la pleine mer arrive plus tard, & retarde sur le calcul (*mém. de l'acad.* 1714); mais notre table ne peut contenir que le milieu entre ces différentes circonstances. Les pilotes expriment souvent l'établissement du port par les rumbs de vent: au lieu de dire qu'il est de six heures, ils disent qu'il est Est & ouest; ils indiquent trois heures par sud-est & nord-ouest, &c. mais il vaut bien mieux l'exprimer en temps. L'établissement est supposé, dans notre table, exprimé en temps solaire vrai: par exemple, si le jour que la nouvelle lune est arrivée à midi, la marée est à six heures, cela veut dire que le soleil est éloigné du méridien de six heures au moment de la haute mer.

Il y a des auteurs qui pensent que l'établissement du port doit être calculé, en supposant que la nouvelle lune arrive au moment même de la pleine mer; mais il me paroît plus naturel de la supposer à midi; j'en ai donné les raisons dans mon Traité.

Il faudroit aussi distinguer dans les pays où l'établissement du port est plus de six heures, si c'est la marée du matin ou la marée du soir; mais jusqu'à présent ces observations n'ont pas été faites avec assez de précision, pour qu'on puisse avoir égard à ces petites différences.

Si l'on veut avoir l'heure de la marée, en supposant l'établissement bien connu, il faut connoître l'âge de la lune, & ajouter à l'établissement les quantités de la table suivante.

Dans un petit *Manuel de Pilote*, répandu dans les ports, on trouve soixante tables des marées pour les principaux lieux de l'Europe; mais la table suivante peut dispenser de toutes les autres.

Jours après la N. lune.	Ajoutez.	Jours de la lune.
1	0h 48'	16
2	1 36	17
3	2 24	18
4	3 12	19
5	4 0	20
6	4 48	21
7	5 36	22
8	6 24	23
9	7 12	24
10	8 0	25
11	8 48	26
12	9 36	27
13	10 24	28
14	11 12	29
15	0 0	30

Lorsqu'on n'a point d'éphéméride pour y voir le jour de la nouvelle lune, on peut y suppléer à-peu-près par le moyen des épactes. On ajoute l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis le mois de Mars inclusivement, & le quantième du mois; de la somme on ôtera 30 jours, ou un mois plein, on aura l'âge de la lune.

L'épacte de 1780 est 23; celles des années suivantes sont aisées à trouver, en ajoutant toujours 11; & ôtant 30, excepté en 1786 & 1805, où il faudra ajouter 12. *Voyez* CALENDRIER.

Quand on connoît les phases de la lune, on peut se servir d'une petite table qui est dans le Traité de Navigation de M. Bouguer, 1753, & que nous allons placer ici: l'auteur y a tenu compte de l'inégalité que cause la distance entre la lune & le soleil.

Jours après la nouv. ou pleine-lune.	Ajoutez à l'établissement.	Jours avant le quartier.	Ajoutez.	Jours après le quartier.	Ajoutez.	Jours avant la nouv. ou pleine lune.	Otez de l'établissement.
	H. M.		*H. M.*		*H. M.*		*H. M.*
0 ½	0 17	6	0 54	0 ½	5 39	6	5 22
1	0 36	5 ½	1 11	1	6 19	5 ½	4 42
1 ½	0 54	5	1 28	1 ½	6 58	5	4 4
2	1 11	4 ½	1 46	2	7 37	4 ½	3 34
2 ½	1 28	4	2 3	2 ½	8 14	4	2 58
3	1 46	3 ½	2 21	3	8 47	3 ½	2 29
3 ½	2 3	3	2 40	3 ½	9 17	3	2 4
4	2 21	2 ½	3 1	4	9 44	2 ½	1 39
4 ½	2 40	2	3 21	4 ½	10 9	2	1 17
5	3 1	1 ½	3 44	5	10 32	1 ½	0 57
5 ½	3 21	1	4 9	5 ½	10 53	1	0 37
6	3 44	0 ½	4 37	6	11 13	0 ½	0 18
		Quartier.	5 6			N. L. ou P. L.	0 0

On voit dans cette table ce qu'il faut ajouter à l'établiſſement du port, pour les jours ou demi-jours écoulés depuis les ſyzygies & les quadratures, juſqu'aux jours donnés, ou qui reſtent depuis la marée dont il s'agit, juſqu'à la phaſe la plus prochaine; la ſomme de l'établiſſement, & de la quantité marquée dans cette table donne l'heure de la marée; c'eſt la différence, quand on ſe ſert de la dernière colonne de la table.

Seconde méthode. Cherchez dans une éphéméride l'heure du paſſage de la lune au méridien, ſoit ſur l'horizon, ſoit ſous l'horizon; ajoutez-y l'heure du port, la ſomme ſera l'heure de la pleine mer.

Troiſième méthode plus exacte. Cherchez dans une éphéméride la diſtance de la lune au ſoleil. Cette diſtance vous donnera, avec le ſecours de la table ſuivante, le nombre d'heures qu'il faut ajouter à l'heure du port, ſi vous vous ſervez de la colonne qui a pour titre *retardement des marées*; ou qu'il en faut retrancher, ſi vous employez celle qui eſt intitulée *anticipation*. Il faut préférer celle-ci, lorſque l'on approche de la nouvelle ou de la pleine lune ſuivante.

EXEMPLE. On demande l'heure de la pleine mer au Havre-de-Grace le 18 mai 1755. L'heure du port eſt 9 heures.

1.° Le 18 Mai à 9 heures du matin, il s'étoit écoulé environ 7 jours depuis la nouvelle lune; 7 fois 48′ donnent 5^h 36′ qu'il faut ajouter à 9^h. La haute mer étoit donc à 2^h 36′ du ſoir.

2.° La lune paſſe au méridien ſous l'horizon le le 18 mai matin à 5^h 32′. Ajoutez-y l'heure du port 9^h, & vous trouverez la pleine mer à 2^h 32′ du ſoir.

3.° Le 18 mai à 9^h du matin la diſtance de la lune au ſoleil eſt d'environ deux ſignes 21^d. A cette diſtance le retardement de la marée doit être, ſelon la table, de 4^h 16′. Ajoutez donc 4^h 16′ à 9^h, & l'heure de la pleine mer ſe trouvera réduite à 1^h 16′ du ſoir: on trouve ici 5 quarts d'heure de moins que par les deux autres méthodes, parce qu'on opère plus exactement.

Cette table contient non-ſeulement le retardement de 49′ par jour, mais encore une inégalité de trois quarts d'heure en plus & en moins, qui a lieu dans les heures des marées, ſuivant que la lune eſt plus ou moins éloignée du ſoleil, ou ſuivant les diſtances de la lune aux ſyzygies; j'en ai donné les principes & le calcul dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, page 58 & ſuiv. Cette inégalité eſt indiquée ci-deſſus, page 59.

TABLE pour le retardement ou l'anticipation des Marées.

Diſtance de la ☽ au ☉.		Retardement.		Anticipation.		Diſtance de la ☽ au ☉.	
S.	D.	H.	M.	H.	M.	S.	D.
O.	6	0	18			VI.	6
	12	0	35				12
	18	0	52				18
	24	1	9				24
I.	0	1	26			VII.	0
	6	1	44				6
	12	2	2				12
	18	2	20				18
	24	2	39				24
II.	0	2	58			VIII.	0
	6	3	18				6
	12	3	40				12
	18	4	4				18
	24	4	29				24
III.	0	4	57			IX.	0
	6	5	29				6
	12	6	5	5	55		12
	18	6	45	5	15		18
	24	7	25	4	35		24
IV.	0	8	3	3	57	X.	0
	6	8	38	3	22		6
	12	9	8	2	52		12
	18	9	35	2	25		18
	24	10	0	2	0		24
V.	0	10	23	1	37	XI.	0
	6	10	44	1	16		6
	12	11	4	0	56		12
	18	11	23	0	37		18
	24	11	41	0	19		24
VI.	0	0	0	0	0	XII.	0

Voici l'explication des chiffres qui ſervent de citations dans la table ſuivante.

1701. Ephémérides pour 1701, imprimées à Rouen.
1717. Connoiſſance des temps de 1717.
1753. Saverien, Dictionnaire de Mathématiques.
1754. Etat du Ciel de M. Pingré, pour la même année.
1770. M. de Fourcroy, dans des notes manuſcrites.
1759. Connoiſſance des temps de la même année, & des années ſuivantes.
Table de marées imprimée vers 1743, & inſérée dans le petit Manuel des Pilotes.
Robertſon, Elémens de Navigation en Anglois, édition de 1772.

ÉTABLISSEMENT *du Port, ou heure de la marée le jour de la nouvelle lune, dans les différens pays de la Terre.*

CÔTES D'ESPAGNE ET DE PORTUGAL.

	H.	M.
Gibraltar, suivant la table de Robertson, ...1772,	0	0
Cadix, suivant la table qui est dans M. Saverien.......................1753,	1	30
Suivant l'état du ciel de M. Pingré, 1754,	0	0
Suivant M. de Fleurieu, voyage de la Flore, tom. I, pag. 466, & suivant Robertson,	4	30
Suivant la table des marées,	2	0
Par vingt-quatre observations que j'ai reçues de Cadix, faites, en 1773, par M. Tofigno..............................	1	10
La hauteur des grandes marées y est de 10 à 11 pieds, excepté par les vents de l'équinoxe qui la font augmenter. Suivant M. de Fleurieu, elle va jusqu'à 15 pieds; elle n'alla pas à 11 pieds dans la nouvelle lune périgée de l'équinoxe d'automne 1773, mais le vent étoit à l'est.		
Port de Caraque, rade de Pontal, chenal de Trocadero, près de Cadix, suivant M. de Fleurieu, le 2 mars 1769......	3	0
Sur toute la côte jusqu'au cap Sainte-Marie, ...1753,	1	30
San-Lucar de Barameda..........1754,	1	45
Palos & Guelva...............1754,	0	45
Lèpe, Aymonte en Andalousie, Tavilla, ...1754, & la table,	1	30
Faras ou Farao.................1754,	2	15
Rade de Faras...................1753	2	30
Cap Saint-Vincent, suivant la table des marées citée ci-dessus...............	3	0
Setuval...............1753..........	4	15
1754 & la table,	4	30
Lisbonne.......................1754,	4	0
Suivant Robertson,	2	15
Suivant le Neptune Flamand, suivant les observations d'Eusebio da Veig S. Jesu, & celles de M. Ciera, Astronome.....	2	30
Mais, le second & le troisième jour, on observe une différence considérable. Les grandes marées font de 10 pieds anglois dans la partie étroite de l'embouchure du port, mais de 5 pieds seulement sur les côtes.		
La marée est sensible dans le Tage, 13 lieues au-dessus de Lisbonne & d'Alméida.		
Rivière de Lisbonne.............1753,	3	30
Côtes occidentales des deux royaumes, & côtes septentrionales d'Espagne, jusqu'à la rivière de Montego, 1753, 1754, table des marées....................	3	0
Ports & Havres des deux royaumes, 1754, table des marées.....................	3	45
Toute la côte, depuis la rivière de Lisbonne, jusqu'à Rio-Minho...1753,	3	0
Depuis Caminha jusqu'à Ribadeos, & sur les côtes de Galice..................1753,	3	45
Depuis Ribadeos jusqu'à Fontarabie, 1753,	3	0
Cap Coriane, Corunna, ou Groin, près du cap Finistère..........Robertson,	3	0
Sur les côtes d'Espagne, depuis le détroit de Gibraltar, jusqu'au cap Sainte-Marie, la mer monte de 10 pieds; jusqu'au cap Finistère de 12 pieds, & de-là jusqu'à Saint-Jean de Luz de 15 pieds.		

CÔTES DE FRANCE.

Gascogne & Guyenne.

Sur toutes les côtes de Gascogne en général..	3	0
Saint-Jean-de-Lux, Mimissan, 15 lieues au Nord de Bayonne, 1753, 1759, Robertson,	3	30
1754, & la table,	3	15
Bayonne, Mém. Acad. 1710, pag. 383...	3	30
1754, & la table,	3	45
Embouchure de la Garonne, 1701, 1717, ...1753, 1759,	3	0
1754, & la table,	4	30
Bordeaux, suivant les observations de M. l'abbé Dupont de Jumeaux.......	6	40
Au Nord de la tour de Cordouan, suivant la table..........................	4	30
Au Sud de la tour de Cordouan, 1754, & ....la table,	3	45
Royan & Bassin d'Arcasson...........	3	45
Le long de toutes ces côtes la mer monte de 15 pieds, ainsi qu'à Bordeaux & à Bayonne; dans la Garonne, l'élévation est sensible jusqu'à Langon, & même environ 4 lieues plus haut, à la Réole, 10 lieues au-dessus de Bordeaux, du moins dans les grandes marées du mois d'Août.		

AUNIX ET POITOU.

Sur toutes les côtes de ces provinces en général.......................1759,	3	
La Rochelle, 1753, 1754, 1759, Robertson,	3	45
Suivant la Table,	3	0
Brouage..................1754, 1759,	3	45
Embouchures de la Seudre & de la Charente.........................1753,	3	45
Rochefort......1754, 1759, Robertson,	4	15
Suivant la table;	3	30
Ile de Rhé, 1701, 1717, 1753, 1759, ...Robertson,	3	0

	H.	M.
1754, & la table,	3	15
Pertuis d'Antioche & Pertuis Breton, ...1753, & 1754,	3	0
Suivant la table,	3	30
Ollone........................1754,	3	30
Ile-Dieu...........1753, & la table,	3	0
Beauvoir, vis-à-vis de l'Ile de Noirmoustier, ...1753, 1759,	3	15
1754, & la table,	3	30
Au Chapus.........1754, & la table,	3	30

La mer monte sur toutes ces côtes de 18 piés, suivant M. Pingré; & cela est conforme aux observations faites à l'embouchure de la Charente. Mais, suivant Belidor, sur toutes ces côtes, ainsi qu'à la Rochelle & aux rades de l'île de Rhé & de Chef-de-Bois, la mer monte de 15 piés.

BRETAGNE.

	H.	M.
Côtes méridionales de Bretagne, 1753, ...1754,	3	0

Cela a lieu depuis le Raz exclusivement, jusqu'à la pointe de Minden inclusivement.

	H.	M.
Ile de Noirmoustier..............1754,	3	15
Bourgneuf.....................1754,	4	0
Embouchure de la Loire, 1759, Robertson,	3	0
1753..........	3	15
1754, & suivant M. Lévêque,	3	45
Paim-bœuf.....................1753,	5	15
1754,	5	0
Nantes.....................Belidor,	3	45
Mais suivant M. Lévêque............	6	0
Le Croisic.........1717, 1753, 1759,	3	0
1754...........	3	45
Dans la table des marées,	3	30
La Bonne-Ance.................1753,	3	15
La Roche-Bernard...1753, 1754, 1759,	4	30
Port Blanc...1701, 1717, 1754, 1759,	4	15
Embouchure de la Villaine.......1754,	3	45
Pennerf...........1717, 1753, 1759,	3	45
Le Morbihan, 1717, 1753, 1759, & la ....table,	3	0
1754,	3	45
Vannes, 1701, 1717, 1753, 1759, la ....table, & Robertson,	3	45
1754,	1	45
Auray.......1717, 1753, 1754, 1759,	3	45
Belle-Ile, 1701, 1717, 1753, 1759, Robertson,	3	30
On a mis par erreur, dans quelques livres, 1h 30'; mais, suivant l'assemblée des Pilotes que j'ai consultés, c'est...	3	36
Ile de Groix...................1754,	1	45
L'Orient (*Mém. de l'Acad.* 1720)......	3	30

La marée va jusqu'à 16 piés dans les syzygies périgées.

	H.	M.
Port-Louis, ou Blavet, 1717, 1753, ...1759, Robertson,	3	0
1754, & la table,	4	0
Concarneau, 1717, 1753, 1759, & Robertson,	3	0
1754, & la table,	3	45
Benaudet............1754, & la table,	3	30
Penmark, Hodierne, 1717, 1753, 1759,	2	15
1754.............	3	0
Suivant la table des marées,	3	30
Raz de Fontenay, 1717, 1753, 1759,	2	15
1754, & la table,	4	0
Port & rade de Brest (*Mém. de l'Acad.* 1714, p. 248)..................	3	28
Suivant mes calculs,	3	37
Rade de Berthéaume............1753,	3	0
Passage de l'Iroise...............1753,	3	45
Dans l'Iroise, 1754, & suivant la table,	4	15
Conquet, 1717, 1753, 1759, & Robertson,	2	15
1754,	3	0
Cap du Four, 1701, 1717, 1753, 1759,	2	45
Passage du Four, entre la Bretagne & l'île d'Ouessant.....................1754,	4	0
Entre Ouessant & Terre-ferme....1753,	3	45
Ile d'Ouessant, en Anglois *Ushant*, Robertson,	4	30
En-dehors d'Ouessant, en mer, 1754,	4	30
Porsal.........................1754,	5	0
Abreverak, côte septentrionale de Bretagne, ...1753,	3	30
Robertson,	4	30
Ile de Bas, près S. Paul de Léon, 1753,	3	15
1754, & suivant la table,	5	15
Robertson,	3	45
Saint-Paul de Léon, 1701, 1717, 1753, ...1759, Robertson,	4	0
1754, & suivant la table,	5	15
Morlaix, l'embouchure de la rivière, ...1753,	4	0
1754, & suivant la table,	5	15
Les sept Iles, au nord de Treguier, 1753,	5	0
Treguier........................1754,	5	30
Iles de Brehat..................1753,	5	0
1754, & suivant la table,	6	0
Rade de la Frenaye, près Saint-Cast, entre Saint-Brieu & Saint-Malo, 1754,	6	0
Saint-Malo, Cancale, 1701, 1717, 1753, 1754, 1759, Robertson,	6	0

La mer monte de 18 piés sur les côtes méridionales de Bretagne, depuis l'embouchure de la Loire, jusqu'au Raz de Fontenay, dans l'Iroise & au passage du Four; de 20 piés dans les rades de Douarnenez & de Berthéaume; de 25 piés à l'Ile de Bas; de 30 piés aux sept Iles; de 45 piés à Brehat, Saint-Malo & Cancale.

Les marées de Saint-Malo paroissent être les plus grandes qu'on ait observées dans aucun pays

du monde; on assure qu'elles vont jusqu'à 50 piés.

NORMANDIE.

H. M.

Mont Saint-Michel, Pontorson, 1754, ...1759, 6 30.
Granville, 1701, 1717, 1753, 1759, 6 45
1754, 6 30
Barneville, 1701, 1717, 1753, 1759, 7 0
Caskets, dans l'île de Grenesey ou Guernesey, comme l'appellent les anglois, ...Robertson, 8 15
Ile de Grenesey............Robertson, 1 30
Iles de Grenesey & d'Aurigny.... 1754, 9 30
Ile d'Alderney; lat. 49° 48', long. 15° 34' ....Robertson, 12 0
Ance de Vauville.............. 1753, 6 30
Dans le Raz de Blanchart, entre le Cap de la Hague & l'île d'Aurigny, 1754, 12 45
Robertson, 0 0
Anse de Saint-Martin, à l'Orient du Cap de la Hague.................1753, 6 45
Cap de la Hague, ou de la Hougue, 1754, 12 30
Cherbourg...........1759, Robertson, 7 30
1754, & la table, 7 45
Au large de Cherbourg..........1754, 10 15
Barfleur, 1701, 1707, 1753, 1759, ...Robertson, 7 30
…54, & suivant la table, 10 30
La Hougue, au midi de Barfleur, 1753, 8 15
1754, & la table, 8 0
Au large de la Hougue, 1754, & la table, 10 30
Isigny.......1701, 1717, 1753, 1759, 8 0
1754, & suivant la table, 10 0
Port en Bessin, au nord de Bayeux, 1759, 8 0
Etrehan.....1701, 1717, 1753, 1759, 8 30
1754, & la table, 10 0
Dive........1701, 1717, 1753, 1759, 8 30
1754, 9 0
Caën, embouchure de la Seine, le Havre, ...1753, 1754, 1759,
Suivant la table & suivant Robertson, 9 0
Le Havre, 9h 26' du matin (*Mém. Acad.* 1710); mais, suivant ma manière de compter, c'est 9h 40' du soir......... 9 40
Quillebeuf, sur la Seine.........1754, 10 30
Rouen, 1701, 1717, 1753, 1754, 1759, ...Robertson, 1 15
Table des marées, 2 15
Honfleur....1701, 1717, & Robertson, 9 0
1754, & suivant la table, 9 15
Toute la côte, depuis la Hougue jusqu'au Cap de Caux................1753, 9 0
Fescamp, Saint-Valery-en-Caux, 1701, ...1717, 1753, 1759, 9 45
1754, & suivant la table, 10 0
Dieppe, 1701, 1717, 1753, 1759, ...Robertson, 10 30

H. M.

1754, & suivant la table, 10 15
Treport, à l'orient de Dieppe, en Normandie, 10 30

La mer monte de 36 à 40 piés à Granville, au Mont Saint-Michel & aux îles angloises; de 18 piés depuis la Hougue, jusqu'au chef de Caux.

Ainsi, depuis Brest jusqu'au Mont Saint-Michel, la hauteur augmente de 8 pouces par lieue.

PICARDIE.

H. M.

Côtes depuis Tréport en Normandie, jusqu'à Ambleteuse.............1753, 11 0
1754, 10 30
A l'entrée de la Somme, suivant la table, 10 30
1701, Robertson, 11 0
1754, 10 1
Saint-Valery en Somme, Etaples, l'embouchure de la Canche, suivant la table, 10 45
Suivant Robertson, Saint-Valery........ 10 30
Etaples............................ 11 0
Boulogne........................... 11 0
Ambleteuse, les Marins les plus exercés la jugent à 11h du matin, 1753, 1754, ...1759, 11 0
Calais......1754, 1759, & Robertson, 11 30
Par les calculs de M. de Fourcroy..... 11 48

La mer monte de 15 piés, depuis le chef de Caux, jusqu'au pas de Calais. A Calais, la hauteur moyenne, dans les syzygies, est de 18 piés & demi, & à Dunkerque 17 piés & demi; mais il y a jusqu'à 3 piés & demi de plus dans des tempêtes extraordinaires.

FLANDRE.

H. M.

Sur toutes les côtes près de terre....1754, 12 0
Hors les bancs en mer, & dans le canal entre l'Angleterre & la Flandre, 1753, ...1754 3 0
Gravelines, 1754, & suivant la table des ....marées, 11 30
1770, 11 45
Robertson, 0 0
Dunkerque, le matin (*Mém. de l'Acad.* 1710, page 336)................. 11 54
Robertson, 0 0
Suivant M. de Fourcroy, 11 48

Sur les côtes de Flandre, près de terre, suivant Bélidor, la mer monte de 18 piés, de même à Calais & sur toute la côte, jusques & compris le Texel, & de 15 piés au large des bancs.

Pays-Bas.

	H.	M.
Ostende & Nieuport, 1754, 1759, & .... Robertson,	12	0
Léclufe (Sluis), 1701, 1717, 1759,	12	30
1754, & suivant la table des marées...	12	0
Côtes & iles de Zéeland, 1717, 1754, ...1759,	1	0
Côtes de Jutland........1754,	12	0
Flessingue, Vlissingen, ou Flushing, 1759,	12	30
Robertson,	0	45
Anvers........1754,	6	45
Robertson,	6	0
Armuyden........1754,	1	45
Véere, ou Ter-Véere en Zélande, 1754,	1	30
Robertson,	0	45
Vest-Capel........1754,	12	15
Brouwers-Haven........1754,	3	30
Embouchure de la Meuse, la Brille & Bergue........1759, & Robertson,	1	30
1754,	1	45
Devant la Meuse, suivant la table des ....marées,	1	45
Devant la vieille Meuse........1754,	5	0
Dordrecht, 1701, 1717, 1759, Robertson,	3	0
1754, & la table,	4	30
Roterdam........1759, Robertson,	3	0
Bélidor, & la table des marées,	3	45
1754,	4	45
Goërée........1754,	2	15
Hors le Texel........1754,	6	0
Passage du Texel........1754,	6	45
Rade des Marchands........	7	30
Ile de Texel........Robertson,	7	30
Sur le Vlack de Vieringen, table des ....marées,	9	0
Près Medenblick, suivant la table des ....marées,	10	30
1754,	11	30
Enchuysen........1754,	11	45
Robertson,	0	0
Horn........1754,	12	15
Amsterdam....1754, 1759, Robertson,	3	0
Haarlem........Robertson,	9	0
Urck........table des marées,	12	0
Sur le Vlack de Frise........1754,	9	30
Awreck & Delfzyl........1754,	12	0
Dans le passage de Vlie........1754,	9	0
Hors le Vlie........1754,	8	15
Ile d'Ameland au nord de la Frise, 53° 30' de latitude, Ile de Fly, 53° 16', Ro-........bertson,	7	30
Embden........1754,	12	15
Robertson,	0	0

La mer monte de 20 piés le long de la côte hors le Texel; de 15 piés en dedans du Texel, & dans la rade des Marchands; de 7 piés à Amsterdam; de 15 piés sur toutes les côtes de Hollande.

Allemagne.

	H.	M.
Hambourg........1754,	6	15
Robertson,	6	0
Devant le Weser, & à l'embouchure de l'Elbe........	0	0
Bremen sur le Weser........1754,	5	45
Robertson,	6	0
Bréesound, banc, lat. 53° 12' long. 22° 50' ....Robertson,	4	30
Camser, banc, lat. 53° 33', long. 23° 5', ...Robertson,	1	30
Dans le Jade........1754,	12	45
Entrée orientale de l'Embs, près de l'île de Rottum........1754,	10	45
Entrée occidentale entre l'île de Borcum & l'île de Juyst........1754,	9	0
Table des marées;	9	45

Danemarck.

	H.	M.
Suyderzée ou Suydersyd........1754,	1	30
Canal de Sylt........1754,	12	15
Dans l'Eider........1754,	12	30
Ile d'Anholt dans le détroit du Sund, latit. 56° 40', long. 29° 35', Robertson,	0	0

La mer monte de 15 piés en Allemagne & Danemark jusqu'à la pointe de Scangen. Voyez ci-après la Laponie [illegible]lande.

Angleterre.

	H.	M.
Sur la côte d'Angleterre au nord-est, près du golfe d'Edimbourg, entrée de la rivière de Tyne........1754,	3	45
Ardbrod........1717, 1754,	3	0
Berwick, sur la côte orientale, 1701, ...1717, 1759,	3	0
Robertson,	2	30
Ile de Cocket, lat. 55° 20', long. 16° 10', ...Robertson,	3	0
Tinmouth........Robertson,	3	0
Newcastle........1754, & Robertson,	3	15
Suivant la table,	5	15
Sunderland........Robertson,	3	30
Hartlepool & dans le Tées, 1754, & suivant la table,	3	15
Robertson,	3	0
Whitby........Robertson,	3	0
Stockton........Robertson,	5	15
Scarborough-Head........1754,	4	15
Robertson,	3	45
Flamborough........1754,	4	30
Robertson,	4	0
Baie de Bridlington........Robertson,	3	45
Hull........1754, & Robertson,	6	0
Spurn........Robertson,	5	15
Entrée de la rivière de Humber, 1754,	5	15
Robertson,	5	13

	H.	M.
Lynn dans le Havre de Boston, Robertson,	6	0
Wells.................... Robertson,	6	0
Blackney....................... 1754,	6	45
Suivant la table,	6	15
Robertson,	6	0
Foulness.................. Robertson,	6	45
Cromer.................. Robertson,	7	0
Wintertoness................ Robertson,	9	0
Devant Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk, hors les bancs, 1754, ... la table, Robertson,	9	15
Rade d'Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk............. 1759,	10	30
Havre d'Yarmouth.............. 1770,	1	0
1754, 1759, & la table,	10	30
Léostaff ou Leystaff, suivant Robertson,	9	45
Orford 1754,	10	45
Orfordness, ou Cap d'Orford, Robertson,	9	45
Aldborough, entre Orford & Harwich, ... Robertson,	9	45
Harwich........... 1770, & Robertson,	11	15
Longsand-Héad, à l'entrée de la Tamise, ... Robertson,	10	30
Margate, au midi des entrées de la Tamise, vers le nord Foreland..... Robertson,	11	15
Depuis Yarmouth jusqu'à la Tamise, le long de la côte.............. 1753,	10	0
Entrée de la Tamise, 1701, 1717, 1753, ... 1759,	12	0
1754, 1770, & la table,	1	30
Banc de Swin, à l'entrée de la Tamise,	12	0
Voyez, sur les marées de la Tamise, des observations dans les Transactions Philosophiques de 1726.		
Nore dans la Tamise........ Robertson,	0	0
Shéerness.................. Robertson,	0	0
Rochester.................. Robertson,	0	45
Gravesend dans la Tamise.... Robertson,	1	30
Londres...........................	3	0
Downs.................... Robertson,	1	15
North-Foreland, Cap le plus avancé au midi.................. Robertson,	9	45
Sandwich.................. Robertson,	11	30
Rade des Dunes, ou aux Dunes, 1754, ... & la table,	10	45
1770,	10	30
Douvres, en anglois Dover, vis-à-vis de Calais, côte méridionale d'Angleterre, ... 1759, Robertson,	11	30
1753,	12	0
1754, & suivant la table,	11	45
1770,	10	30
Dungeness, ou pointe des Dunes, Robertson,	9	45
Winchelsea................ Robertson,	0	45
La Rye & Hasting, 1701, 1717, 1759,	11	0
1754,	11	30
Rye, suivant la table................	12	30
Suivant Robertson,	11	15

	H.	M.
Pevensay..................... 1717, 1759,	11	0
Cap Bevesier, ou Béachy Héad & Newhaven........................ 1754,	12	0
Béachy-Héad............... Robertson,	0	0
Brithelmston ou Bright-Hélmston & Shoreham.................. Robertson,	10	30
Arundel....................... 1754,	12	45
Sur les bancs de Wéenbrug....... 1754,	10	30
Rade de Sainte-Hélène ou de Portsmouth, & au nord de l'île de Wight ou Wicht, ... 1770,	10	30
Portsmouth, suivant Robertson (qui avoit professé à Portsmouth)..............	11	15
Ile de Wight............... Robertson,	0	0
1717, 1759,	9	0
Southampton, au nord de l'île de Wight & de la rade de Spithead, suivant Robertson,	0	0
Toute la côte, depuis Douvre jusqu'à l'île de Wight.................. 1753,	11	30
Sous le signal, à l'est de l'île de Wight,	9	15
Yarmouth, dans l'île de Wight, 1759,	10	30
Aux aiguilles de l'île de Wight, 1753,	9	15
1754, & la table,	9	0
Dunnose, dans l'île de Wight, Robertson,	9	45
Needles, dans l'île de Wight, Robertson,	10	15
Havre de Pool ou de la pole, 1754,	9	15
Weymouth................ Robertson,	7	0
1717, 1759,	8	0
1754, & la table,	9	0
1770,	6	4
Raz de Portland........... Robertson,	8	15
1754, & la table,	8	45
Le long de la côte, depuis l'île de Wight jusqu'à Portland................ 1753,	9	0
Lime.................. 1717, 1759,	8	0
Robertson,	7	0
Topsham, près d'Exeter..... Robertson,	6	0
Exmouth....................... 1753,	5	15
1754, & la table,	5	30
Torbay........... 1753 & Robertson,	5	15
1770,	6	0
Côtes près le cap Goustard, ou Start-point, ... 1753,	7	0
Darmouth......... 1701, 1717, 1759,	6	0
1753,	5	45
1754, & la table,	5	15
Robertson,	6	30
Start-point ou cap Goustard, Robertson,	6	45
Edystone.................. Robertson,	5	30
Plymouth, 1701, 1717, 1759, Robertson,	6	0
1753,	5	45
1754, 1770, & la table,	5	15
Fowey (on écrit aussi Fawie, Faye & Fausie)............ 1717, 1759,	5	30
1754, la table & Robertson,	5	15
Falmouth, au nord du cap Lézard, Robertson,	5	30
1754, & la table,	6	0

	H. M.
Helford..........................1753,	7 0
Cap Lizard ou Lézard.......Robertson,	7 30
Mount's-Bay ou Baie de Saint-Michel, ...Robertson,	5 30
1754,	4 45
Entrée de la Manche d'Angleterre, 1753,	3 0
Land's-end, cap vis-à-vis des Sorlingues, au sud-ouest de l'Angleterre, Robertson,	7 30
Ile de Scilly, ou les Sorlingues, 1754, ...& la table,	4 30
1770, & Robertson,	3 45
Les sept îles, Seven-Stones, Robertson,	4 30
Baie de Saint-Yves, au nord du cap Cornwall..............................1753,	4 30
Toute la côte, depuis le cap Cornwall & l'extrémité de l'Angleterre, jusqu'à la pointe de Hartland...........1753,	4 30
Padestow................1753, 1754,	4 30
& la table,	4 45

Les lieux où la mer est haute à la même heure en Angleterre & en France, sont, en général, nord & sud.

Canal ou Manche de Bristol, ou de Saint-Georges, à l'occident de l'Angleterre.

	H. M.
Ile Lundy ou Lundey, entrée du canal de Bristol...................Robertson,	5 15
Beddifort.........................1754,	6 30
Suivant la table,	5 30
Hilfercambe ou Ilfracomb........1753,	5 30
Rade de Bristol................1753,	6 15
1754, & la table,	6 45
Bristol........................Robertson,	6 45
Embouchure du Sèvern, au-dessous de Glocester...................Robertson,	6 0
Rade de Cardif, au nord du canal....1753,	6 15
Cardif, dans le pays de Glamorgan.....1753,	6 0
Caermarthen ou Carmarten, dans la rivière de Toury.........1754, & la table,	5 45
Ile Caldy, au midi de Pembroke, Robertson,	5 15
Milfort, sur la côte occidentale d'Angleterre...................Robertson,	5 15
Baie, entre l'île Scarlinc & la pointe Saint-David....................1753,	5 45
Saint-David, extrémité occidentale de l'Angleterre...................Robertson,	6 0
Holy-Héad, cap de l'île d'Anglesey, au nord-ouest d'Angleterre....Robertson,	1 30
Caernarvan..........1754, & la table,	7 0
Leverpool ou Liverpool, à l'embouchure du Mersey, dans la mer d'Irlande, Robertson,	11 15

La mer monte de 20 piés aux Sorlingues, à l'ouest de l'Angleterre jusqu'au cap Lézard; de 24 piés le long de la côte, depuis le cap Lézard jusqu'au cap Goustard, & depuis Portland jusqu'à l'île de Wight; de 16 piés seulement le long de la côte vers les Dunes; de 12 piés dans la rade des Dunes, & depuis l'île Tanet jusques devant la Tamise; de 15 pieds depuis l'entrée de la Tamise, jusques devant Yarmouth & la pointe de Winterton; de 18 piés au nord d'Yarmonth, depuis la pointe de Winterton jusqu'à celle de Trimyng-Kampton, & aux entrées des rivières de Tay, près de Perth, & de Tyne près de Newcastle.

ECOSSE & *Iles voisines.*

	H. M.
Iles Shetland, lat. 59° 54', long. 16° 4', ...Robertson	3 0
Table des marées,	1 30
Iles Orcades, Orkney, lat. 58° 44', & 59° 24', long. 14° $\frac{1}{4}$.....Robertson,	3 0
Sur les marées des îles qui sont à l'ouest de l'Ecosse, (voyez Morav, Trans. Philos. 1665 & 1673, Collection Académique, tom. VI, pag. 1).	
Ile Lewes, pointe Nord, latitude 58° 35', longitude 10° 58'........ Robertson,	6 30
Ile Sky, lat. 57° 15', long. 11° 29', Robertson,	5 30
A l'ouest de l'Ecosse, 1717, 1754, 1759,	3 0
Ile Féro.................table des marées,	12 0
1754,	12 30
Cathness-Point ou Dinnet-Héad, lat. 58° 46', long. 14° 18'........Robertson,	9 0
Aberdéene, Birden ou Berdone, 1754,	3 15
Table des marées,	3 0
........................Robertson,	0 15
Lundée, dans le golfe du Tay, & Saint-Andrew.................Robertson,	2 15
Boechenest ou Boecheness, ou Buchaness, ...Robertson,	3 0
1754,	3 45
Entrée de la rivière d'Edimbourg, 1754....	3 30
Table des marées,	3 45
Edimbourg ou Edinburgh, 1754, & Robertson,	4 30
Leith, près d'Edimbourg....Robertson,	4 30
Dunbar, au dehors de la rivière, Robertson,	4 30

Les marées sont de 18 piés le long des côtes d'Ecosse & aux Iles Orcades.

IRLANDE & *îles adjacentes.*

	H. M.
Dublin, à la partie orientale de l'Ecosse, ...Robertson,	9 15
Molineux (Philos. Trans. 1686, n.° 184)...	11 0
Carlingfort..........1754, & la table,	10 45
Strangfort..........1754, & Robertson,	10 30
Knocfergus ou Carickfergus......1754,	10 15
Ile Raghlin.......................1754,	7 15

Côtes

	H.	M.
Côtes du nord de l'Irlande.........1753,	6	30
Lac Foyle.......................1754,	6	45
Ile Tory, lat. 59° 9', long. 9° 5', Robertson,	5	30
Belfast.....................Robertson,	10	0
Lac Willy.......................1754,	6	30
Scheeps-Haven, Havre des Brebis, 1754,	6	0
Ile d'Arran, latit. 54°, 48', long. 8° 36', ...Robertson,	11	0
Dunghall ou Dunnagall, à la côte occidentale..........................1754,	4	30
Moyeknifal, Gallway, Endrigo....1754,	4	15
Havres, rivières, & toute la côte à l'ouest de l'Irlande........................	4	0
Havre de Smirwich ou Smerick.....1754	3	15
Iles Blasques....................1753,	3	0
Portnifadoy...........................	5	0
Baie de Béterbuy & de Dingle.....1754,	4	30
Dingle..................1753, 1759,	3	30
Dans la baie de Dingle, suivant la table,	4	30
Baie de Kilmare..................1754,	4	45
Shillocks.....................Robertson,	5	0
Baie de Bantry ou de Beer, au midi de l'Irlande..........................	4	30
Croock, près du cap Clare ou Cléare, ...1754,	4	30
Cap Cléare & côtes méridionales d'Irlande, ... 1754, Robertson,	4	30
Baltimore, latit. 51° 16', longit. 8° 9', 1717, 1753, 1759,	5	15
Castelhaven ou Castehavre........1753,	5	15
Ross...............1717, 1753, 1759,	5	15
Kingfale....................Robertson,	5	15
1754, & la table,	4	30
Corke......... 1717, 1759, Robertson,	6	30
1753,	5	15
1754, & la table,	4	45
Lochul ou Iochul................1754,	4	45
Dungarvan ou Dougarvan...1717, 1759,	6	0
Robertson,	4	30
Youghhall..................Robertson,	4	30
Waterford..................Robertson,	6	30
Balatec.........................1754,	5	30
Le long de la côte jusqu'au cap Carnaroort, ...1753,	6	30
Cap Carnaroort ou Carnarot, à l'entrée méridionale du canal de Saint-George, au sud-est de l'Irlande, 1717, 1754, ...1759,	6	15
Côtes orientales d'Irlande, depuis Grenord jusqu'à l'île d'Alque............1754,	10	30
Wicklow, au midi de Dublin.......1759,	7	30
Ile Lambay................Robertson,	8	15
Ile de Man, entre l'Irlande, l'Écosse & l'Angleterre........1754, Robertson,	9	0

La mer monte de 18 à 20 piés sur les côtes d'Irlande; de 18 piés le long de la côte orientale de l'Irlande, depuis le cap Carnaroort jusqu'à l'île de Raghlins, comme sur les côtes occidentales d'Ecosse & d'Angleterre, depuis le cap Cantir jusqu'à l'île d'Anglesey, entre 55½ & 53½ degrés de latitude.

Sur les côtes des Royaumes du Nord.

	H.	M.
Naze en Norvège, lat. 57° 50', long. 25° 7', ...Robertson,	11	15
Islande, Patrix Fiord, baie Patrice, lat. 65° 36', long. 353° 45', 5h 30, ou...	6	0

La hauteur de la marée va de 9 à 12 piés, suivant les observations faites au mois de juillet 1772, par M. de Verdun.

Dans le Journal des Savans du 6 Mai 1675, on dit que les marées d'Automne vont jusqu'à 20 piés, & que, le reste de l'année, elles ne passent guères 16 piés.

	H.	M.
Ile Kilduin en Laponie, lat. 69° 30', long. 48° 55'..................Robertson,	7	30
Cap Nord, latit. 71° 10', long. 43° 30', ...Robertson,	3	0
Suivant Bayley,	3	44

La mer monte jusqu'à 7½ piés, & les marées sont régulières (*Philos. Trans.* 1769, pag. 270.)

	H.	M.
Archangel.................Robertson,	6	0

Afrique & *Iles voisines.*

	H.	M.
Barbarie, le long des côtes, depuis le détroit de Gibraltar jusqu'au cap de Geer, 10 piés.		
Açores, dans l'île de Tercère, rade d'Angra, latit. 38° 39', long. 350° 27', suivant M. de Fleurieu, pag. 553.......	11	45

La mer y monte de 5 à 6 piés, selon le vent; mais l'élévation ne passe jamais 8 piés.

	H.	M.
A Fayal, latit. 38° 32', long. 349° 0', M. Wales, le 17 juillet 1775, trouva la haute mer à 2h 49'; la lune passoit au méridien à 4h 20'; de-là je conclus l'heure de la haute mer le jour de la nouvelle lune....................	11	9
Différence de hauteur 3 piés 11 pouces d'Angleterre, ou 3 piés 8 pouces de France, M. Wales, pag. 140.		
Cap Cantin, Barbarie, latit. 32° 49' N. long. 8° 26'...............Robertson,	0	0
Funchal, dans l'île de Madère, 32° 38' N. long. 0° 44'........suivant Robertson,	12	0
Suivant M. de Verdun, 21 décembre 1771...	1	0

La mer y monte de 10 à 12 piés, suivant un Mémoire de M. de Chezac, au dépôt de la Marine; M. de Bory étoit de cette

	H. M.
expédition en 1754. Suivant ce Mémoire, l'établissement du port est de.........	11 30
Le Capitaine Cook dit que les marées y sont de 7 piés (Tom. II, pag. 22.)	
Iles Canaries, dans la baie de Sainte-Croix de Ténériffe, latit. 28° 27', longit. 1° 45'......................Robertson,	3 0
Suivant le rapport des Habitans........	0 0
Suivant M. de Fleurieu, c'est à 3ʰ, & la mer monte de 12 piés, tom. I, pag. 288. Voyage de la Flore, par M. de Verdun, tom. I, pag. 113..................	3 0
Aux îles Canaries, la mer monte de 7 à 8 piés, suivant M. de Verdun.	
Cap Bojador, lat. 26° 12' N. long. 4° 8', ...Robertson,	0 0
Cap Blanc, lat. 20° 45' N. long. 0° 12', ...Robertson,	9 45
Iles du cap Verd, dans la rade de la Praia, au sud de l'ile de Saint-Yago, où réside le Gouverneur Portugais, lat. 14° 53', long. 354° 7'....................	6 0
La hauteur fut d'environ 3 piés, suivant M. de Verdun, le 2 février 1772, tom. I, pag. 171.	
Ile de Gorée, lat. 14° 40'; il y a 5 à 6 piés de marée, suivant M. de Fleurieu, pag. 237; 5 piés suivant MM. des Haies, de Glos, &c. & l'établissement du Port est à...........................	7 30
Suivant M. Adanson, la hauteur de la marée est de 2 à 3 piés; & l'établissement du Port.........................	7 48
Sénégal............suivant Robertson,	10 30
Guinée, le long des côtes, la mer monte assez généralement de 3 piés, & de 5 à 6 aux embouchures des rivières & entre les iles. Voyez *Transf. Philosf.* de 1684, n.° 158.	
Sierra Leona, latit. 8° 30' N. long. 5° 28', ...Robertson,	8 15
Cap Corse, Guinée, latit. 5° 12' N. 17° 12'.....................Robertson,	3 30
La mer monte de 6 à 7 piés pour le moins; *Transf. Philosf.* 1684.	
Golfe de Bandi, sur la côte de Guinée...	4 0
Ile de Sainte-Hélène, 16° sud, suivant les observations de M. Maskelyne, *Transf. Philosf.* 1762,	2 15
La plus grande marée 39 pouces anglois, la plus petite 20 pouces; il faut en ôter un seizième pour l'avoir en pouces françois.	
Ile de Loanda, entre l'ile & la côte d'Angola, la mer monte de 4 à 5 piés, & de 8 à l'embouchure de la rivière de Quanza.	
Dans l'ile de la Géorgie australe, découverte, en 1775, par le Capitaine Cook, entre 54 & 55° de latit. sud, à 140 ½ de long. hauteur 4 à 5 piés..........	11 0
Cap de Bonne-Espérance, latit. 33° 55' sud, long. 36° 4'.	
Suivant M. de la Caille (*Mém. de l'Acad.* 1751, pag. 456.).........	2 30
La marée n'excède jamais 3 piés, à moins qu'il n'y ait des tempêtes causées par les vents de N. O.; alors les rues même de la ville sont inondées. M. Bailey trouva la haute mer à 2ʰ 26' le 10 avril 1774, jour de la nouvelle lune; & la marée fut de 5 piées anglois (Wales, pag. 80.)	
Falsebay, 34° 12' de latit. méridionale, suivant l'observation de M. Dagelet, dans son voyage aux Terres australes..	2 0
Le 21, 22 & 23 juin 1773, la mer y montoit de 4 piés 9 pouces à 5 piés.	
Ile de Madagascar à Foulpointe, 17° 40' de latit. 67 ½ de long..............	1 20
La marée est de 3 piés, suivant M. le Gentil.	
Ile de France, latit. 20° 10', long. 75° 8', suivant M. le Gentil...............	0 30
La mer monte d'environ 3 piés; mais, dans des coups de vent qui viennent du large, la mer s'élève quelquefois de 5 piés.	
Ile Rodrigue, latit. 19° 41', long. 80° 51', ... suivant M. Pingré,	0 40
Hauteur de la marée, environ 6 piés.	

AMÉRIQUE SEPTENTRIONALE.

Ile de Charles, latit. 62° 47', long. 302° 43'.....................Robertson,	10 15
Cap Walsingham, latit. 62° 39', long. 299° 47'................................	12 0
Iles Salvages, détroit d'Hudson, latit. 62° 32', long. 306° 47'.......Robertson,	11 10
Ile Cove, détroit d'Hudson, latit. 62° 20', long. 308 35'..........Robertson,	10 0
Terre-neuve, latit. 62° 4' N. long. 310° 33'.....................Robertson,	9 50
Iles de Button, dans le détroit d'Hudson, latit. 60° 35', long. 312° 15', Robertson,	6 50
Rivière & cap Churchill, dans la baie d'Hudson, latit. 59°, long. 284, Robertson,	7 20
Port Nelson, latit. 57° 35', long. 285° 5', ...Robertson,	8 20
Yorck-Fort, latit. 57° 14', long. 284° 38'...	9 10
Cap-Marie-Henriette, vers la baie d'Hudson, latit. 55° 10', long. 293° 25'.....................Robertson,	12 0
Baie d'Hudson, lat. 54° ½, long. 294° 35', ...Robertson,	12 0

	H.	M.
La mer monte jusqu'à 16 piés dans la baie d'Hudson.		
Baie de Gaspey dans l'Acadie, latit. 49° 51', long. 313° 51'........Robertson,	1	30
Ile du Bic, latit. 48° 30', long. 310° 47', ...Robertson,	2	0
Ile de Hare, dans la rivière Saint-Laurent, latit. 48° 0', long. 314° 11'...Robertson,	3	30
Fort Saint-Jean, 47° 39', long. 327 30', ...Robertson,	6	0
Placentia, 47° 36', long. 325° 49', Ro-..........................bertson,	9	0
Québec, latit. 46° 55' long. 307° 47', ...Robertson,	7	30
Cheignecto, dans la baie Fundi, nouvelle Ecosse, latit. 46° 15' N. long. 314° 24'....................Robertson,	0	45
Louisbourg, 45° 55' de latit. & 317° 44' de long..........................	7	15
La mer monte de 5 piés 8 pouces. M. de Chabert, voyage dans l'Amér. sept.		
Entre l'île Royale & l'Acadie, au détroit de Fronsac, 45° 30' de latit. 316° 30' de long..........................	8	30
La mer y monte de 5 piés ½, suivant M. de Chabert.		
Au passage de Bacareau, sur la côte d'Acadie..........................	8	15
La mer au solstice monte à près de 9 piés, suivant M. de Chabert.		
Au fond de la baie Françoise, l'eau monte, à ce qu'on assure, de 60 à 70 piés (M. de Chabert, pag. 137).		
Dans le Port des Trépassés, 46° 43' de latit. 324° 15' de long. (M. de Chabert, pag. 163)..................	6	30
Saint-Pierre de Miquelon, suivant les observations de M. de Verdun.......	9	0
Les marées sont de 7 à 8 piés.		
Halifax, dans la nouvelle Ecosse, latit. 44° 36' N. long. 314° 11......Robertson,	7	30
Fort de Pentagouet, environ 12 lieues dans la rivière de même nom, 44° 22' latit.	0	0
Marée de 10 piés, suivant Richer.		
Pescatoué, Port de la nouvelle Angleterre, 43° 7' de latit. suivant Richer, en 1670...	11	15
Nouvelle Londres, New London, latit. 41° 50', long. 305° 21........Robertson,	1	30
Ile Longue, latit. 41° 0', long. 304 ½, Ro-..........................bertson,	3	0
New-York, latit. 41° 5', long. 302° 44', ...Robertson,	3	0
Cap Henri, dans la Virginie, latit. 36° 57', long. 301° 12'...........Robertson,	11	15
Charles-Town, sur la rivière d'Ashley, dans la Caroline, latit. 33° 22', long. 297° 45'.....................Robertson,	3	0
Floride. Saint-Augustin, latit. 30° 10', long. 295°...............Robertson,	4	30
Cap Floride, latit. 25° 50', long. 297° 15'......................Robertson,	7	30

ILES DE L'AMÉRIQUE ET GOLFE DU MEXIQUE.

	H.	M.
Dans les Antilles, les marées ne sont, en général, que de 3 piés, comme dans les mers libres.		
Iles Bermudes, latit. 32° 25', long. 311° 5', ...Robertson,	7	0
Marées de 4 à 5 piés. Voyez *Transf. Philos.* 1667 & 1668.		
A la Guadeloupe, lat. 16°............	2	0
Les marées des syzygies, sont pour l'ordinaire, de 9 pouces, suivant les observations de M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe; & de M. Tondu, faites en 1783.		
Les coups de vent produisent quelquefois 3 piés de différence; d'autres fois il n'y a qu'une marée en 24 heures; enfin la marée est souvent à 3 heures, ou à 1h ½, suivant qu'il y a deux marées, ou qu'il n'y en a qu'une seule.		
La Martinique, latit. 14° 36', suivant les observations de M. de Verdun, le 18 mars 1772..................	7	30
Il n'y eut ce jour-là que 9 pouces de marée au Fort Royal; elle va jusqu'à 16 pouces dans les équinoxes, quelquefois même jusqu'à 3 piés.		
Ile Saint-Domingue, au cap François, latit. 19° 46', long. 305 22', la mer monte de 3 piés ou 3 ½, suivant M. de Fleurieu.		
Au Mole Saint-Nicolas, latit. 19° 49', long. 304° 10', la mer monte de 3 piés le jour de la pleine lune, suivant M. d'Amblimont, 19 mai 1767.		
Ile de la Tortue, près Saint-Domingue, dans le bassin......................	6	0
La mer monte de 5 piés, suivant M. d'Amblimont, 5 mai 1767.		
A l'embouchure du Mississipi, latit. 29°, long. 288°, les grandes marées de mars sont de 18 pouces.		
Cartagène, latit. 10° 27' N. long. 302 14'..............................	2	0
Eaux vives 10 piés; eaux mortes 5 ½ piés.		
Portobelo, latit. 9° 33' sud, long. 297° 50'............................	8	0
Eaux mortes une vare & demie, ou 50 pouces; eaux vives 3 vares ou 8 piés 4 pouces.		

Ces Villes étant situées dans le fond du golfe du Mexique, les eaux y sont arrêtées par les îles & les presqu'îles, & doivent s'y élever un peu plus que dans les îles.

Amérique Méridionale.

H. M.

Cayenne, suivant Richer (Observations Astronom. 1679, pag. 67)........... 3 45

La mer monte de 6 piés dans les syzygies, suivant des observations faites pendant une année entière.

Rivière des Amazones........Robertson, 6 0

Et à 200 lieues dans la rivière, il y a encore quelques pouces de marée, suivant M. de la Condamine.

Sainte-Hélène, Camarones, baie de Saint-Grégoire, 45° latit. sud, 309° de long. 4 0

Marées de 24 piés, suivant M. Tofino, Chef d'Escadre des Armées Navales d'Espagne.

Port Desiré, 48 degrés de latit. 314° de long.............................. 4 15

Marées de 25 piés.

Saint-Julien, 48° 51', ou 49° 24' sud, long. 312° 25'...................., 5 0

Marées de 37 piés.

Suivant d'autres Mémoires, 6 $\frac{1}{2}$ brasses, ou 39 piés Anglois, & dans les quadratures 30 à 32, & la même chose au Port Desiré.

M. Pingré dit que l'élévation des eaux y est de 20 à 25 piés.

Iles Malouines 51 $\frac{1}{4}$ degrés de latit. sud, 42° de long. dans le Port de la Solidad... 5 0

Marée de 7 piés.

Ces cinq articles ont été fournis à M. Tofino, par un habile Pilote Espagnol.

Détroit de Magellan, à l'entrée orientale............ .... 11 0

Marée de 22 piés.

Terre de Feu, détroit de Noël, 55° sud, 307° 38' de long.................. 2 30

Marées de 3 piés.

Chiloe, latit. 44°, long. 304°.......... 0 30

L'eau monte jusqu'à 32 piés, & avec une force étonnante.

Callao, Port de Lima................. 6 30

Marées de 2 piés.

Guayaquil, marée de 10 piés.......... 6 0

Panama, marée de 6 à 7 piés......... 5 0

Iles de la Mer du Sud.

Ohitaoo, l'une des Marquises, latit. 10° sud, long. 238° $\frac{3}{4}$.................... 3 0

Marée de 4 piés.

Ile de Taiti, latit. 17° $\frac{1}{2}$ sud, long. 228° $\frac{3}{4}$... 0 15

Suivant le Capitaine Cook, la hauteur est d'environ 15 pouces.

Ile d'Ulietea, latit. 16° 45' $\frac{1}{2}$ sud, long. 226° 3', 11h 36' du matin.

Marée de 7 pouces.

H. M.

Nouvelle Zélande, ou Terre des Etats; baie de Tologa, 38 $\frac{1}{3}$ de latit. sud, 197° de long.......................... 6 0

La marée est de 5 à 6 piés, suivant le voyage de Cook, de Banks & Solander, tom. III, pag. 95.

Tanna, Port de la Résolution, latit. 19° 32' sud, long. 187° 25', marée de 3 piés.................................... 5 45

Nouvelle Hollande, latit. 15° sud, 164° de longitude........................ 9 15

Marée de 8 piés.

Entre la nouvelle Hollande & la nouvelle Guinée, la marée n'arrive qu'à une ou deux heures, & monte de 12 piés.

Asie.

Ile de Socotora, vis-à-vis le cap Guardafui, près de l'entrée de la mer Rouge, suivant M. Pingré.................. 6 0

Mer Rouge. Au-dessous de Suaquem, dit M. Pingré, la mer monte de 10 piés; dans la baie de Suaquem 4 piés; sur les côtes 6 piés. On a dit qu'à 7 lieues au nord de Suaquem, la mer montoit jusqu'à 22 coudées, & bien plus haut encore vers Suez; mais, suivant la description de l'Arabie par Niebuhr, Amst. 1774, il n'y pas plus de 4 $\frac{1}{2}$ piés.

Près de la Mekke.................... 6 20

Marée d'un pié.

Aden en Arabie, la hauteur des eaux est de 6 à 7 piés.

Surate................................ 4 0

La mer monte de 14 piés.

Pondichéri, la barre est si forte, qu'on ne distingue pas toujours la marée; mais, quand la mer est tranquille, on juge qu'elle monte de 8 piés au moins. Voyage aux Indes par M. le Gentil, tome I, pag. 700.

Aux Moluques, & sur la côte occidentale de l'Ile Formose, la mer ne monte que de 3 ou 4 piés.

Tamarin, île de Sokotra, latit. 12° 30' nord, long. 70° 49'..Pingré, Robertson, 9 0

La mer y monte jusqu'à 12 piés.

La table que l'on vient de voir, est le résultat de toutes les observations que j'ai pu rassembler; je ne puis la terminer qu'en invitant les navigateurs à l'étendre de plus en plus, & à la compléter par de nouvelles observations; on trouvera de plus grands détails dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer.*

J'ai donné dans le même ouvrage une collection considérable d'observations faites sur les marées, comparées avec la théorie; les observations

de Brest sont les plus nombreuses & les plus complètes ; j'en donnerai ici le tableau dans une échelle sur laquelle on voit toutes les hauteurs supérieures & inférieures des grandes & petites marées, & des marées extraordinaires, *fig.* 170 *des planches d'Astronomie*. Les extrêmes sont l'élévation extraordinaire du 26 février 1713, de 21 piés au-dessus du point fixe ou du zéro de l'échelle placée dans le bassin de Brest entre l'Intendance & le Contrôle, du côté du nord, & le plus grand abaissement qu'on ait vû, de 3 piés 6 pouces au-dessous du même point. La haute mer moyenne de syzygies y est à dix-sept piés dix pouces; celle des quadratures, à douze piés six pouces. La basse mer moyenne dans les quadratures, 5 piés 8 pouces, & dans les syzygies, 5 pouces au-dessous de zéro. Pour les grandes marées, quand la lune est périgée, 19 piés 5 pouces d'élévation, & 1 pié 4 pouces d'abaissement, ce qui fait pour les marées totales 20 piés 9 pouces, ou 2 pouces de plus, si le soleil est périgée; je mets de côté l'effet des vents, que j'ai évalué dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer* (art. 105). Les marées totales moyennes sont donc de 18 piés 3 pouces, pour les syzygies, 8 piés 5 pouces pour les quadratures. L'effet du soleil 4 11, & celui de la lune 13 4; ainsi, la force de la lune est 2, 7, celle du soleil étant 1; ce qui donne $\frac{1}{70}$ pour la masse de la lune, par rapport à celle de la terre. Le niveau de la mer est à 5 piés 8 pouces de cette échelle; ainsi, dans les marées moyennes des quadratures, la mer reste toute la journée au-dessus de son niveau naturel, ou du moins ne s'abaisse que de 4 pouces, tandis qu'elle le surmonte de 5 piés 7 pouces.

Les hauteurs extraordinaires sont l'effet des vents, dont on trouvera l'évaluation dans mon *Traité*, *page* 104. D'après les observations même, je fais voir que la masse des eaux est transportée par le vent, d'un pié & demi au-dessus ou audessous de son état moyen, & que l'action des luminaires produit les marées régulières sur ce volume d'eau ainsi déplacé; en sorte que les hauteurs absolues changent & que les différences restent les mêmes. *(D. L.)*

FLUXIO-DIFFÉRENTIEL, adj. (*Géométr. transcend.*) M. Fontaine appelle ainsi, dans les *Mémoires de l'acad. de* 1734, une méthode par laquelle on considère dans certains cas, sous deux aspects très-distingués, la différentielle d'une quantité variable. Imaginons, par exemple, un corps qui descend le long d'un arc de courbe; on peut considérer à l'ordinaire la différentielle de cet arc comme représentée par une des parties infiniment petites dont il est composé, ou dont on l'imagine composé; en sorte que l'arc total sera l'intégrale de cette différentielle: mais on peut considérer de plus la différence d'un arc total descendu à un arc total descendu qui diffère infiniment peu de celui-là; & c'est une autre manière d'envisager la différence: dans le premier cas, l'arc total est regardé comme une quantité constante dont les parties seulement sont considérées comme variables, & comme croissant ou décroissant d'une quantité différentielle: dans le second cas, l'arc total est lui-même regardé comme variable par rapport à un arc total qui en diffère infiniment peu. On peut, pour distinguer, appeller *fluxion*, la différence dans le second cas, & retenir le nom de *différence* dans le premier : ou bien on peut se servir, dans le premier cas, du mot *fluxion*, & de *différence* dans le second. *Voyez l'article* TAUTOCHRONE, & les *Mémoires de l'Académie de* 1734, où M. Fontaine a donné un savant essai de cette méthode, qu'il nomme *fluxio-différentielle*, par les raisons qu'on vient d'exposer. *(O)*

FLUXION, s. f. (*Géométr. transcend.*) Neuton appelle ainsi dans la Géométrie de l'infini, ce que Leibnitz appelle *différence*. *Voyez* DIFFÉRENCE & DIFFÉRENTIEL.

Neuton s'est servi de ce mot de *fluxion*, parce qu'il considère les quantités mathématiques comme engendrées par le mouvement : il cherche le rapport des vitesses variables avec lesquelles ces quantités sont décrites ; & ce sont ces vitesses qu'il appelle *fluxion des quantités* : par exemple, on peut supposer une parabole engendrée par le mouvement d'une ligne qui se meut uniformément, parallèlement à elle-même, le long de l'abscisse, tandis qu'un point parcourt cette ligne avec une vitesse variable, telle que la partie parcourue est toujours une moyenne proportionnelle entre une ligne donnée quelconque & la partie correspondante de l'abscisse, *voyez* ABSCISSE. Le rapport qu'il y a entre la vitesse de ce point à chaque instant, & la vitesse uniforme de la ligne entière, est celui de la *fluxion* de l'ordonnée à la *fluxion* de l'abscisse ; c'est-à-dire de $\dot{y}$ à $\dot{x}$: car Neuton désigne la *fluxion* d'une quantité par un point mis au-dessus.

Les géomètres anglois, du moins pour la plupart, ont adopté cette idée de Neuton, & sa caractéristique : cependant la caractéristique de Leibnitz qui consiste à mettre un *d* au devant, paroît plus commode, & moins sujette à erreur. Un *d* se voit mieux & s'oublie moins dans l'impression qu'un simple point. A l'égard de la méthode de considérer comme des *fluxions* ce que Leibnitz appelle *différences*, il est certain qu'elle est plus sujette & plus rigoureuse. Mais il est, ce me semble, encore plus simple & plus exact de considérer les différences, ou plutôt le rapport des différences, comme la limite du rapport des différences finies, ainsi qu'il a été expliqué au *mot* DIFFÉRENTIEL. Introduire ici le mouvement, c'est y introduire une idée étrangère, & qui n'est point nécessaire à la démonstration : d'ailleurs on n'a pas d'idée bien nette de ce que c'est que la vitesse d'un corps à chaque instant, lorsque cette vitesse est variable. La vitesse n'est rien de réel, *voyez* VITESSE ;

c'eſt le rapport de l'eſpace au tems, lorſque la viteſſe eſt uniforme: ſur quoi *voyez l'art.* ÉQUATION, *à la fin.* Mais lorſque le mouvement eſt variable, ce n'eſt plus le rapport de l'eſpace au tems, c'eſt le rapport de la différentielle de l'eſpace à celle du tems; rapport dont on ne peut donner d'idée nette, que par celle des *limites.* Ainſi, il faut néceſſairement en revenir à cette derniere idée, pour donner une idée nette des *fluxions.* Au reſte, le calcul des *fluxions* eſt abſolument le même que le calcul différentiel; *voy. donc le mot* DIFFÉRENTIEL, où les opérations & la métaphyſique de ce calcul ſont expliquées de la maniere la plus ſimple & la plus claire. (*O*)

FOI

FOIS, (*Arith.*). Terme, qui étant précédé d'un nombre, ſert à déſigner la réitération ou la répétition d'une quantité: ainſi, on dit prendre *quatre fois* un nombre; le nombre 30 contient *ſix fois* le nombre 5.

FOLIUM de Deſcartes, ou ſimplement *FOLIUM*, ſ. m. (*Géométrie*) nom latin, & qui ſignifie *feuille.* On appelle ainſi une courbe du ſecond genre ou ligne du troiſieme ordre *KAODR*, repréſentée (*Analyſ. fig.* 45.) & dont la partie *AOD* reſſemble à-peu-près à une feuille, ce qui lui a fait donner le nom de *folium*.

Soient les coordonnées *AB*, x, *BC* ou *BD*, y; l'équation de cette courbe eſt $x^3+y^3=axy$; les axes *AB*, *AF*, touchant la courbe en *A*. Pour donner à cette équation une forme plus commode, qui faſſe découvrir aiſément la figure de la courbe, je diviſe en deux également l'angle *FAB* par la ligne *AO*, & j'imagine les nouvelles coordonnées rectangles *AP*, z & *PC*, u, j'aurai, comme il eſt très-aiſé de le prouver, $x=\frac{z+u}{\sqrt{2}}$, & $y=\frac{z-u}{\sqrt{2}}$. (*V.* TRANSFORMATION DES AXES); &, faiſant la ſubſtitution, il vient $u^2=\left(azz-\frac{2z^3}{\sqrt{2}}\right):\left(a+\frac{6z}{\sqrt{2}}\right)$ pour l'équation de la courbe rapportée aux axes *AO*, *GAM* perpendiculaires l'un à l'autre. D'où l'on voit, 1.° que ſi z eſt infiniment petite, on a $u=\pm z$, & qu'ainſi la courbe coupe de part & d'autre l'axe *AO* ſous un angle de 45^d; 2.° que u a toujours deux valeurs égales, & qu'ainſi les deux parties de la courbe ſont égales, & ſemblables des deux côtés de l'axe *AO*: 3.° que, ſi $a=\frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a $u=0$; & que, ſi $a<\frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a u imaginaire; qu'ainſi, faiſant $2AO=a\sqrt{2}$, la courbe ne va pas au-delà du point *O*, du côté des z poſitives: 4.° que, ſi $z=-\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt infinie; & que, ſi z eſt $<-\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt imaginaire.

Donc, prenant $AN=\frac{a\sqrt{2}}{6}=\frac{AO}{3}$, & menant *KNR* perpendiculaire à *AN*, cette ligne *KNR* ſera aſymptote de la courbe. *V.* ASYMPTOTE.

Cette courbe eſt auſſi quarrable. Pour le prouver de la maniere la plus ſimple, je reprends l'équation $x^3+y^3=axy$, & je fais $y=xz$, j'aurai ydx élément de l'aire de la courbe $=xzdx$, dont l'intégrale eſt $\frac{xxz}{2}-\int\frac{xxdz}{2}$. Or $y=xz$ donne $x=\frac{az}{1+z^3}$, & $xxdz=\frac{aazzdz}{(1+z^3)^2}$, dont l'intégrale eſt aiſée à trouver. Car, ſoit $1+z^3=u^3$, on aura $zzdz=uudu$; & $\frac{aazzdz}{(1+z^3)^2}=\frac{aadu}{u^4}$, dont l'intégrale eſt fort ſimple. *Voyez* INTÉGRAL & TRANSFORMATION. Donc, *&c.*

M. de l'Hôpital, *analyſe des infiniment petits, ſect.* 2, donne une méthode de trouver les aſymptotes de cette courbe par les tangentes. *Voyez* TANGENTE, *&c.* (*O*)

FOMALHAUT, (*Aſtron.*) étoile de la premiere grandeur, ſituée à la bouche du poiſſon auſtral, c'eſt ainſi que l'écrit Flamſteed. Hevelius écrit *fomahandt*; Tycho, *fomahant*; Bayer, *fumâlhant*; Hyde, *pham-al-hût*; la Caille, *phomalhaut*; Schikardus l'appelle *fomolcuti.* Ces variations ſont ordinaires pour les noms Arabes que l'on écrit en caracteres Européens. (*D. L.*)

FONCTION, ſ. f. (*Analyſe.*) Les anciens géometres, ou plutôt les anciens analyſtes ont appellé *fonctions* d'une quantité quelconque x les différentes *puiſſances* de cette quantité (*voy.* PUISSANCE); mais aujourd'hui on appelle *fonction* de x, ou en général d'une quantité quelconque, une quantité compoſée de tant de termes qu'on voudra & dans laquelle x ſe trouve d'une maniere quelconque, mêlée, ou non, avec des conſtantes; ainſi, x^3+x^2, $\sqrt{aa+xx}$, $\sqrt{\frac{aa+x^3}{bb+x^4}}$, $\int dx\sqrt{a^2-x^2}$, *&c.* ſont des fonctions de x.

De même x^2y+ay^2, *&c.* eſt une fonction de x & de y, ainſi des autres.

Tous les termes d'une *fonction* de x ſont cenſés avoir la même *dimenſion*; quand ils ne l'ont pas, c'eſt qu'il y a une conſtante ſouſentendue qu'on prend pour l'unité: ainſi, dans x^3+x^2, on doit regarder x^2 comme égale à ax^2, a étant l'unité.

Quand la *fonction* n'eſt ni fraction ni radical, ſa dimenſion eſt égale à celle d'un de ſes termes. Ainſi, la *fonction* x^3+x^2 eſt de trois dimenſions.

Quand la *fonction* eſt une fraction, la dimenſion eſt égale à celle du numérateur moins celle du dénominateur. Ainſi, $\frac{a^3+x^3}{a^2+x^2}$ eſt de dimenſion 1, $\frac{a^2+x^2}{a^3+x^3}$ eſt de dimenſion -1, &

$\frac{aa+xx}{aa-xx}$ est de *dimension nulle*. *V.* TAUTOCHRONE & INTÉGRAL.

Quand la *fonction* est radicale, sa dimension est égale à celle de la quantité qui est sous le signe, divisée par l'exposant du radical ; ainsi, $\sqrt{aa+xx}$ est d'une dimension, $x\sqrt{aa+xx}$ & $\int dx \sqrt[3]{aa+x^3}$ sont de $1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$ dimensions, &c. & ainsi des autres.

Fonction homogène est une *fonction* de deux ou plusieurs variables, x, y, &c. dans laquelle la somme des dimensions de x, y, &c. est la même.

Ainsi, $x^2y+ax^3+by^3$ est une *fonction* homogène; il en est de même de $\sqrt{(axx+\frac{by^3}{x}+\frac{cx^4}{xx+yy})}$, &c. *V.* HOMOGÈNE & INTÉGRAL.

Fonctions semblables sont celles dans lesquelles les variables & les constantes entrent de la même manière; ainsi, $aa+xx$ & $AA+XX$ sont des *fonctions* semblables des constantes a, A, & des variables x, X. (*O*)

FONTAINE, s. f. (*Hyd.*): quantité d'eau rassemblée au pié ou sur le penchant d'une montagne, dans un réservoir creusé ordinairement par la nature, & alimenté par les eaux pluviales qui filtrent à travers les terres, ou qui s'insinuent par les fentes des rochers. *Voyez* FLEUVE.

Il y a des *fontaines* qui ne tarissent jamais; il y en a d'autres qui sont sujettes à s'épuiser: car soit *ABCDEK* (*pl. Hyd. fig.* 24), le profil d'une montagne; *GMF*, celui d'un réservoir dans lequel les eaux pluviales se rendent par les ouvertures *Bb*, *Cc*, *Dd*: il est évident que si l'orifice *E*, par lequel les eaux s'échappent du réservoir, est fort petit, l'écoulement pourra être continuel, parce qu'à mesure que les eaux sortent, il en arrive, au moins de temps en temps, par les fentes *Bb*, *cc*, *Dd*; mais, si l'orifice *E* est grand, la *fontaine* ne donnera de l'eau que par intervalles. On appelle ces sortes de *fontaines*, *fontaines intermittentes*. Sur quoi il faut remarquer que plusieurs de ces *fontaines* ne commencent à couler qu'un peu de temps après la pluie, parce que les eaux pluviales ont de la peine à passer par les conduits étroits *Bb*, *Cc*, *Dd*. C'est par cette même raison, pour le dire en passant, que l'eau d'une rivière ayant filtré à travers les terres dans les caves voisines, ne s'en retire que lentement, après que la rivière a baissé.

Les phénomènes des *fontaines réciproques* s'expliquent par le méchanisme des syphons. *Voyez* SYPHON. Voici en général à quoi ces phénomènes se réduisent.

Soit *HGM* (*fig.* 25), un réservoir, nourri, comme tout-à-l'heure, par les eaux pluviales, ou par une conduite d'eau *AB*: imaginons que d'un point inférieur *G*, s'élève un tuyau *GOSK* composé de deux branches inégales, & dont le bout *K* de la plus longue, soit ouvert pour donner issue à l'eau. Le réservoir *HGM*, supposé vide au premier instant, recevant de l'eau par le canal *AB*, cette eau s'accumulera, & ne commencera à couler par la branche *SK* du syphon, que lorsque la surface sera arrivée à la ligne horizontale *NMS* qui passe par le sommet du syphon. Supposons maintenant que la quantité d'eau fournie par le tuyau nourricier *AB*, soit moindre que celle qui peut sortir par *K*, la surface *NM* de l'eau du réservoir s'abbaissera, & néanmoins l'écoulement par *K* continuera (*v.* SYPHON) jusqu'à ce que la quantité d'eau fournie par *AB*, soit égale à celle qui sort par *K*: quand cette égalité a lieu, l'écoulement par *K* finit; l'eau contenue dans la branche *SOG* du syphon *GOSK*, retombe par son poids dans le réservoir *HGM*; mais ce réservoir continuant à recevoir de l'eau par le tuyau *AB*, sa surface revient de nouveau à la ligne horizontale *NMS*, & l'écoulement par *K* recommence, pour finir de même, & ainsi de suite.

FONTAINE ARTIFICIELLE. On appelle ainsi une machine, par le moyen de laquelle l'eau est versée ou lancée. De ces machines, les unes agissent par la pesanteur de l'eau, les autres par le ressort de de l'air. Du nombre des premières sont les jets d'eau, qui tirant l'eau d'un réservoir plus élevé, & la recevant par le moyen des tuyaux pratiqués sous terre, élèvent cette eau à une hauteur à-peu-près égale à celle du réservoir. *Voyez* JET-D'EAU & AJUTAGE. En disposant les ajutages selon différentes directions, on aura une *fontaine* ou jet-d'eau, qui lancera l'eau suivant des directions différentes (*Voyez pl. Hid. fig.* 38). On peut même, au lieu de différens ajutages, se contenter de pratiquer des ouvertures différentes à un même tuyau, comme on le voit *fig.* 39. Ouvrant le robinet qui est en *C*, l'eau s'échappera par ces ouvertures & couvrira les spectateurs qui ne s'y attendent pas. Si l'on place sur l'orifice de l'ajutage une petite boule *A* (*fig.* 40), elle sera élevée par l'eau qui monte, & se soutiendra toujours en l'air, pourvu qu'on soit dans un lieu où il ne fasse point de vent. Si à l'orifice de l'ajutage on ajuste une espèce de couvercle lenticulaire *AB* (*fig.* 41) percé d'un grand nombre de petits trous, l'eau jaillira en forme de petits filets, & s'éparpillera en gouttes très-fines. Enfin, si l'on soude au tube *AB* (*fig.* 42) deux segmens de sphère séparés, mais assez proches l'un de l'autre, & qu'on puisse éloigner ou rapprocher par le moyen d'une vis, l'eau sortira en forme de nappe.

Construction d'une fontaine qui joue par le ressort de l'air. *DD BB* (*pl. Hyd. fig.* 43) est un vaisseau cylindrique, percé en bas dans le fond *BB*, d'un petit trou, par lequel on verse l'eau dans la *fontaine*, & que l'on peut fermer à l'aide d'une vis. Il y a en-haut sur le couvercle *DD*, un robinet *E*, par le moyen duquel on peut ouvrir ou fermer ce vase. A ce robinet tient un tuyau *KC*, qui pénètre le milieu du vase & va se rendre jusqu'au fond où il s'ouvre en *C*. On enchâsse au-haut du robinet un petit tuyau *M*, qui a une petite ouverture par laquelle

l'eau jaillit. On met de l'eau dans ce vase, sans l'emplir entièrement, mais seulement jusqu'à la hauteur *AA*; on presse ensuite l'air par le tuyau *KC* dans le vase, par le moyen d'une pompe foulante, attachée proche du robinet en *M*; l'air qui est beaucoup plus léger que l'eau, passe à travers en montant en-haut, & remplit l'espace *ADDA*. Lorsqu'on a ainsi pressé une grande quantité d'air dans ce vase, on le ferme avec le robinet *E*; & après en avoir retiré la pompe foulante, on y met le petit tuyau. L'air enfermé dans l'espace *DADA*, comprimant l'eau proche d'*AA*, il la pousse en-bas, & la fait entrer & monter ensuite dans le tuyau *CK*; lors donc qu'on tourne le robinet *E*, l'eau sort par la petite ouverture, & forme un jet qui s'élève avec beaucoup de rapidité, qui va toujours en diminuant de hauteur & de force, à mesure que l'eau du vase baisse & que l'air en se dilatant la comprime moins. Quand toute l'eau est sortie, l'air s'élance lui-même avec bruit & sifflement par le tuyau.

La *figure* 44 représente une machine à-peu-près semblable, mais en petit. Cette boule se remplit d'eau jusqu'à la moitié, & fait entrer dans la partie vide de la boule, de l'air comprimé, qui oblige l'eau à monter par le tuyau *DAC*, & à jaillir par l'extrémité *C*.

Fontaine qui commence à jouer dès que l'on allume des bougies, & qui cesse quand on les éteint. Prenez un vase cylindrique *CD* (*fig.* 45); appliquez-y des tubes *AC*, *BF*, *&c.* ouverts par en-bas dans le cylindre, de manière que l'air puisse y descendre. Soudez à ces tubes les chandeliers *H*, *&c.* & ajustez au couvercle ceux du vase inférieur *CF* un petit tube ou ajutage *FE*, avec un robinet *G*, qui aille presque jusqu'au fond des vases. Il y a en *G* une ouverture garnie d'une vis, afin que par cet orifice l'on puisse verser l'eau en *CD*.

Dans cet état, si l'on allume les bougies *H*, *&c.* leur chaleur raréfiant l'air contenu dans les tubes contigus, l'eau renfermée dans le vase commencera à jaillir par *EF*.

Fontaine de Heron, ainsi nommée de son inventeur Heron d'Alexandrie, & qui a été perfectionnée ensuite par Nieuwentit.

AB (*fig.* 46) est un tuyau par lequel on verse de l'eau dans le bassin inférieur *C*, lequel étant plein de même que le tuyau *AB*, l'air est poussé du Bassin *C* par le tuyau *DE*, dans le bassin *F*; cet air est par conséquent comprimé par le poids de l'eau *AB*, de sorte que sa force élastique pousse en-bas par le tuyau *GL* l'eau qui se trouve dans le bassin *F*. L'eau coulant alors par le tuyau *GL* dans le second bassin inférieur *M* (qui est séparé du bassin *C* par une cloison *OQ*, placée entre les deux tuyaux), pousse en-haut l'air qu'il contient par le tuyau *NP*; cet air passe dans le second bassin supérieur, & étant alors comprimé par l'eau qui est dans le tuyau *GL*, il pousse l'eau par sa force élastique dans le tuyau *RS* en forme de jet.

Fontaine ou vase dont on tire autant de vin que l'on y verse d'eau, de sorte que l'eau paroît changée en vin. Le petit vase *BM* (*fig.* 47), a une cloison *CD*. On emplit d'abord la cavité inférieure avec du vin par un petit trou qui est dans le fond, & que l'on ferme à l'aide d'une vis *N*. Le tuyau supérieur *ABP*, s'étend jusqu'à la cloison *CD*; on y verse de l'eau, qui comprime par son poids l'air renfermé dans cette cavité supérieure, & le force de passer par l'autre petit tuyau *SR*, qui pénètre à-travers la cloison jusqu'à la cavité inférieure; cet air comprime par conséquent le vin de la cavité inférieure, lequel il fait monter dans le petit tuyau *GC*, & coule ensuite par le petit robinet *O*.

Fontaine de Sturmius, laquelle joue ou s'arrête à la volonté de celui qui la fait aller. *ABC* (*fig.* 48) est un vase exagone, haut & creux, fermé en-haut & en-bas: il y a au milieu un tuyau *DC*, ouvert de chaque côté, & qui monte presque jusqu'en-haut dans le vase proche de *C*: on voit au-bas sur les côtés six petits tuyaux fort menus *KK*, qui sortent hors du vase, & par lesquels l'eau s'écoule. Le bout inférieur du tuyau proche de *D*, s'ajuste exactement en *E* dans un autre tuyau, *EF*, fermement attaché au bassin *M*; ce tuyau *EF* est percé en-bas & de côté proche de *F*: il se trouve encore dans le bassin directement au-dessous du tuyau *EF*, une autre ouverture comme *G*, par laquelle l'eau qui est tombée dans le bassin, après s'être écoulée par le trou *F*, commence à se dégorger dans une autre vaisseau *N*: on peut fermer exactement cette ouverture *G* à l'aide d'une longue coulisse *GL*. Lorsqu'on veut emplir d'eau cette *fontaine*, on la tire du tuyau *EF*, en ôtant le tuyau *EC* de l'ouverture *E*, &, après l'avoir renversée, on y verse de l'eau par le tuyau *DC* jusqu'à ce qu'elle soit pleine: on la retourne ensuite, & on la remet dans le tuyau *EF*; le poids de l'eau la fait alors couler par les petits tuyaux *KK*. Lorsqu'on tire la coulisse *GL* dehors, de sorte que le trou de la coulisse & le trou *G* s'ajustent l'un sur l'autre, alors l'eau qui vient des tuyaux *KK* peut passer librement par ces trous & tomber dans le bassin *N*, & la *fontaine* continuera de couler aussi long-tems que le bassin *ABB* peut fournir de l'eau. Mais quand on bouche un peu le trou *G* par la coulisse *L*, en sorte que l'eau qui tombe par *KK* ne puisse passer en même quantité par *G*, le trou *F* se trouve enfin bouché par l'eau, ce qui empêche en même temps que l'air ne puisse pénétrer dans le tuyau *DC*, ni dans le vase *ABB*; l'eau cependant ne cesse de s'écouler par les tuyaux *KK*, jusqu'à ce que l'eau du vase *ABB* avec l'élasticité de l'air raréfié dans ce vase, se trouve en équilibre avec la pression de l'atmosphère, qui agit contre les ouvertures des tuyaux *KK*, & empêche alors l'eau de s'en écouler: durant ce temps, l'eau continue

continue de s'écouler par les ouvertures $F G$, dans le tuyau N; aussi-tôt que l'eau du bassin $M M$ commence à devenir si basse, qu'il peut s'introduire de nouvel air par l'ouverture F dans le tuyau $D C$ & dans le vase $A B B$, il agit de nouveau sur l'eau qui s'écoule par les petits tuyaux $K K$, comme auparavant, en plus grande quantité que les ouvertures G & F n'en peuvent absorber, ce qui est cause qu'elles se bouchent une seconde fois, & ainsi de suite; de sorte que le tarissement & l'écoulement de l'eau se font ainsi alternativement.

La description de la plupart de ces *fontaines*, est tirée soit en entier, soit par extrait, du Cours de physique de M. Musschenbroek.

Les propriétés des syphons fournissent aussi des *fontaines* curieuses.

Soit, par exemple, un vase $A G B F$ (*figure 49, Hydraul.*), dans lequel on ait ajusté un syphon ou tuyau recourbé à branches inégales, dont la plus longue branche $D E$ sorte du vase, & dont l'autre soit ouverte en C près du fond du vase, sans toucher à ce fond; qu'on verse de l'eau dans ce vase, elle montera en même tems dans le syphon $C D$ par l'ouverture C; & dès que l'eau en s'élevant sera arrivée dans le syphon & dans le vase au niveau du point D, alors, par la propriété du syphon, toute l'eau du vase s'écoulera par la jambe la plus longue $D E$. Si donc on place sur le haut du vase une figure dont les lèvres soient au niveau du coude D, il est évident que l'eau s'écoulera dès qu'elle sera arrivée à la hauteur des lèvres de cette figure : ainsi, la figure pourra représenter une espèce de Tantale. Voilà le principe général, dont on peut varier l'application en autant de manières qu'on voudra. Il est facile, par la construction de la *fontaine*, de dérober le jeu du syphon aux spectateurs.

On peut voir, dans les livres de physique, différentes autres espèces de *fontaines artificielles*; mais voilà les principales. (*O*)

FOR

FORCE, terme fort usité en *Méchanique*, & auquel les Méchaniciens attachent différens sens, dont nous allons détailler les principaux.

FORCE D'INERTIE, est la propriété qui est commune à tous les corps de rester dans leur état, soit de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause étrangère ne les en fasse changer.

Les corps ne manifestent cette *force*, que lorsqu'on veut changer leur état; & on lui donne alors le nom de *résistance* ou d'*action*, suivant l'aspect sous lequel on la considère. On l'appelle *résistance*, lorsqu'on veut parler de l'effort qu'un corps fait contre ce qui tend à changer son état; & on la nomme *action*, lorsqu'on veut exprimer l'effort que le même corps fait pour changer l'état de l'obstacle qui lui résiste. *Voyez* ACTION, COSMOLOGIE, & *la suite de cet article*.

Dans la définition de la *force d'inertie*, je me suis servi du mot de *propriété*, plutôt que de celui de *puissance*; parce que le second de ces mots semble désigner un être métaphysique & vague, qui réside dans le corps, & dont on n'a point d'idée nette; au lieu que le premier ne désigne qu'un effet constamment observé dans les corps.

Preuves de la force d'inertie. On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut se donner le mouvement à lui-même : il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cause étrangère. De-là il s'ensuit que si un corps reçoit du mouvement par quelque cause que ce puisse être, il ne pourra de lui-même accélérer ni retarder ce mouvement. On appelle en général *puissance* ou *cause motrice*, tout ce qui oblige un corps à se mouvoir. *Voyez* PUISSANCE, *&c.*

Un corps mis une fois en mouvement par une cause quelconque, doit y persister toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvelle cause différente de celle qui l'a mis en mouvement, n'agira pas sur lui, c'est-à-dire qu'à moins qu'une cause étrangère & différente de la cause motrice n'agisse sur ce corps, il se mouvra perpétuellement en ligne droite, & parcourra en tems égaux des espaces égaux.

Car, ou l'action indivisible & instantanée de la cause motrice au commencement du mouvement, suffit pour faire parcourir au corps un certain espace, ou le corps a besoin pour se mouvoir de l'action continuée de la cause motrice.

Dans le premier cas, il est visible que l'espace parcouru ne peut être qu'une ligne droite décrite uniformément par le corps mû : car (*hyp.*) passé le premier instant, l'action de la cause motrice n'existe plus, & le mouvement néanmoins subsiste encore : il sera donc nécessairement uniforme, puisqu'un corps ne peut accélérer ni retarder son mouvement de lui-même. De plus, il n'y a pas de raison pour que le corps s'écarte à droite plutôt qu'à gauche; donc dans ce premier cas, où l'on suppose qu'il soit capable de se mouvoir de lui-même pendant un certain tems, indépendamment de la cause motrice, il se mouvra de lui-même pendant ce tems uniformément & en ligne droite.

Or un corps qui peut se mouvoir de lui-même uniformément & en ligne droite pendant un certain tems, doit continuer perpétuellement à se mouvoir de la même manière, si rien ne l'en empêche : car supposons le corps partant de A, (*pl. Méch. fig.* 78) & capable de parcourir de lui-même uniformément la ligne $A B$; soient pris sur la ligne $A B$ deux points quelconques C, D, entre A & B; le corps étant en D est précisément dans le même état que lorsqu'il est en C, si ce n'est qu'il se trouve dans un autre lieu. Donc il doit arriver à ce corps la même chose que quand il est en C. Or étant en C, il peut (*hyp.*) se mou-

voir de lui-même uniformément jusqu'en B. Donc étant en D, il pourra se mouvoir de lui-même uniformément jusqu'au point G, tel que $DG = CB$, & ainsi de suite.

Donc, si l'action premiere & instantanée de la cause motrice est capable de mouvoir le corps, il sera mû uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvelle cause ne l'en empêchera pas.

Dans le second cas, puisqu'on suppose qu'aucune cause étrangere & différente de la cause motrice n'agit sur le corps, rien ne détermine donc la cause motrice à augmenter ni à diminuer; d'où il s'ensuit que son action continuée sera uniforme & constante, & qu'ainsi, pendant le tems qu'elle agira, le corps se mouvra en ligne droite & uniformément. Or la même raison qui a fait agir la cause motrice constamment & uniformément pendant un certain tems, subsistant toujours tant que rien ne s'oppose à son action, il est clair que cette action doit demeurer continuellement la même, & produire constamment le même effet. Donc, *&c.*

Donc en général un corps mis en mouvement par quelque cause que ce soit, y persistera toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'aucune cause nouvelle n'agira pas sur lui.

La ligne droite qu'un corps décrit ou tend à décrire, est nommée *sa direction. Voyez* DIRECTION.

Nous nous sommes un peu étendus sur la preuve de cette seconde loi, parce qu'il y a eu & qu'il y a peut-être encore quelques philosophes qui prétendent que le mouvement d'un corps doit de lui-même se ralentir peu-à-peu, comme il semble que l'expérience le prouve. Il faut convenir au reste, que les preuves qu'on donne ordinairement de la *force d'inertie*, en tant qu'elle est le principe de la conservation du mouvement, n'ont point le degré d'évidence nécessaire pour convaincre l'esprit; elles sont presque toutes fondées, ou sur une *force* qu'on imagine dans la matiere, par laquelle elle résiste à tout changement d'état, ou sur l'indifférence de la matiere au mouvement comme au repos. Le premier de ces deux principes, outre qu'il suppose dans la matiere un être dont on n'a point d'idée nette, ne peut suffire pour prouver la loi dont il est question: car lorsqu'un corps se meut, même uniformément, le mouvement qu'il a dans un instant quelconque, est distingué & comme isolé du mouvement qu'il a eu ou qu'il aura dans les instans précédens ou suivans. Le corps est donc en quelque maniere à chaque instant dans un nouvel état; il ne fait, pour ainsi dire, continuellement que commencer à se mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit sans cesse à retomber dans le repos, si la même cause qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit en quelque sorte à l'en tirer toujours.

A l'égard de l'indifférence de la matiere au mouvement ou au repos, tout ce que ce principe présente, ce me semble, de bien distinct à l'esprit, c'est qu'il n'est pas essentiel à la matiere de se mouvoir toujours, ni d'être toujours en repos; mais il ne s'ensuit pas de cette loi, qu'un corps en mouvement ne puisse tendre continuellement au repos, non que le repos lui soit plus essentiel que le mouvement, mais parce qu'il pourroit sembler qu'il ne faudroit autre chose à un corps pour être en repos, que d'être un corps, & que, pour le mouvement, il auroit besoin de quelque chose de plus, & qui devroit être pour ainsi dire continuellement reproduit en lui.

La démonstration que j'ai donnée de la conservation du mouvement, a cela de particulier, qu'elle a lieu également, soit que la cause motrice doive toujours être appliquée au corps, ou non. Ce n'est pas que je croye l'action continuée de cette cause, nécessaire pour mouvoir le corps; car, si l'action instantanée ne suffisoit pas, quel seroit alors l'effet de cette action? & si l'action instantanée n'avoit point d'effet, comment l'action continuée en auroit-elle? Mais comme on doit employer à la solution d'une question le moins de principes qu'il est possible, j'ai cru devoir me borner à démontrer que la continuation du mouvement a lieu également dans les deux hypothèses: il est vrai que notre démonstration suppose l'existence du mouvement, & à plus forte raison sa possibilité; mais nier que le mouvement existe, c'est se refuser à un fait que personne ne révoque en doute.

Voilà, si je ne me trompe, comment on peut prouver la loi de la continuation du mouvement, d'une maniere qui soit à l'abri de toute chicane. Dans le mouvement il semble, comme nous l'avons déja observé, qu'il y ait en quelque sorte un changement d'état continuel; & cela est vrai dans ce seul sens, que le mouvement du corps, dans un instant quelconque, n'a rien de commun avec son mouvement dans l'instant précédent ou suivant. Mais on auroit tort d'entendre par *changement d'état*, le *changement de place* ou *de lieu* que le mouvement produit: car quand on examine ce prétendu changement d'état avec des yeux philosophiques, on n'y voit autre chose qu'un changement de relation, c'est-à-dire un changement de distance du corps mû aux corps environnans.

Nous sommes fort enclins à croire qu'il y a dans un corps en mouvement un effort ou énergie, qui n'est point dans un corps en repos. La raison pour laquelle nous avons tant de peine à nous détacher de cette idée, c'est que nous sommes toujours portés à transférer aux corps inanimés les choses que nous observons dans notre propre corps. Ainsi, nous voyons, que quand notre corps se meut, ou frappe quelque obstacle, le choc ou le mouvement est accompagné en nous d'une sensation qui nous donne l'idée d'une *force* plus ou moins grande; or en transportant aux autres corps ce même mot *force*, nous appercevrons avec une legere attention, que nous ne pouvons y attacher que trois différens sens: 1.° celui de la sensation que nous éprouvons, & que nous ne pouvons pas supposer dans une matiere inanimée: 2.° celui d'un être métaphysique, différent

de la sensation, mais qu'il nous est impossible de concevoir, & par conséquent de définir : 3.° enfin (& c'est le seul sens raisonnable) celui de l'effet même, ou de la propriété qui se manifeste par cet effet, sans examiner ni rechercher la cause. Or en attachant au mot *force* ce dernier sens, nous ne voyons rien de plus dans le mouvement, que dans le repos, & nous pouvons regarder la continuation du mouvement, comme une loi aussi essentielle que celle de la continuation du repos. Mais, dira-t-on, un corps en repos ne mettra jamais un corps en mouvement; au lieu qu'un corps en mouvement meut un corps en repos. Je réponds que si un corps en mouvement meut un corps en repos, c'est en perdant lui-même une partie de son mouvement ; & cette perte vient de la résistance que fait le corps en repos au changement d'état. Un corps en repos n'a donc pas moins une *force* réelle pour conserver son état, qu'un corps en mouvement, quelque idée qu'on attache au mot *force*. *Voyez* COMMUNICATION *de mouvement*, &c.

Le principe de la *force d'inertie* peut se prouver aussi par l'expérience. Nous voyons 1.° *que les corps en repos y demeurent tant que rien ne les en tire*; & si quelquefois il arrive qu'un corps soit mû sans que nous connoissions la cause qui le meut, nous sommes en droit de juger, & par l'analogie, & par l'uniformité des loix de la nature, & par l'incapacité de la matière à se mouvoir d'elle-même, que cette cause, quoique non apparente, n'en est pas moins réelle. 2.° Quoiqu'il n'y ait point de corps qui conserve éternellement son mouvement, parce qu'il y a toujours des causes qui le ralentissent peu-à-peu, comme le frottement & la résistance de l'air ; cependant nous voyons qu'un corps en mouvement y persiste d'autant plus long-tems, que les causes qui retardent ce mouvement sont moindres : d'où nous pouvons conclure que *le mouvement ne finiroit point, si les forces retardatrices étoient nulles*.

L'expérience journalière de la pesanteur semble démentir le premier de ces deux principes. La multitude a peine à s'imaginer qu'il soit nécessaire qu'un corps soit poussé vers la terre pour s'en approcher ; accoutumée à voir tomber un corps dès qu'il n'est pas soutenu, elle croit que cette seule raison suffit pour obliger le corps à se mouvoir. Mais une réflexion bien simple peut désabuser de cette opinion. Qu'on place un corps sur une table horizontale ; pourquoi ce corps ne se meut-il pas horizontalement le long de la table, puisque rien ne l'en empêche ? pourquoi ce corps ne se meut-il pas de bas en-haut, puisque rien n'arrête son mouvement en ce sens ? Donc, puisque le corps se meut de haut en-bas, & que par lui-même il est évidemment indifférent à se mouvoir dans un sens plutôt que dans un autre, il y a quelque cause qui le détermine à se mouvoir en ce sens. Ce n'est donc pas sans raison que les Philosophes s'étonnent de voir tomber une pierre ; & le peuple qui rit de leur étonnement, le partage bientôt lui-même pour peu qu'il réfléchisse.

Il y a plus : la plupart des corps que nous voyons se mouvoir, ne sont tirés du repos que par l'impulsion visible de quelque autre corps. Nous devons donc être naturellement portés à juger que le mouvement est toujours l'effet de l'impulsion : ainsi, la première idée d'un philosophe qui voit tomber un corps, doit être que ce corps est poussé par quelque fluide invisible. S'il arrive cependant qu'après avoir approfondi davantage cette matière, on trouve que la pesanteur ne puisse s'expliquer par l'impulsion d'un fluide, & que les phénomènes se refusent à cette hypothèse ; alors le philosophe doit suspendre son jugement, & peut-être même doit-il commencer à croire qu'il peut y avoir quelque autre cause du mouvement des corps que l'impulsion ; ou du moins (ce qui est aussi contraire aux principes communément reçus) que l'impulsion des corps, & sur-tout de certains fluides inconnus, peut avoir des lois toutes différentes de celles que l'expérience nous a fait découvrir jusqu'ici. *Voyez* ATTRACTION.

Un savant géomètre de nos jours (*Voyez Euleri opuscula*, Berlin, 1746,) prétend que l'attraction, quand on la regarde comme un principe différent de l'impulsion, est contraire au principe de la *force d'inertie*, & par conséquent ne peut appartenir au corps ; car, dit ce géomètre, un corps ne peut se donner le mouvement à lui-même, & par conséquent ne peut tendre de lui-même vers un autre corps, sans y être déterminé par quelque cause. Il suffit de répondre à ce raisonnement, 1.° que la tendance des corps les uns vers les autres, quelle qu'en soit la cause, est une loi de la nature constatée par les phénomènes. *Voyez* GRAVITATION. 2.° Que si cette tendance n'est point produite par l'impulsion, ce que nous ne décidons pas, en ce cas la présence d'une autre corps suffit pour altérer le mouvement de celui qui se meut ; & que comme l'action de l'ame, sur le corps n'empêche pas le principe de la *force d'inertie* d'être vrai, de même l'action d'un corps sur un autre, exercée à distance, ne nuit point à la vérité de ce principe, parce que dans l'énoncé de ce principe, on fait abstraction de toutes les causes (quelles qu'elles puissent être) qui peuvent altérer le mouvement du corps, soit que nous puissions comprendre ou non la manière d'agir de ces *forces*.

Le même géomètre va plus loin ; il entreprend de prouver que la *force d'inertie* est incompatible avec la faculté de penser, parce que cette dernière faculté entraîne la propriété de changer de soi-même son état : d'où il conclut que la *force d'inertie*, étant une propriété reconnue de la matière, la faculté de penser n'en sauroit être une. Nous

applaudissons au zèle de cet auteur pour chercher une nouvelle preuve d'une vérité que nous ne prétendons pas combattre : cependant, à considérer la chose uniquement en philosophes, nous ne voyons pas que par cette nouvelle preuve il ait fait un grand pas en Métaphysique. La *force d'inertie* n'a lieu, comme l'expérience le prouve, que dans la matière brute, c'est-à-dire dans la matière qui n'est point unie à un principe intelligent dont la volonté la meut : ainsi, soit que la matière reçoive par elle-même la faculté de penser (ce que nous sommes bien éloignés de croire), soit qu'un principe intelligent & d'une nature différente lui soit uni, dès-lors elle perdra la *force d'inertie*, ou, pour parler plus exactement, elle ne paroîtra plus obéir à cette *force*. Sans doute il n'est pas plus aisé de concevoir comment ce principe intelligent, uni à la matière & différent d'elle, peut agir sur elle pour la mouvoir, que de comprendre comment la *force d'inertie* peut se concilier avec la faculté de penser, que les Matérialistes attribuent faussement au corps : mais nous sommes certains par la religion, que la matière ne peut penser; & nous sommes certains, par l'expérience, que l'ame agit sur le corps. Tenons-nous-en donc à ces deux vérités incontestables, sans entreprendre de les concilier.

FORCE VIVE, *ou* FORCE DES CORPS EN MOUVEMENT; c'est un terme qui a été imaginé par M. Leibnitz, pour distinguer la *force* d'un corps actuellement en mouvement, d'avec la *force* d'un corps qui n'a que la tendance au mouvement, sans se mouvoir en effet : ce qui a besoin d'être expliqué plus au long.

Supposons, dit M. Leibnitz, un corps pesant appuyé sur un plan horizontal. Ce corps fait un effort pour descendre; & cet effort est continuellement arrêté par la résistance du plan; de sorte qu'il se réduit à une simple tendance au mouvement. M. Leibnitz appelle cette *force* & les autres de la même nature, *forces mortes*.

Imaginons au contraire, ajoute le même philosophe, un corps pesant qui est jetté de bas en haut, & qui, en montant, ralentit toujours son mouvement à cause de l'action de la pesanteur, jusqu'à ce qu'enfin sa *force* soit totalement perdue, ce qui arrive lorsqu'il est parvenu à la plus grande hauteur à laquelle il peut monter; il est visible que la *force* de ce corps se détruit par degrés & se consume en s'exerçant. M. Leibnitz appelle *force vive*, cette dernière *force*, pour la distinguer de la première, qui naît & meurt au même instant; & en général, il appelle *force vive* la *force* d'un corps qui se meut d'un mouvement, continuellement retardé & ralenti par des obstacles, jusqu'à ce qu'enfin ce mouvement soit anéanti, après avoir été successivement diminué par des degrés insensibles. M. Leibnitz convient que la *force* morte est comme le produit de la masse par la vitesse *virtuelle*, c'est-à-dire, avec laquelle le corps tend à se mouvoir, suivant l'opinion commune. Ainsi, pour que deux corps qui se choquent ou qui se tirent directement, se fassent équilibre, il faut que le produit de la masse par la vitesse *virtuelle* soit le même de part & d'autre. Or en ce cas, la *force* de chacun de ces deux corps est une *force* morte, puisqu'elle est arrêtée tout-à-la-fois & comme en son entier par une *force* contraire. Donc dans ce cas, le produit de la masse par la vitesse doit représenter la *force*. Mais, M. Leibnitz soutient que la *force vive* doit se mesurer autrement, & qu'elle est comme le produit de la masse par le quarré de la vitesse; c'est-à-dire, qu'un corps qui a une certaine *force* lorsqu'il se meut avec une vitesse donnée, aura une *force* quadruple, s'il se meut avec une vitesse double; une *force* neuf fois aussi grande, s'il se meut avec une vitesse triple, *&c* & qu'en général, si la vitesse est successivement 1, 2, 3, 4, *&c.* la *force* sera comme 1, 4, 9, 16, *&c.* c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres 1, 2, 3, 4 : au lieu que si ce corps n'étoit pas réellement en mouvement, mais tendoit à se mouvoir avec les vitesses 1, 2, 3, 4, *&c.* sa *force* n'étant alors qu'une *force* morte, seroit comme 1, 2, 3, 4, *&c.*

Dans le systême des adversaires des *forces vives*, la *force* des corps en mouvement est toujours proportionnelle à ce qu'on appelle autrement *quantité de mouvement*, c'est-à-dire, au produit de la masse des corps par la vitesse; au lieu que dans le systême opposé, elle est le produit de la quantité de mouvement par la vitesse.

Pour réduire cette question à son énoncé le plus simple, il s'agit de savoir si la *force* d'un corps qui a une certaine vitesse, devient double ou quadruple quand sa vitesse devient double. Tous les Méchaniciens avoient cru jusqu'à M. Leibnitz qu'elle étoit simplement double : ce grand philosophe soutint le premier qu'elle étoit quadruple; & il le prouvoit par le raisonnement suivant. La *force* d'un corps ne se peut mesurer que par ses effets & par les obstacles qu'elle lui fait vaincre. Or si un corps pesant étant jetté de de bas en haut avec une certaine vitesse, monte à la hauteur de quinze piés, il doit, de l'aveu de tout le monde, monter à la hauteur de 60 piés, étant jetté de bas en haut avec une vitesse double, *voyez* ACCÉLÉRATION. Il fait donc dans ce dernier cas quatre fois plus d'effet, & surmonte quatre fois plus d'obstacles : sa *force* est donc quadruple de la premiere. M. Jean Bernoulli, dans son *discours sur les lois de la communication du mouvement*, imprimé en 1726, & joint au recueil général de ses œuvres, a ajouté à cette preuve de M. Leibnitz une grande quantité d'autres preuves. Il a démontré qu'un corps qui ferme ou bande un ressort avec une certaine vitesse, peut avec une vitesse double, fermer quatre ressorts semblables au premier; neuf avec une vitesse

triple, &c. M. Bernoulli fortifie ce nouvel argument en faveur des *forces vives*, par d'autres observations très-curieuses & très-importantes, dont nous aurons lieu de parler plus bas, à l'*article* CONSERVATION DES FORCES VIVES. Cet ouvrage a été l'époque d'une espèce de schisme entre les savans sur la mesure des *forces*.

La principale réponse qu'on a faite aux objections des partisans des *forces vives*, *voyez les mém. de l'academie de 1728*, consiste à réduire le mouvement retardé en uniforme, & à soutenir qu'en ce cas la *force* n'est que comme la vitesse : on avoue qu'un corps qui parcourt quinze piés de bas en haut, parcourra soixante piés avec une vitesse double : mais on dit qu'il parcourra ces soixante piés dans un tems double du premier. Si son mouvement étoit uniforme, il parcourroit dans ce même tems double cent vingt piés, *voyez* ACCÉLÉRATION. Or dans le cas où il parcourroit quinze piés d'un mouvement retardé, il parcourroit trente piés dans le même tems, & soixante piés dans un tems double avec un mouvement uniforme : les effets sont donc ici comme 120 & 60, c'est-à-dire comme 2 & 1 ; & par conséquent la *force*, dans le premier cas, n'est que double de l'autre, & non pas quadruple. Ainsi, conclut-on, un corps pesant parcourt quatre fois autant d'espace avec une vitesse double, mais il le parcourt en un tems double ; & cela équivaut à un effet double & non pas quadruple. Il faut donc, dit-on, diviser l'espace par le tems pour avoir l'effet auquel la *force* est proportionnelle, & non pas faire la *force* proportionnelle à l'espace. Les défenseurs des *forces vives* répondent à cela, que la nature d'une *force* plus grande est de durer plus long-tems ; & qu'ainsi il n'est pas surprenant qu'un corps pesant qui parcourt quatre fois autant d'espace, le parcoure en un tems double : que l'effet réel de la *force* est de faire parcourir quatre fois autant d'espace : que le plus ou moins de tems n'y fait rien ; parce que ce plus ou moins de temps vient du plus ou moins de grandeur de la *force* ; & qu'il n'est point vrai de dire, comme il paroît résulter de la réponse de leurs adversaires, que la *force* soit d'autant plus petite, toutes choses d'ailleurs égales, que le tems est plus grand ; puisqu'au contraire il est infiniment plus naturel de croire qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle est plus long-tems à se consumer.

Au reste, il est bon de remarquer que pour supposer la *force* proportionnelle au quarré de la vitesse, il n'est pas nécessaire, selon les partisans des *forces vives*, que cette *force* se consume réellement & actuellement en s'exerçant ; il suffit d'imaginer qu'elle puisse être consumée & anéantie peu-à-peu par degrés infiniment petits. Dans un corps mû uniformément, la *force* n'en est pas moins proportionnelle au quarré de la vitesse, selon ces Philosophes, quoique cette *force* demeure toujours la même ; parce que si cette *force* s'exerçoit contre des obstacles qui la consumassent par degrés, son effet seroit alors comme le quarré de la vitesse.

Nous renvoyons nos lecteurs à ce qu'on a écrit pour & contre les *forces vives* dans les *mémoires de l'acad. 1728*, dans ceux de Pétersbourg, *tome I*, & dans d'autres ouvrages. Mais au lieu de rappeller ici tout ce qui a été dit sur cette question, il ne sera peut-être pas inutile d'exposer succinctement les principes qui peuvent servir à la résoudre.

Quand on parle de la *force* des corps en mouvement, ou l'on n'attache point d'idée nette au mot que l'on prononce, ou l'on ne peut entendre par-là en général que la propriété qu'ont les corps qui se meuvent, de vaincre les obstacles qu'ils rencontrent, ou de leur résister. Ce n'est donc ni par l'espace qu'un corps parcourt uniformément, ni par le tems qu'il employe à le parcourir, ni enfin par la considération simple, unique, & abstraite de sa masse & de sa vitesse, qu'on doit estimer immédiatement la *force* ; c'est uniquement par les obstacles qu'un corps rencontre, & par la résistance que lui font ces obstacles. Plus l'obstacle qu'un corps peut vaincre, ou auquel il peut résister, est considérable, plus on peut dire que sa *force* est grande ; pourvu que sans vouloir représenter par ce mot un prétendu être qui réside dans le corps, on ne s'en serve que comme d'une maniere abrégée d'exprimer un fait ; à-peu-près comme on dit, qu'un corps a deux fois autant de vitesse qu'un autre, au lieu de dire qu'il parcourt en tems égal deux fois autant d'espace, sans prétendre pour cela que ce mot de *vitesse* représente un être inhérent au corps.

Ceci bien entendu, il est clair qu'on peut opposer au mouvement d'un corps trois sortes d'obstacles ; ou des obstacles invincibles qui anéantissent tout-à-fait son mouvement, quel qu'il puisse être ; ou des obstacles qui n'aient précisément que la résistance nécessaire pour anéantir le mouvement du corps, & qui l'anéantissent dans un instant, c'est le cas de l'équilibre ; ou enfin des obstacles qui anéantissent le mouvement peu-à-peu ; c'est le cas du mouvement retardé. Comme les obstacles insurmontables anéantissent également toutes sortes de mouvemens, ils ne peuvent servir à faire connoître la *force* : ce n'est donc que dans l'équilibre, ou dans le mouvement retardé, qu'on doit en chercher la mesure. Or tout le monde convient qu'il y a équilibre entre deux corps quand les produits de leurs masses par leurs vitesses virtuelles, c'est-à-dire, par les vitesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir, sont égaux de part & d'autre. Donc dans l'équilibre, le produit de la masse par la vitesse, ou, ce qui est la même chose, la quantité de mouvement peut représenter la *force*. Tout le monde convient aussi que dans le mouvement retardé, le nombre des obstacles vaincus est comme le quarré de la vitesse : en sorte

qu'un corps qui a fermé un ressort, par exemple, avec une certaine vitesse, pourra avec une vitesse double fermer, ou tout-à-la-fois ou successivement, non pas deux, mais quatre ressorts semblables au premier, neuf avec une vitesse triple, & ainsi du reste. D'où les partisans des *forces vives* concluent que la *force* des corps qui se meuvent actuellement, est en général comme le produit de la masse par le quarré de la vitesse. Au fond, quel inconvénient pourroit-il y avoir à ce que la mesure des *forces* fût différente dans l'équilibre & dans le mouvement retardé, puisque si on veut ne raisonner que d'après des idées claires, on doit n'entendre par le mot de *force*, que l'effet produit en surmontant l'obstacle. ou en lui résistant? Il faut avouer cependant, que l'opinion de ceux qui regardent la *force* comme le produit de la masse par la vitesse, peut avoir lieu non-seulement dans le cas de l'équilibre, mais aussi dans celui du mouvement retardé, si dans ce dernier cas on mesure la *force*, non par la quantité absolue des obstacles, mais par la somme des résistances de ces mêmes obstacles. Car cette somme de résistances est proportionnelle à la quantité de mouvement, puisque, de l'aveu général, la quantité de mouvement que le corps perd à chaque instant, est proportionnelle au produit de la résistance par la durée infiniment petite de l'instant; & que la somme de ces produits est évidemment la résistance totale. Toute la difficulté se réduit donc à savoir si on doit mesurer la *force* par la quantité absolue des obstacles, ou par la somme de leurs résistances. Il me paroîtroit plus naturel de mesurer la *force* de cette dernière maniere; car un obstacle n'est tel qu'en tant qu'il résiste; & c'est, à proprement parler, la somme des résistances qui est l'obstacle vaincu. D'ailleurs en estimant ainsi la *force*, on a l'avantage d'avoir l'équilibre, & pour le mouvement retardé une mesure commune: néanmoins, comme nous n'avons d'idée précise & distincte du mot de *force*, qu'en restreignant ce terme à exprimer un effet, je crois qu'on doit laisser chacun le maître de se décider comme il voudra là-dessus; & toute la question ne peut plus consister que dans une discussion métaphysique très-futile, ou dans une dispute de mots plus indigne encore d'occuper des Philosophes.

Ce que nous venons de dire sur la fameuse question des *forces vives*, est tiré de la préface de notre *traité de Dynamique*, imprimé en 1743, dans le tems que cette question étoit encore fort agitée parmi les Savans. Il semble que les Géometres conviennent aujourd'hui, assez unanimement de ce que nous soutenions alors, que c'est une dispute de mots: & comment n'en seroit-ce pas une, puisque les deux partis sont d'ailleurs entierement d'accord sur les principes fondamentaux de l'équilibre & du mouvement? En effet, qu'on propose un problême de Dynamique à résoudre à deux géometres habiles, dont l'un soit adversaire, & l'autre partisan des *forces vives*, leurs solutions, si elles sont bonnes, s'accorderont parfaitement entr'elles; la mesure des *forces* est donc une question aussi inutile à la Méchanique, que les questions sur la nature de l'étendue & du mouvement: sur quoi on peut voir ce que nous avons dit *au mot* ELÉMENS DES SCIENCES, *tome V, page 493, col. 1 & 2.* Dans le mouvement d'un corps nous ne voyons clairement que deux choses; l'espace parcouru, & le tems qu'il emploie à le parcourir. C'est de cette seule idée qu'il faut déduire tous les principes de la Méchanique, & qu'on peut en effet les déduire. *Voyez* DYNAMIQUE.

Une considération qu'il ne faut pas négliger, & qui prouve bien qu'il ne s'agit ici que d'une question de nom toute pure; c'est que soit qu'un corps ait une simple tendance au mouvement arrêtée par quelque obstacle, soit qu'il se meuve d'un mouvement uniforme avec la vitesse que cette tendance suppose, soit enfin que commençant à se mouvoir avec cette vitesse, son mouvement soit anéanti peu-à-peu par quelque obstacle; dans tous ces cas, l'effet produit par le corps est différent: mais le corps en lui-même ne reçoit rien de nouveau; seulement son action est différemment appliquée. Ainsi, quand on dit que la *force* d'un corps est dans certains cas comme la vitesse, dans d'autres comme le quarré de la vitesse; on veut dire seulement que l'effet dans certains cas est comme la vitesse, dans d'autres comme le quarré de cette vitesse: encore doit-on remarquer que le mot *effet* est ici lui-même un terme assez vague, & qui a besoin d'être défini avec d'autant plus d'exactitude, qu'il a des sens différens dans chacun des trois cas dont nous venons de parler. Dans le premier, il signifie l'effort que le corps fait contre l'obstacle; dans le second, l'espace parcouru dans un tems donné & constant; dans le troisieme, l'espace parcouru jusqu'à l'extinction totale du mouvement, sans avoir d'ailleurs aucun égard au tems que la *force* a mis à se consumer.

On peut remarquer par tout ce que nous venons de dire, qu'un même corps, selon que sa tendance au mouvement est différemment appliquée, produit différens effets; les uns proportionnels à sa vitesse, les autres au quarré de sa vitesse. Ainsi, ce prétendu axiome, que *les effets sont proportionnels à leurs causes*, est au moins très-mal énoncé, puisque voilà une même cause qui produit différens effets. Il faudroit mettre cette restriction à la proposition dont il s'agit que *les effets sont proportionnels à leurs causes, agissantes de la même maniere.* Mais nous avons déja fait voir aux *mots* ACCÉLÉRATRICE & CAUSE, que ce prétendu axiome est un principe très-vague, très-mal exprimé, absolument inutile à la Méchanique, & capable de conduire à bien des paralogismes, quand on n'en fait pas usage avec précaution.

Conservation des forces vives. C'est un principe de Méchanique que M. Huyghens semble avoir apperçu le premier, & dont M. Bernoulli, & plusieurs autres géomètres après lui, ont fait voir depuis, l'étendue & l'usage dans la solution des problèmes de Dynamique. Voici quel est ce principe; il consiste dans les deux lois suivantes.

1.° Si des corps agissent les uns sur les autres, soit en se tirant par des fils ou des verges inflexibles, soit en se poussant, soit en se choquant, pourvu que dans ce dernier cas, ils soient à ressort parfait, la somme des produits des masses par les quarrés des vitesses fait toujours une quantité constante. 2.° Si les corps sont animés par des puissances quelconques, la somme des produits des masses par les quarrés des vitesses à chaque instant, est égale à la somme des produits des masses par le quarré des vitesses initiales, plus les quarrés des vitesses que les corps auroient acquises, si étant animés par les mêmes puissances, ils s'étoient mûs librement chacun sur la ligne qu'il a décrite.

Nous avons dit *soit en se poussant*, *soit en se choquant*, & nous distinguons *la pulsion* d'avec le *choc*, parce que la conservation des *forces vives* a lieu dans les mouvemens des corps qui se poussent, pourvu que ces mouvemens ne changent que par degrés insensibles, ou plutôt infiniment petits; au lieu qu'elle a lieu dans les corps élastiques qui se choquent, dans le cas même où le ressort agiroit en un instant indivisible, & les feroit passer sans gradation d'un mouvement à un autre.

M. Huyghens paroît être le premier qui ait apperçu cette loi de la conservation des *forces vives* dans le choc des corps élastiques. Il paroît aussi avoir connu la loi de la conservation des *forces vives* dans le mouvement des corps qui sont animés par des puissances. Car le principe dont il se sert pour résoudre le problème des centres d'oscillation, n'est autre chose que la seconde loi exprimée autrement. M. Jean Bernoulli dans son discours sur les lois de la communication du mouvement dont nous avons parlé, a développé & étendu cette découverte de M. Huyghens, & il n'a pas oublié de s'en servir pour prouver son opinion sur la mesure des *forces*, à laquelle il croit ce principe très-favorable, puisque dans l'action mutuelle de deux corps, ce n'est presque jamais la somme des produits des masses, par les vitesses qui fait une somme constante, mais la somme des produits des masses par les quarrés des vitesses. Descartes croyoit que la même quantité de *force* devoit toujours subsister dans l'univers, & en conséquence il prétendoit faussement que le mouvement ne pouvoit pas se perdre, parce qu'il supposoit la *force* proportionnelle à la quantité de mouvement. Ce philosophe n'auroit peut-être pas été éloigné d'admettre la mesure des *forces vives* par les quarrés des vitesses, si cette idée lui fût venue dans l'esprit. Cependant si on fait attention à ce que nous avons dit ci-dessus sur la notion qu'on doit attacher au mot de *force*, il semble que cette nouvelle preuve en faveur des *forces vives*, ou ne présente rien de net à l'esprit, ou ne lui présente qu'un fait & une vérité avouée de tout le monde.

Dans mon traité de Dynamique imprimé en 1743, j'ai démontré le principe de la conservation des *forces vives* dans tous les cas possibles; & j'ai fait voir qu'il dépend de cet autre principe, que quand des puissances se font équilibre, les vitesses *virtuelles* des points où elles sont appliquées, estimées suivant la direction de ces puissances, sont en raison inverse de ces mêmes puissances. Ce dernier principe est reconnu depuis long-tems par les Géomètres pour le principe fondamental de l'équilibre, ou du moins pour une conséquence nécessaire de l'équilibre.

M. Daniel Bernoulli dans son excellent ouvrage, intitulé *Hydrodynamica*, a appliqué le premier au mouvement des fluides le principe de la conservation des *forces vives*, mais sans le démontrer. J'ai publié à Paris en 1744, *un traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, où je crois avoir démontré le premier la conservation des *forces vives* dans le mouvement des fluides. C'est aux savans à juger si j'y ai réussi. Je crois aussi avoir prouvé que M. Daniel Bernoulli s'est servi quelquefois du principe de la conservation des *forces vives* dans certains cas où il n'auroit pas dû en faire usage. Ce sont ceux où la vitesse du fluide, ou d'une partie du fluide change brusquement & sans gradation, c'est-à-dire, sans diminuer par des degrés insensibles. Car le principe de la conservation des *forces vives*, n'a jamais lieu lorsque les corps qui agissent les uns sur les autres passent subitement d'un mouvement à un mouvement différent, sans passer par les degrés de mouvement intermédiaires, à-moins que les corps ne soient supposés à ressort parfait. Encore dans ce cas le changement ne s'opère-t-il que par des degrés infiniment petits; ce qui le fait rentrer dans la règle générale, *Voyez* Hydrodinamique & Fluide.

Dans les *mém. de l'académie des Sciences*, *de 1742*. M. Clairaut a démontré aussi d'une manière particulière, le principe de la conservation des *forces vives*; & je dois remarquer à ce sujet, que quoique le mémoire de M. Clairaut soit imprimé dans le vol. de 1742, & que mon traité de Dynamique n'ait paru qu'en 1743, cependant ce mémoire & ce traité, ont été présentés tous deux le même jour à l'académie.

On peut voir par différens mémoires répandus dans les volumes des académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, combien le principe de la conservation des *forces vives* facilite la solution d'un grand nombre de problèmes de

Dynamique; nous croyons même qu'il a été un tems où on auroit été fort embarrassé de résoudre plusieurs de ces problèmes sans employer ce principe; & il me semble, si une prévention trop favorable pour mon propre travail ne m'en impose point, que j'ai donné le premier dans mon traité de Dynamique une méthode générale & directe, pour résoudre toutes les questions imaginables de ce genre, sans y employer le principe de la conservation des *forces vives*, ni aucun autre principe indirect & secondaire. Cela n'empêche pas que je ne convienne de l'utilité de ces derniers principes pour faciliter, ou plutôt pour abréger en certains cas les solutions, sur-tout lorsqu'on aura eu soin de démontrer auparavant ces mêmes principes.

Du rapport de la force vive avec l'action. Nous avons vu *au mot* COSMOLOGIE, que les partisans modernes des *forces vives* avoient imaginé l'action comme le produit de la masse, par l'espace & par la vitesse, ou ce qui revient au même, comme le produit de la masse, par le quarré de la vitesse & par le tems; car dans le mouvement uniforme tel qu'on le suppose ici, l'espace est le produit de la vitesse par le tems. *Voyez* VITESSE.

Nous avons dit aussi aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, que cette définition de l'action prise en elle-même, est absolument arbitraire; cependant nous craignons que les partisans modernes des *forces vives*, n'aient prétendu attacher par cette définition quelque réalité à ce qu'ils appellent *action*. Car selon eux la force instantanée d'un corps en mouvement, est le produit de la masse par le quarré de la vitesse; & ils paroissent avoir regardé l'action comme la somme des *forces instantanées*, puisqu'ils font l'action égale au produit de la *force vive* par le tems. On peut voir sur cela un mémoire, d'ailleurs assez médiocre, du feu professeur Wolf, inséré dans le *I. volume de Pétersbourg*; & l'on se convaincra que ce professeur croyoit en effet avoir fixé dans ce mémoire la véritable notion de l'action; mais il est aisé de voir que cette notion, quand on voudra la regarder autrement que comme une définition de nom, est tout-à-fait chimérique & en elle-même & dans les principes des partisans des *forces vives*; 1.° en elle-même, parce que dans le mouvement uniforme d'un corps, il n'y a point de résistance à vaincre ni par conséquent d'action, à proprement parler; 2.° dans les principes des partisans des *forces vives*, parce que selon eux, la *force vive* est celle qui se consume, ou qu'on suppose pouvoir se consumer en s'exerçant. Il n'y a donc proprement d'action que lorsque cette *force* se consume réellement en agissant contre des obstacles. Or dans ce cas, selon les défenseurs même des *forces vives*, le tems doit être compté pour rien, parce qu'il est de la nature d'une *force* plus grande d'être plus long-tems à s'anéantir. Pourquoi donc veulent-ils faire entrer le tems dans la considération de l'action? L'action ne devroit être dans leurs principes que la *force vive* même en tant qu'elle agit contre des obstacles; & cette manière de la considérer ne doit rien changer à sa mesure, puisque selon eux cette *force* n'est regardée comme proportionnelle au quarré de vitesse, qu'autant qu'on suppose cette *force* anéantie insensiblement par des obstacles contre lesquels elle agit.

Reconnoissons donc que cette définition de l'action donnée par les partisans des *forces vives*, est purement arbitraire, & même peu conforme à leurs principes. A l'égard de ceux qui comme M. de Maupertuis, n'ont point pris de parti dans la dispute des *forces vives*, on ne peut leur contester la définition de l'action, sur-tout lorsqu'ils paroissent la donner comme une définition de nom; M. de Maupertuis dit lui-même à la page 26 du premier volume de ses nouvelles œuvres imprimées à Lyon: *Ce que j'ai appellé action, il auroit peut-être mieux valu l'appeller force; mais ayant trouvé ce mot tout établi par Leibnitz & par Wolf, pour exprimer la même idée, & trouvant qu'il y répond bien, je n'ai pas voulu changer les termes.* Ces paroles semblent faire connoître que M. de Maupertuis, quoiqu'il croye que l'action peut être représentée par le produit du quarré de la vitesse & du tems, croit en même tems qu'on pourroit attacher à ce mot une autre notion; à quoi nous ajouterons relativement aux *articles* ACTION & COSMOLOGIE, que quand il regarde l'action envisagée sous ce point de vûe, comme la *dépense* de la nature, ce mot de *dépense* ne doit point sans doute être pris dans un sens métaphysique & rigoureux, mais dans un sens purement mathématique, c'est-à-dire, pour une quantité mathématique, qui dans plusieurs cas est égale à un *minimum*.

Par les mêmes raisons, je crois qu'on peut adopter également toute autre définition de l'action, par exemple celle que M. d'Arcy en a donnée dans les Mém. de l'acad. des Sciences de 1747 & 1752, pourvu (ce qui ne contredit en rien les principes de M. d'Arcy) qu'on regarde aussi cette définition comme une simple définition de nom. On peut dire dans un sens avec M. d'Arcy, que l'action d'un système de deux corps égaux qui se meuvent en sens contraire avec des vitesses égales, est nulle, parce que l'action qui feroit équilibre à la somme de ces actions seroit nulle, mais on peut aussi dans un autre sens regarder l'action de ce système comme la somme des actions séparées, & par conséquent comme réelle. Ainsi, on peut regarder comme très-réelle l'action des deux boulets de canon qui vont en sens contraires. Au reste, M. d'Arcy remarque avec raison que la conservation de l'action, prise dans le sens qu'il lui donne, a lieu en général dans le mouvement des corps qui agissent les uns sur les autres, & il s'est servi

il s'est servi avantageusement de ce principe pour faciliter la solution de plusieurs problèmes de Dynamique.

Comme l'idée qu'on attache ordinairement au mot *action* suppose de la résistance à vaincre, & que nous ne pouvons avoir d'idée de l'action que par son effet, j'ai cru pouvoir définir l'*action* dans l'Encyclopédie, en disant qu'elle est le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps. Un auteur qui m'est inconnu prétend dans les *mém. de l'acad. de Berlin* de 1753, que cette définition est *vague*. Je ne sais s'il a prétendu m'en faire un reproche; en tout cas, je l'invite à nous donner une définition mathématique de l'action qui représente d'une manière plus exacte & plus précise, non la notion métaphysique du mot *action*, qui est une chimère, mais l'idée qu'on attache vulgairement à ce mot.

Tout ce que nous venons de dire sur l'action, avoit un rapport nécessaire au mot *force*, & peut être regardé comme un supplément aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, auxquels nous renvoyons.

Réflexions sur la nature des forces mortes, & sur leurs différentes espèces. En adoptant comme une simple définition de nom l'idée que les défenseurs des *forces vives* nous donnent de la *force morte*, on peut distinguer deux sortes de *forces mortes*; les unes cessent d'exister dès que leur effet est arrêté, comme il arrive dans le cas de deux corps durs égaux qui se choquent directement en sens contraires avec des vitesses égales. La seconde espèce de *forces mortes* renferme celles qui périssent, & renaissent à chaque instant, en sorte que si on supprimoit l'obstacle, elles auroient leur plein & entier effet; telle est celle de deux ressorts bandés, tandis qu'ils agissent l'un contre l'autre; telle est encore celle de la pesanteur. *Voyez la fin de l'article* EQUILIBRE, (*Méchan.*) où nous avons remarqué que le mot *équilibre* ne convient proprement qu'à l'action mutuelle de cette dernière sorte de *forces mortes*.

Cette distinction entre les *forces mortes* nous donnera lieu d'en faire encore une autre : ou la *force morte* est telle qu'elle produiroit une vitesse finie, s'il n'y avoit point d'obstacle; ou elle est telle que l'obstacle ôté, il n'en résulteroit d'abord qu'une vitesse infiniment petite, ou pour parler plus exactement, que le corps commenceroit son mouvement par zéro de vitesse, & augmenteroit ensuite cette vitesse par degrés. Le premier cas est celui de deux corps égaux qui se choquent, ou qui se poussent, ou qui se tirent en sens contraire avec des vitesses égales & finies; le second est celui d'un corps pesant qui est appuyé sur un plan horizontal. Ce plan ôté, le corps descendra; mais il commencera à descendre avec une vitesse nulle, & l'action de la pesanteur fera croître ensuite à chaque instant cette vitesse; c'est du moins ainsi qu'on le suppose. *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE. De-là les Méchaniciens ont conclu que la force de la percussion étoit infiniment plus grande que celle de la pesanteur, puisque la première est à la seconde comme une vitesse infiniment petite, ou plutôt à zéro; & par-là ils ont expliqué pourquoi un poids énorme qui charge un clou à moitié enfoncé dans une table ne fait pas avancer ce clou, tandis que souvent une percussion assez légère produit cet effet. Sur quoi *voyez l'article* PERCUSSION.

FORCES ACCÉLÉRATRICES. Les *forces mortes* prises dans le dernier sens, deviennent des *forces accélératrices* ou *retardatrices*, lorsqu'elles sont en pleine liberté de s'exercer; car alors leur action continuée, ou accélère le mouvement, ou le retarde, si elle agit en sens contraire. *Voyez* ACCÉLÉRATRICE. Mais cette manière de considérer les *forces accélératrices* paroît sujette à de grandes difficultés. En effet, pourra-t-on dire, si le mouvement produit par une *force accélératrice* quelconque, comme la pesanteur, commence par zéro de vitesse, pourquoi un corps pesant soutenu par un fil fait-il éprouver quelque résistance à celui qui le soutient? Il devroit être absolument dans le même cas qu'un corps placé sur un plan horizontal, & attaché à un fil aussi horizontal à l'extrémité duquel on placeroit une puissance. Cette puissance n'auroit aucun effort à faire pour retenir le corps, parce que ce corps est en repos, ou ce qui revient au même, parce que la vitesse avec laquelle il tend à se mouvoir est zéro. Or si la première vitesse avec laquelle un corps pesant tend à se mouvoir est aussi égale à zéro comme on le suppose, pourquoi l'effort qu'il faut faire pour le retenir n'est-il pas absolument nul? Ce corps en descendant prendra sans doute une vitesse finie au bout d'un tems quelconque, mais l'effort qu'on fait pour le soutenir n'agit pas contre la vitesse qu'il prendra, il agit contre celle avec laquelle il tend actuellement à se mouvoir, c'est-à-dire, contre une vitesse nulle. En un mot, un corps pesant soutenu par un fil tend à se mouvoir horizontalement & verticalement avec zéro de vitesse; d'où vient donc faut-il un effort pour l'empêcher de se mouvoir verticalement, & n'en faut-il point pour l'empêcher de se mouvoir horizontalement? On ne peut répondre à cette objection que de deux manières, dont ni l'une ni l'autre n'est capable de satisfaire pleinement.

On peut dire en premier lieu que l'on a tort de supposer que la vitesse initiale d'un corps qui descend soit zéro absolu; que cette vitesse est finie quoique très-petite, & aussi petite qu'on voudra le supposer; qu'il paroît difficile de concevoir comment une vitesse qui a commencé par zéro absolu deviendroit ensuite réelle; comment une puissance dont le premier effet est zéro de mouvement pourroit produire un mouvement réel par la

succession du tems; que la pesanteur est une *force* du même genre que la *force* centrifuge, ainsi qu'on le verra dans la suite de cet article; & que cette dernière *force* telle qu'elle a lieu dans la nature, n'est point une *force* infiniment petite, mais une *force* finie très-petite, les corps qui se meuvent suivant une courbe, ne décrivant point réellement des courbes rigoureuses, mais des courbes polygones, composées d'une quantité *finie*, mais très-grande, de petites lignes droites contigues entr'elles à angles très-obtus. Voilà la réponse.

Sur quoi je remarque, 1.° que s'il est difficile & peut-être impossible de comprendre comment une *force* qui a commencé par produire dans un corps zéro de vîtesse, peut par des coups successifs & réitérés à l'infini, produire dans ce corps une vîtesse finie, on ne comprend pas mieux comment un solide est formé par le mouvement d'une surface sans profondeur, comment une suite de points indivisibles peut former l'étendue, comment une succession d'instans indivisibles forme le tems, comment même des points & des instans indivisibles se succèdent, comment un atome en repos dans un point quelconque de l'espace peut-être transporté dans un point différent; comment enfin l'ordonnée d'une courbe qui est zéro au sommet, devient réelle par le seul transport de cette ordonnée le long de l'abscisse: toutes ces difficultés & d'autres semblables, tiennent à l'essence toujours inconnue & toujours incompréhensible du mouvement, de l'étendue & du tems. Ainsi, comme elles ne nous empêchent point de reconnoître la réalité de l'étendue, du tems & du mouvement, la difficulté proposée contre le passage de la vîtesse nulle à la vîtesse finie, ne doit pas non plus être regardée comme décisive. 2.° Sans doute la *force* centrifuge, soit dans les courbes rigoureuses, soit dans les courbes considérées comme des polygones *infinis*, est comparable, quant à ses effets, à la pesanteur: mais pourquoi veut-on qu'aucune portion de courbe décrite par un corps dans la nature, ne soit rigoureuse, & que toutes soient des polygones d'un nombre de côtés fini, mais très-grand? Ces côtés en nombre fini, & très-petits, seroient des lignes droites parfaites. Or, pourquoi trouve-t-on moins de difficulté à supposer dans la nature des lignes droites parfaites très-petites, que des lignes courbes parfaites aussi très-petites? Je ne vois point la raison de cette préférence, la rectitude absolue étant aussi difficile à concevoir dans une portion d'étendue si petite qu'on voudra, que la courbure absolue. 3.° Et c'est ici la difficulté principale à la 1re réponse, si la nature de la *force* accélératrice est de produire au 1er instant une vîtesse très-petite, cette *force* agissant à chaque instant pendant un tems fini, produiroit donc au bout de ce tems une vîtesse infinie; ce qui est contre l'expérience. On dira peut-être que la nature de la pesanteur n'est point d'agir à chaque instant, mais de donner de petits coups finis qui se succèdent comme par secousses dans des intervalles de tems finis, quoique très-petits: mais on sent bien que cette supposition est purement arbitraire; & pourquoi la pesanteur agiroit-elle ainsi par secousses & non pas par un effort continu & non interrompu? On ne pourroit tout-au-plus admettre cette hypothèse, que dans le cas où l'on regarderoit la pesanteur comme l'effet de l'impulsion d'un fluide; & l'on sait combien il est douteux que la pesanteur vienne d'une pareille impulsion, puisque jusqu'ici les phénomènes de la pesanteur n'ont pu s'en déduire, ou même y paroissent contraires. *Voyez* Pesanteur, Gravité & Gravitation. On voit, par toutes ces réflexions, que la première réponse à la difficulté que nous avons proposée sur la nature des *forces* accélératrices, est elle-même sujette à des difficultés considérables.

On pourroit dire en second lieu pour répondre à cette difficulté, qu'à la vérité un corps pesant, ou tout autre corps mû par une *force* accélératrice quelconque, doit commencer son mouvement par zéro de vîtesse; mais que ce corps n'en est pas moins en disposition de se mouvoir verticalement si rien ne l'en empêche; au lieu qu'il n'a aucune disposition à se mouvoir horizontalement; qu'il y a par conséquent dans ce corps un *nisus*, une tendance au mouvement vertical, qu'il n'a point pour le mouvement horizontal; que c'est ce *nisus*, cette tendance qu'on a à soutenir dans le premier cas, & qu'on n'a point à soutenir dans le second; qu'elle ne peut être contre-balancée que par un *nisus*, une tendance pareille; que l'effort que l'on fait pour soutenir un poids, est de même nature que la pesanteur; que cet effort produiroit, à la vérité, au premier instant une vîtesse infiniment petite, mais qu'il est très-différent d'un effort nul, parce qu'un effort nul ne produiroit aucun mouvement, & que l'effort dont il s'agit en produiroit un fini, au bout d'un tems fini. Cette seconde réponse n'est guère plus satisfaisante que l'autre; car qu'est-ce qu'un *nisus* au mouvement, qui ne produit pas une vîtesse finie dans le premier instant? Quelle idée se former d'un pareil effort? D'ailleurs pourquoi l'effort qu'il faut faire pour soutenir un grand poids, est-il beaucoup plus considérable que celui qu'il faut faire pour arrêter une boule de billard qui se meut avec une vîtesse finie? Il semble au contraire que ce dernier devroit être beaucoup plus grand, si en effet la *force* de la pesanteur étoit nulle par rapport à celle de la percussion.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que la difficulté proposée mérite l'attention des Physiciens & des Géomètres. Nous les invitons à chercher des moyens de la résoudre plus heureusement que nous ne venons de faire, supposé qu'il soit possible d'en trouver.

Lois des forces accélératrices, & maniere de les comparer. Quoi qu'il en soit de ces réflexions sur la nature des *forces accélératrices*, il est au-moins certain dans le sens qu'on l'a expliqué *au mot* ACCÉLÉRATRICE, que si on appelle φ la *force* accélératrice d'un corps, dt l'élément du tems, du celui de la vîtesse, on aura $\varphi\, dt = du$; & si la *force* est retardatrice, au lieu d'être accélératrice, on aura $\varphi\, dt = -du$, parce qu'alors e croissant, u diminue; sur quoi *voyez mon traité de Dynamique, articles 19 & 20.* Or nommant e l'espace parcouru, on a $u = \frac{de}{dt}$ *voyez* VITESSE); donc l'équation $\varphi\, dt \pm du$, donne aussi celle-ci $\varphi\, dt^2 = \pm dde$; c'est-à-dire, que les petits espaces que fait parcourir à chaque instant une *force* accélératrice ou retardatrice, sont entr'eux comme les quarrés des tems.

Cette équation $\varphi\, dt^2 = \pm dde$, ou, ce qui revient au même, l'équation $\varphi\, dt = \pm du$ n'est point un principe de Méchanique, comme bien des auteurs le croyent, mais une simple définition; la *force* accélératrice ne se fait connoître à nous que par son effet: cet effet n'est autre chose que la vitesse qu'elle produit dans un certain tems, & quand on dit, par exemple, que la *force* accélératrice d'un corps est réciproquement proportionnelle au quarré de la distance, on veut dire seulement que $\frac{du}{dt}$ est réciproquement proportionnel à ce quarré; ainsi, φ n'est que l'expression abrégée de $\frac{du}{dt}$, & le second membre de l'équation qui exprime la valeur de $\frac{du}{dt}$. *Voyez l'article* ACCÉLÉRATRICE *& mon traité de Dynamique* déjà cités.

L'équation $\frac{dde}{dt^2} = \varphi$ fait voir que pendant un instant l'effet de toute *force* accélératrice quelconque est comme le quarré du tems; car la *force* variable φ pouvant être censée constante pendant un instant, $\frac{dde}{dt^2}$ est donc constant pendant cet instant, & par conséquent dde est comme dt^2. Ainsi, pendant un instant quelconque les petits espaces qu'une *force* accélératrice quelconque fait parcourir, sont entr'eux comme les quarrés des tems, ou plutôt des instans correspondans; toute cause accélératrice agit donc dans un instant de la même maniere & suivant les mêmes lois que la pesanteur agit dans un tems fini; car les espaces que la pesanteur fait parcourir sont comme les quarrés des tems. *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE. Donc si on nomme a l'espace que la pesanteur p feroit parcourir pendant un tems quelconque θ, on aura $p : \varphi :: \frac{a}{\theta^2} : \frac{dde}{dt^2}$, & par conséquent $\varphi = \frac{p\, dde\, \theta^2}{a\, dt^2}$, formule générale pour comparer avec la pesanteur p une force accélératrice quelconque φ.

Mais il y a sur cette formule une remarque importante à faire; elle ne doit avoir lieu que quand on regarde comme courbe rigoureuse la courbe qui auroit les tems t pour abcisses & les espaces e pour ordonnées; ou, ce qui revient au même, qui représenteroit par l'équation entre ses coordonnées l'équation entre e & t. *Voyez* ÉQUATION. Car, si on regarde cette courbe comme polygone, alors dde prise à la maniere ordinaire du calcul différentiel aura une valeur double de celle qu'elle a dans la courbe rigoureuse, & par conséquent il faudra supposer $\varphi = \frac{p\, dde\, \theta^2}{2a\, dt^2}$, afin de conserver à φ la même valeur. *Voyez sur cela les mots* COURBE POLYGONE & DIFFÉRENTIEL, *page 988, col. 1.* C'étoit faute d'avoir fait cette attention, que le célebre M. Neuton s'étoit trompé sur la mesure des *forces* centrales dans la premiere édition de ses *Principes*; M. Bernoulli l'a prouvé dans les *mémoires de l'academie des Sciences de 1711*; on faisoit alors en Angleterre une nouvelle édition des *principes* de M. Neuton; & ce grand homme se corrigea sans répondre. Pour mieux faire sentir par un exemple simple combien cette distinction entre les deux équations est nécessaire, je suppose φ constante & égale à p; on aura donc $dde = \frac{a\, dt^2}{\theta^2}$ par la premiere équation; & en intégrant $e = \frac{a t^2}{2\theta^2}$. Donc si t est $= \theta$, on auroit $e = \frac{a}{2}$; ce qui est contre l'hypothèse, puisqu'on a supposé que a est l'espace décrit dans le tems θ, & que par conséquent si $t = \theta$, on aura $e = a$; au contraire en faisant $dde = \frac{2a\, dt^2}{\theta^2}$, on trouvera, comme on le doit, $e = a$. Cette remarque est très-essentielle pour éviter bien des paralogismes.

L'équation $\varphi\, dt = du$, donne $\varphi\, de = u\, du$, à cause de $dt = \frac{de}{u}$; donc $uu = 2\int \varphi\, de$; autre équation entre les vitesses & les espaces pour les *forces* accélératrices. Donc si, par exemple, φ est constant, on aura $uu = 2\varphi e$; c'est l'équation entre les espaces & les vitesses, dans le mouvement des corps que la pesanteur anime.

FORCES CENTRALES & CENTRIFUGES. Nous avons donné la définition des *forces centrales au mot* CENTRAL, & nous y renvoyons, ainsi qu'à la division des *forces centrales* en *centripetes* & *centrifuges*, selon qu'elles tendent à approcher ou à éloigner le corps du point fixe ou mobile auquel on rapporte l'action de la *force centrale*. Ce même mot de *force centrifuge*, signifie encore plus ordinairement cette *force* par laquelle un corps mû circulairement tend continuellement à s'éloigner du centre du cercle qu'il décrit. Cette *force* se manifeste aisément à nos sens dans le mouvement d'une fronde; car nous sentons que cette

fronde est d'autant plus tendue par la pierre, que cette pierre est tournée avec plus de vitesse; & cette tension suppose dans la pierre un effort pour s'éloigner de la main, qui est le centre du cercle que la pierre décrit. En effet, la pierre mue circulairement tend continuellement à s'échapper par la tangente, en vertu de la *force* d'inertie, comme on l'a prouvé *au mot* CENTRIFUGE. Or, l'effort pour s'échapper par la tangente, tend à éloigner le corps du centre, comme cela est évident, puisque si le corps s'échappoit par la tangente, il s'éloigneroit toujours de plus en plus de ce même centre. Donc l'effort de la pierre, pour s'échapper par la tangente, doit tendre la fronde. Veut-on le voir d'une maniere encore plus distincte? Le corps arrivé au point A (*fig.* 24. *Méchaniq.*) tend à se mouvoir par la tangente ou portion de tangente infiniment petite AD. Or, par le principe de la décomposition des *forces* (*voyez* DÉCOMPOSITION & COMPOSITION), on peut regarder ce mouvement suivant AD comme composé de deux mouvemens, l'un suivant l'arc AE du cercle, l'autre suivant la ligne ED, qu'on peut supposer dirigée au centre. De ces deux mouvemens, le corps ne conserve que le mouvement suivant AE; donc le mouvement suivant ED est détruit; & comme ce mouvement est dirigé du centre à la circonférence, c'est en vertu de la tendance à ce mouvement que la fronde est bandée.

Un corps qui se meut sur toute autre courbe que sur un cercle, fait effort de même à chaque instant pour s'échapper par la tangente; ainsi, on a nommé en général cet effort *force centrifuge*, quelle que soit la courbe que le corps décrit.

Pour calculer la *force centrifuge* d'un corps sur une courbe quelconque, il suffit de la savoir calculer dans un cercle; car une courbe quelconque peut être regardée comme composée d'une infinité d'arcs de cercle, dont les centres sont dans la développée. *Voyez* DÉVELOPPÉE & OSCULATEUR. Ainsi, connoissant la loi des *forces centrifuges* dans le cercle, on connoîtra celle des *forces centrifuges* dans une courbe quelconque. Or il est facile de calculer la *force centrifuge* dans un cercle; car, suivant ce que nous avons dit ci-dessus, si on nomme ϕ la *force centrifuge*, & dt le tems employé à parcourir AE ou DE (*fig.* 79, *Méchaniq.*), on aura $\phi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{a}{\theta^2}$, en regardant le cercle comme rigoureux. Or, dans cette hypothèse, on a $DE = \frac{AE^2}{AB}$ par la propriété du cercle; donc $\phi = \frac{p \cdot AE^2 \cdot \theta^2}{a\,dt^2 \cdot AB}$.

Dans le cercle polygone, on a $DE = \frac{2AE^2}{AB}$; parce que, regardant AD comme le prolongement d'un petit côté du cercle, on a $DE : AE$ :: AE est au rayon $\frac{AB}{2}$; &, dans cette même hypothèse, on a $\phi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{2a}{\theta^2}$; donc on aura $\phi = \frac{p \cdot 2AE^2 \cdot \theta^2}{2a\,dt^2 \cdot AB} = \frac{p\theta^2 \cdot AE^2}{a\,dt^2 \cdot AB}$; équation qui est la même que la précédente. On voit donc qu'en s'y prenant bien, la valeur de la *force centrifuge* se trouve la même dans les deux cas.

Si on appelle u la vitesse du corps, & si on suppose u égale à la vitesse que le corps auroit acquise en tombant de la hauteur h, en vertu de la pesanteur p, on aura $uu = 2ph$. *Voyez* ACCÉLÉRATION, PESANTEUR, *& ce que nous avons dit ci-dessus* à l'occasion de l'équation $\phi\,de = u\,du$, de plus on aura par la même raison $\sqrt{2pa}$ pour la vitesse que le corps acquerroit en tombant de la hauteur a pendant le temps θ; & comme cette vitesse feroit parcourir uniformément l'espace $2a$ pendant le même temps θ (*voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE), on aura $AE : 2a :: u\,dt : \theta\sqrt{2pa} :: dt\sqrt{2ph} : \theta\sqrt{2pa}$; donc $\frac{AE}{dt} = \frac{2a\sqrt{h}}{\theta\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{ah}}{\theta}$; donc $\frac{AE^2}{dt^2} = \frac{4ah}{\theta^2}$; donc $\phi = \frac{p\theta^2}{a \cdot AB} \times \frac{4ah}{\theta^2} = \frac{4ph}{AB}$; & voilà la démonstration du théorème que nous avons donné, d'après M. Huyghens, au *mot* CENTRAL; car on aura $\phi : p :: 2h : \frac{AB}{2}$. On peut voir les conséquences de ce théorème au même *mot* CENTRAL.

On lit dans certains ouvrages que la *force centrifuge* est *égale* au quarré de la vitesse divisé par le rayon, & dans d'autres qu'elle est égale au quarré de la vitesse divisé par le diamètre: cette différence d'expressions ne doit point surprendre; car le mot *égale* ne signifie ici que *proportionnelle*, comme on l'a expliqué dans l'*article* EQUATION; cela signifie donc seulement que les *forces centrifuges* dans deux cercles différens, sont comme les quarrés des vitesses divisés par les rayons, ou ce qui est la même chose, par par les diamètres. *Voyez le mot* EQUATION *à la fin*.

Au reste, la raison de cette différence apparente de valeur que les auteurs de Méchanique ont donnée à la *force centrifuge*, vient de ce qu'ayant pris la ligne DE pour représenter la *force centrifuge*, le temps dt étant constant, les uns ont considéré DE dans la courbe polygone, les autres dans la courbe rigoureuse. Dans le premier cas $DE = AE^2$ divisé par le rayon; & dans le second $DE = AE^2$ divisé par le diametre. Or AE est ici comme la vitesse, puisqu'on suppose dt constant; donc au lieu de AE^2, on peut mettre le quarré de la vitesse. Donc, *&c.* Ces différentes observations contribueront beaucoup à éclaircir ce que les différens auteurs ont écrit sur les *forces* centrales & centrifuges.

Puisque $2ph = uu$, & que $\frac{AB}{2}$ est le rayon du cercle, il s'ensuit que, si on fait ce rayon $= r$, on aura $\varphi = \frac{uu}{r}$, soit que u & r soient constans ou non; c'est-à-dire que l'équation $\varphi = \frac{uu}{r}$, ou $\varphi = \frac{2ph}{r}$, aura lieu dans toutes les courbes, u étant la vitesse en un point quelconque, & r le rayon de la développée. Remarquez que la *force centrifuge* φ est ici supposée dirigée par rapport au centre du cercle osculateur, qui est le point où le rayon osculateur touche la développée. Si on veut que la *force, centrifuge* ou *centrale*, soit dirigée vers un autre point quelconque, soit F cette nouvelle *force*, soit k le cosinus de l'angle que le rayon mené à ce point fait avec le rayon osculateur; alors regardant la *force* φ comme composée de la *force* F, & d'une autre dirigée suivant la courbe, on trouvera facilement par le principe de la décomposition des *forces*, $F : \varphi :: 1 : k$, en prenant 1 pour le *sinus* total; donc $F = \frac{\varphi}{k}$; donc $F = \frac{2ph}{rk}$: c'est la formule générale des *forces centrales* & *centrifuges* dans une courbe quelconque.

Qu'on nous permette à ce sujet une réflexion philosophique sur les progrès de l'esprit humain. Huyghens a découvert la loi des *forces centrales* dans le cercle; le même géometre a découvert la théorie des développées. L'on vient de voir qu'en réunissant ces deux théories, on en tiroit par un corollaire très-facile, la loi des *forces centrales* dans une courbe quelconque: cependant Huyghens n'a pas fait ce dernier pas qui paroît aujourd'hui si simple; & cela est d'autant plus étonnant, que les deux pas qu'il avoit faits, étoient beaucoup plus difficiles. Newton, en généralisant la théorie de Huyghens, a trouvé le théorème général des *forces centrales* qui l'a conduit au vrai système du monde; comme il a trouvé le calcul différentiel en ne faisant que généraliser le méthode de Barow pour les tangentes; méthode qui étoit, pour ainsi dire, infiniment proche du calcul différentiel. C'est ainsi que les corollaires les plus simples des vérités connues, qui ne consistent qu'à rapprocher ces vérités, échappent souvent à ceux qui sembleroient avoir le plus de facilité & de droit de les déduire; & rien n'est plus propre que l'exemple dont on vient de faire mention, pour confirmer les réflexions que nous avons faites sur ce point au mot DÉCOUVERTE.

Dans la formule que nous avons donnée ci-dessus pour les *forces centrales*, nous faisons abstraction de la masse du corps; & si on veut faire attention à cette masse, il est évident qu'il faudra multiplier l'expression de la *force centrale* par la masse du corps; ou ce qui peut être encore plus simple, au lieu de regarder p comme la pesanteur, on regardera cette quantité comme le poids du corps, qui n'est autre chose que le produit de la pesanteur ou gravité par la masse. Nous faisons cette remarque, afin qu'on ne soit point embarrassé à la lecture de l'*article* CENTRAL, par la considération de la masse que nous avons fait entrer dans le calcul des *forces* dont il s'agit.

Ajoutons que, si on veut une autre expression de la *force centrifuge* φ, que celle que nous avons donnée, on peut se servir de celles-ci, qui seront commodes en plusieurs cas.

On a trouvé $\varphi = \frac{p \cdot AE^2 \cdot \theta^2}{a\, dt^2 \cdot AB}$; or, comme le cercle est supposé décrit uniformément, on peut, au lieu de $\frac{AE}{dt}$, mettre un arc quelconque fini A divisé par le tems t employé à le parcourir; donc on aura $\varphi = \frac{p \cdot A^2 \cdot \theta^2}{a \cdot AB \cdot t^2}$.

Si on fait $t = \theta$, ce qui est permis, on aura $\varphi = \frac{p \cdot A^2}{AB \cdot a}$. De plus, si on nomme l la longueur d'un pendule qui fait une vibration dans le tems θ, & 2π le rapport de la circonférence au rayon, on aura $\pi^2 l = 2a$. *Voyez* PENDULE & VIBRATION. Donc $\varphi = \frac{2p \cdot A^2}{AB \cdot \pi^2 l}$; & si on supposoit de plus $l = \frac{AB}{2}$, ce qui est permis, on auroit $\frac{\varphi}{p} = \frac{4A^2}{\pi^2 \cdot AB^2}$.

C'est par ces formules qu'on trouve le rapport de la *force* centrifuge à la pesanteur sous l'équateur. *Voyez* PESANTEUR & GRAVITÉ.

FORCE MOTRICE, est la cause qui meut un corps. Après tout ce que nous avons dit dans cet *article* sur la notion du mot *force*, il est évident que la *force motrice* ne peut se définir que par son effet, c'est-à-dire, par le mouvement qu'elle produit.

FORCE MOUVANTE, est proprement la même chose que *force motrice*; cependant on ne se sert guère de ce mot que pour désigner les *forces* qui agissent avec avantage par le moyen de quelque machine. Ainsi, on appelle parmi nous *forces mouvantes*, ce que d'autres appellent *puissances méchaniques*. Ce sont les machines simples dont on fait mention dans les élémens de Statique, & de la combinaison desquelles on compose toutes les autres machines; savoir, le levier, le plan incliné, la vis, le coin, la poulie. On peut même les réduire à deux, le levier & le plan incliné; car la vis se réduit au plan incliné & au levier, la poulie & le coin au levier. *Voyez* VIS, COIN, POULIE, *&c.*

Ces différentes machines facilitent l'action des puissances pour mouvoir des poids, soit parce qu'elles diminuent en effet l'action que la puissance seroit obligée d'exercer pour mouvoir le poids immédiatement, soit parce que la manière dont la puissance est appliquée favorise son action. Ainsi, dans la poulie, par exemple, la puissance doit être

égale au poids ; cependant la poulie aide la puissance, parce que la manière dont la puissance y est appliquée facilite son action, & la met en état d'agir commodément & sans gêne. *Voyez* Poulie, &c.

A ces cinq *forces mouvantes* ou machines simples, M. Varignon, dans son *projet de Méchanique*, en ajoute une sixième, qu'il appelle *la machine funiculaire*, & qui n'est qu'un assemblage de cordes par le moyen desquelles différentes puissances tirent un poids. *Voyez* Funiculaire. Pour connoître l'effet de ces différentes machines, il faut le calculer dans le cas de l'équilibre ; car, dès qu'on a la puissance capable de soutenir un poids, alors, en augmentant tant-soit-peu cette puissance, on fera mouvoir le poids. Or, pour calculer le cas de l'équilibre, il suffit d'employer le principe de la composition & de la décomposition des *forces*. Il faut pour cela prolonger d'abord, s'il est nécessaire, les directions de deux *forces* quelconques, & chercher celle qui en résulte ; ensuite chercher la résultante de cette dernière & d'une troisième *force*, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à une dernière *force*, qui doit ou être $=0$, ou au-moins passer par un point fixe, pour qu'il y ait équilibre. En effet, si cette dernière *force*, qui résulte de la réunion de toutes les autres, n'étoit pas égale à zero, ou ne passoit pas par un point fixe dont la résistance anéantit son action, il n'y auroit pas d'équilibre, comme on le suppose, puisque cette *force* produiroit alors quelque mouvement. Ce principe de la réduction de toutes les *forces* à une seule, renferme toute la Statique, & on peut en voir l'application aux articles des différentes machines.

Force résultante. C'est ainsi, que quelques auteurs ont nommé la *force* unique qui résulte de l'action de plusieurs autres. Cette *force résultante* se trouve par le principe de la diagonale du parallélogramme. *Voyez* Composition. Quand deux ou plusieurs *forces* sont parallèles, on suppose que leurs directions concourent à l'infini, & par ce moyen on trouve toujours la *résultante* ; car deux parallèles peuvent être censées concourir à l'infini. *Voyez* Parallele. (*O*)

Addition à l'article Force d'inertie. Outre les raisons par lesquelles nous avons tâché de prouver ci-dessus, dans les *Mémoires de l'académie des Sciences de Paris 1769*, & le principe de la *force d'inertie*, en voici quelques autres qui nous paroissent mériter attention.

Tous les philosophes conviennent qu'un corps mis une fois en mouvement par une cause quelconque, doit se mouvoir dans la ligne droite, suivant la direction de laquelle il a été tiré du repos, par la raison qu'il n'y a point de cause qui doive l'écarter de cette direction à droite plutôt qu'à gauche ; de sorte que la première direction du mouvement détermine celle suivant laquelle le mouvement doit se faire. Or il semble que par la même raison, la direction de la tangente qui touche à son origine, la courbe des x & des y ; c'est-à-dire, des tems & des espaces, & qui détermine la valeur de la vitesse initiale, c'est-à-dire, du rapport initial de dy à dx, doit déterminer de même la valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans la suite du mouvement. En effet, soit AO cette tangente (*Méch. fig. 80*), $AP=x$, $PM=y$, comme il n'y a point de raison pour que le corps s'écarte de la direction AO à droite ou à gauche vers M, s'il est poussé d'abord suivant cette direction AO, il ne paroît pas non plus y avoir de raison pour que cette ligne AO, dont la direction détermine la valeur de la vitesse initiale, s'écarte ensuite de cette direction à droite ou à gauche, c'est-à-dire, pour que le mouvement s'accélère plutôt que de se retarder, ou se retarde plutôt que de s'accélérer. En un mot, si un corps mis en mouvement avec une vitesse initiale dont la valeur fût déterminée par la direction AO, accéléroit ou retardoit de lui-même cette vitesse, en sorte que l'équation entre les x & les y fût représentée par la courbe AM, & non par la ligne droite AO, je ne vois pas pourquoi ce même corps, étant supposé avoir la direction initiale AO, ne s'en écarteroit pas de lui-même à droite ou à gauche vers M. Comme il n'y a rien dans le corps qui doive le détourner à droite plutôt qu'à gauche, il n'y a rien non plus qui doive l'accélérer plutôt que le retarder.

Nous avons exposé dans les *Mém. de 1769*, déja cités, les raisons qui portent à croire que la *force* qui altéreroit le mouvement du corps, s'il pouvoit y en avoir une, ne pourroit être proportionnelle à une fonction de la vitesse ; nous y joindrons celle-ci : la vitesse a peut être regardée comme composée de deux vitesses quelconques b & c ; donc s'il y avoit une *force* résidente dans le corps, proportionnelle à φa, & résultante de la vitesse a, il devroit y avoir par la même raison deux *forces*, aussi résidentes dans le corps, égales l'une à φb, l'autre à φc, toutes deux résultantes des vitesses b & c, & telles que $\varphi b + \varphi c$ fût $= \varphi a$. Or cela ne peut être que dans le cas où $\varphi a = Ba$, étant une constante. On objectera peut-être contre ce raisonnement qu'on prouveroit par le même principe que la résistance d'un milieu ne peut jamais être que proportionnelle à la simple vitesse, ce qui est contraire à l'expérience. A cela je réponds que la résistance d'un milieu étant une cause compliquée, composée de l'action de plusieurs causes réunies, & différente d'une cause simple & unique d'altération qu'on suppose ici résidente dans le corps, il est très-possible que dans le premier cas φa ne soit pas la même que $\varphi b + \varphi c$; au lieu que dans le second cas, on ne voit pas ce qui pourroit empêcher l'identité de ces *forces*. On peut donc conclure que la *force* qui altéreroit le mouvement, ne pourroit être que proportionnelle à fu ; mais il resteroit

à prouver encore que $f = o$, pour établir le principe de la *force d'inertie*, & c'est ce qu'on peut prouver par les autres raisonnemens que nous avons employés en faveur de ce principe.

Nous ne prétendons pas donner les preuves précédentes pour aussi concluantes que des démonstrations géométriques ; mais nous croyons qu'à ne les considérer que comme des preuves métaphysiques, elles peuvent servir à établir le principe de la *force d'inertie*, qui ne paroît pas devoir être regardé comme un simple principe d'expérience. (*O*)

FORCE DES ANIMAUX. Le premier auteur qui ait examiné la *force* de l'homme avec quelque précision, & qui l'ait comparée avec celle des autres animaux, c'est sans doute M. de la Hire, dont l'écrit, sur ce sujet, est imprimé parmi les mémoires de l'académie des Sciences, *année 1699*. M. Desaguliers a traduit & critiqué plusieurs endroits de ce mémoire, dans les notes sur la quatrième leçon de la physique expérimentale, *pag. 246 & suiv. de l'original des anglois*. Je vais donner un résultat des observations de ces deux célèbres méchaniciens.

M. de la Hire suppose qu'un homme ordinaire, mais fort, pèse 140 livres. Cet homme ayant les jarrets un peu pliés, peut se redresser, quoique chargé d'un poids de 152 livres. Les muscles des jambes & des cuisses élèvent donc un poids de 290 liv. mais seulement de deux ou trois pouces. M. Desaguliers trouve cette estimation fautive & trop médiocre, puisqu'il est ordinaire de voir des porte-faix monter un escalier, ayant un fardeau de 250 livres. Ils ne peuvent le descendre à la vérité étant chargés d'un aussi grand poids. La livre *averdupois* des Anglois est entre un onzième & un douzième moindre que la nôtre. Dans un homme chargé qui marche, le centre de gravité de son corps & du fardeau réunis, décrit un arc de cercle, qui a pour centre le pied immobile ; & la jambe mobile qui pousse en avant ce centre de gravité, décrit aussi un arc de cercle de même étendue. M. de Fontenelle (*Hist. de la même année, pag. 97*) a très-bien remarqué, que plus cet arc est grand par rapport au sinus verse de sa moitié, plus la force mouvante a d'avantage à cause de sa vitesse & du peu d'élévation du poids. C'est ce qui a fait penser à M. de la Hire, qu'un homme chargé de 150 liv. ne pourroit monter un escalier dont les marches seroient de cinq pouces, comme elles sont ordinairement ; ce qu'on a déjà vu être contraire à l'observation de M. Desaguliers.

Si un homme, qui pèse 140 livres, saisit un point fixe placé sur sa tête, il peut, par l'effort des muscles des bras & des épaules, élever tout son corps, & même un poids de 20 livres, dont il seroit chargé. Suspendu alors à une corde, qui, passant sur une poulie, soutient par son autre extrémité un poids de 160 livres, il fait équilibre avec ce poids, & le surmonte, si l'on augmente un peu son fardeau de 20 livres.

Ce même homme prenant avec les mains un poids de 100 livres, placé entre les jambes, l'élève en se redressant. Comme les muscles des lombes soutiennent la moitié supérieure de son corps, on peut évaluer leur effort à 170 liv. Mais M. Desaguliers assure que les travailleurs, en général, élèvent avec leurs mains un poids de 150, & quelquefois de 200 livres.

Un homme, le corps panché & les genoux pliés, ne pourra lever de terre un poids de 160 liv. que ses bras soutiennent d'ailleurs ; les muscles des jambes & des cuisses devroient alors soutenir le poids de 160 liv. & celui de tout le corps. Or ils ne le peuvent pas suivant M. de la Hire, parce que, dans cette disposition de tout le corps, la *force* se distribue par la distribution des esprits dans toutes les parties. Cette raison n'éclaire pas l'esprit ; il semble que, pour se former une idée plus nette des résistance immenses que la nature auroit à surmonter dans cette situation, il faut rappeller les propositions de Borelli sur une suite d'articulations fléchies. Je me contenterai de citer la proposition 54, *I. part. du traité de motu animal.* où Borelli prouve que, dans un porte-faix panché en avant, qui auroit les jarrets pliés & qui s'appuieroit sur la pointe d'un pié (ce qui est leur attitude ordinaire en marchant) ; l'effort combiné de tous les muscles qui concourent à soutenir son fardeau, seroit cinquante fois plus grand que ce fardeau.

M. de la Hire avoit vu à Venise un homme jeune & foible, qui soutenoit un âne en l'air par un moyen singulier. Ses cheveux étoient liés de côté & d'autre par des cordelettes, auxquelles on attachoit par des crochets les deux extrémités d'une sangle large qui passoit par-dessous le ventre de cet âne. Monté sur une petite table, il se baissoit pendant qu'on attachoit les crochets à la sangle ; il se redressoit ensuite, & élevoit l'âne en appuyant ses mains sur ses genoux. Il élevoit de même des fardeaux qui paroissoient plus pesans, & il disoit qu'il y trouvoit moins de peine, à cause que l'âne se débattoit en perdant terre.

M. de la Hire a considéré dans ce jeune homme la grande *force* des muscles des épaules & des lombes. M. Desaguliers prétend, avec beaucoup de vraisemblance, que les muscles des lombes sont incapables d'un pareil effort ; il aime mieux avoir recours à la *force* des extenseurs des jambes, qu'il dit être six fois plus considérable. Il assure que ce jeune homme avoit le corps droit & les genoux pliés ; de sorte qu'il mettoit les tresses de ses cheveux dans le même plan que les tresses des os des cuisses, & les chevilles. La ligne de direction du corps & de tout le poids passoit ainsi entre les plus fortes parties des pieds qui supportoient la machine ; alors il se relevoit sans changer la ligne de

direction. La raison pour laquelle l'âne en se débattant, rendoit le fardeau plus incommode, c'est qu'il faisoit vaciller la ligne de direction. Quand elle étoit portée en avant ou en arriere, les muscles des lombes se mettoient en jeu pour la rétablir dans sa première situation.

M. Desaguliers raconte des tours d'adresse, qu'un allemand montroit à Londres pour des tours de *force*, & dont il fut spectateur avec MM. Stuart, Pringle & milord Tullibardin. Cet homme assis sur une planche horizontale (inclinée en arrière, elle l'auroit située plus avantageusement), & appuyant ses piés contre un ais vertical immobile, avoit un peu au-dessous des hanches une forte ceinture, terminée par des anneaux de fer; à ces anneaux étoit attachée par un crochet une corde, qui, passant entre ses jambes, sortoit par une ouverture pratiquée dans l'appui vertical. Plusieurs hommes, ou deux chevaux même, en tirant cette corde, ne pouvoient l'ébranler. Il se plaçoit encore dans une espèce de chassis de bois, préparée pour cet effet, & prétendoit élever, quoiqu'il ne fit réellement que soutenir un canon de deux ou trois mille livres pesant, porté sur le plat d'une balance, dont les cordes étoient attachées à la chaine qui pendoit de sa ceinture. Les cordes étant bien tendues & ses jambes bien affermies, on poussoit les rouleaux qui supportoient le plat de balance, & le canon restoit suspendu. M. Desaguliers fit une semblable expérience devant le roi Georges I, & plusieurs la répétèrent après lui.

Tout cela s'explique aisément par la résistance des os du bassin, qui sont arcboutés contre un appui vertical ou horizontal, par la pression de la ceinture qui affermit les grands trochanters dans leurs articulations; par la *force* des jambes & des cuisses, qui, lorsqu'elles sont parfaitement droites, présentent deux fortes colonnes capables de soutenir au moins quatre ou cinq mille livres. On sait qu'une puissance est inefficace, quand son action se dirige par le centre du mouvement; & M. Desaguliers fait une application ingénieuse de la ceinture dont nous avons parlé plus haut, dont un ou plusieurs hommes pourroient se servir pour hausser ou abaisser le grand perroquet d'un navire, en s'appuyant contre les échelons d'une forte échelle couchée sur le tillac.

Les autres détails du Docteur Desaguliers sur les tours d'adresse, qui passent pour des tours de *force* extraordinaires, sont assez curieux; mais je les supprime de crainte d'etre trop long.

Pour donner une idée de la *force* des extenseurs des jambes, M. Desaguliers dit qu'on voit à Londres les fiacres s'élancer hors de leurs siéges dans un embarras, & soulever leur voiture avec leur dos sans le secours de qui que ce soit, quoiqu'ils aient quatre personnes dans leur carosse, & le train chargé de trois ou quatre coffres. Nos fiacres font de même à Paris, & appellent cela *porter leur derrière*. Les porte-faix en Turquie portent sept, huit, & jusqu'à neuf cens livres pesant. Ils s'appuient sur un bâton quand on les charge: on prend soin aussi de les décharger. M. Desaguliers croit que c'est à une situation semblable qu'étoit dûe la résistance étonnante de cette fameuse tortue, que formoient les soldats romains avec leurs boucliers. *V.* FORTICE.

Il doit paroître surprenant que des charges de 8 ou 9 quintaux n'écrasent pas le dos des porte-faix de Constantinople; sans doute les vertèbres se soutiennent mutuellement, & leurs muscles se roidissent chez eux, pour assujettir l'épine à une courbure constante: mais cette *force* paroit bien médiocre, & il faut avoir recours à une troisième espèce de résistance qu'on n'a pas encore appliquée ici, je veux dire à la résistance des cartilages intermédiaires des vertèbres. Je crois que tous ceux qui ont lu Borelli & Parent sur la *force* de ces cartilages, seront de mon avis; & je remarquerai seulement que les auteurs n'ont pas fait assez d'attention aux poids immenses que peut soutenir la résistance des ligamens & des cartilages. En calculant d'après la proposition 61 de Borelli, l'imagination seroit effrayée de la *force* prodigieuse que la nature emploie pour la résistance de ces cartilages dans les porte-faix de Constantinople.

Tout le monde connoît la résistance des os du crâne aux fardeaux qu'on lui fait supporter. M. Hunauld a expliqué cette résistance très-méchaniquement, dans les *Mém. de l'Acad.* 1730; mais il ne savoit peut-être pas qu'un poids de 9 quintaux ne suffit point pour la vaincre: or c'est ce qu'on observe tous les jours à Marseille.

Les porte-faix y soutiennent à quatre un poids de 36 quintaux; ils ont la tête enveloppée d'une espèce de sac qui leur ceint les tempes, & qui se termine en un bourrelet qui tombe sur les épaules; sur ce bourrelet portent des longues perches, où sont suspendues les cordes qui élevent le plan sur lequel est le fardeau. Ainsi, non-seulement la résistance de la voûte du crâne, mais même celle de l'atlas & des autres cartilages du cou, est supérieur à l'effort d'un poids de 900 liv. agissant par un levier assez long.

Desaguliers, qui ne considère que le travail des muscles dans un homme qui supporte un poids sur ses épaules, remarque que les porte-faix de Londres qui travaillent sur les quais, & qui chargent ou déchargent des navires, portent quelquefois des fardeaux qui tueroient un cheval. Il n'en donne point la raison; elle suit de ce que nous venons de dire, & il ne faut considérer que la situation perpendiculaire, ou du-moins peu inclinée à l'horizon dans les vertèbres de l'homme, & la situation horizontale des vertèbres du cheval, qui rend leur luxation beaucoup plus facile.

Desaguliers

Desaguliers raconte des tours de *force* prodigieux que faisoit un nommé Topham, sans employer aucun art pour les rendre étonnans. Je l'ai vu, dit-il, lever un rouleau du poids de 800 livres, étant debout dans un chassis au-dessus, saisissant avec ses mains une chaine qui y étoit attachée. Comme il se courboit un peu en-avant pour cette opération, il faut ajouter le poids du corps au poids élevé, & considérer ici principalement les muscles des lombes : d'où il suit que ce Topham étoit presque une fois aussi fort, à cet égard, que les hommes qui le sont le plus, ceux-ci n'élevant guere plus de 400 livres de cette manière. Je dis *à cet égard*, car les différentes parties du corps peuvent avoir des proportions de *force* très-peu semblables, suivant le genre de travail & d'exercice auquel chaque homme est habitué.

M. George Graham a eu la première idée d'une machine, que Desaguliers a perfectionnée, & qui sert à mesurer dans chaque homme la *force* des bras; du cou, des jambes, des doigts & d'autres parties du corps.

Un cheval est égal en *force*, pour tirer, à cinq travailleurs anglois, suivant les *observations de* Jonas Moore; à six ou sept françois, suivant nos auteurs; ou à sept hollandois, selon Desaguliers: mais, pour porter une charge sur le dos, deux hommes sont aussi forts, & quelquefois plus qu'un cheval. Un porte-faix de Londres transportera 200 liv. allant assez vite pour faire trois milles par heure: le porteurs de chaises, en portant 150 livres chacun, marchent fort vite, & sur le pied de quatre milles par heure; tandis qu'un cheval de messager, qui fait environ deux milles par heure, porte seulement 224 livres ou 270 livres, quand il est vigoureux, & que les chemins sont bons.

Le cheval est plus propre pour pousser en avant; l'homme, pour monter. Un homme chargé de 100 livres, montera plus vîte & plus facilement une montagne un peu roide, qu'un cheval chargé de 300 livres, ne les tire. Les parties du corps de l'homme sont mieux situées pour grimper, que celles du cheval. On voit à Londres des chevaux de haute taille, lorsqu'ils sont attachés à des charrettes portées sur des roues fort hautes, trainer jusqu'à deux milles en montant la rue de *S. Dunstan's Hill;* mais le charretier épaule la voiture dans les pas un peu difficiles.

L'application aux différentes machines fait extrêmement varier la comparaison de la *force* des hommes & des chevaux. M. de la Hire détermine d'une manière très-juste & très-ingénieuse, l'effort de l'homme pour tirer ou pousser horizontalement: il considère la *force* comme appliquée à la manivelle d'un rouleau dont l'axe est horizontal, & sur lequel s'entortille une corde qui soutient un poids: il fait abstraction de l'avantage méchanique qu'on peut donner à ce cabestan, des frottemens, & de la difficulté qu'a la corde à se ployer.

Si le coude de la manivelle est placé verticalement à la hauteur des épaules, si la direction des bras est horizontale, & fait un angle droit avec la position du corps, il est clair qu'on ne peut faire tourner la manivelle : mais, si la manivelle est au-dessus ou au-dessous des épaules, la direction du bras & celle du tronc feront ensemble un angle obtus ou aigu; & l'homme aura pour tirer ou pour pousser la manivelle, cette *force* qui dépend de la seule pesanteur du corps. On doit considérer cette pesanteur comme réunie dans le centre de gravité, qui est à-peu-près à la hauteur du nombril au-dedans du corps. Si le coude de la manivelle est placé horizontalement à la hauteur des genoux, l'homme qui la relève en tirant, peut élever le poids de 150 livres, qui sera attaché à l'extrémité de la corde, en prenant tous les avantages possibles, puisque son effort est le même que pour élever ce poids (*voyez ci-dessus*): mais, pour abaisser la manivelle, il ne peut y appliquer qu'un effort de 140 livres, qui est le poids de tout son corps, à moins qu'il ne soit chargé.

Si le corps étant fort incliné vers la manivelle, elle est à la hauteur des épaules, il faudra considérer, 1.° le bout des pieds comme le point d'appui d'un levier, qui passant par le centre de gravité de tout le corps, se termine à la ligne des bras, prolongée s'il est nécessaire: 2.° que le centre de gravité étant chargé du poids de tout le corps, de 140 livres, avec sa direction naturelle, l'extrémité du levier supposé est soutenue dans la ligne horizontale des bras. Cela posé:

Soit ce levier de 140 parties, la distance du point d'appui au centre de gravité, de 80; l'effort de tout le corps à l'extrémité du levier sera le même que si un poids de 80 livres y étoit suspendu avec sa direction naturelle & perpendiculaire à la ligne des bras: donc si l'on mène du point d'appui une perpendiculaire sur la ligne des bras, cette perpendiculaire sera à la *coupée* depuis l'extrémité du levier, comme le poids de 80 livres avec sa direction naturelle, est à son effort sur la manivelle, suivant la direction horizontale: donc si le levier fait un angle de 70 degrés avec la ligne des bras, la position du corps sera inclinée à l'horizon d'un angle de plus de 60 degrés, qui est tout au plus l'inclinaison où un homme peut marcher: le sinus de 70 degrés sera au sinus de son complément comme 3 à 1, à très-peu-près; & par conséquent l'effort du poids de 80 livres, selon la direction horizontale, sera un peu moins de 27 livres. L'effort ne sera pas plus grand dans la même inclinaison, soit que la corde soit attachée vers les épaules ou au milieu du corps, le rapport des sinus demeurant le même. Si le levier supposé faisoit avec la ligne des bras un angle de 45 degrés, on voit que le poids du corps soutiendroit 80 livres: mais la ligne du corps étant alors beaucoup plus inclinée à l'horizon, que de 45 degrés, un homme pourroit à peine se soutenir.

Un homme panché en arrière, tire avec bien

plus de *force*, que lorsqu'il est courbé en avant: le levier supposé dans le cas précédent est au contraire dans celui-ci plus incliné à l'horizon que la ligne du corps: c'est pour cette raison que les rameurs tirent les rames de devant en arrière. M. de la Hire n'a pas remarqué qu'ils ne se renversent qu'après s'être panchés en avant: le poids de leur corps acquiert plus de *force* par cette espèce de chûte. D'ailleurs l'homme en voguant, agit avec plus de muscles à-la-fois pour surmonter la résistance, que dans aucune autre position.

Après avoir égalé l'effort continuel d'un homme qui pousse à 27 livres, M. de la Hire remarque qu'un cheval tire horizontalement autant que sept hommes; & en conséquence il estime la *force* d'un cheval à 189 livres, ou un peu moins de 200 livres: les chevaux chargés peuvent tirer un peu plus, cet effet dépendant en partie de leur pesanteur. Cependant il faut prendre garde dans les machines, que si on combine l'effet de la pesanteur du cheval avec l'effet de son impulsion, on ralentira sa vitesse, puisqu'à chaque pas il est obligé de monter effectivement.

Desaguliers divise le cercle que décrit la manivelle d'un vindas en quatre parties principales; il donne 160 livres de *force* à un homme qui la fait tourner lorsqu'elle est à la hauteur de ses genoux; 27 livres lorsqu'elle est plus élevée; 130 livres lorsqu'il l'oblige à descendre, en y appuyant le poids de son corps; & 30 livres, lorsqu'elle est au point le plus bas. Ces *forces* font 347 livres, qui, divisées par 4, donnent 86 $\frac{3}{4}$; c'est le poids qu'un homme pourroit élever continuellement, s'il n'étoit obligé de s'arrêter pour reprendre haleine: ce qui fait que le poids l'emporte au premier point foible, sur-tout quand la manivelle se meut lentement, comme cela doit être, si l'homme veut employer toute sa *force* dans toute la circonférence du cercle qu'il décrit. Il faudroit encore qu'il agît toujours par la tangente de ce cercle; ce qui n'arrive point. Il faut de plus que la vitesse soit assez grande pour que la *force* appliquée aux points avantageux ne soit pas éteinte avant que d'arriver aux points foibles; ce qui rendroit ce mouvement irrégulier & difficile à continuer. De-là Desaguliers conclut qu'un homme appliqué à la manivelle d'un vindas, ne peut surmonter plus de 30 livres, travaillant dix heures par jour, & élevant le poids de trois pieds & demi par seconde; ce qui est la vitesse ordinaire des chevaux. Il veut qu'on augmente cette vitesse d'un sixième, & même d'un tiers, si l'on se sert du volant, & qu'on diminue le poids à proportion. On suppose toujours que le coude de la manivelle ne décrive pas un cercle plus grand que la circonférence du rouleau; ce qui donneroit à l'homme un avantage méchanique. Dans cette supposition, si deux hommes travaillent aux extrémités d'un treuil horizontal, ils soutiendront plus aisément 70 livres, qu'ils n'en auroient porté 30 chacun séparément, pourvu que le coude de l'une des manivelles soit à angles droits avec l'autre. On se contente de placer les manivelles dans une direction opposée: mais on sent que la compensation qui résulte de cette coutume est bien moins avantageuse que l'arrangement proposé par Desaguliers: ce physicien célèbre corrige les inégalités de la révolution du treuil, quand le mouvement est rapide, comme de 4 ou 5 pieds par seconde, par l'application d'un volant, ou plutôt d'une roue pesante qui fasse des angles droits avec l'essieu du vindas. Par-là un homme pourra quelque temps surmonter une résistance de 80 livres, & travailler un jour entier, quand la résistance est seulement de 40 livres.

La plus grande *force* des chevaux & la moindre *force* des hommes, est lorsqu'ils tirent horizontalement en ligne droite. M. de la Hire nous apprend, *mém. de l'acad. des Sciences, ann. 1702, p. 261*, que les chevaux attachés aux bateaux qui remontent la Seine, lorsqu'ils ne sont point retardés par plusieurs empêchemens qui surviennent dans la navigation, soutiennent chacun 158 livres, en faisant un pied & demi par seconde, & travaillant dix heures par jour.

M. Amontons rapporte des observations curieuses dans son *mémoire sur le moulin à feu*, parmi ceux de l'académie des Sciences, *ann. 1699, page 120-121, expérience sixième*. Les ouvriers qui polissent les glaces, se servent pour presser leurs polissoirs, d'une flèche ou arc de bois, dont un bout arrondi pose sur le milieu du polissoir; l'autre qui est une pointe de fer, presse contre une planche de chêne arrêtée au-dessus de leur travail. Par des expériences faites avec des polissoirs de différentes grandeurs pressés par des flèches de différentes *forces*, il a trouvé que la *force* moyenne nécessaire pour les tirer, est de 25 liv. que par conséquent la volée de leurs flèches étant d'un pied & demi, & le temps qu'ils emploient à pousser & à retirer leur polissoir étant d'une seconde, leur travail équivaut à l'élévation continuelle d'un fardeau de 25 liv. à 3 pieds par seconde; il ne faut gueres compter que sur dix heures de leur travail.

On lit dans les *réflexions de* M. Couplet *sur le tirage des charrettes & des traîneaux, mém. acad. 1733, p. 63-4*, que les charrettes ordinaires, attelées de trois chevaux, mènent habituellement sur le pavé une charge de pierres de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conséquent de près de 7 milliers. Il remarque aussi que nos haquets de brasseurs à Paris, attelés d'un seul cheval grand & fort, & à Rome, les charrettes montées sur leurs roues de six pieds de diamètre, attelées d'un seul cheval, portent des charges qu'un effort moyen de 200 liv. ne pourroit pas surmonter. M. Couplet entend ici l'effort moyen des chevaux, qu'il a supposé plus haut, d'après la détermination de M. de la Hire: mais il est étonnant qu'il n'ait pas pris garde que M. de la Hire ne parle point des charrois, où l'on n'a que les frottemens à surmonter; en sorte qu'un cheval de taille médiocre tirera souvent plus de

mille livres, s'il est attaché sans désavantage à une charrette. M. de la Hire & Desaguliers après lui, considérent l'action des chevaux qui élèvent un fardeau hors d'un puits, par exemple, par le moyen d'une poulie ou d'un cylindre qui a le moindre frottement possible. C'est dans ce cas que les chevaux tireront environ 200 liv. l'un dans l'autre, en travaillant huit heures par jour, & faisant à-peu-près deux milles & demi par heure, c'est-à-dire, environ trois pieds & demi par seconde. Le même cheval, s'il tire 240 livres, ne peut travailler que six heures par jour, & ne va pas tout-à-fait aussi vîte dans les deux cas: s'il porte quelque poids, il tirera mieux que s'il n'en porte point.

On doit estimer de même le travail des chevaux dans les moulins & les machines hydrauliques. Il faut donner au trotoir des chevaux qui font mouvoir les cabestans de ces machines, un assez grand diamètre, parce que dans des cercles trop petits, la tangente suivant laquelle le cheval devroit tirer, fait un trop grand angle avec ces cercles; & le cheval pousse le rayon suivant la corde du cercle: il fait avec le rayon des angles si aigus par derriere, que dans un trotoir de 19 pieds de diamètre, Desaguliers a éprouvé qu'un cheval perd les deux cinquiémes de la *force* qu'il auroit eue dans un trotoir de quarante pieds de diamètre; ce qui le détermine à lui donner au moins cette étendue.

Les Meûniers s'imaginent qu'il suffit de conserver la proportion des vîtesses de la puissance & du poids qui a lieu dans les plus grands trotoirs; ou que diminuant le diamètre de la roue en couteau, de même qu'on diminue la distance du cheval au centre, la difficulté du tirage sera la même, n'ayant point égard à l'entortillement du cheval: mais ces ouvriers ne prennent pas garde à l'effort qu'ils font faire au cheval par cette disposition.

Desaguliers croit que la manière la plus efficace d'employer les hommes à des machines qui produisent leur effet par le jeu des pompes qu'elles renferment, est de faire agir ces hommes en marchant, tout le poids du corps étant successivement appliqué aux pistons des pompes, &c.

M. Daniel Bernoulli, *p. 181-2 de son hydrodinamique*, regarde comme le plus avantageux de tout l'effet que produit dans les machines la pression d'un homme qui marche, vu que c'est le genre de travail auquel nous sommes le plus accoutumés. Il croit, *ibid. p. 198*, que cet avantage peut augmenter l'effet du double.

Desaguliers, à la fin du *II tome*, termine ainsi le *maximum* de la perfection des machines hydrauliques. Un homme, dit-il, avec la meilleure machine hydraulique, ne peut pas élever plus d'un muid d'eau par minute à dix pieds de hauteur, en travaillant tout le jour: mais il peut en élever presque le double en ne travaillant qu'une ou deux minutes. M. Dan. Bernoulli établit qu'un homme, avec la machine la plus parfaite, pourra élever à chaque seconde un pied cubique d'eau à la hauteur d'un pied.

Il n'en est pas des *forces des animaux* comme des *forces* des corps inanimés. Une *force animale* donnée ne peut produire tous les mouvemens où le poids & la vîtesse sont en raison réciproque. Un homme ne peut parcourir qu'un certain espace dans un certain temps, quand même il ne tireroit aucun poids. Celui qui élève 100 livres à dix pieds de hauteur, ne pourroit élever dans le même temps, une livre à 1000 pieds de hauteur.

Si deux hommes également robustes font d'abord le même effort avec la même vîtesse; que l'un des deux ensuite double son effort, & l'autre sa vîtesse; l'effet produit sera toujours le même: mais la difficulté qu'éprouvera le second, pourra être beaucoup plus considérable. Cette remarque de M. Dan. Bernoulli éclaircit ce que nous venons de dire touchant la différence des *forces* animées & inanimées.

S'Gravesande a très-bien vu, *physices elementa mathematica, tom. I. n.° 1856.* que si on cherche le *maximum* de l'effet qu'un animal peut produire, il faut d'abord déterminer un degré de vîtesse avec laquelle il puisse agir commodément: il faut ensuite chercher le *maximum* d'intensité d'une action qui puisse être continuée un temps assez long.

M. Bouguer dit fort bien, dans son *traité du navire, p. 109*, qu'il seroit de la dernière importance dans plusieurs rencontres, de connoître combien la *force* des hommes diminue, lorsqu'ils sont obligés d'agir avec plus de promptitude: c'est ce que l'Anatomie, quoiqu'extrêmement aidée de la Géométrie dans ces derniers temps, ne nous a point encore appris. On peut exprimer, poursuit-il, cette relation par les concordances d'une ligne courbe, dont quelques-uns des symptômes se présentent: mais cela n'empêche pas qu'elle ne soit également inconnue. *Voyez* MOUVEMENT DES ANIMAUX.

M. Martine, *prop. 24 & 25* de son livre *de similibus animalibus*, assure que les *forces* contractives des muscles, & les *forces* absolues des membres mis en mouvement dans des animaux semblables, sont comme les racines cubes des quatriémes puissances de leurs masses. Il ne paroît que l'auteur fonde ses preuves sur un grand nombre d'hypothèses douteuses, ou qui n'ont point d'application dans la nature; mais je crois qu'il réussit très-bien à détruire la prétendue démonstration de Cheyne, dont l'opinion adoptée par Freind & par Wainewright, est que les *forces* des animaux de la même espece, ou du même animal, en différens temps, sont en raison triplée des quantités de la masse du sang (*g*).

FORMULE, s. f. (*Algèbre*) est un résultat général tiré d'un calcul algébrique, & renfermant une infinité de cas; en sorte qu'on n'a plus à substituer que des nombres particuliers aux lettres, pour trouver le résultat particulier dans quelque cas proposé que ce soit. Une *formule* est donc une méthode facile pour opérer; & si l'on peut la rendre absolu-

ment générale; c'est le plus grand avantage qu'on puisse lui procurer; c'est souvent réduire à une seule ligne toute une science. Mais, pour qu'une *formule* générale soit vraiment utile, & qu'il y ait du mérite à l'avoir trouvée, il faut que la *formule* générale soit plus difficile à trouver que la *formule* particulière, c'est-à-dire, que le problème énoncé généralement renferme des difficultés plus grandes que le problème particulier, qui a donné occasion de chercher la méthode générale. Feu M. Varignon, géomètre de l'académie des Sciences, aimoit à généraliser ainsi des *formules*; mais malheureusement ses *formules* générales étoient presque toujours privées de l'avantage dont nous parlons: & dans ce cas, une *formule* générale n'est qu'une puérilité ou une charlatanerie. M. Bernoulli, ou un autre géomètre, résolvoit-il un problème difficile? M. Varignon aussi-tôt le généralisoit, de manière que l'énoncé plus général renfermoit en apparence plus de difficultés, mais en effet n'en avoit aucune de plus, & n'exigeoit pas qu'on ajoutât la moindre chose à la méthode particulière: aussi M. Bernoulli disoit-il quelquefois, après avoir résolu un problème, qu'*il le laissoit à generaliser à M. Varignon* (*O*).

FOURNEAU, (*Astronom.*) *fornax*, constellation méridionale, introduite par la Caille: on y voit un *fourneau* chymique avec son alembic & son récipient. Cette constellation renferme quarante-huit étoiles dans le catalogue des étoiles australes: il y en a une de troisième grandeur, qui avoit, en 1750, 45° 22′ d'ascension droite, & 29° 59′ de déclinaison australe; en sorte qu'elle est élevée de plus de onze degrés à Paris. (*D L.*)

FOYER, s. m. ce mot a deux acceptions, l'une en *Géométrie*, l'autre en *Optique*, & ces deux acceptions ont quelque chose d'analogue.

En *Géométrie* il s'emploie principalement en parlant des sections coniques: on dit *le foyer de la parabole*, les *foyers de l'Ellipse*, les *foyers de l'hyperbole*; & on a expliqué au mot CONIQUE ce que c'est que ces *foyers*. On a appellé ces points *foyers*, par la propriété qu'ils ont de réunir les rayons qui viennent frapper la courbe suivant certaines directions. Cette propriété est détaillée au *mot* CONIQUE. *Voyez aussi* ELLIPSE, HYPERBOLE & PARABOLE.

Les points qu'on appelle aujourd'hui *foyers*, s'appelloient autrefois *umbilics* ou *nombrils*, *umbilici*; parce qu'on peut les regarder comme les points les plus remarquables qui se rapportent à la courbe, & qu'on peut même déterminer l'équation de la courbe par des rayons tirés à ces points, ainsi qu'on l'a vu au *mot* ELLIPSE.

Il est quelquefois plus commode de représenter une courbe par l'équation entre les rayons tirés d'un point fixe à cette courbe, & les angles que forment ces rayons, que de la représenter par l'équation entre les co-ordonnées rectangles (*Voyez* COURBE & EQUATION); en ce cas on donne quelquefois par extension, le nom de *foyer* à ce point fixe, duquel on suppose que les rayons soient tirés, quoique ce point n'ait pas la propriété de rassembler les rayons qui tomberoient sur la courbe. Tel seroit, par exemple, le point F (*Sect. con. fig. 18*), par rapport à la courbe *AMm*, si on déterminoit l'équation de cette courbe, non par le rapport entre les variables *AP* & *PM*, mais par le rapport entre la variable *FM*, & l'angle variable *AFM*, que la ligne *FM* fait avec la ligne fixe *FA*. *Voyez la section des infiniment petits* de M. de l'Hopital, *vers la fin.*

En *Optique* on appelle *foyer d'un miroir*, *foyer d'un verre*, *foyer d'une lunette*, le point où les rayons réfléchis par le miroir, ou rompus par le verre ou la lunette, se réunissent, soit exactement, soit physiquement: sur quoi *voyez l'article* ARDENT. On trouve dans les *mém. de l'acad. des Sciences de 1710*, une formule générale pour connoître le *foyer* des miroirs & dans ceux de 1704, une formule pour déterminer celui des verres. Nous donnerons ces formules aux *mots* LENTILLE & MIROIR, où est leur véritable place.

M. Bouguer a remarqué dans son ouvrage sur la *figure de la terre*, *page 203 & suiv.* que le *foyer* des grandes lunettes est différent, 1.° selon la constitution des yeux de l'observateur; 2.° selon qu'on enfonce ou retire l'oculaire; 3.° selon la constitution actuelle de l'atmosphère; & il donne des moyens de se précautionner contre ces variations. *Voyez l'article* LUNETTE.

Lorsque les rayons réfléchis ou rompus sont divergens, mais de manière que ces rayons prolongés iroient se réunir, soit exactement, soit physiquement, en un même point, ce point est appellé *foyer virtuel* ou *imaginaire*, & par d'autres, *point de dispersion.* Ainsi (*Optiq. fig. 11*) si les rayons *fa* parallèles à l'axe *de*, sont rompus par le verre *ab* suivant *aK*, en sorte qu'ils concourent en *e* étant prolongés, ce point *e* est le *foyer* virtuel de ces rayons.

Comme les rayons qui partent du *foyer* d'une hyperbole sont réfléchis par cette hyperbole, de manière qu'étant prolongés, ils passeroient par le *foyer* de l'hyperbole opposée; on peut regarder ce second *foyer* comme un *foyer* virtuel.

Sur les propriétés différentes espèces de *foyers*, *voyez la dioptrique* de Descartes, celle de Huyghens, & beaucoup d'autres ouvrages (*O*).

FRA

FRACTION, s. f. (*Arith. & Alg.*): partie d'un tout.

Nous allons exposer la théorie & le calcul des *fractions* soit numériques, soit littérales. Commençons par les premières.

Des fractions numériques.

On appelle *unité fractionnaire*, une partie de l'unité principale supposée partagée en plusieurs parties égales; & *fraction* ou *nombre fractionnaire*, la collection de plusieurs de ces parties. Par exemple,

que l'unité principale soit divisée en quatre parties égales, & qu'on en prenne trois; on formera la *fraction trois quarts*, qui a pour unité *un quart* de l'unité principale. Il est clair que l'unité fractionnaire est à l'égard des fractions qui en dérivent, ce que l'unité principale est à l'égard des nombres qu'elle produit, en s'ajoutant continuellement à elle-même.

Quelquefois on appelle simplement *fraction* l'unité fractionnaire.

II. Pour exprimer une *fraction*, on emploie deux nombres : l'un qui marque en combien de parties égales l'unité principale est divisée, & qu'on appelle *dénominateur*; l'autre qui marque combien on prend de ces parties, & qu'on appelle *numérateur*. On distingue ces deux nombres l'un de l'autre, en les séparant par une petite barre horizontale; le numérateur s'écrit au-dessus de cette barre, le dénominateur au-dessous. Ainsi, pour exprimer la *fraction trois quarts*, on écrit $\frac{3}{4}$. Pour exprimer la *fraction cinq huitièmes*, qui marque que l'unité principale est partagée en huit parties égales, & qu'on en prend cinq; on écrit $\frac{5}{8}$. Ainsi des autres.

Le numérateur & le dénominateur s'appellent les *termes* de la *fraction*.

III. Une *fraction* est *concrète* ou *abstraite*, selon que l'unité principale, dont elle fait partie, est *concrète* ou *abstraite*.

IV. Toute *fraction* peut être considérée comme le quotient de son numérateur divisé par son dénominateur. Par exemple, la fraction $\frac{5}{8}$ n'est autre chose que le quotient 5 divisé par 8; car diviser 5 par 8, c'est prendre la huitième partie du *tout* représenté par 5, ou partager ce même *tout* en 8 parties égales. Or il est visible que chacune des unités du nombre 5 produira une de ces nouvelles parties. Donc les cinq unités du même nombre produiront 5 nouvelles parties, c'est-à-dire, *cinq huitièmes parties* de l'unité principale, ou la *fraction* $\frac{5}{8}$.

V. Puisque le numérateur d'une *fraction* exprime le nombre de ses unités, il est clair que si, sans toucher au dénominateur, on rend le numérateur un certain nombre de fois plus grand ou plus petit, c'est-à-dire, si on le multiplie ou si on le divise par un certain nombre; il est clair, dis-je, que la nouvelle *fraction* sera égale au produit de la première multipliée ou divisée par le nombre qui a multiplié ou divisé le numérateur. Par exemple, soit la *fraction* $\frac{6}{13}$: si, sans toucher à son dénominateur 13 l'on multiplie ou l'on divise son numérateur 6 par 2; on formera ou la *fraction* $\frac{12}{13}$ qui est égale au produit de $\frac{6}{13}$ par 2, ou la *fraction* $\frac{3}{13}$ qui est égale au quotient de $\frac{6}{13}$ divisé par 2.

VI. Si au contraire, sans toucher au numérateur d'une *fraction*, on multiplie ou l'on divise son dénominateur par un certain nombre, la nouvelle *fraction* sera égale à la première divisée ou multipliée par le nombre qui a multiplié ou divisé le dénominateur; car le dénominateur exprime en combien de parties égales l'unité principale est partagée, & par conséquent le nombre de ces parties demeurant le même, la *fraction* est d'autant plus petite ou plus grande, que le dénominateur est plus grand ou plus petit. Soit, par exemple, la *fraction* $\frac{1}{12}$: si, sans toucher au numérateur, on multiplie ou l'on divise le dénominateur 12 par 3, on formera, ou la *fraction* $\frac{1}{36}$, qui est égale au quotient de la *fraction* $\frac{1}{12}$ divisée par 3, ou la *fraction* $\frac{1}{4}$ qui est égale au produit de la *fraction* $\frac{1}{12}$ multipliée par 3.

VII. Il suit des deux cas, qu'on ne change point la valeur d'une *fraction*, en multipliant tout-à-la-fois, ou en divisant tout-à-la-fois son numérateur & son dénominateur, par un même nombre. Par exemple, si on a la *fraction* $\frac{3}{4}$, & qu'on multiplie son numérateur & son dénominateur par le même nombre 2, on formera la nouvelle *fraction* $\frac{6}{8}$ qui a la même valeur que la première. De même, si on a la *fraction* $\frac{8}{24}$, & qu'on divise son numérateur par le même nombre 8, on aura la nouvelle *fraction* $\frac{1}{3}$ qui est de même valeur que $\frac{8}{24}$.

VIII. Lorsque le numérateur d'une *fraction* est égal à son dénominateur, la *fraction* vaut 1. Ainsi, les *fractions* $\frac{8}{8}$, $\frac{7}{7}$ valent chacune 1, puisque le quotient de tout le nombre divisé par lui-même, est nécessairement 1.

IX. Si le numérateur d'une *fraction* est plus grand que son dénominateur, cette *fraction* vaut plus de 1, & contient une ou plusieurs unités principales. Pour déterminer ces unités, il faut diviser le numérateur par le dénominateur. Soit, par exemple, la *fraction* $\frac{58}{9}$. Je divise 58 par 9, & & j'ai 6 pour quotient, & 4 pour reste. Ce reste doit être aussi divisé par 9, ou partagé en 9 nouvelles parties, & le quotient est la *fraction* $\frac{4}{9}$. La *fraction* primitive $\frac{58}{9}$ vaut donc $6\frac{4}{9}$, c'est-à-dire, 6 unités principales, plus la *fraction* $\frac{4}{9}$.

X. Tout nombre entier peut être réduit en une *fraction* qui ait tel dénominateur qu'on voudra; & cela en multipliant ce nombre par le dénominateur qu'on veut avoir. Par exemple le nombre 3 est la même chose que la *fraction* $\frac{3}{1}$ qui a 1 pour dénominateur; ou que la *fraction* $\frac{6}{2}$, qui a 2 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 2; ou que la *fraction* $\frac{9}{3}$ qui a 3 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 3, &c. Car dans tous les cas, en divisant le numérateur par le dénominateur, on retrouvera le nombre 3.

XI. La fonction de numérateur d'une *fraction* est simplement d'indiquer le nombre des unités fractionnaires dont elle est composée; mais l'espèce ou la grandeur de ces unités, par rapport à l'unité principale, dépend du dénominateur. C'est donc ce dernier nombre qui caractérise la nature d'une *fraction*. Ainsi, lorsqu'on voudra combiner ensemble plusieurs *fractions*, pour savoir quelle est la plus grande, ou pour les ajouter, ou pour soustraire les unes des autres, il faudra commencer par les réduire au même dénominateur, afin qu'ayant

par ce moyen, des unités de même espèce, l'usage qu'on en veut faire, ne dépend de plus que de leurs numérateurs.

XII. PROBLÈME I. *Réduire plusieurs fractions au même dénominateur.*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres : vous formerez ainsi de nouvelles *fractions* (qu'on peut appeller *fractions composées*) qui auront pour dénominateur commun le produit de tous les dénominateurs, & qui auront mêmes valeurs que les *fractions primitives* (VII), puisque le numérateur & le dénominateur de chacune de celles-ci auront été multipliés par un même nombre. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{5}{6}$ & $\frac{1}{7}$ qu'il s'agit de réduire au même dénominateur. Je multiplie les deux termes de la première par 7, & les deux termes de la seconde par 6; ce qui me donne les deux *fractions* composées, $\frac{35}{42}$ & $\frac{6}{42}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les deux *fractions primitives.* Qu'on ait trois *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ à réduire au même dénominateur; on multipliera les deux termes de la première par 24, produit des deux derniers dénominateurs; les deux termes de la seconde, par 56, produit du premier & du troisième dénominateur; les deux termes de la troisième, par 21, produit des deux premiers dénominateurs. Ces opérations donneront les *fractions* composées $\frac{144}{168}$, $\frac{112}{168}$, $\frac{105}{168}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les *fractions* primitives $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$.

XIII. COROLLAIRE. Deux *fractions* étant réduites au même dénominateur, il est évident que la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. Or, comme le numérateur de la première *fraction* composée est le produit du numérateur de la première *fraction* simple, par le dénominateur de la seconde *fraction* simple, & que le numérateur de la seconde *fraction* composée est le produit du numérateur de la seconde *fraction* simple, par le dénominateur de la première *fraction* simple, concluons que *de deux fractions qui ont des dénominateurs différens, la plus grande est celle dont le numérateur multiplié par le dénominateur de l'autre, donne un produit plus grand que celui du numérateur de cette dernière fraction, par le dénominateur de la première.* Par exemple, je vois que des deux *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{4}$, la première est plus grande que la seconde, parce que le produit de 6 par 4, c'est-à-dire, 24, est plus grand que le produit de 3 par 7, c'est-à-dire, 21. Des deux *fractions* $\frac{6}{13}$, $\frac{5}{9}$, la seconde est plus grande que la première, parce que le produit de 5 par 13, c'est-à-dire, 65, est plus grand que le produit de 9 par 6, c'est-à-dire, 54.

XIV. PROBLÈME II. *Additionner ensemble plusieurs fractions.*

On ne peut ajouter ensemble que des nombres de même espèce. Et comme l'espèce d'une *fraction* dépend, ainsi que nous l'avons remarqué, de son dénominateur; si les *fractions* qu'on propose d'ajouter ensemble, n'ont pas le même dénominateur, on les réduira d'abord au même dénominateur. Cela posé, on ajoutera ensemble tous les numérateurs; & à la somme on appliquera le dénominateur commun. La raison en est claire; car les numérateurs marquent les nombres d'unités; & la somme doit contenir des unités de même espèce que celles des parties dont elle est composée. Ainsi, par exemple, la somme des deux *fractions* $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ est $\frac{5}{7}$. Qu'on propose d'ajouter ensemble les trois *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$; ces *fractions* étant réduites d'abord au même dénominateur, & devenant ainsi $\frac{144}{168}$, $\frac{112}{168}$, $\frac{105}{168}$: on ajoutera ensemble les trois numérateurs, & on trouvera la somme 361, sous laquelle on écrira le dénominateur commun 168. Par ce moyen on aura $\frac{361}{168}$ pour la somme des trois *fractions* proposées.

XV. *REMARQUE.* Quand, après avoir ajouté ensemble plusieurs *fractions*, le numérateur de la somme est plus grand que le dénominateur, comme dans le dernier exemple; cette somme contient une ou plusieurs unités principales ou entières, qu'on détermine (IX), en divisant le numérateur par le dénominateur. Ainsi, dans la *fraction* $\frac{361}{168}$, divisant le numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette *fraction* vaut $2\frac{25}{168}$, c'est-à-dire, 2 entiers plus la *fraction* $\frac{25}{168}$.

XVI. PROBLÈME III. *Soustraire une fraction d'une autre.*

Les deux *fractions* doivent être de même espèce, & avoir par conséquent le même dénominateur. Ainsi, si dans l'état où on les propose, elles n'avoient pas le même dénominateur, on commenceroit par les réduire au même dénominateur. Cela posé, retranchez le plus petit numérateur du plus grand; & appliquez au reste le dénominateur commun: la *fraction* que vous formerez ainsi, sera la différence des deux *fractions* proposées. Par exemple, pour retrancher de la *fraction* $\frac{7}{9}$, la *fraction* $\frac{5}{9}$, je retranche 5 de 7, & j'ai pour reste le nombre 2, sous lequel j'écris le dénominateur 9; je forme ainsi la *fraction* $\frac{2}{9}$, qui est la différence des deux *fractions* $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{9}$. Si de la *fraction* $\frac{5}{6}$, il falloit retrancher la *fraction* $\frac{8}{15}$, je réduirois les deux *fractions* au même dénominateur, & j'aurois $\frac{75}{90}$, $\frac{48}{90}$, dont la différence est $\frac{27}{90}$.

XVII. PROBLÈME IV. *Multiplier un nombre quelconque, entier ou rompu, par une fraction.*

La multiplication par une *fraction* n'est pas une opération simple, comme pour les nombres entiers: elle renferme réellement deux opérations, savoir, une multiplication par le numérateur de la *fraction*, & une division par son dénominateur. En effet, soit, par exemple, le nombre quelconque *A* à multiplier par la *fraction* $\frac{3}{4}$. En multipliant le nombre *A* par le numérateur 3, on a un produit quatre fois trop grand, puisqu'on ne doit multiplier que par le quart de trois. Ainsi, pour réduire ce produit à sa juste valeur, il faut en prendre le quart, c'est-à-dire, le diviser par 4. Le même raisonnement s'applique à tous les autres cas; & nous

pouvons conclure en général, que pour multiplier un nombre donné par une *fraction*, il faut multiplier d'abord ce nombre par le numérateur de la *fraction*, & diviser le produit par le dénominateur de la même *fraction.*

Cela posé, soit, 1.° le multiplicande un nombre entier. Alors multipliez cet entier par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & appliquez au produit le dénominateur de la même *fraction.* Ainsi, qu'on ait à multiplier le nombre 8 par la *fraction* $\frac{7}{9}$: on multipliera 8 par 7, & on formera la *fraction* produit $\frac{56}{9}$; cette *fraction* vaut $6\frac{2}{9}$.

2.° Soit le multiplicande une *fraction.* Je multiplie les deux numérateurs l'un par l'autre, & les deux dénominateurs aussi l'un par l'autre; je forme ensuite une *fraction* qui ait pour numérateur le premier produit, & pour dénominateur le second; elle sera le produit des deux *fractions* proposées. Ainsi, qu'on ait à multiplier la *fraction* $\frac{6}{7}$ par la *fraction* $\frac{3}{8}$: je multiplie 6 par 3; le produit est 18; je multiplie 7 par 8; le produit est 56. Avec ces deux produits, je forme la *fraction* $\frac{18}{56}$, qui est le produit des deux *fractions* données. Car, en multipliant le numérateur de la *fraction* $\frac{6}{7}$ par 3, on multiplie (V) cette *fraction* par 3; & en multipliant son dénominateur 7 par 8, on divise (VI) cette *fraction* par 8. Donc, par les deux opérations, la *fraction* $\frac{6}{7}$ est multipliée par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & divisée par le dénominateur de la même *fraction*, ce qui est conforme à la règle prescrite.

XVIII. Problême V. *diviser un nombre quelconque par une fraction.*

Diviser un nombre quelconque *A*, par une fraction, est encore une opération composée qui consiste à diviser ce nombre par le numérateur & à le multiplier par le dénominateur de la fraction. Que la fraction soit, par exemple, $\frac{1}{4}$. En divisant le nombre *A* par 3, on a un quotient quatre fois trop petit, puisqu'on ne doit diviser que par le quart de 3. Ainsi, pour réduire ce quotient à sa juste valeur, il faut le multiplier par 4. La question est donc la même que s'il s'agissoit de multiplier le nombre *A* par la fraction $\frac{4}{1}$.

On voit par-là que la division par une fraction, se réduit à la multiplication par la fraction inverse. Quand on vous proposera donc de diviser un nombre par une fraction: renversez cette fraction: c'est-à-dire, faites du numérateur le dénominateur, & du dénominateur le numérateur; ensuite opérez comme dans l'article précédent. Par exemple, soit le nombre 3 à diviser par la fraction $\frac{5}{6}$; l'opération revient à multiplier 3 par $\frac{6}{5}$; ce qui donne $\frac{18}{5}$ pour le quotient cherché. Qu'il faille diviser $\frac{7}{17}$ par $\frac{1}{5}$; l'opération se réduit à multiplier $\frac{7}{17}$ par $\frac{5}{1}$; ce qui donne $\frac{35}{17}$ pour le quotient cherché.

XIX. Problême VI. *Evaluer une fraction par rapport à un tout d'une espèce donnée?*

Soit, par exemple, la fraction $\frac{5}{6}$ d'une livre qu'on veuille évaluer en sols. Multipliez cette fraction par le nombre de fois que la livre contient le sol, c'est-à-dire, par 20; vous aurez la nouvelle fraction $\frac{100}{6}$, qui représente évidemment des partiers de sol: en effectuant la division du numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette fraction vaut 16 sols & $\frac{4}{6}$ d'un sol.

Si on veut évaluer les $\frac{4}{6}$ d'un sol en deniers, on multipliera cette fraction par le nombre de fois que le sol contient le denier, c'est-à-dire, par 12; ce qui donnera $\frac{48}{6}$, fraction de deniers; & divisant réellement 48 par 6, on trouvera que la fraction $\frac{4}{6}$ de sol vaut 8 deniers. Ainsi, la valeur de la fraction primitive $\frac{5}{6}$ d'une livre, étant exprimée en sols & deniers, est 16 sols 8 deniers.

En opérant de la même manière, on trouvera que la fraction $\frac{3}{7}$ d'une livre vaut 8 sols 6 deniers & $\frac{6}{7}$ de denier. La fraction $\frac{3}{7}$ d'une toise, vaut 2 pieds 6 pouces 10 $\frac{2}{7}$ lignes. La fraction $\frac{3}{7}$ d'une heure, vaut 25 minutes 42 $\frac{6}{7}$ secondes.

XX. Remarque. Les parties décimales sont des fractions qui ont pour dénominateur l'unité suivie d'un ou de plusieurs zeros; elles peuvent donc s'évaluer par la méthode précédente; mais la forme sous laquelle on les écrit, facilite & abrège le calcul. Veut-on savoir, par exemple, combien le nombre décimal 0,458, relatif à la toise qui est l'unité principale, vaut en pieds, pouces & lignes? Comme la toise vaut 6 pieds, il est évident qu'en multipliant ce nombre par 6, on aura un produit qui exprimera des pieds & des parties décimales de pied. Ce produit est 2,748, c'est-à-dire, 2 pieds & 0,748 de pied. Je multiplie la partie 0,748 par 12, afin de l'évaluer en pouces; le produit est 8,976, c'est-à-dire, 8 pouces & 0,976 de pouce. Multipliant la partie 0,976 par 12, afin de l'évaluer en lignes; le produit est 11,712, c'est-à-dire, 11 lignes & 0,712 de ligne. On peut pousser l'évaluation plus loin, en sous-divisant continuellement la ligne en 12 parties égales. Mais en s'arrêtant aux opérations précédentes, on voit que ce nombre décimal, 0,458 de toise, vaut 2 pieds 8 pouces 11 lignes & 0,712 ou $\frac{712}{1000}$ de ligne.

XX. Problême VII. *Abaisser une fraction, c'est-à-dire, exprimer cette fraction par les plus petits nombres possibles, sans changer sa valeur?*

Nous avons vu qu'on ne changeoit point la valeur d'une fraction, en divisant son numérateur & son dénominateur par un même nombre. Si donc, on divise les deux termes d'une fraction par le plus grand commun diviseur qu'ils peuvent avoir, on ne changera point la valeur de la fraction, & en même tems on la réduira à sa plus simple expression. Or, pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres. *Voyez* Diviseur.

XXI. Problême VIII. *Former les puissances & tirer les racines d'une fraction?*

On forme les puissances d'une fraction, en élevant son numérateur & son dénominateur au quarré, au cube, à la quatrième puissance, &c; & on tire la racine quarrée, ou la racine-cube, ou la racine quatrième, &c, d'une fraction, en tirant la racine quarrée, ou la racine cube, ou la racine quatrièmé &c, de son numérateur & de son dénominateur. Voyez Extraction.

XXII. *Fractions décimales.* Ce sont les fractions dont les dénominateurs sont les puissances successives de 10. Voyez Décimal.

XXIII. *Fractions sexagésimales* : Fractions dont les dénominateurs sont les puissances successives du nombre 60. Elles ont été employées par des astronomes, & entr'autres par Régiomontanus, à cause que le cercle se divise en 360 degrés, & que $360 = 6 \times 60$, que le degré vaut 60 minutes, la minute 60 secondes, &c.

Il est clair qu'on peut imaginer tant de fractions qu'on voudra de semblable espèce.

Des fractions de fractions.

XXIV. De même que les fractions ordinaires se forment de parties de l'unité principale (1); si nous concevons qu'une fraction soit partagée en plusieurs parties égales, le nombre qui exprimera une ou plusieurs des ces parties, sera une fraction de nouvelle espèce, qu'on appelle *fraction de fraction.* Par exemple, si on a la fraction $\frac{3}{4}$, & qu'on en prenne les $\frac{2}{3}$, on formera la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$, qui s'énonce ainsi : *deux tiers de trois quarts.* On met, comme on voit, l'article *de* entre les deux fractions par lesquelles une fraction de fraction est exprimée.

XXV. Rien n'empêche de former, suivant la même loi, des fractions de fraction de fraction, & de pousser cette division aussi loin qu'on voudra. Telle est la fraction de fraction de fraction, $\frac{4}{5}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$, qui signifie qu'on prend les *quatre cinquièmes* de la fraction de fraction *trois quarts de deux tiers.* Telle est encore la fraction de fraction de fraction de fraction, $\frac{6}{7}$ *de* $\frac{4}{5}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$, qui signifie qu'on prend *les six septièmes* de la fraction de fraction de fraction *quatre cinquièmes de trois quarts de deux tiers*, &c.

XXVI. *Propriété générale des Fractions de Fraction.* Les fractions de fraction, en quelque nombre qu'elles soient combinées ensemble, peuvent toujours être réduites à des fractions simples. Il faut, pour cela, multiplier les unes par les autres, les fractions simples qui entrent dans leurs expressions. Par Exemple, la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ est égale au produit de $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$. Car pour avoir les deux tiers de trois quarts, il faut d'abord diviser *trois quarts* par 3, & prendre ensuite *deux fois* le quotient; ce qui se réduit (XVII) à multiplier la fraction $\frac{3}{4}$ par la fraction $\frac{2}{3}$. La fraction produit est $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$, qui est équivalente à $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$. De même, la fraction de fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{6}$ peut être réduite en une fraction simple. Car d'abord $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{6}$ revient à $\frac{15}{24}$; & $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{15}{24}$ revient à $\frac{30}{72}$; ou $\frac{5}{12}$. Ainsi des autres.

Des Fractions littérales ou algébriques.

XXVII. Les fractions littérales sont comme les fractions numériques, les quotients des numérateurs divisés par les dénominateurs. Ainsi, tout ce que nous avons dit au sujet des fractions numériques, s'applique également aux fractions littérales, en substituant aux opérations arithmétiques les opérations algébriques correspondantes, c'est-à-dire, addition à addition, soustraction à soustraction, &c. On verra, par cette correspondance, la raison de la plupart des calculs que je vais faire sur les fractions littérales; & cela nous épargnera beaucoup de raisonnements.

XXVIII. Problême I. *Réduire une quantité entière en une fraction qui ait un dénominateur donné?*

Soit la quantité a qu'il s'agit de réduire en une fraction qui ait le dénominateur b. Je multiplie a par b, & j'applique sous le produit ab, le dénominateur b; en sorte que a est la même chose que $\frac{ab}{b}$.

XXIX. Corollaire. On voit semblablement que toute fraction peut être transformée en une autre de même valeur, en multipliant ou divisant son numérateur & son dénominateur par une même quantité. Ainsi, la fraction $\frac{a}{b}$ devient (en multipliant haut & bas par c), $\frac{ac}{bc}$; la fraction $\frac{aa+ab}{aa-bb}$ devient (en divisant haut & bas par $a+b$), $\frac{a}{a-b}$.

XXX. Problême II. *Réduire en une seule fraction une quantité composée d'un entier & d'une fraction?*

Multipliez l'entier par le dénominateur de la fraction, & appliquez sous le tout ce dénominateur. Ainsi, $a+\frac{bd}{c}$ devient $\frac{ac+bd}{c}$; $a+\frac{ac-cd-ad}{c+d}$ devient $\frac{ac+ad+ac-cd-ad}{c+d}$, ou $\frac{2ac-cd}{c+d}$, en faisant la réduction du numérateur.

XXXI. Problême III. *Tirer les entiers qui peuvent se trouver dans une fraction?*

Divisez le numérateur par le dénominateur, autant que cela sera possible. Ainsi, ayant la fraction $\frac{a^2+ab-cd}{a}$, je divise les deux premiers termes du numérateur, par a, & je la réduis, par ce moyen, à cette quantité $a+b-\frac{cd}{a}$. De même la fraction

la fraction $\frac{a^2 - 2ab + b^2 + c^2}{a-b}$ devient $a-b+\frac{c^2}{a-b}$, divisant les trois premiers termes du numérateur ; par $a-b$.

XXXII. PROBLÊME IV. *Réduire plusieurs fractions au même dénominateur?*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres, & appliquez, sous chaque nouveau numérateur, le produit de tous les dénominateurs. Ainsi, les fractions $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, se changent respectivement en celles-ci : $\frac{adf}{bdf}$, $\frac{bcf}{bdf}$, $\frac{bde}{bdf}$, qui ont le même dénominateur.

L'opération se feroit de même, si le numérateur ou le dénominateur, ou tous les deux, étoient des quantités complexes. Ainsi, les deux fractions $\frac{a-b}{b+c}$, $\frac{g+h}{f+e}$ deviennent $\frac{(a-b)\times(f+e)}{(b+b)\times(f+e)}$, $\frac{(g+h)\times(b+c)}{(b+c)\times(f+e)}$, ou bien (en effectuant les multiplications) $\frac{af-bf+ae-be}{bf+cf+be+ce}$, $\frac{bg+bh+cg+ch}{bf+cf+be+ce}$.

XXXIII. REMARQUE. Lorsque les *fractions* ont des facteurs communs à leurs dénominateurs, elles peuvent être réduites à la même dénomination, d'une manière abrégée, qui est utile dans la pratique du calcul. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{al}{bc}$, $\frac{dfg}{bh}$, dont les dénominateurs ont le facteur commun b : je vois qu'en multipliant la première, haut & bas, par le facteur non commun h du dénominateur de la seconde, & la seconde, aussi haut & bas, par le facteur non commun c du dénominateur de la première, je les réduirai tout de suite au même dénominateur. Elles deviendront ainsi $\frac{alh}{bch}$, $\frac{cdfg}{bch}$.

XXXIV. PROBLÊME V. *Ajouter des fractions avec d'autres quantités entières ou rompues?*

Ecrivez toutes les quantités à ajouter, les unes à la suite des autres, avec les signes qu'elles ont, & faites les réductions dont la somme peut être susceptible. Qu'on ait à ajouter ensemble la quantité entière $a-b$, & la *fraction* $\frac{b^2}{a+b}$: j'écris $a-b+\frac{b^2}{a+b}$; & en réduisant l'entier en une *fraction* qui ait le dénominateur $a+b$, j'ai $\frac{a^2-b^2+b^2}{a+b}$, c'est-à-dire, $\frac{a^2}{a+b}$. Pour ajouter ensemble les trois *fractions* $+\frac{a}{b}$, $-\frac{c}{d}$, $+\frac{e}{f}$, j'écris $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$. Si on réduit ces trois *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{adf}{bdf}-\frac{bcf}{bdf}+\frac{bde}{bdf}$, ou bien $\frac{adf-bcf+bde}{bdf}$.

XXXV. PROBLÊME VI. *Faire la soustraction des quantités où il se trouve des fractions?*

Changez les signes de la quantité que vous devez soustraire, &, en cet état, écrivez-la à la suite de celle dont elle doit être soustraite. Ainsi, pour retrancher $\frac{b^2}{a+b}$ de $a-b$, j'écris $a-b-\frac{b^2}{a+b}$, & en réduisant tout en *fraction*, je trouve $\frac{a^2-b^2-b^2}{a+b}$, ou bien $\frac{a^2-2b^2}{a+b}$. Pour soustraire $-a$ de $\frac{aa}{a-b}$, j'écris $\frac{aa}{a-b}+a$, ou bien $\frac{aa+aa-ab}{a-b}$. Pour soustraire la *fraction* $-\frac{c}{d}$ de la *fraction* $\frac{a}{b}$, j'écris $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$, & en réduisant les deux *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{ad+bc}{bd}$ pour résultat de la soustraction.

XXXVI. PROBLÊME VII. *Multiplier ensemble un entier & une fraction, ou une fraction par une fraction?*

1.° Soit à multiplier l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$, ou la *fraction* $\frac{m}{n}$ par l'entier $-3a$: je multiplie ensemble l'entier & le numérateur de la *fraction*, & j'applique le dénominateur sous le produit ; ce qui donne $-\frac{3am}{n}$.

2.° Soit à multiplier ensemble les deux *fractions* $-\frac{5a}{b}$ & $\frac{4f}{c}$; je multiplie numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur ; ce qui donne $-\frac{20af}{bc}$ pour le produit demandé.

3.° Soit à multiplier la *fraction* radicale $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par la *fraction* radicale $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: j'observe que $\sqrt[m]{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$, & que $\sqrt[n]{\frac{g}{h}} = \frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$: alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$, ce qui se fait comme pour les *fractions* rationnelles, en multipliant numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur ; le produit demandé est donc $\frac{\sqrt[m]{p}\cdot\sqrt[n]{g}}{\sqrt[m]{q}\cdot\sqrt[n]{h}}$, ou $\frac{\sqrt[mn]{p^n g^m}}{\sqrt[mn]{q^n h^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n g^m}{q^n h^m}}$.

XXXVII. PROBLÊME VIII. *Diviser une frac-*

tion par un entier ; ou un entier par une fraction ; ou une fraction par une fraction ?

1.° Soit la fraction $\frac{m}{n}$ à diviser par l'entier $-3a$; je conserve le numérateur de la *fraction*, & je multiplie le dénominateur par $-3a$; ce qui donne $\frac{m}{-3an}$ ou $-\frac{m}{3an}$ pour le quotient cherché.

2.° Soit à diviser l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$: je renverse la *fraction* diviseur, & alors il s'agit de multiplier $-3a$ par $\frac{n}{m}$, ce qui donne $-\frac{3an}{m}$ pour le quotient cherché.

3.° De même, pour diviser la *fraction* $\frac{p}{q}$ par $\frac{m}{n}$, il faut renverser la *fraction* diviseur, & multiplier ensemble les deux *fractions* $\frac{p}{q}$, $\frac{n}{m}$; le quotient cherché est donc $\frac{pn}{mq}$.

4.° Soit à diviser $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: la *fraction* dividende est la même chose que $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$, & la *fraction* diviseur est la même chose que $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$; je renverse cette dernière *fraction*, & alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{h}}{\sqrt[n]{g}}$; ce qui donne $\frac{\sqrt[mn]{p^n h^m}}{\sqrt[mn]{q^n g^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n h^m}{q^n g^m}}$ pour le quotient cherché.

XXXVIII. PROBLÊME IX. *Réduire une fraction à ses moindres termes ?*

Cette opération se fait, en cherchant le plus grand commun diviseur que le numérateur & le dénominateur peuvent avoir, & en divisant ces deux termes par le diviseur. Sur quoi *voyez* DIVISEUR.

XXXIX. PROBLÊME X. *Former les puissances & extraire les racines d'une fraction ?*

Voyez EXTRACTION. (*L. B.*)

FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES, (*Arith.*) Quand on réduit en décimales une *fraction* dont le dénominateur n'est pas de la forme $2^n . 5^q$, ou n'est commensurable avec aucune puissance de 10, la *fraction décimale* qui en résulte doit nécessairement aller à l'infini ; mais il ne s'ensuit pas qu'on soit obligé de faire continuellement la division effective pour approcher toujours davantage de la valeur réelle de la *fraction* proposée ; car les mêmes chiffres doivent revenir au bout d'un certain nombre de divisions, & doivent se présenter dans le même ordre : en effet, quel que soit le dénominateur D, non divisible par 2 ni par 5, il ne peut y avoir dans la division que $D-1$ résidus différens ; or, dès qu'on retombe dans un résidu qu'on a déja eu, il est clair qu'on retrouve aussi dans le quotient les mêmes décimales, de sorte qu'on n'aura jamais besoin que de faire tout au plus $D-1$ divisions pour connoître la *fraction décimale* équivalente à une *fraction* ordinaire donnée. Ces *fractions* se nomment *périodiques* ou *circulantes* ; on s'appercevra facilement qu'elles fournissent matière à plusieurs recherches, non-seulement de curiosité, mais fort utiles en même tems, vu le grand usage qu'on fait de plus en plus du calcul décimal en général ; cependant je ne connois que Wallis & MM. Euler, Lambert & Robertson qui s'en soient occupés : le premier, dans le *chap. 89* de son *Algèbre* ; M. Euler, dans le *chapitre 12* du *livre I* de son *Introduction à l'Algèbre* ; M. Lambert, dans le *vol. III des Acta Helvetica*, & dans les *Nova Acta Eruditorum, du mois de mars 1769* ; enfin M. Robertson, dans les *Transactions philosophiques*, pour *1768*. Sans avoir recours à ces différens ouvrages, on pourra cependant bientôt se faire une idée de tout ce qui a été écrit sur cette matière, en consultant un *mémoire* que j'ai donné dans le *vol. II des nouveaux mémoires de l'académie des Sciences de Berlin*. Ainsi, je me contenterai de rassembler ici les remarques les plus essentielles qu'elle fournit, & sur-tout celles qui peuvent le plus faciliter la continuation des deux tables qui suivront, & que j'ai construites moi-même sans en regretter la peine.

Si on commence à considérer la *fraction* $\frac{D}{1}$ à laquelle se rapporte ma première table, & où D signifie un nombre premier quelconque autre que 2 ou 5, on ne tardera pas à remarquer que le problême de déterminer combien de chiffres se trouveront dans la période de la *fraction décimale* équivalente à $\frac{D}{1}$ se réduit à assigner le plus petit nombre s, tel que $\frac{10s-1}{D}$ soit un nombre entier ; car il est clair que si avant que de parvenir au reste 1, on a ajouté s zéros ou multiplié s fois par 10, il faut que le quotient qui suit la virgule ait s chiffres, & soit de plus $= \frac{10s-1}{D}$; or, on peut faire abstraction du nombre $10s$ qui multiplie D. Mais, quoique cette formule $\frac{10s-1}{D}$ soit très-simple ; & que s, suivant la remarque que j'ai déjà faite, ne puisse pas passer $D-1$, cette lettre ne laisse pas d'être très-difficile à déterminer : on sait seulement que pour que $\frac{10s-1}{D}$ soit un nombre entier, il faut que s soit ou $= D-1$, ou égal à un facteur de $D-1$, & jusqu'à présent le problême n'a pu être résolu plus généralement. C'est la raison qui m'a principalement engagé à calculer ma table première ; je me persuadois que non-seulement je construirois une table utile par elle-même,

mais qu'elle devoit fournir, du moins *à posteriori*, des éclaircissemens sur la solution d'un problême curieux.

J'ai étendu cette table, comme on voit, jusqu'au plus grand nombre premier au-dessous de 200, c'est-à-dire, jusqu'à 199; on trouve donc dans la première colonne la *fraction* $\frac{1}{D}$ qu'il s'agissoit de réduire en décimales; à ces termes répond dans la seconde colonne la première période de la *fraction décimale* qui lui est égale & que j'exprime en général par $0+\frac{10^{s}-1}{D.10^{s}}+\frac{10^{s}-1}{D.10^{2s}}+$ &c, en entendant par s le nombre des chiffres de la période; une troisième colonne indique ce nombre s, & fait voir en même temps en quels nombres il se décompose en tant qu'il doit être $=D-1$, ou à un diviseur s de $D-1$. Voici à présent plusieurs remarques auxquelles la construction & l'inspection de cette table donnent lieu.

1.° Toutes les valeurs de s confirment le théorême que $\frac{10^{s}-1}{D}$ est un nombre entier, quand s est $=D-1$ ou $=$ à un diviseur de $D-1$, & ne l'est point dans d'autres cas; mais je doute fort qu'on puisse appercevoir dans ces résultats quelques loix qui fassent juger absolument de la valeur précise du nombre s, & encore moins qui puissent faire trouver sans aucune division effective le quotient $\frac{10^{s}-1}{D.10^{s}}$; j'ai fait fait pour cela plusieurs essais infructueux, en cherchant principalement à tirer parti de ces *fractions* continues, qu'on a trouvé être d'un si grand secours pour résoudre un si grand nombre de problèmes qui se refusoient aux méthodes analytiques les plus usitées.

2.° Ce qu'on sait sur la valeur de s ne laisse pas cependant d'être déjà d'un grand secours; car ces divisions étant assez ennuyeuses, & d'autant plus qu'on ne peut guere s'empêcher de se tromper fréquemment, on peut être persuadé que cela est arrivé, quand on a passé un nombre de division plus grand que $D-1$, ou quand on a trouvé pour s un nombre moindre que $D-1$, sans en être un diviseur.

3.° Il n'est pas inutile d'observer qu'on sait toujours quel est le dernier chiffre du quotient $\frac{10^{s}-1}{D.10^{s}}$; on le sait, parce que cette période finissant lorsqu'on est revenu au reste s, il est vrai que le premier chiffre de la période doit être

9, lorsque celui du diviseur D est 1.
7 . . . . 7.
3 . . . . 3.
1 . . . . 1.

4.° On remarquera, en faisant ces divisions, que lorsque s devient $D-1$, & que par conséquent $D-1$ est le plus petit nombre s tel que $10^{s}-1$ soit divisible par le nombre premier D autre que 2 ou 5, le $\frac{D-1}{2}^{me}$ reste est toujours $D-1$; on en conclura que $\frac{10^{\frac{D-1}{2}}-D+1}{D}$ ou $\frac{10^{\frac{D-1}{2}}+1}{D}-1$ est toujours, dans ce cas, un nombre entier; aussi est-ce un théorême dont il est facile de démontrer la généralité.

5.° On remarquera pareillement que quelque soit le nombre s des chiffres de la période, si un des restes de la division est $D-1$, ce sera le $\frac{s}{2}^{me}$.

6.° Ces deux théorêmes sont très-utiles dans la construction de la table des décimales périodiques; car lorsqu'on arrive au nombre $D-1$, on ne doit pas négliger de compter le quantième reste il est, si ce n'est pas le $\frac{D-1}{2}^{me}$ ou le $\frac{s}{2}^{me}$, c'est-à-dire, qu'on ait dans le quotient précisément $\frac{D-1}{2}$ chiffres, ou bien un nombre de chiffres qui soit la moitié d'un diviseur de $D-2$: on peut être persuadé d'avoir commis quelqu'erreur.

7.° Il y a plus; les mêmes théorêmes dispensent entièrement de la moitié de l'opération; car, si $\frac{10^{m}+1}{D}$ est un nombre entier, ou que, pour $\frac{10^{m}}{D}$, le quotient soit q, & le résidu $D-1$, on aura, à cause de $10^{2m}-1=(10^{m}+1)(10^{m}-1)$, pour $\frac{10^{2m}-1}{D}$ le quotient $(10^{m}-1)\,q=10^{m}q-q$, & par conséquent il suffira de retrancher q de $10^{m}q$. On a, par exemple, $\frac{10^{3}+1}{13}=77$; on raisonnera donc ainsi, $10^{m}q=77$, & $(10^{2m}-1)\,q=77000-77=76923$; donc $\frac{1}{13}=0,076923$; ou bien, quand on a trouvé $\frac{1}{13}=0,076\frac{6}{13}$, on prendra le complément à 9 des trois chiffres trouvés, on l'écrira à la suite de ces chiffres, & on aura la période entière.

8.° Une remarque analogue sert à vérifier l'opération, quelque soit le résidu. Soit, par exemple, $\frac{10^{m}+D-r}{D}$ ou $\frac{10^{m}-r}{D}$ un nombre entier, c'est-à-dire, qu'après m divisions, on ait le résidu r, ou bien que $\frac{1}{D}=0+\frac{10^{m}+r}{D.10^{m}}$, ou si le quotient est q, qu'on ait $\frac{1}{D}=0+q\frac{r}{D}$ & on aura $\frac{r}{D}=rq+\frac{rr}{D}$, & par conséquent, quand on aura fait de nouveau m divisions, on trouvera le résidu rr, ou si $rr>D$, ou $=fD+s$, on devra trouver le résidu s. Concluons de-là qu'on pourra vérifier par-tout l'opération, en regardant si après le double nombre

de divisions on trouve le quarré du premier résidu, ou ce qui reste après qu'on a divisé ce quarré par D. Il est de plus évident qu'on peut continuer cette vérification aussi loin qu'on veut, avec le même résidu; car, si après $3\,m$ divisions, il sera $r\,3$, ou $r\,s$ ou s', parce qu'on peut avoir $r\,3 = (f\,D + s)\,r = f\,r\,D + r\,s = f\,r\,D + g\,D + s' = f'\,D + s'$; après $4\,m$ divisions, ce reste s'' se déterminera en faisant $r^4 = (f'\,D + s')\,r = f'\,r\,D + s'\,r = f'\,r\,D + h\,D + s'' = f''\,D + s''$, & ainsi de suite. Il est bon d'observer aussi que si r est grand & approchant de D, on peut lui substituer $D - 1$.

9.° La remarque de l'article précédent sert comme celle du septième, à abréger considérablement les opérations dont il s'agit. En effet, dès qu'on est parvenu à un résidu qui n'est que de quelques unités, ou qui ne diffère de D que de quelques unités, on peut trouver facilement la période entière sans achever la division effective. On a qu'à multiplier par r le quotient q trouvé par les m premières divisions, on obtiendra m chiffres qu'on écrira à la suite des m premiers; on multipliera de nouveau cette seconde période par r pour ranger ce produit après le second, & ainsi de suite: on tiendra compte des valeurs de f, g, h, &c. ou de f, f', f'', &c. & on continuera cette opération jusqu'à ce qu'on voie les mêmes chiffres revenir, qu'on ait la *fraction décimale* complette, ou du moins jusqu'à ce qu'on parvienne aux complémens à 9 des premiers chiffres, & qu'on voie par-là qu'ayant passé la moitié de la période, on peut l'achever conformément à l'article 7. Les deux exemples suivans éclairciront cette remarque.

10.° *Exemple premier.* Lorsqu'on réduit $\frac{1}{23}$ en décimales, on trouve $\frac{1}{23} = 0,043478\,\frac{6}{23}$, c'est-à-dire, le 6e ou me reste $= 6$; on en conclut que $\frac{10^6 - 6}{23}$, $\frac{6.\,10^6 - 6^2}{23}$, $\frac{6.\,10^6 - 6^3}{23}$, &c, sont des nombres entiers, ou bien que $\frac{1}{23}$ étant $= 0$, $\frac{10^6 + 6}{23.\,10^6}$, les six chiffres qui suivront ceux que donne cette division seront exprimés par $\frac{6.\,10^6 + 6^2}{23.\,10^{12}}$, & ainsi de suite.

Puis donc que

$r = 6$,
$r^2 = 6^2 = 1.\,23 + 13$,
$r^3 = 6^3 = 6\,(23 + 13) = 6.\,23 + 3.\,23 + 9$,
$r^4 = 6^4 = 6\,(9.\,23 + 9) = 54.\,23 + 2.\,23 + 8 = 56.\,23 + 8$, &c.

On aura $f = 1$, $g = 3$, $h = 2$, $f' = 9$, $f'' = 56$, $s = 13$, $s' = 9$, $s'' = 8$, &c.

On n'a pas besoin d'aller plus loin, parce que m étant $= 6$, la période ne peut passer $4\,m$ chiffres.

Or les m premiers chiffres sont 043478; donc
les m suivans.....6. (043478) + 1 ou 260869.
m..............6. (260869) + 3 ou 565217.
m..............6. 565217 + 2 ou 391305.

ainsi, la période est de 22 chiffres & =

0, 0434782608695652173913, &c.

& on voit qu'après le onzième viennent les complémens à 9, des premiers.

11.° J'ai fait entrer dans cette opération les valeurs de f, g, h; si on vouloit tenir compte plutôt de f, f', f'', voici comment on procéderoit: on multiplieroit les premiers m chiffres par 6, le produit de même, & ainsi des suivans; on ne tiendroit compte qu'à la fin des restes négligés, & on disposeroit l'opération de la façon qui suit:

$\frac{1}{23} = 0,043478$
260868
1565208
9391248
$56\,\frac{8}{23}$
——————————————— donc

$\frac{1}{23} = 0,0434826086956521739 1304$, &c.

12.° La même opération enfin peut aussi se réduire à la forme suivante:

Puisque $\frac{1}{23} = 0,043478\,\frac{6}{23}$,
on a $\frac{6}{23} = 0,260858\,\frac{36}{23} = 0,260859\,\frac{13}{23}$;
donc $\frac{1}{23} = 0,043478260869\,\frac{13}{23}$,
& $\frac{13}{23} = 0,565217391297 + \frac{150}{23}$, ou $+ 7\,\frac{9}{23}$;
on ne peut pas se méprendre sur les valeurs décimales des multiples de $\frac{1}{23}$ qui sont à la fin de ces périodes, & en joignant les deux dernières, on a la même *fraction* périodique complète que ci-dessus.

13.° *Exemple deuxième.* On a $\frac{1}{89} = 0,011235\,\frac{85}{89}$.

Ici le 6e ou me reste est 85 ou -4, & $\frac{10^6 + 4}{23}$ est un nombre entier. En reprenant les lettres de la remarque 8e, nous aurons donc,

$r\,r = (-4)^2 = +16$,
$r^3 = (-4)^3 = -64$,
$r^4 = (-4)^4 = +256 = 2.89 + 78$,
$r^5 = (-4)^5 = -8.89 - 4.78 = -8.89 - 3.89 - 45$,
$r^6 = (-4)^6 = +44.89 + 180 = +44.89 + 2.89 + 2$,
$r^7 = (-4)^7 = -184.89 - 8$,
$r^8 = (-4)^8 = +736 + 32$; par conséquent,
après $2\,m$ divisions, le 12e reste s sera $= 16$
$3\,m$............18e....s' ...$= 89 - 64 = 25$
$4\,m$............24e....s'' ...$= -8$
$5\,m$............30e....s''' ...$= 89 - 45 = 44$
$6\,m$............36e....s^{iv} ...$= 2$
$7\,m$............42e....s^{v} ...$= 89 - 8 = 81$
$8\,m$............48e....s^{vi} ...$= 32$;

on aura de plus

$f = 0$, $g = 0$, $h = 0$, $i = -3$, $k = +2$, $l = 0$, $n = 0$, & $f' = 0$, $f'' = 2$, $f''' = -1$, $f^{iv} = 46$, $f^{v} = -184$, $f^{vi} = 736$.

Je n'ai pas continué cette énumération, parce que si avant que d'aller plus loin, on applique ces données, on trouvera que la période n'est que de 44 termes, & puisque le 48e reste

feroit 32, il s'en ensuit que 32 doit aussi être le 4e reste.

14.° Une remarque pareille à celle du n.° 9 a lieu aussi, lorsque r ou $D - r$, sans être précisément un petit nombre, est un multiple ou un sous-multiple d'une puissance de 10; si, par exemple, le résidu est 25, au lieu de multiplier les m chiffres par 25; je les divise par 4, & j'avance la deuxième rangée de deux places, sans quoi je la prendrois 100 fois trop petite, & je tiens compte des résidus.

15.° On déduit facilement de la formule $\frac{10^s - 1}{D}$ que $\frac{1}{D}$ est toujours égal au quotient périodique $\frac{10^s - 1}{D}$, divisé par le nombre qu'exprime le chiffre 9 répété s fois: par exemple, $\frac{1}{13} = 0, 076923$, &c. $= \frac{76923}{999999}$; il seroit donc utile d'avoir une table qui contînt pour plusieurs nombres 9, 99, 999, &c. les nombres premiers qui en sont des facteurs, puisqu'on y verroit pour un grand nombre de *fractions* $\frac{1}{D}$ de combien de chiffres deviennent les périodes de leurs valeurs en décimales; il est clair que la construction d'une telle table dépend de la recherche des diviseurs des sommes de la progression géométrique $1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 +$ &c. & cette considération la rend moins rebutante qu'elle ne le semble d'abord; j'en ai même déja fait le commencement, & cette ébauche se trouve à la suite d'un petit mémoire sur ces diviseurs de 1, 11, 111, &c. que j'ai donné dans le même *vol. II*, des *Nouveaux Mémoires de Berlin.*

Après la table qui fait le sujet de ce qui précède, en vient une autre dans laquelle j'ai inséré les *fractions décimales périodiques* que donnent plusieurs *fractions* $\frac{1}{P}$, dont les dénominateurs sont les produits de deux nombres premiers D & d; si on veut la continuer, voici quelques remarques dont on pourra faire usage.

1.° Quand on connoît le nombre s de la période de $\frac{1}{D}$ & le nombre σ de la période de $\frac{1}{d}$, on sait toujours quel sera le nombre t de la période de $\frac{1}{P}$: ce sera ou $s\sigma$ ou le plus petit commun dividende $\frac{s\sigma}{p}$ entre s & σ; car $10^s - 1$ étant toujours divisible par D & $10^\sigma - 1$ par d, il suffit que $10^t - 1$ soit divisible, tant par $10^s - 1$ que par $10^\sigma - 1$, pour l'être par D & par d.

2.° Ainsi, $D - 1$ & $d - 1$ étant toujours des nombres pairs, il s'ensuit que t ne peut jamais surpasser $\frac{(D-1).(d-1)}{2}$.

3.° Si $s = \sigma$, on aura aussi $t = s = \sigma$, & pour trouver la période même, il suffira qu'on divise, soit par d, celle de $\frac{1}{D}$ soit par D, celle de $\frac{1}{d}$, la division ne pourra manquer de se faire sans reste.

4.° Mais si $t > s$ & $>$ que σ, il faudra effectuer la division réelle, ou appliquer les remarques faites précédemment aux nos 7 & 9; on pourra même déterminer fréquemment, sans aucune réduction de $\frac{1}{p}$ en décimales, le résidu à employer conformément à l'article 9. Il suffira de diviser par d la période de $\frac{1}{D}$, ou par D celle de $\frac{1}{d}$: en voici un exemple.

Je veux déterminer la période de $\frac{1}{119} = \frac{1}{7 \cdot 17}$.
J'ai $\frac{1}{17} = 0, 0588235294117647 \frac{1}{17}$.

Si je divise cette période par 7, il en résulte. $\frac{1}{119} = 0, 0084033613445378 \frac{1}{7} + \frac{1}{7 \cdot 17}$; donc le reste r après la 16e division, est $= \frac{1}{7} + \frac{1}{7 \cdot 17} = \frac{18}{119}$.

Les 16 chiffres suivans seront par conséquent 18 fois plus grands avec un résidu $s = 86$, à cause de 18, $18 = 324 = 2.\ 119 + 86$, & après la 48e division, on doit trouver le reste $s' = t$, vu que 48 est le plus petit commun dividende entre $s = 6$ & $\sigma = 16$, & en effet, $86.\ 18 = 1548 = 13.\ 119 + 1$; si de plus on tient compte de $49.\ 119$, à cause de $f = 2$ & de $f' = 36 + 13 = 49$. Il ne restera plus qu'à disposer l'opération de la manière enseignée plus haut au n.° 11.

5.° On observera dans la table que la deuxième & la troisième remarque souffrent une exception, lorsque $D = d$, vu que pour $\frac{1}{7 \cdot 7}$ on a $t = 42 = (D = 1)\ d$; & que pour $\frac{1}{11 \cdot 11}$ & $\frac{1}{13 \cdot 13}$, on a $t = sD$, & non pas $s\sigma$. Je rends raison de cette exception dans mon mémoire, & elle ne peut manquer d'avoir lieu, à moins que $10^s - 1$ ne soit divisible par DD, ou que la période ou le quotient $\frac{10^s - 1}{D}$ ne soit divisible encore par D, comme c'est le cas pour $\frac{1}{9} = \frac{1}{3 \cdot 3} = 0, 111$, &c.

Au reste, les remarques précédentes serviront aisément à construire aussi une table pour des *fractions* $\frac{1}{P}$, telles que P soit le produit de plus de deux nombres premiers.

Si au contraire P étoit le produit d'un nombre premier par quelque puissance de 2 ou de 5, on obtiendra, à la vérité, pareillement des *fractions* décimales périodiques, & qui ne seront pas même difficiles à déterminer; mais on remarquera qu'elles ne peuvent commencer avec le premier chiffre, elles ne commenceront qu'après une ou plusieurs figures, savoir; quand l'influence du nombre $2^n 5^q$ aura cessé, ce qui dépendra des dimensions de n & q.

Par exemple, $\frac{5}{12} = 0, 416666$, &c. car, si je divise 5 par $12 = 4.3$; c'est autant que si je divisois d'abord 5 par 4 & ensuite par 3. Or la division par 4 donne un quotient fini qui s'étend à 2 décimales, on a $\frac{5}{4} = 1, 25$; ce quotient divisé ensuite par 3, donne $\frac{1, 25}{3, 00} = 0, 416666$, &c. Cette division par 3 ne peut par conséquent avoir son effet que lorsqu'on parvient à la troisième place des décimales, & que les figures significatives du premier quotient viennent à manquer. Pareillement $\frac{4}{15} = 0, 4$ & $\frac{0, 4}{1, 0} = 0, 1333$, &c. $\frac{45}{56} = 0, 803, 571428, 5714$, &c. à cause de $56 = 8.7 = 2.2.2.7$, = & que $\frac{45}{8} = 5, 625$ & $\frac{5, 625}{7000} = 0, 803, 5714$, &c.

Pour dire quelques mots aussi des *fractions décimales périodiques*, produites par des *fractions* qui ont des nombres premiers dans le dénominateur & d'autres nombres que l'unité pour numérateur, soit $\frac{m}{D}$ une *fraction* de cette espèce, il est évident que si le nombre des décimales pour D est $D - 1$, on aura pour m le même nombre de chiffres & aussi les mêmes chiffres, mais rangés dans un autre ordre; car le premier chiffre sera le nombre qui dans la division de 1 par D résultoit du reste m; par exemple, $\frac{1}{7} = 0, 142857$, &c. mais $\frac{3}{7} = 0, 428571$, &c. par la raison que la division commence par 3, qui étoit le second reste dans celle de $\frac{1}{7}$.

Les réductions de *fractions* $\frac{1}{D}$ en décimales, serviront donc immédiatement aussi pour un nombre considérable de *fractions* telles que $\frac{m}{D}$; mais outre qu'on peut n'avoir pas sous les yeux la réduction de $\frac{1}{D}$ en décimales, il y a des cas où le nombre m ne se trouvera pas parmi les résidus de la division de 1 par D, & ces cas auront lieu fréquemment, quand le nombre de chiffres ne sera pas $D - 1$, mais seulement un diviseur de $D = 1$; je ne sache pas alors d'autre expédient que de multiplier directement par m la *fraction* décimale équivalente à $\frac{1}{D}$; par exemple, on ne trouve point le résidu 7 dans la réduction de $\frac{1}{13}$ & $\frac{7}{13} = 0; 538461$, &c. où les chiffres ne sont plus les mêmes.

On observe qu'au reste, le nombre des chiffres restera toujours le même que pour $\frac{1}{D}$, parce que $\frac{m}{D}$ est supposé moindre que 1 & que si $m > D$, on commence par mettre les entiers de côté pour n'opérer que sur la *fraction* μ, en entendant par μ le résidu de la division de D en μ.

Ces idées suffisent pour étendre extrêmement les tables qui sont jointes à cet article; & afin de faciliter ce travail à qui voudra s'en charger, je conserve les papiers sur lesquels j'ai fait mes divisions en décimales.

Je finirai en remarquant que s'il se présente une *fraction décimale périodique* dont on veuille assigner la valeur, il suffira d'écrire sous la période le nombre 9 répété autant de fois qu'il y a de chiffres dans la période, & de réduire cette *fraction* à ses moindres termes. Soit donnée par exemple la *fraction* périodique 0, 296 296, &c. sa valeur sera $\frac{296}{999}$, *fraction* qui se réduit à $\frac{8}{27}$, en divisant le numérateur par 37.

Si on veut s'éclaircir sur l'usage qu'on peut faire des décimales périodiques dans la recherche des diviseurs des nombres, on consultera le mémoire que j'ai dit avoir été donné par M. Lambert, dans les *Nouveaux Actes de Leipsik*.

PREMIERE TABLE

De fractions dont les diviseurs sont des nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

1 :	D	=	$0 + (10^s - 1) : D \times 10^s + (10^s - 1) : D \times 10^{2s} +$, &c. donc	s ou	$(D - 1) : r$
1 :	3	=	0,3	1 =	$(3 - 1) : 2$
1 :	7	=	0,142857	6 =	$(7 - 1) : 1$
1 :	11	=	0,09	2 =	$(11 - 1) : 5$
1 :	13	=	0,076923	6 =	$(13 - 1) : 2$
1 :	17	=	0,0588235294117647	16 =	$(17 - 1) : 1$
1 :	19	=	0,052631578947368421	18 =	$(19 - 1) : 1$
1 :	23	=	0,0434782608695652173913	22 =	$(23 - 1) : 1$
1 :	39	=	0,0344827586206896551724137931	28 =	$(29 - 1) : 1$
1 :	31	=	0,032258064516129	15 =	$(31 - 1) : 2$
1 :	37	=	0,027	3 =	$(37 - 1) : 12$
1 :	41	=	0,02439	5 =	$(41 - 1) : 8$
1 :	43	=	0,023255813953488372093	21 =	$(43 - 1) : 2$
1 :	47	=	0,0212765957446808510638297872340425531914893617	46 =	$(47 - 1) : 1$
1 :	53	=	0,0188679245283	13 =	$(53 - 1) : 4$

1 : 59	=	0,0169491525423728813559322033898305084745762711864406779661	58 = (59 − 1) : 1
1 : 61	=	0,016393442622950819672131147540983606557377049180327868852459	60 = (61 − 1) : 1
1 : 67	=	0,014925373134328358108955223880597	33 = (67 − 1) : 2
1 : 71	=	0,01408450704225352112676056338028169	35 = (71 − 1) : 2
1 : 73	=	0,01369863	8 = (73 − 1) : 9
1 : 79	=	0,0126582278481	13 = (79 − 1) : 6
1 : 83	=	0,01204819277108433734939759036144578313253	41 = (83 − 1) : 2
1 : 89	=	0,01123595505617973528089887640449438202247191	44 = (89 − 1) : 2
1 : 91	=	0,010989	6 = (91 − 1) : 15
1 : 97	=	0,010399278350515463917525773195876288659793814432989 690721649484536082474226804123711340206185567	96 = (97 − 1) : 1
1 : 101	=	0,0099	4 = (101 − 1) : 26
1 : 103	=	0,0097087378640776699029126213592233	34 = (103 − 1) : 3
1 : 107	=	0,0093457943925233644859813084112149532710280373831777 57	53 = (107 − 1) : 2
1 : 109	=	0,0091743119266055045871559633027522935779816513761467 7889908256880733944914128440366932477064220183486 23853211	108 = (109 − 1) : 1
1 : 113	=	0,00884955752212389380530973451327433628318584070796 4 6017699115044247787610612469026548692566371681415 929203539823	112 = (113 − 1) : 1
1 : 127	=	0,007874015748031496062992125984251968503937	42 = (127 − 1) : 3
1 : 131	=	0,007633587786259541984732824427480916030534351145038 1679389312977099236641221374045801526717557251908 396946564885496183206106870229	130 = (131 − 1) : 1
1 : 137	=	0,00729927	8 = (137 − 1) : 17
1 : 139	=	0,0071942446043165467625899280575539568345323741	46 = (139 − 1) : 3
1 : 149	=	0,006711409395973154362416107382550335570469798657718 1208053691275167785234899328859060402684563758389 261744966442953020134228187919463087248322147651.	148 = (149 − 1) : 1
1 : 151	=	0,006622516556291390728476821192052980132450331125827 814569536423841059602649	75 = (151 − 1) : 2
1 : 157	=	0,006369426751592356687898089171974522292993630573248 4076433121019108280254777707	78 = (157 − 1) : 2
1 : 163	=	0,005134969325153374233128834355828220858895705521472 392638036809815950920245398773	81 = (163 − 1) : 2
1 : 167	=	0,005988023952095808383233532934131736526946107784431 1377245508982035928143712574850299401197604790419 1616766467065868263473053892215568862275449101796 40718562474251497	166 = (167 − 1) : 1
1 : 173	=	0,00578034682080924855491329479768786127167 63	43 = (173 − 1) : 4
1 : 179	=	0,005586592178770749728670391061452513962480446926815 6424581	58 = (179 − 1) : 3
1 : 181	=	0,0055248618784538674033149171270718232044198895027 6243093922651933701657458563535911602209944751381 2154696132596685082872928176795580110497237569060 7734806629834254143646408839779	180 = (181 − 1) : 1
1 : 191	=	0,005235602094240837696335078534031413612565445026178 01047120418848167539267015706806282722513089	95 = (191 − 1) : 2
1 : 193	=	0,005181347150259067357512953367875647668393782383419 6291191709844559585492227979274611398963730569948 1865284974093264248704663212435233160621761658031 0880429015544041450777202072538860103626943	192 = (193 − 1) : 1
1 : 197	=	0,005076142131979695431472081218274111675126903553299 49238578680203045685279187817258883248730964467 ..	98 = (197 − 1) : 2
1 : 199	=	0,005025125628140703517587939698492462311557788944723 618090452261306532663316582914572864321608040201.	99 = (199 − 1) : 2

DEUXIEME TABLE

De fractions dont les diviseurs sont des produits de deux nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

$\frac{1}{P}$ = 1 :	D. d	0, $(10^t - 1) : P.\ 10^t + (10^t - 1) : P \times 10^{2t}$ donc	t = (s σ) : p
1 : 9 = 1 :	3. 3 =	0,0111, &c.	1 = (1. 1) : 1
1 : 21 = 1 :	3. 7 =	0,047619	6 = (1. 6) : 1
33 = 1 :	3. 11 =	0,03	2 = (1. 2) : 1
1 : 39 = 1 :	3. 13 =	0,025641	6 = (1. 6) : 1
1 : 49 = 1 :	7. 11 =	0,020408163265306122448979591034693877551..	42 = (6. 7) : 1
1 : 77 = 1 :	7. 11 =	0,012987	6 = (6. 2) : 2
1 : 91 = 1 :	7. 13 =	0,010989	6 = (6. 6) : 6
1 : 119 = 1 :	7. 17 =	0,00840336134453781512605042016806722689075 6302521	48 = (6. 16) : 2
1 : 133 = 1 :	9. 19 =	00007518796962481203	18 = (6. 18) : 6
1 : 161 = 1 ;	7. 23 =	0,00621118012422360248447284968944099378881 9895996397515527950310559	66 = (6. 22) : 2
1 : 121 = 1 :	11. 11 =	0,0082644228099173553719	22 = (2. 11) : 1
1 : 143 = 1 :	11. 13 =	0,006993	6 = (2. 6) : 2
1 : 187 = 1 :	11. 17 =	0,0053475935828877	16 = (2. 16) : 2
1 : 209 = 1 :	11. 19 =	0,004784688995215311	18 = (2. 18) : 2
1 : 253 = 1 :	11. 23 =	0,00395691699603743083	22 = (2. 22) : 2
1 : 169 = 1 :	13. 13 =	0,00591715476331360946745562130177814792899 4082840236686390532544378698224852071..	78 = (6. 13) : 1
1 : 121 = 1 :	13. 17 =	0,00452488687782805429864253393665183710407 239819	48 = (6. 16) : 2
1 ; 247 = 1 :	13. 19 =	8,004048082995951417	18 = (6. 18) : 6
1 : 299 = 1 :	13. 23 =	0,00334448160535117056856187290969899665551 8394648829431438127090301	66 = (6. 22) : 2
1 ; 323 = 1 :	17. 19 =	0,00309597523219814241486068111455108359133 126935498452012383900428792696594427244 582043343653250773993808049535603715170 2786377708978328173374613	144 = (16. 18) : 2
1 : 391 = 1 :	17. 23 =	0,00255754475703324808184143222506393861892 583120204603580562659846547314578005115 089514066496163682864450127877237851662 404092071611253196930946291560102301790 281329923273657289	176 = (16. 22) : 2
1 : 437 = 1 :	19. 23 =	0,40228832951945080091533180778032036613272 311212814645308924485125878123569794050 343247427917620137299771167048054919908 466819221967963386727688787185354691075 514874141876430205949656750572082379862 7	198 = (18. 22) : 2

(*J. B.*)

Fractions continues. (*Algèbre.*) C'est à mylord Brounker qu'est dûe l'invention de cette espèce de séries. Il donna par ce moyen une valeur approchée du rapport de la circonférence du cercle au rayon.

Huyghens a perfectionnée cette théorie, qu'il vouloit appliquer à la méchanique pratique. MM. Euler & de la Grange s'en sont occupés depuis avec succès, & le dernier l'a très-heureusement employée, soit aux méthodes d'approximation pour les équations déterminées, soit aux problêmes indéterminés. M. Waring s'en est aussi servi pour le même objet.

Voyez *Introductio ad analysim infinitorum* (M. Euler.); *Meditationes algebraicæ* (M. Waring); les *Mémoires de Pétersbourg, tome XI* (M. Euler.); ceux de *Berlin, tomes XXIII* & *XXIV* (M. de la Grange.); & les *additions à la traduction françoise des élémens d'Algèbre* de M. Euler (M. de la Grange.)

1.e On

1.° On a donné le nom de *fraction continue* à l'expression $a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e}}}}$, &c.

qu'on voit être générale, si on regarde les nombres b, c, d, &c. comme pouvant être fractionnaires, si la série est numérique, & comme des fonctions quelconques, si elle est algébrique.

Si on s'arrête au premier terme, la valeur de cette expression est a, si au second elle est $\frac{ab+1}{b}$, si au troisième elle est $\frac{abc+a+c}{bc+1}$, & en général pour un terme quelconque. Si on appelle P la valeur du terme précédent, après y avoir substitué b pour a, c pour b, d pour c, & ainsi de suite, elle est exprimée par $\frac{aP+1}{P}$, & comme $P = \frac{M}{N}$, nous aurons ce terme exprimé par $\frac{aM+N}{M}$. On trouvera encore que, si on désigne les valeurs successives de la *fraction continue* par $\frac{A}{B}$, $\frac{A'}{B'}$, $\frac{A''}{B''}$, &c. on aura, en général, $AB' - A'B$; $A'B'' - A''B$, &c. $= \mp$ alternativement & commençant par le signe $-$.

2.° Cela posé, il est aisé de voir que, si on appelle x, x', x'', x''', &c. les valeurs successives de la *fraction continue*, on aura sa vraie valeur égale à la série $x + (x' - x) + (x'' - x') + (x''' - x'')$ &c. dont le terme général $\pm \frac{1}{M.M'}$, M' étant la valeur de M dans le terme précédent, & le signe $+$ ayant lieu pour les termes 1, 2, 4, 6, 8, &c. & le signe $-$ pour les termes 3, 5, 7, &c.

3.° Si donc nous avons une série $x = A - B + C - D + E$, &c. & que nous voulions la réduire en *fraction continue*, nous aurons $A = a + \frac{1}{b}$, $B = \frac{1}{b.bc+1}$, $C = \frac{1}{bc+1.bcd+b+d}$, & ainsi de suite, d'où l'on voit que l'on a b, c, d, &c. par des équations linéaires, & par conséquent la série continue cherchée.

4.° De-là il suit que si j'ai une fonction quelconque de *fractions continues* données, je pourrai en les ordonnant comme ci-dessus, avoir cette fonction exprimée par des termes A, B, C, D, E, &c, en sorte qu'elle soit égale à $A - B + C - D + E$, &c, & que A ne contienne que les premiers & seconds termes des *fractions continues*, B, jusqu'aux troisièmes, C jusqu'aux quatrièmes & ainsi de suite, de manière que l'on aura (n° 3) la fonction exprimée par une *fraction continue*, dont le terme n° ne contiendra que les n premiers termes des *fractions continues* données. Mais comme il faut 1.° que les *fractions continues* forment une série convergente, c'est-à-dire, que les b, c, d, &c. > 1; 2.° qu'ils soient même entiers, s'il est possible, parce qu'alors chaque valeur de *fractions continues* donne les limites les plus approchées de la valeur totale en nombres aussi petits; on ne peut regarder ce moyen de réduire une fonction de *fractions continues* en une seule *fraction continue* comme vraiment générale.

5.° Soit une série continue $a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}}}$, &c. que sa valeur soit x, on aura $x = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{x}}$, d'où $bx^2 - abx - a = o$, dont toute *fraction continue* périodique représente la racine d'une équation du second degré.

6.° Les deux racines de cette équation sont $\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a}{b} - \frac{1}{4}a^2}$, & elles seront représentées la première par la série $\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}}$, &c.

la seconde par la série $\frac{a}{2} - \frac{a}{2} - \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b}}}$, &c.

& la valeur de cette seconde série étant x, on aura $x = - \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a - x}}$ qui donne la même équation du second degré que ci-dessus, comme cela doit être.

7.° Soit prise l'équation $x = x^3 + C^{\circ}x^2 + B^{\circ}x + A^{\circ}$, & que x soit une *fraction continue*, je mets cette *fraction* sous la forme $A = B + C - D$... & j'ai $x^3 + C^{\circ}x^2 + B^{\circ}x + A^{\circ}$ égale à une fonction de a, b, c, &c, que je puis mettre sous la forme $A' = B' + C' - D'$, &c, & elle sera telle que B' ne contiendra C qu'au dénominateur & au premier degré, C' ne contiendra D qu'au premier degré & ainsi de suite; faisant donc les équations $A' = A$, $B' = B$, $C' = C$, on déterminera les coëfficiens A°, B°, C°, & on aura ensuite les équations $D = D'$, $E = E'$, &c, qui donneront les e, les f, &c, par des équations linéaires, & par conséquent on aura les conditions, pour qu'une fonction continue, dont les quatre premiers termes a, b, c, d sont donnés, puisse représenter la racine d'une équation du troisième ordre.

8.° Si A°, B°, C°, sont connus, les équa-

tions $B - B' = 0$, $C - C' = 0$, &c; donneront c, d, &c, & l'on aura une équation en a, b, A'', B'', C''. On cherchera de valeurs de a & de b entières qui résolvent cette équation d'une maniére approchée (*Voyez* APPROXIMATION); on substituera les valeurs dans l'équation en a, b, A'', B'', C'', & soit R le reste, on prendra $B - B' + R = 0$, au lieu de $B - B' = 0$ pour déterminer C, & ainsi de suite. (*M. D. C.*)

* FRACTION RATIONNELLE, est le nom que l'on donne à des *fractions* algébriques qui ne renferment point de radicaux, comme $\frac{aa+ab}{cd+gh}$. M. Bernoulli a donné, dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris, pour l'année* 1702, une méthode pour intégrer en général toutes les *fractions* différentielles rationnelles, comme $\frac{dx}{aa+xx}$, $\frac{bdx+xdx+fx^1dx}{mx^4+nx^3+qx+p}$, &c, dans lesquelles a, b, f, n, m, q, p, &c, sont des constantes quelconques; il démontre que ces *fractions* peuvent toujours s'intégrer par logarithmes réels ou imaginaires, & que leur intégration peut se réduire par conséquent, ou à la quadrature de l'hyperbole, ou à celle du cercle. Cette méthode a été depuis extrêmement perfectionnée par plusieurs géomètres; dans les *journaux de Leipsik de 1718, 1719*; dans les *mémoires de l'académie de Pétersbourg, tom. VI*, dans *l'ouvrage de M.* Cottes, intitulé: *harmonia mensurarum*; dans *l'ouvrage de dom* Charles Walmesley, qui a pour titre, *mesure des rapports*; dans celui de M. Maclaurin, qui a pour titre, *a treatise of fluxions*, traité des fluxions, *tome II*, dans le *traité de M.* Moivre, intitulé: *miscellanea analytica de seriebus & quadraturis*, &c. On peut aussi voir plusieurs recherches nouvelles sur cette matière dans une *dissertation imprimée tome II. des mémoires françois de l'académie de Berlin, 1746*. Cette dissertation a pour titre, *Recherches sur le calcul intégral.* J'y démontre, 1.° que toute quantité algébrique rationnelle $mx + rx^{p-1} \ldots\ldots + t$ d'un degré quelconque, est réductible ou en facteurs simples, tels que $x + a$, ou en facteurs trinomes, tels que $xx + bx + c$, a, b, c, étant des quantités réelles. C'est ce que personne avant moi n'avoit démontré, & ce qui étoit nécessaire pour rendre complette la méthode d'intégrer les *fractions* rationnelles différentielles. On peut voir cette démonstration dans le *traité de calcul intégral de M.* de Bougainville, *II.e partie.* 2.° J'y donne le moyen de réduire à des *fractions* rationnelles une grande quantité de différentielles qui renferment des radicaux. On peut aussi voir cette méthode dans l'ouvrage que je viens de citer, ainsi qu'une méthode particulière pour intégrer les *fractions* rationnelles, & pour démontrer la méthode de M. Bernoulli; méthode que j'avois présentée à l'académie des Sciences en 1741, avant que d'avoir l'honneur d'y être reçu. Cet ouvrage de M. de Bougainville, contient le précis de tout ce que les auteurs cités ont donné de meilleur sur cette branche importante du calcul intégral. (*O*)

M. Euler, dans son *analyse des infinis*, & dans son *calcul intégral* ne laisse rien à desirer sur-tout ce qui est relatif au calcul des fractions rationnelles.

FROTTEMENT, s. m. (*Méch.*): résistance qu'un corps éprouve à glisser sur un autre.

I. Tous les corps, quelque polis qu'on les suppose, sont couverts d'éminences & de cavités; de manière que quand on applique deux corps l'un contre l'autre, les pointes du premier s'engagent dans les cavités du second, & que de-là résulte une difficulté à les séparer, en traînant seulement l'un sur l'autre.

II. Il y a deux espèces principales de frottement; le frottement des corps qui ne font simplement que *glisser* les uns sur les autres, & celui des corps qui *tournent*. Le frottement de la première espèce est beaucoup plus sensible que celui de la seconde, parce que dans le premier cas on ne peut faire glisser le corps, ou qu'en le soulevant un peu verticalement pour dégager les pointes des cavités, ou qu'en brisant les pointes, par un mouvement qui leur soit perpendiculaire; au lieu que, dans le second cas, le mouvement de rotation tend par lui-même à dégager les pointes des cavités, & fait glisser le corps comme sur un plan incliné. Une roue de charrette, ou de carrosse, qui tourne sur le terrein, y éprouve un frottement de la seconde espèce. Aussi marche-t-elle beaucoup plus vîte qu'elle ne feroit, si elle glissoit simplement, sans tourner. C'est pour cela que dans les descentes un peu roides, on *enraye* les roues de voitures, c'est-à-dire, on les empêche de tourner, afin d'augmenter le frottement, & de ralentir par-là le mouvement que la pesanteur imprime à la voiture le long du plan incliné.

III. Quelquefois les deux sortes de frottement se combinent ensemble; & il en résulte un frottement *mixte*, lequel a lieu, lorsqu'il y a tout-à-la-fois *glissement* & *rotation*, dans les corps qui frottent ensemble. Tel est le frottement de l'*essieu* d'une roue contre le *moyeu*. En effet, qu'une roue axy (*pl. méch. figure* 81), tourne sur le terrein horizontal AB, en allant de A vers B; & supposons que parvenue en B, elle ait fait une révolution; en sorte que tous les points de sa circonférence s'étant appliqués sur la droite AB, ces deux lignes soient égales entr'elles. Il est clair qu'il n'y aura sur le terrein qu'un simple frottement de la seconde espèce. Il n'est pas moins évident que tous les points e, e, de l'essieu efi, qui n'a qu'un simple mouvement progressif, & point de rotation, décrivent

des droites $c q$, $e p$, égales & parallèles à $A B$, avec des vitesses égales à celle de rotation du point a de la circonférence $a x y$. Et comme le point m du moyeu $m g h$ tourne avec une vitesse qui est moindre que celle du point a, dans le rapport de $c m$ à $c a$, il est visible que le point e de l'essieu glisse continuellement sur le point correspondant du moyeu. D'où il suit qu'en cet endroit il y a deux mouvements, l'un de rotation, l'autre de glissement, ou un seul mouvement composé des deux premiers; il y a donc aussi deux frottements, l'un de *rotation*, l'autre de *glissement*, ou un seul frottement composé des deux autres.

IV. Des Machinistes, habiles à d'autres égards, ont regardé le frottement de la seconde espèce comme nul, & ont cru qu'une machine dont les pièces n'auroient aucun mouvement de *glissement* les unes sur les autres, devroit être censée exempte de frottement. Mais cela est une erreur manifeste. Car il est clair que dans le frottement de la seconde espèce, les pointes ne peuvent se dégager des cavités, sans que le corps ne rampe à chaque instant le long d'un petit plan incliné, & sans que par conséquent il ne soit soulevé d'une quantité égale à la hauteur de ce plan incliné, quelque petite qu'elle puisse être d'ailleurs par rapport à la longueur de la rampe. D'où il suit que cette espèce de frottement doit absorber une certaine partie de la force motrice. On voit par-là que si un cercle $a x y z$ (*pl. Méch. fig.* 82), posé sur un plan incliné & abandonné à l'action de la pesanteur, descend en tournant, il perd une partie de sa vitesse que la pesanteur tend naturellement à lui imprimer. Car, représentons sa pesanteur par la verticale $c p$, & décomposons cette force en deux autres $c r$, $c q$, l'une perpendiculaire; l'autre parallèle à la longueur du plan incliné $H G I$; la première est détruite; la seconde est la seule qui fasse descendre le corps; & comme la direction de cette force partage le cercle en deux parties $x a z$, $x y z$, parfaitement égales, il est évident que ce cercle, en descendant, décriroit simplement la droite $h g$ égale & parallèle à $H G$, & ne tourneroit point, s'il n'éprouvoit aucun frottement en a. Mais dans l'état physique des choses, quelques polies que puissent être les deux surfaces, il y a continuellement en a un engrenage des pointes dans les cavités; d'où résulte un frottement qu'on doit regarder comme une force dirigée dans le sens $G H$, & qui étant par conséquent contraire à l'action de la force $c q$, détruit nécessairement une certaine partie de cette force.

V. Quoique les deux espèces de frottement différent en *quantités*, on sent néanmoins qu'elles doivent suivre à-peu-près les mêmes loix. Car la résistance dans les deux cas, peut être comparée à celle d'un corps qu'il faut soulever d'une certaine quantité fort petite, & qui est plus grande dans le premier que dans le second. Il est donc clair, & l'expérience le prouve, qu'on diminuera l'un & l'autre frottement, soit en polissant les surfaces frottantes, soit en les enduisant de quelque matière grasse & onctueuse qui en comble les cavités. L'expérience fait voir encore que (toutes choses d'ailleurs égales) le frottement des matières de même espèce est plus grand que celui des matières de différentes espèces; c'est-à-dire, par exemple, que le frottement du cuivre contre le cuivre, est plus grand que celui du cuivre contre le fer. Cet effet s'explique, en considérant que dans les matières de même genre, les surfaces étant semblablement hérissées de pointes & de cavités, le contact est plus immédiat, les pointes s'engagent plus avant dans les cavités, que cela n'arrive, lorsque les matières sont de différentes espèces.

VI. Il y a une autre circonstance, d'un genre particulier, qui produit des variétés sensibles dans le frottement. Cette circonstance est la durée de l'application des surfaces les unes contre les autres. On observe qu'en faisant séjourner deux surfaces l'une sur l'autre pendant quelque tems, leur frottement devient plus grand qu'il ne l'est dans les premiers instans, soit, parce qu'une pression plus continuée engage plus avant les pointes dans les cavités, soit parce qu'en général quelque cause physique colle, pour ainsi dire, plus intimement ensemble les deux surfaces. Mais on ne connoît rien de précis sur la loi que suit cette augmentation de frottement, ni sur le tems de sa durée.

VII. On a long-tems agité la question (& elle n'est pas encore absolument décidée), si, tout le reste étant d'ailleurs le même, l'étendue plus ou moins grande des surfaces par lesquelles deux corps se touchent, contribue à en augmenter le frottement. M. Amontons est le premier qui ait donné à cette matière toute l'attention qu'elle mérite. Il prétend (*Mém. de l'acad.* 1699.) que le frottement est simplement proportionnel à la pression, c'est-à-dire, à la force qui applique les deux surfaces l'une contre l'autre, & ne dépend point de leurs grandeurs. Il confirme ce sentiment par des expériences. M. Muschenbroëk ne pense pas de même (*Cours de phys.*). Il soutient que les frottements ne suivent pas la raison des pressions. Mais les expériences qu'il rapporte à ce sujet, sont trop peu nombreuses, & ont été faites trop en petit, pour pouvoir décider la question. Plusieurs autres Auteurs n'ont pas mieux réussi. Moi-même, j'ai un peu travaillé autrefois sur la même matière, par la voie de l'expérience; je me suis rencontré, à-peu-près, avec M. Amontons. Par exemple, j'ai trouvé que pour faire glisser sur une table horizontale un parallélépipède rectangle, de bois, pesant environ 51 livres, & que je chargeois encore de différents poids; pour le faire glisser, dis-je, par deux de ses

faces, dont l'une étoit environ cinq fois plus grande que l'autre, il falloit employer, à-peu-près, la même force dans les deux cas. Mais j'avoue que les résultats de tout ce travail ne sont ni assez précis, ni assez multipliés, ni assez constants, pour que j'ose en faire la base d'aucun systême particulier. Ils me font seulement beaucoup incliner pour celui de M. Amontons, avec quelques restrictions dont je parlerai, lorsque j'aurai exposé les raisons sur lesquelles cet Auteur se fonde.

VIII. Les pointes dont les corps sont hérissés, peuvent être regardées, selon lui, ou comme de petits corps durs, incapables de se plier, ou comme de petits ressorts qui se courbent sous les poids qui les pressent. Or, 1.° si vous regardez les pointes comme des corps durs; il est évident que, pour dégager les deux surfaces, il faut élever l'une, & que ce qui s'oppose à cette action, est simplement le poids, & non pas la grandeur de la surface. Il est vrai que, dans une grande surface, il y a plus de pointes engagées que dans une petite: mais elles le sont moins profondément dans celle-ci, précisément suivant le même rapport; puisque la pression qui produit l'engrenage, étant toujours la même, l'engrenage total doit toujours être aussi le même. 2.° Si l'on considère les pointes comme des petits ressorts à plier, le frottement sera encore proportionnel à la pression. Car plus la pression est grande, plus elle plie les ressorts, & plus par conséquent ils lui opposent de résistance. Lorsqu'on augmente la surface, la pression demeurant toujours la même, les ressorts sont d'autant moins pliés qu'ils sont en plus grand nombre; & la force consumée dans les deux cas, contre les ressorts, doit être la même, & toujours proportionnelle à la pression.

IX. Quoique ces raisonnemens paroissent plausibles, au premier coup-d'œil, on ne peut pas néanmoins les regarder comme démonstratifs; & l'expérience y est contraire en certains points. Car, 1.° le frottement ne suit pas exactement le rapport des pressions, toutes choses étant égales d'ailleurs. On observe constamment que dans les grosses masses le frottement est une moindre partie de la pression, qu'il ne l'est dans les petites. En voici un exemple bien sensible. Les Constructeurs des vaisseaux ne donnent que 10 à 12 lignes de pente par pied, aux plans sur lesquels doivent glisser les vaisseaux qu'on veut lancer à la mer. Or cette pente, qui est suffisante pour mettre ces grosses masses en mouvement, malgré la résistance du frottement est trop petite pour des poids d'une grosseur médiocre. Si donc on veut supposer que les frottemens qu'éprouvent deux poids sont proportionnels à ces poids, il faut qu'il n'y ait pas une très-grande différence entre leurs pesanteurs.

2.° La conclusion de M. Amontons pourroit être admissible, si les surfaces frottantes étoient composées de parties parfaitement dures, ou parfaitement élastiques. Mais ces deux cas n'ont lieu, ni l'un, ni l'autre. Les pointes des surfaces se brisent en frottant les unes contre les autres. Et comme le nombre de ces pointes est proportionel à l'étendue de la surface, il est évident que la grandeur de la surface doit entrer pour quelque chose dans l'intensité du frottement. Il est cependant à propos d'observer que même alors la pression plus ou moins grande est la cause qui fait briser plus ou moins les pointes des surfaces, & que par conséquent elle concourt au frottement, d'une manière beaucoup plus efficace, que n'y concourt l'étendue des surfaces. Tout ce qu'on doit donc conclure dans ces sortes de cas, c'est que la pression est le principal, mais non le seul élément du frottement.

3.° Il y a encore un autre cas qui ne peut pas être soumis à l'hypothèse de M. Amontons: c'est celui d'un corps pointu, ou tranchant, qui se meut sur un plan; car alors la pointe, ou le tranchant sillone ou laboure le plan, & y éprouve une résistance qui n'est pas exactement de la même nature que le frottemenr ordinaire.

X. Mon objet étant seulement ici de considérer le frottement des corps qui sont prêts à se mouvoir, je ne dirai qu'un mot du frottement des corps qui se meuvent actuellement. Il paroît au premier coup-d'œil que la vitesse doit augmenter le frottement; car plus un corps se meut vite, plus il y a de pointes à dégager, ou de ressorts à plier. M. Desaguliers. (*Cours de Phys.*) a fait plusieurs expériences dans lesquelles le frottement des corps en mouvement s'est trouvé en effet proportionnel à leur vitesse. Cependant il peut arriver que la vitesse n'augmente pas sensiblement le frottement; car si d'un côté, à mesure que la vitesse augmente, il y a plus de pointes à dégager, ou de ressorts à plier, il peut se faire d'un autre côté que cette même vitesse ne donne pas à la pression le tems d'engager les pointes dans les cavités, si profondément que le permettroit une moindre vitesse. Or une diminution d'engrenage semble devoir produire une diminution de frottement. La théorie & l'expérience n'ont encore rien prononcé de parfaitement satisfaisant sur ces objets.

XI. Je viens à la manière d'estimer le frottement dans les machines prêtes à se mouvoir. Je supposerai, avec M. Amontons, que le frottement est proportionel à la simple pression. Cette hypothèse est admissible pour les machines ordinaires, & sur-tout pour les machines en grand. Car ordinairement les pièces dont elles sont composées, ont une certaine dureté; & on a soin d'éviter qu'elles ne frottent les unes contre les autres, ni par des pointes, ni par des tranchans. D'un autre côté, il n'y a jamais une extrême différence entre les pressions qu'éprou-

vent les différentes pièces d'une machine; & d'ailleurs, si cette différence étoit assez grande, pour que les rapports des frottemens aux pressions fussent sensiblement différens, on prendroit pour exprimer chacun de ces rapports, des nombres convenables. On ne doit pas oublier que les résultats de tous ces calculs ne peuvent jamais être vrais qu'à-peu-près.

XII. Il est inutile d'avertir qu'en supposant le frottement proportionel à la pression, on ne doit pas entendre que le rapport de ces deux forces soit toujours le même. Il varie suivant que les surfaces frottantes sont plus ou moins polies. Dans les corps qui glissent sans tourner, le frottement peut être le tiers, ou le quart, ou toute autre partie de la pression; cela n'a rien de fixe, & dépend du degré de polissure des surfaces. Dans les corps qui tournent, le frottement est beaucoup moindre, comme nous l'avons déja dit; il peut être la sixième, ou la huitième, ou, &c. partie de la pression, selon que les surfaces sont plus ou moins dures & unies. Ainsi, cette expression, *le frottement est proportionnel à la pression*, signifie que la résistance du frottement est égale à une certaine partie de la force qui presse les deux surfaces frottantes l'une contre l'autre, & ne dépend que de cette force combinée avec le degré de polissure des surfaces, & nullement de leur étendue.

Du Frottement dans le Levier.

VIII. Le levier est peu sujet au frottement, & on peut se dispenser d'y avoir égard, dans la plupart des usages qu'on fait de cette machine. Mais le frottement n'est pas à négliger dans les balances, sur-tout lorsqu'elles sont destinées à peser des poids un peu considérables. Voici la manière d'évaluer cette résistance.

Que le levier AB (*pl. Méch. fig* 83) représente le fléau d'une balance, traversée perpendiculairement par l'essieu horizontal fhi qui tourne sur des appuis fixes. Supposons que les deux bras cA, cB, soient parfaitement égaux & également pesants. Dans le simple état d'équilibre mathématique, les deux poids P, Q, suspendus aux extrémités du fléau, devroient être égaux. Mais à cause du frottement, il pourra se faire qu'on augmente l'un des poids, sans que pour cela l'équilibre se rompe. Je suppose qu'on ajoute au poids P un petit poids p, tel que l'équilibre commence à se rompre, & que la balance tende à s'incliner du côté de A. La résultante des deux poids $(P+p)$, & Q, passe entre les points A & c. Ainsi, s'il étoit question de détruire cette résultante pour établir l'équilibre, il faudroit lui opposer un appui dans sa direction. Mais ici la rotation se fait nécessairement autour du centre c; d'où il suit que ce point est toujours le centre d'équilibre, & qu'en conséquence le frottement de l'essieu sur son moyeu, peut être regardé comme une force qui est dirigée suivant la tangente fg, & qui fait équilibre séparément au poids p; tandis que les deux poids égaux P & Q se font équilibre aussi séparément. Cela posé, nommons:

le rayon de l'essieu . . . . a,
le bras cA ou cB de la balance . . . . b,
le rapport du frottement à la pression, c'est-à-dire, $\frac{\text{frottement}}{\text{pression}}$ . . . . $\frac{n}{1}$ ou n,

Il est clair que la pression des appuis, après l'addition du poids p, est $2P+p$, & que par conséquent le frottement est $n(2P+p)$. Or le bras de levier de ce frottement est a, & celui du poids p qui lui fait équilibre est b. On aura donc, par le principe du levier, $n(2P+p)\times a = p\times b$; d'où l'on tire $p=\frac{2naP}{b-na}$. Ainsi on connoît le poids p destiné à vaincre le frottement.

Supposons, par exemple, que chacun des poids P & Q soit de 200 livres; que le rayon de l'essieu soit la centième partie du bras de la balance, & que le frottement soit $\frac{1}{4}$ de la pression: c'est-à-dire, $P=200$ lb; $\frac{a}{b}=\frac{1}{100}$; $n=\frac{1}{4}$. On trouvera $p=\frac{400\text{ lb}}{399}$. Ainsi, pour vaincre le frottement en ce cas, il faut ajouter environ les $\frac{4}{5}$ d'une livre.

Du frottement dans les poulies.

XIII. Le Frottement dans la poulie simple & fixe & chargée de deux poids, se détermine comme pour la balance. Cela est évident, en imaginant que du centre c, on a décrit, avec le rayon cA ou cB, un cercle qui représente la poulie. La formule $p=\frac{2naP}{b-na}$ s'appliquera donc ici, si tout restant d'ailleurs même, on entend par b le rayon de la poulie, & par a, celui de son essieu.

Si les directions des forces appliquées à la poulie n'étoient pas parallèles, le *frottement* se détermineroit, comme nous le verrons ci-dessous pour le tour.

XIV. Pour montrer la manière dont le *frottement* doit être évalué dans les poulies mobiles, soient (*pl Méch. fig.* 84) les trois poulies mobiles C, G, M, égales, ayant les essieux égaux; & supposons que les cordons BD, AF, HE, IK, RO, NQ, soient parallèles & verticaux. Dans le simple état d'équilibre, & abstraction faite du *frottement*, les cordons DB, FA, sont tendus chacun avec une force qui est la moitié de la tension de chacun des deux premiers & par conséquent le quart du poids P, &c. en sorte que la tension du cordon QN, ou la puissance Q, est la huitième partie du poids P. Mais, lorsqu'on a égard au *frottement*, les tensions des cordons augmentent nécessairement. Nommons:

le rayon de chaque essieu . . . . a,
celui de chaque poulie . . . . b,

le rapport du *frottement* à la pression . . . . n,
les tensions respectives des cordons FA, KI, QN, ... X, Y, Z.
les parties de ces tensions, destinées à vaincre les *frottemens* dans les trois poulies C, G, M. . . . . x, y, z.

Cela posé, 1.° dans la poulie C, la pression sur l'essieu est P, & par conséquent le *frottement* est nP. Nous ne faisons pas entrer dans cette valeur du *frottement* la force x, parce que la poulie étant mobile, la force x tend à la soulever, & ne paroît pas devoir contribuer, du moins d'une manière sensible, au *frottement* contre l'essieu. On aura donc $x \times b = nP \times a$, ou $x = \frac{nPa}{b}$; & par conséquent $X = \frac{P}{2} + x = P\left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

2.° Par les mêmes raisons, la pression dans la poulie G, est X, & le frottement $= nX$. Ainsi, on aura $y \times b = nX \times a$, ou $y = \frac{nXa}{b}$; & par conséquent $X = \frac{X}{2} + y = X \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

3.° On a de même, dans la poulie M, $z \times b = nY \times a$, ou $z = \frac{nYa}{b}$; & par conséquent $Z = \frac{Y}{2} + Z = Y \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

Prenons, pour abréger, le coëfficient constant $\frac{b+2na}{2b} = m$: il est clair qu'on aura $X = P \times m$, $Y = P \times m^2$, $Z = P \times m^3$; ainsi de suite, s'il y avoit un plus grand nombre de poulies. On voit que les coëfficiens m, m^2, m^3, vont en progression géométrique.

Si le dernier cordon NQ passoit sur une poulie fixe de renvoi, on feroit entrer le *frottement* de cette poulie dans le calcul, par l'article précédent. Ici il n'en est pas question.

Par exemple, soient $P = 800$℔; $\frac{a}{b} = \frac{1}{6}$; $n = \frac{1}{3}$, & par conséquent $\frac{b+2na}{2b} = \frac{8}{11}$. On trouvera, à peu de chose près, $X = 426{,}57$℔, $Y = 227{,}55$℔, $Z = 121{,}36$℔. Ainsi, la tension Z, ou la puissance Q, sera d'un peu plus de 121℔, au lieu que, sans le *frottement*, elle n'auroit été que de 100℔.

Si on avoit cru devoir faire entrer les forces x, y, z, dans les valeurs des *frottemens*, on auroit trouvé des résultats peu différens des précédens, parce que les forces x, y, z, sont fort petites par rapport aux forces P, X, Y, Z.

On appliquera facilement les mêmes méthodes aux autres cas des poulies.

Du frottement dans le tour.

XV. Soient le poids P & la puissance Q (*pl. Méch. fig.* 85), appliqués respectivement au cylindre IMC, & à la roue DRB, d'un tour dont l'essieu est représenté par le petit cercle x. Je suppose qu'ils agissent, ou qu'ils puissent être censés agir dans un même plan. Si cette condition n'avoit pas lieu, il faudroit avoir égard aux deux différentes distances des directions du poids & de la puissance aux deux appuis, & déterminer en conséquence les pressions de ces appuis, ainsi que les *frottemens* qu'elles occasionnent. Le problème n'auroit pas plus difficulté que dans le cas où le poids & la puissance sont dans un même plan, comme je le suppose ici, uniquement pour parvenir à des résultats plus simples.

Imaginons qu'à la place des deux appuis, qui portent l'essieu par ses extrémités, on substitue un appui unique, situé dans le plan du poids & de la puissance. Il est clair d'abord que le poids P produit sur cet appui, une pression verticale AO. Soit Q la force simplement requise pour faire équilibre au poids P; & que q soit la petite force qu'il faut ajouter à Q, pour vaincre le *frottement*. Représentons la force $Q+q$ par DE; & décomposons-la en deux autres DK DH, l'une verticale, l'autre horizontale. La force verticale DK produit sur l'appui une pression égale à elle-même; en sorte que si l'on prolonge AO de la quantité $ON = DK$, la pression totale de l'appui, suivant la verticale, sera représentée par AN. De même, la force horizontale DH produit sur l'appui une pression horizontale, égale à elle-même; je la représente par AL, perpendiculaire à AN. Par conséquent, si l'on achève le parallélogramme rectangle $ALFN$, & qu'on tire la diagonale AF, elle exprimera la pression résultante contre le point y, où la surface de l'essieu touche l'appui ou le moyeu fixe. Cette pression occasionne le *frottement* qu'on doit regarder comme une force qui touche en y le cercle x. Nommons:

le rayon Ay, de l'essieu . . . . a,
le rayon AM du cylindre . . . . b,
le rayon AD de la roue . . . . c,
Le rapport du frottement à la pression . . . . . n,
le sinus total 1,
le sinus de l'angle donné HDE . . . . f,
son cosinus . . . . g,

Il est clair qu'on aura, force DK ou $ON = (Q+q)f$; force DH ou $AL = (Q+q)g$; force $AN = P + (Q+q)f$; force $AF = \sqrt{[(Q+p)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$; *frottement* $= n\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$. Donc, puisque le moment de la force Q doit être égale au moment du *frottement*, on aura:

(A) $cq = an\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$;

ou bien (en élevant tout au quarré, & considérant que $ff + gg = 1$), $c^2 q^2 = a^2 n^2 [(Q+q)^2 + P^2 + 2Pf(Q+q)]$; d'où l'on tire facilement:

(B) $q = \frac{a^2 n^2 (Q+fP)}{c^2 - a^2 n^2} \pm \frac{an}{c^2 - a^2 n^2} \times \sqrt{[(Q^2 + P^2 + 2fPQ)(c^2 - a^2 n^2) + a^2 n^2 (Q+fP)^2]}$.

Cette formule générale est un peu compliquée;

Mais nous obſerverons que dans la plupart des cas qui ont réellement lieu dans la pratique, le rayon de l'eſſieu étant très-petit par rapport à ceux du cylindre & de la roue, la force requiſe pour vaincre le *frottement*, doit auſſi être très-petite par rapport à P & à Q. D'où il ſuit que dans le radical de l'équation (A), on peut, ſans craindre beaucoup d'erreur, négliger les termes qui contiennent q. Alors cette équation devient $c\,q = a\,n\sqrt{[Q^2 g^2 + (P + f Q)^2]}$, ou bien $q = \frac{a\,n}{c}\sqrt{[Q^2 + P^2 + 2 f P Q]}$: ou bien encore (en mettant pour Q ſa valeur $\frac{P\,b}{c}$); $q = \frac{a n P}{c^2}\sqrt{[b^2 + c^2 + 2 f b c]}$, formule d'un uſage aſſez commode. Faiſons en l'application à un exemple.

Soient $P = 900$℔; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$; $n = \frac{1}{5}$; l'angle $HDE = 45°$, ou $f = \frac{1}{\sqrt{2}}$. On trouvera $q = 3{,}372$℔ environ, il faut donc ajouter à la puiſſance environ 3℔ & $\frac{372}{1000}$, pour vaincre le *frottement*; ainſi, cette puiſſance qui, ſans le *frottement*, n'auroit été que de 150 livres, ſera de 153,372℔, en ayant égard au *frottement*.

325. Lorſque la direction de la puiſſance Q eſt verticale, on a $g = 0$, $f = 1$; & l'équation (B) donne, en prenant le ſigne ſupérieur du radical, $q = \frac{a\,n\,(P + Q)}{c - a\,n}$, ou $q = \frac{a\,n\,P\,(c + b)}{c\,(c - a\,n}$.

Soient, comme dans l'exemple précédent, $P = 900$℔; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$; $n = \frac{1}{5}$. On trouvera $q = 351$℔, à-peu-près.

Du frottement ſur le plan incliné.

XVI. Soit un poids P (*pl. Méch. fig.* 86) poſé ſur un plan incliné, dont HG eſt la longueur, HI la hauteur, & IG la baſe; que le corps ſoit retenu en équilibre au moyen de la puiſſance Q, dont la direction fait avec la longueur du plan incliné l'angle QRH. Je prends ſur la verticale PA abaiſſée par le centre de gravité du corps, la partie PA pour repréſenter le poids P de ce corps, & je décompoſe la force PA en deux autres PM, PN; l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à la longueur GH du plan incliné; de même, ſur la direction de la force Q, la partie PE pour la repréſenter; & je décompoſe cette force en deux autres PC, PD; l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à GH. Nommons n le rapport du *frottement* à la preſſion; 1 le ſinus total; q l'angle HGI d'inclinaiſon du plan; z l'angle QRH de la direction de la puiſſance avec la longueur du plan incliné. Il eſt clair qu'on aura force $PN = P$ ſin. q; force $PM = P$ coſ. q; force $PC = Q$ ſin. z; force $PD = Q$ coſ. z. De plus, l'excès de la force PM ſur la force PC, produit ſur le plan incliné un *frottement*, lequel a par conſéquent pour valeur n (P coſ. q — Q ſin. z). Ce *frottement* doit être regardé comme une force dirigée ſuivant HG; & pour que le corps commence à monter le long du plan incliné, il faut que la force PD ſoit égale à la ſomme de la force PN & du *frottement* n (P coſ. q — Q ſin. z). On aura donc l'équation Q coſ. $z = P$ ſin. $q + n$ (P coſ. q — Q ſin. z); d'où l'on tire $Q = \frac{P \text{ ſin. } q + n P \text{ coſ. } q}{\text{coſ. } z + n \text{ ſin. } z}$

Si on veut connoître l'angle z qui donne la plus petite puiſſance Q propre à retenir le corps en équilibre, on ſuppoſera $Q = minimum$, ou $dQ = 0$; & par conſéquent (P, q, n étant des quantités conſtantes) $- dz$ ſin. $z + n\,dz$ coſ. $z = 0$; d'où l'on tire ſin. $z = \frac{n}{\sqrt{(1 + n^2)}}$

Soit, par exemple, $n = \frac{1}{3}$: on trouvera que l'angle z eſt d'environ 18 degrés & demi.

Du frottement dans la vis.

XVII. Suppoſons (*pl. Méch. fig.* 87 & 88) une vis verticale & fixe, autour de laquelle une puiſſance Q appliquée perpendiculairement à la barre CQ, tend à faire tourner l'écrou chargé d'un poids P qui nous repréſente ici les réſiſtances à vaincre dans l'effet de la vis. Je comprends dans ce poids celui de l'écrou. Imaginons que le poids P ſoit décompoſé en une infinité de petits poids p répandus ſur les filets de la vis, & que pareillement la puiſſance Q ſoit décompoſée en une infinité de petites puiſſances q correſpondantes chacune à chacun de ces petits poids. Subſtituons d'abord, à la place d'une puiſſance q, une puiſſance r qui lui ſoit parallèle, & qui ſoit appliquée immédiatement au poids p, ſuivant une direction tangentielle à la circonférence du cercle dont Cp eſt le rayon. La puiſſance r étant dans le cas d'une puiſſance qui retiendroit un corps en équilibre ſur un plan incliné, en agiſſant parallèlement à ſa baſe, on auroit, abſtraction faite du *frottement*, $r = p \times \frac{AB}{\text{cir. } Cp}$ (*voyez* VIS). Mais ici, où il faut avoir égard au *frottement*, on voit par l'article précédent, qu'en nommant r' la puiſſance qui fait équilibre au poids p & au *frottement*; n le rapport du *frottement* à la preſſion: on aura $r' = \frac{p \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{\text{circ. } Cp - n \times AB}$.

Maintenant, à la place de la puiſſance r', ſubſtituons-en une autre q' qui agiſſe en Q, ſuivant une direction perpendiculaire à CQ, & dans un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. On aura $r' : q' :: CQ : Cp$, ou bien $q' = r' \times \frac{Cp}{CQ}$. Donc, en mettant pour r' ſa valeur, $q' = p \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{CQ \times (\text{circ. } Cp - n \times AB)}$.

Dans cette expreſſion de q', la ligne Cp eſt inconnue & variable. Mais comme le poids total P eſt diſtribué ſur tout le filet de la vis, nous pouvons ſuppoſer, ſans craindre d'erreur ſenſible dans la pratique, que ce même poids eſt placé ſur la circonférence d'un cercle qui a pour rayon

la moyenne arithmétique entre le rayon du cylindre à nu, & le même rayon augmenté de l'épaisseur formée par le relief du filet de la vis. Supposons que Cp soit cette moyenne arithmétique, qui est une quantité constante & donnée; & nommons Q' la somme de toutes les puissances q' qui font équilibre à la somme de tous les poids p, & au frottement; nous aurons sensiblement, $Q' = P \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{CQ \times (\text{circ. } Cp - n \times AB)}$, valeur que doit avoir la puissance Q, appliquée en Q, pour que l'écrou soit au moment de tourner, & le poids de s'élever le long des filets de la vis, malgré sa pesanteur & la résistance du frottement.

Du Frottement dans le Coin.

XVIII. L'essai de calcul que je vais donner pour determiner le frottement dans le coin, ne doit être regardé que comme un problème de Géométrie, qui est simplement relatif à la matière en question, & qui vraisemblablement n'aura jamais d'application dans la pratique; car la théorie mathématique de l'équilibre de cette machine étant encore imparfaite, comme nous l'avons remarqué, on sent que celle de son frottement doit l'être bien davantage. Quoi qu'il en soit, voici comment on pourroit évaluer le frottement dans le coin, si cet instrument & les parties du corps à fendre étoient d'une dureté & d'une inflexibilité parfaites.

Soit un coin isoscèle AED (*pl. Méch. fig.* 89), introduit dans la fente d'un corps MN, & chargé au milieu de sa tête horizontale AD, d'un poids P qui seroit en équilibre avec les résistances du corps à fendre, s'il n'y avoit point de frottement. Supposons que pour vaincre le frottement, ou pour faire glisser les faces du coin le long de celles de la fente, il faille ajouter au poids P un autre poids p. Représentons le poids résultant $P + p$, par la partie BF de sa direction; & décomposons-le en deux autres forces BC, BK, perpendiculaires aux points d'attouchement des faces du coin avec celle de la fente. Chacune de ces deux forces égales sera exprimée par $(P + p) \times \frac{AE}{AD}$; & elles produiront chacune un frottement qui sera exprimé par $n\,(P + p) \times \frac{AE}{AD}$, n étant toujours le rapport du frottement à la pression. De ces deux frottements égaux que je représente par les côtés Eg, Eh, du parallélogramme lozange $Egfh$, résulte, dans le sens vertical EO, une résistance exprimée par la diagonale Ef, résistance qui, à cause de Ef double de Et, & des triangles semblables Egt, EAO, a évidemment pour valeur $2n\,(P+p) \times \frac{AE}{AD} \times \frac{EO}{EA}$, ou $2n\,(P + p) + \frac{EO}{AD}$. Et comme cette même résistance doit être égale au poids p destiné à lui faire équilibre, on aura $p = 2n\,(P + p) \times \frac{EO}{AD}$; d'où l'on tire, $p = \ldots\ldots\ldots \frac{2n\,P \times EO}{AD - 2n \times EO}$.

XIX. M. Necker Germani a résolu le problème des tautochrones (*V.* TAUTOCHRONE), en ayant égard au frottement, & en supposant que le corps se meuve ou dans le vuide, ou dans un milieu résistant comme le quarré de la vitesse, ou dans un milieu résistant comme une fonction quelconque de la vitesse, pourvu que dans le dernier cas la résistance soit très-petite. *Voyez son beau mémoire dans le tom. IV. des pièces présentées à l'académie des sciences.*

XX. Personne n'a autant approfondi la nature du frottement, & les moyens d'y avoir égard dans le calcul des machines que l'a fait M. Coulomb, de l'Académie Royale des Sciences, dans une excellente pièce qui remporta, en 1781, le prix double de l'Académie, & qui doit paroître incessamment dans le recueil des mémoires présentés à cette compagnie. On donne dans cet ouvrage une suite nombreuse d'expériences faites en grand, avec tout le soin possible, sur les différends cas du frottement : Nous y renvoyons nos lecteurs. (*L. B.*)

FRUSTUM, s. n. (*Géom.*) terme latin qui signifie *morceau*, & que quelques auteurs ont employé pour signifier ce que l'on désigne plus communément par le mot *tronqué* : ainsi, ils ont appellé *frustum de cone*, *de pyramide*, ce qu'on nomme *cone tronqué*, *pyramide tronquée*, &c. *Voyez* TRONQUÉ & SEGMENT. (*O*)

FUN

FUNICULAIRE, adj. (*Méchan.*) on appelle *machine funiculaire*, un assemblage de cordes, par le moyen desquelles deux ou plusieurs puissances soutiennent un ou plusieurs poids. Cette machine est au nombre des forces mouvantes, & elle est regardée comme la plus simple. *Voyez* FORCE MOUVANTE.

Pour trouver les lois de l'équilibre dans cette machine, il faut 1.° prendre toutes les puissances qui concourent en un même point, & les réduire toutes à une seule par le principe de la composition des forces. *Voyez* COMPOSITION. Cette puissance doit tirer dans la direction de la corde, ce qui est évidemment nécessaire pour l'équilibre; *première condition*. 2.° En suivant cette même méthode, on réduira toutes les puissances qui agissent sur différens points de la corde, à un systême de puissances qui agissent toutes sur un même point (on doit regarder les poids s'il y en a plusieurs, comme autant de puissances); réduisant ensuite par le principe de la composition des forces, ces dernières puissances qui agissent

fent fur un même point, on arrivera enfin à deux puiffances uniques qui doivent être égales & directement contraires, pour qu'il y ait équilibre; *feconde condition.* Voyez *la méchanique* de M. l'abbé Boffut; *voyez* auffi *l'article* CHAINETTE où nous avons indiqué une autre méthode pour trouver les lois de l'équilibre dans la machine *funiculaire.* (*O*)

FUSEAU, (*Géom.*) : quelques géomètres ont appellé ainfi le folide que forme une courbe en tournant autour de fon ordonnée; comme le *fufeau parabolique*, autrement nommé *pyramidoide. Voyez ce mot.* D'autres ont appellé *fufeau* le folide que forme une courbe en tournant autour de fa tangente au fommet; d'autres le folide indéfini que forme une courbe de longueur infinie comme la parabole ou l'hyperbole, en tournant autour de fon axe. Dans tous ces cas, fi on appelle $2n$ le rapport de la circonférence au rayon, u les parties de l'axe de *rotation*, z les ordonnées à cet axe, l'élément du folide fera $n z z d u$; & comme on aura par l'équation de la courbe la valeur de z en u, le refte s'achevera par le calcul intégral : l'élément de la furface folide fera $2 n \sqrt{dz^2 + du^2}$, qu'on intégrera de la même manière quand cela fera poffible. *Voyez* INTÉGRAL, QUADRATURE, *&c.* (*O*)

FUSEAU, (*Aftron.*) nom d'une conftellation appellée auffi la chevelure de Bérénice.

FUSEAU de globe, *fig. 13 des planches d'Aftron.* Segment de fphère repréfenté fur un plan, pour être collé fur une boule. On en verra la defcription détaillée dans le dictionnaire des arts, qui contiendra la conftruction des globes, mais nous y ajouterons ici les dimenfions d'un fufeau, telles qu'on doit les marquer fur le cuivre, afin que par l'impreffion & le collage, il approche le plus qu'il eft poffible de la figure fphérique, ou de la courbure qu'il doit prendre fur le globe; ces dimenfions font celles que M. Bonne a trouvées en employant le papier dit nom de jefus, dans fon globe d'un pied de diamètre. En fuppofant que le rayon du globe contienne 720 parties la demi-largeur du fufeau eft $AG = 188 \frac{3}{10}$, la diftance AC pour le parallèle de 10.° prife fur la ligne droite LM eft de 128, 1, le petit écart du parallèle de 10.° dans le milieu du fufeau, ou la flèche CD eft de 4; la ligne ABN eft droite, le rayon du parallèle de 10.° ou du cercle CEF eft de 4083; & ainfi des autres rayons qui font marqués fur la figure; la petite calotte circulaire qui fe place au-deffous de H a pour rayon 253, au lieu de 247 qu'elle auroit, fi le finus de 20.° devoit en être le rayon.

GAL

GALAXIE f. f. (*Aftron.*) voie lactée, trace blanche & lumineufe, qui fait tout le tour du ciel,

& qui fe remarque aifément dans une nuit claire & fereine, fur-tout quand il ne fait point de lune.

Les Grecs l'appelloient ainfi du mot γαλα; *lait*, à caufe de fa couleur blanche : les Latins, pour la même raifon, l'appelloient *via lactea*, & c'eft pour cela que nous l'appellons *voie lactée* : cette dernière dénomination eft aujourd'hui la plus en ufage.

GANIMEDE, (*Aftron.*) nom que quelques auteurs ont donné à la conftellation d'Antinoüs, d'autres à celle du verfeau.

GARDES (*Aftron.*), c'eft le nom qu'on donnoit autrefois aux *fatellites* de Jupiter.

On appelle auffi *gardes* de la petite ourfe les étoiles β & γ à l'épaule de cette conftellation.

GARDE-FILET, (*Aftron.*) boîte de cuivre fufpendue librement au centre d'un quart de cercle mobile, deftinée à contenir le fil-à-plomb & à le garantir de l'agitation du vent; le *garde-filet* s'ouvre par en-haut pour vifiter la fufpenfion, & par en-bas pour y placer un vafe d'eau où pend le fil à plomb; il fuit tous les mouvemens du fil, & prend toujours la fituation verticale, à quelle hauteur que l'on dirige le quart de cercle. Voyez *planches d'Aftronomie, fig. 178.* (*D. L.*)

GEM

GEMEAUX, *gemini*, troifième conftellation du zodiaque. Les *gemeaux* portent différens noms dans les anciens auteurs : c'eft Caftor & Pollux, Apollon & Hercule, Triptolème & Jafion, Amphion & Zéthus, Théfée & Pirithoüs; il femble qu'on ait voulu placer dans le ciel le fymbole de l'amitié : fuivant M. Schmidt, ce font deux divinités égyptiennes, Horus & Harprocrats que l'on ne féparoit jamais : mais il paroît plutôt que c'eft le fymbole de la fécondité.

Les Orientaux ont peint deux chevreaux dans cette conftellation. On la repréfente par le caractère ♊ : elle eft compofée de 85 étoiles dans le catalogue de Flamfteed. (*D. L.*)

GÉNÉRATEUR, GÉNÉRATRICE, adj. (*Géom.*) fe dit de ce qui engendre par fon mouvement, foit une ligne, foit une furface, foit un folide : ainfi, on appelle *cercle générateur de la cycloide*, le cercle qui dans fon mouvement trace la cycloïde par un des points de la circonférence. *Voyez* CYCLOIDE. On appelle *ligne génératrice d'une furface*, la ligne droite ou courbe qui par fon mouvement engendre cette furface, *&c.* (*O*)

GÉNÉRATION, f. f. (*Géom.*) eft la formation qu'on imagine d'une ligne, d'un plan, ou d'un folide, par le mouvement d'un point, d'une ligne, ou d'une furface. *Voyez* LIGNE, POINT, SURFACE. Par exemple, on peut imaginer qu'une fphère eft formée par le mouvement d'un demicercle autour de fon diamètre : on appelle pour

lors ce diamètre, *axe de révolution* ou *de rotation*. De même on peut regarder un parallélogramme comme engendré par le mouvement d'une ligne droite qui se meut toujours parallèlement à elle-même, & dont tous les points se meuvent en ligne droite : dans ce dernier cas, la ligne suivant laquelle le mouvement se fait, s'appelle quelquefois la *directrice*. *Voyez* DIRECTRICE.

GENETHLIOLOGIE, art de prédire l'avenir par le moyen des astres, en les comparant avec la naissance ou la conception des hommes. Ce mot vient de γενέθλη, *génération*. *Voy.* ASTROLOGIE.

GENOU, (*Astron.*) pièce de cuivre qui a plusieurs mouvemens, & par le moyen de laquelle on met un quart de cercle à différentes hauteurs & même dans differens plans; le *genou* simple est un axe vertical, *G fig* 182 *des planches d'Astronomie*, portant une ouverture horizontale *B* à sa partie supérieure. L'axe tourne dans une cavité du pied de l'instrument, & l'ouverture supérieure reçoit le cylindre qui est fixé au centre du quart de cercle, & qui y tourne à frottement. Le *genou* double contient une autre pièce semblable, *voyez fig.* 180, qui tourne dans la précédente, & qui sert à incliner le plan du *quart de cercle*. On se sert dans les graphomètres, les boussoles & autres instrumens légers, d'un *genou* plus simple, I *fig.* 219, qui ne consiste qu'en une boule fixée par une tige à la partie inférieure de l'instrument, & qui est reçue dans une concavité du pied ou du support, où elle tourne à frottement; on rend le frottement plus ou moins dur en serrant avec des vis *K K* les deux calottes ou hémisphères qui forment cette concavité sur le pied de l'instrument de télescope (*D. L.*)

GENRE, *en Géométrie* : les lignes géométriques sont distinguées en *genres* ou ordres, selon le degré de l'équation qui exprime le rapport qu'il y a entre les ordonnées & les abscisses. *Voyez* COURBE & GÉOMÉTRIQUE.

Les lignes du second ordre ou sections coniques, sont appellées *courbes* du premier *genre*, les lignes du troisième ordre *courbes* du second *genre*, & ainsi des autres.

Le mot *genre* s'emploie aussi quelquefois en parlant des équations & des quantités différentielles; ainsi, quelques-uns appellent *équations* du second, du troisième *genre*, &c. ce qu'on appelle aujourd'hui plus ordinairement *équations* du second, du troisième degré, *&c. Voyez* DEGRÉ & ÉQUATION. Et on appelle aussi quelquefois *différentielles* du second, du troisième *genre*, &c. ce qu'on appelle plus communément *différentielles* du second, du troisième ordre. *Voyez* DIFFÉRENTIEL (*O*).

GEOCENTRIQUE, adj. (*Astron.*) se dit du lieu d'une planète, en tant qu'on la considère par rapport à la terre.

Le mot *géocentrique* n'est en usage dans la nouvelle Astronomie, que pour signifier la longitude *géocentrique* d'une planète, c'est-à-dire, le lieu de l'écliptique auquel répond la planète vue de la terre. Et pour la latitude *géocentrique*, c'est l'angle que fait une ligne qui joint la planète & la terre avec le plan de l'orbite terrestre qui est la véritable écliptique : ou, ce qui est la même chose, c'est l'angle que la ligne qui joint la planète & la terre, forme avec une ligne qui aboutiroit à la perpendiculaire abaissée de la planète sur le plan de l'écliptique. *Voyez* PLANÈTE.

GÉOCYCLIQUE (adj.), se dit de la machine propre à représenter le mouvement de la terre autour du soleil, & sur-tout l'inégalité des saisons par le parallélisme constant de l'axe de la terre.

On trouve une machine de cette espèce décrite par *Nicolas Muler* dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic. il y en a une dans Fergusson (*Astronomy Explained*, 1764), & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes espèces; mais il suffit pour représenter le parallélisme de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie, & qu'au centre du soleil il y ait une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin, qui passe sur ces deux poulies, & qui serre l'une & l'autre : alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallèle à lui-même. On trouve des globes ainsi montés chez M. l'Abbé Grenet, au collège de Lizieux, & chez M. Lamarche, au collège de Maître Gervais, rue du foin. (*D. L.*)

GÉODÉSIE, s. f. c'est proprement cette partie de la Géométrie pratique qui enseigne à diviser & partager les terres & les champs entre plusieurs propriétaires.

Ce mot vient de deux mots, γῆ *terra*, terre, & δαίω, *divido*, je divise.

Ainsi, la *Géodésie* est proprement l'art de diviser une figure quelconque en un certain nombre de parties. Or cette opération est toujours possible, ou exactement, ou au moins par approximation. Si la figure est rectiligne, on la divisera d'abord en triangles, qui auront un sommet commun pris où l'on voudra, soit au-dedans de la figure, soit sur la circonférence. On calculera par les méthodes connues l'aire de chacun de ces triangles, & par conséquent on aura la valeur de chaque partie de la surface, & on connoitra par-là de quelle manière il faut diviser la figure; toute la difficulté se réduira dans tous les cas à diviser un triangle en raison donnée. C'est ce qu'il est nécessaire de développer un peu plus au long.

Soit proposé, par exemple, de diviser un hexagone par une ligne qui parte d'un de ses angles, en deux parties qui soient entr'elles comme m à n; on divisera d'abord cet hexagone en quatre triangles par des lignes qui partent du point donné; ensuite soit A l'aire de l'hexagone, & pA, qA, rA, sA, l'aire de chacun des triangles; comme les aires des deux parties cherchées doivent être mA & nA, supposons que $\frac{p+q}{r+s}$ soit $> \frac{m}{n}$, il s'en-

suit qu'il faudra prendre dans le triangle qA une partie xA, telle que $\frac{p+q-x}{r+s+x}$ soit $=\frac{m}{n}$; d'où l'on tire $(p+q)n-(r+s)m=mx+nx$, & par conséquent $x=\frac{(p+q)n-(r+s)m}{m+n}$. Il s'agit donc de diviser le triangle qA en deux parties xA & $(q-x)A$, qui soient entr'elles comme x est à $q-x$, & par conséquent en raison donnée, puisque x est connue par l'équation qu'on vient de trouver. Or, pour cela, il suffit de diviser le côté de l'hexagone, qui est la base de ce triangle qA, en deux parties, qui soient entr'elles comme x à $q-x$, opération très-facile. *V.* TRIANGLE.

Le problème n'auroit pas plus de difficulté, si le point donné étoit non au sommet des angles, mais sur un des côtés de la figure à volonté.

Si la figure que l'on propose de diviser, est curviligne, on peut quelquefois la diviser géométriquement en raison donnée, mais cela est rare; & en général la méthode la plus simple dans la pratique consiste à diviser la circonférence de la figure en parties sensiblement rectilignes, à regarder par conséquent la figure comme rectiligne, & à la diviser ensuite selon la méthode précédente.

Quelquefois, au lieu de diviser un triangle en raison donnée par une ligne qui passe par le sommet, il s'agit de le diviser en raison donnée par une ligne qui passe par un point placé hors du sommet, soit sur l'un des côtés, soit au-dedans du triangle, soit au-dehors; alors le problème est un peu plus difficile; mais la Géométrie, aidée de l'analyse, fournit des moyens de le résoudre. *Voyez dans l'application de l'Algèbre à la Géométrie* de M. Guisnée la solution des problèmes du second degré, vous y trouverez celui dont il s'agit. Il est résolu & expliqué fort en détail; & il servira, comme on le va voir, à diviser une figure quelconque en raison donnée par une ligne menée d'un point donné quelconque.

Si le point par lequel passe la ligne qui doit diviser une figure quelconque en raison donnée, est situé au-dedans ou au-dehors de la figure, alors il est évident que le problème peut avoir plusieurs solutions, ou au moins dans un grand nombre de cas, & quelquefois être impossible. Pour le sentir il suffit de remarquer que si la figure, par exemple, est régulière & d'un nombre pair de côtés, que le point donné soit le centre, & qu'il faille diviser la figure en deux parties égales, le problème est indéterminé, puisque toute ligne tirée par le centre résoudra ce problème; que si les deux parties doivent être inégales, le problème est impossible; & que si dans ce dernier cas le point est placé hors de la figure, soit régulière, soit irrégulière, le problème a toujours deux solutions, dont l'une s'exécutera par une ligne tirée à droite, & l'autre à gauche, toutes deux partant du point donné. Or menant du point donné à tous les angles de la figure des lignes, qui prolongées, s'il est nécessaire, au-dedans de la figure, partagent cette figure en quadrilatères, ce qui est toujours possible, on voit évidemment que, comme la question s'est réduite dans le premier cas à partager un triangle en raison donnée, par une ligne qui parte d'un point donné; de même la question se réduit ici, après avoir calculé séparément les surfaces de tous ces quadrilatères, à partager l'un d'eux en raison donnée par une ligne tirée du point donné. Il y a donc ici trois choses à trouver, 1.° quel est le quadrilatère qu'il faut partager; 2.° quelle est la raison suivant laquelle il faut le partager; 3.° comment on partage un quadrilatère en raison donnée par une ligne menée d'un point donné, qui se trouve au concours des deux côtés du quadrilatère. Les deux premiers de ces problèmes se résoudront par une méthode exactement semblable à celle qu'on a donnée ci-dessus, pour le cas de la division de la figure en triangles. Le troisième demande un calcul analytique fort simple, & tout-à-fait analogue à celui que M. Guisnée a employé pour résoudre le même problème par rapport au triangle. Nous y renvoyons le lecteur, afin de lui laisser quelque sujet de s'exercer à l'analyse géométrique: mais si l'on veut se dispenser de cette peine, on pourra réduire le problème dont il s'agit, au cas de la division du triangle de la manière suivante. On prolongera les deux côtés du quadrilatère qui ne concourront pas au point donné, & on formera un triangle extérieur au quadrilatère qui aura un des autres côtés du quadrilatère pour base, & qui sera avec le quadrilatère en raison donnée de k à 1, k étant un nombre quelconque entier ou rompu. Cela posé, soient pA, qA les deux parties dans lesquelles il faut diviser le quadrilatère, il est évident que le quadrilatère total sera $pA+qA$; que le triangle sera $k(pA+qA)$, & que le triangle joint au quadrilatère (ce qui formera un nouveau triangle qui aura le quatrième côté du quadrilatère pour base), sera $(k+1)(p\quad+qA)$. Il s'agit donc, en menant une ligne par le point donné, de diviser ce triangle en deux parties, dont l'une soit $k(pA+qA)+pA$, & l'autre qA; c'est-à-dire, que le problème se réduit à diviser un triangle connu & donné, en deux parties qui soient entr'elles comme $k(p+q)+p$ est à q par une ligne qui passe par un point donné hors du triangle: or on a dit ci-dessus comment on peut résoudre ce problème.

Si le point donné est placé dans la figure, on menera par ce point à tous les angles de la figure, des lignes terminées de part & d'autre à cette figure; & on divisera par ce moyen la figure en triangles dont chacun aura son opposé au sommet. Cela posé, on cherchera les aires de ces triangles, & on aura les aires de chaque partie de la figure terminées par une des lignes tirées du point donné; lignes qu'on peut appeller, quoiqu'improprement, *diamètres de la figure.* Connoissant ces aires, on

cherchera quels sont les deux diamètres voisins qui divisent la figure, l'un en plus grande raison, l'autre en plus petite raison que la raison donnée; & par-là on saura que la ligne cherchée doit passer dans l'angle formé par ces deux diamètres : & comme il peut y avoir plusieurs diamètres voisins, qui divisent ainsi la figure, l'un en plus grande raison, l'autre en plus petite raison que la raison donnée, il s'ensuit que le probleme aura autant de solutions possibles qu'il y aura de tels diametres. Cela posé, soit A l'aire de la figure totale; pA l'aire d'un des triangles formé par les deux diamètres voisins; qA l'aire du triangle opposé au sommet de celui-ci, & que je suppose lui être inférieur; mA l'aire de la partie de la figure qui est à droite de ces deux triangles, nA l'aire de la partie qui est à gauche, on aura $mA + pA + nA + qA$ pour l'aire de la figure entière; en sorte que $m + p + n + q$ sera $= 1$, & il sera question de mener entre les deux diamètres donnés, & par le point donné où ces diamètres se coupent, une ligne qui divise les deux triangles opposés au sommet en deux parties; savoir, xA & $pA - xA$, d'une part, & de l'autre zA & $qA - zA$, & qui soient telles que $mA + pA - xA + zA$ soit à $nA + qA - zA + xA$ en raison donnée, par exemple de s à t, que nous supposons être la raison demandée. On aura donc, 1.° $m + p - x + z : n + q - z + x :: s : t$; ce qui donnera une première équation entre x & z : or comme les triangles xA & zA sont opposés au sommet, & sont partie des triangles donnés & aussi opposés au sommet pA & qA, on trouvera facilement une autre équation générale entre x & z, puisque xA étant connue, zA le sera nécessairement : c'est pourquoi on aura deux équations en x & en z, par le moyen desquelles on trouvera x, & il ne s'agira plus que de diviser la base du triangle pA en raison de x à p; ce qui donnera la solution complette du problême.

S'il falloit diviser une figure en raison donnée, par une ligne qui ne passât pas par un point donné, mais qui fût parallele à une ligne donnée, on commenceroit par diviser la figure en trapézoïde, par des lignes menées de tous les angles de cette figure, parallélement à la ligne donnée, & il est évident qu'il ne s'agiroit plus que de le diviser en raison donnée un de ces trapézoïdes, ce qui seroit très-facile.

Voilà la méthode générale pour diviser une figure en raison donnée, méthode qui réussira infailliblement dans tous les cas; mais cette méthode peut être abrégée en plusieurs occasions, selon la nature de la figure proposée. Ceux qui voudront en trouver des exemples, n'auront qu'à lire le *traité de Géométrie sur le terrein*, de M. le Clerc, imprimé à la suite de sa *Géométrie pratique*, ou *pratique de la Géométrie sur le papier & sur le terrein*, par le même auteur. Ils trouveront dans le *chap. v.* de ce *traité de Géométrie*, des pratiques abrégées pour diviser dans plusieurs cas les figures données en différentes parties. Ce *chap. v.* a pour titre, *division des plans*; le *chap. iv.* qui le précède, & qui mérite aussi d'être lu, a pour objet la *réduction* ou *transfiguration des plans*, & l'auteur y enseigne principalement à changer en triangle une figure donnée; ce qu'il exécute pour l'ordinaire fort simplement au moyen de cette proposition, que deux triangles de même base & entre mêmes paralleles, sont égaux. Un coup-d'œil jetté sur les propositions de ce *chap. iv.* en apprendra plus que tout ce que nous en pourrions dire. Cette réduction ou changement des figures en triangles est fort utile à l'auteur, dans le *chap. v.* dont il s'agit principalement ici, pour la division des figures; & il y fait aussi un grand usage de l'égalité des triangles de même base entre mêmes parallèles. Le *chap. vj.* a aussi rapport à la matière dont nous traitons : il a pour titre, *comment on peut assembler les plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou les diminuer selon quelque quantité proposée*. L'auteur résout les problèmes relatifs à cet objet, avec la même élégance que ceux des deux chapitres qui précèdent.

Cet ouvrage de M. le Clerc, une des meilleures Géométries pratiques que nous connoissions, est devenu rare; & les gravures agréables dont l'auteur l'a accompagné, le rendent assez cher, eu égard à son volume : il seroit à souhaiter qu'on le réimprimât, en supprimant les gravures pour diminuer le prix du livre; l'utilité de l'ouvrage, & sa clarté, en assureroient le débit. L'édition que nous avons sous les yeux, est celle d'Amsterdam, en 1694, qu'on pourroit prendre pour modèle. On pourroit même se contenter, pour rendre l'ouvrage encore moins cher, de réimprimer le seul *traité de Géométrie sur le terrein*; car la Géométrie pratique qui le précède, & qui est imprimée à Amsterdam en 1691, ne contient rien ou presque rien qu'on ne trouve dans la plupart des élémens de Géométrie pratique.

Quoique le mot *Géodésie* ait principalement l'acception que nous lui avons donnée dans cet article, de la science de partager les terres, cependant il se prend aussi assez communément & en général pour la science pratique de la mesure des terreins, soit quant à leur circonférence, soit quant à leur surface; mais cette derniere science s'appelle encore plus communément *arpentage*. *Voyez* ARPENTAGE.

La *Géodésie* prise en ce dernier sens, le plus étendu qu'on puisse lui donner, n'est proprement autre chose que la Géométrie pratique, dont elle embrasse toutes les parties; ainsi, les opérations géométriques ou trigonométriques nécessaires pour lever une carte, soit en petit, soit en grand, seront en ce dernier sens des opérations de *Géodésie*, ou pourront être regardées comme telles. C'est pour cette raison que quelques auteurs ont appellé *opérations géodésiques*, celles qu'on fait

pour trouver la longueur d'un degré terrestre du méridien, ou, en général, d'une portion quelconque du méridien de la terre. Ils les appellent ainsi, pour les distinguer des *opérations astronomiques*, que l'on fait pour trouver l'amplitude de ce même degré. *Voyez* DEGRÉ, FIGURE DE LA TERRE.

GÉODÉSIQUE, adj. (*Géom. prat.*) se dit de tout ce qui appartient à la Géodésie; ainsi, on dit *mesure géodésique, opération géodésique*: & comme on a vû *au mot* GÉODÉSIE, que ce mot peut avoir différentes acceptions plus ou moins étendues, il s'ensuit que le mot *géodésique* a aussi différentes acceptions relatives à celles-là (*O*).

GÉOMÉTRAL, adj. (*Opt.*) On appelle ainsi la représentation d'un objet, faite de maniere que les parties de ces objets aient entr'elles le même rapport qu'elles ont réellement dans l'objet tel qu'il qu'il est; à la différence des représentations en *perspective*, où les parties de l'objet sont représentées dans le tableau avec les proportions que la perspective leur donne. *Voyez* PERSPECTIVE. Il est clair par cette définition qu'il n'est possible de représenter *géométralement* que des surfaces planes, comme la base ou le frontispice d'un bâtiment; & cette représentation retombe dans le cas des projections orthographiques. *Voyez* PLAN GÉOMÉTRAL, *au mot* PLAN ORTHOGRAPHIQUE, & PROJECTION (*O*).

GÉOMETRE, s. m. (*Mathématiq.*) se dit proprement d'une personne versée dans la Géométrie; mais on applique en général ce nom à tout mathématicien, parce que la Géométrie étant une partie essentielle des Mathématiques, & qui a sur presque toutes les autres une influence nécessaire, il est difficile d'être versé profondément dans quelque point des Mathématiques que ce soit, sans l'être en même tems dans la Géométrie. Ainsi, on dit de Neuton, qu'il étoit grand *géometre*, pour dire qu'il étoit grand Mathématicien.

Un *géometre*, quand il ne voudroit que se borner à entendre ce qui a été trouvé par d'autres, doit avoir plusieurs qualités assez rares; la justesse de l'esprit pour saisir les raisonnemens & démêler les paralogismes, la facilité de la conception pour entendre avec promptitude, l'étendue pour embrasser à-la-fois les différentes parties d'une démonstration compliquée, la mémoire pour retenir les propositions principales, leurs démonstrations mêmes, ou du moins l'esprit de ces démonstrations, & pour pouvoir en cas de besoin, se rappeller les unes & les autres, & en faire usage. Mais le *géometre* qui ne se contentera pas de savoir ce qui a été fait avant lui, & qui veut ajouter aux découvertes de ces prédécesseurs, doit joindre à ces différentes parties de l'esprit, d'autres qualités encore moins communes, la profondeur, l'invention, la force, & la sagacité.

Je ne suis pas éloigné de penser avec quelques écrivains modernes, que l'on peut apprendre la Géométrie aux enfans, & qu'ils sont capables de s'appliquer à cette science, pourvu qu'on se borne aux seuls élémens, qui, étant peu compliqués, ne demandent qu'une conception ordinaire; mais ces qualités médiocres ne suffisent pas dans l'étude des Mathématiques transcendantes: pour être un *savant geometre*, & même pour n'être que cela, il faut un degré d'esprit beaucoup moins commun; & pour être un *grand géometre* (car le nom *de grand* ne doit être donné qu'aux inventeurs), il faut plus que de l'esprit, il faut du génie, le génie n'étant autre chose que le talent d'inventer. Il est vrai que l'esprit dont nous parlons est différent de celui qu'il faut pour une épigramme, pour un poëme, pour une piece d'éloquence, pour écrire l'histoire; mais n'y a-t-il donc d'esprit que de cette derniere espece? *Voyez* ESPRIT. Et un écrivain médiocre, ou même un bon écrivain, croira-t-il avoir plus d'esprit que Neuton & que Descartes?

Peut-être nous sera-t-il permis de rapporter à cette occasion une réponse de feu M. de la Motte. Un *géometre* de ses amis, apparemment ignorant, ou de mauvaise foi, parloit avec mépris du grand Neuton, qu'il auroit mieux fait d'étudier: *Neuton*, disoit ce *géometre*, *n'étoit qu'un bœuf*; *cela se peut*, répondit la Motte; *mais c'étoit le premier bœuf de son siecle*.

On pourroit demander s'il a fallu plus d'esprit pour faire Cinna, Heraclius, Rodogune, Horace, & Polieucte, que pour trouver les loix de la gravitation. Cette question n'est pas susceptible d'être résolue, ces deux genres d'esprit étant trop différens pour être comparés; mais on peut demander s'il n'y a pas autant de mérite à l'un qu'à l'autre; & qui auroit à choisir d'être Neuton ou Corneille, feroit bien d'être embarrassé, ou ne mériteroit pas d'avoir à choisir. Au reste, cette question est décidée tous les jours par quelques litterateurs obscurs, quelque satyriques subalternes, qui méprisent ce qu'ils ignorent, & qui ignorent ce qu'ils croient savoir; incapables, je ne dis pas d'apprécier Corneille, & de lire Neuton, mais de juger Campistron & d'entendre Euclide.

Si l'esprit nécessaire au *géometre* n'est pas le même que celui dont on a besoin pour réussir dans la Littérature, ils ne s'excluent pas l'un l'autre. Néanmoins, quand on veut louer parmi nous un mathématicien, on dit de lui que c'est un grand *géometre*; & *cependant* homme d'esprit & de goût; on croit lui faire beaucoup d'honneur: & on se fait quelque gré du bon mot qu'on s'imagine avoir dit. Ces façons de parler si connues, *lourd comme un géometre, ignorant comme un poëte, ou comme un prédicateur*, sont devenues des especes de proverbes, & presque des phrases de la langue, aussi équitables l'une que l'autre; les exemples qui en prouvent l'injustice, ne sont pas rares; & pour ne parler ici que des mathématiciens, Pascal à qui la Géométrie doit un si bel ouvrage sur la

Cycloïde, & qui auroit peut-être été le plus grand *géomètre* de l'univers, si une dévotion assez mal entendue ne lui eût fait abandonner son talent; Pascal étoit en même tems un très-bel esprit. Ses Provinciales sont un chef-d'œuvre de plaisanterie & d'éloquence, c'est-à-dire, un modèle dans les deux genres d'écrire qui paroissent les plus opposés. On dira peut-être que Pascal n'est qu'une exception; il est malheureux que l'exception démente si formellement la règle qu'on voudroit établir; mais croit-on que cette exception soit la seule? Nous ne citerons point M. de Fontenelle, qu'on voudra peut-être ne regarder que comme un bel esprit devenu *géomètre* par accident: mais nous renverrons les détracteurs de la Géométrie aux ouvrages philosophiques de Descartes, si bien écrits pour leurs temps; à ceux de Malebranche, qui sont des chefs-d'œuvre de style; aux poësies de Manfredi, que M. de Fontenelle a si justement célébrées; aux vers que M. Halley a mis à la tête des principes de Newton, & à tant d'autres que nous pourrions nommer encore. Si ces *géomètres* n'étoient pas des hommes d'esprit, qu'on nous dise en quoi l'esprit consiste, & à quoi il se borne.

On connoît la ridicule question du P. Bouhours, *si un allemand peut avoir de l'esprit?* Les Allemands y ont répondu comme ils le devoient, par cette question non moins ridicule, *si un françois peut avoir le sens commun?* Ceux qui font aux *geometres* le même honneur que le P. Bouhours a fait aux Allemands, mériteroient qu'on leur demandât aussi, *si on peut ignorer la Géométrie, & raisonner juste?* Mais, sans répondre aux injures par d'autres, opposons-y des faits. Balzac étoit sans doute un bel esprit, dans le sens où l'on prend ordinairement ce mot: qu'on lise les lettres de Descartes à Balzac, & celles de Balzac à Descartes, & qu'on décide ensuite, si on est de bonne foi, lequel des deux est l'homme d'esprit.

Descartes, dit-on, fit en Suède d'assez mauvais vers pour un divertissement donné à la reine Christine; mais c'étoit en 1649; & à l'exception de Corneille, qui même ne réussissoit pas toujours, quelqu'un faisoit-il alors de bons vers en Europe? Les premiers opéras de l'abbé Perrin ne valoient peut-être pas mieux que le divertissement de Descartes. Pascal ajoute-t-on, a très-mal raisonné sur la Poësie; cela est vrai, mais que s'ensuit-il de-là? C'est que Pascal ne se connoissoit pas en vers, faute peut-être d'en avoir assez lu, & d'avoir réfléchi sur ce genre. La Poësie est un art d'institution qui demande quelqu'exercice & quelqu'habitude pour en bien juger: or Pascal n'avoit lu que des livres de Géométrie & de piété, & peut-être de mauvais vers de dévotion qui l'avoient prévenu contre la Poësie en général; mais ses provinciales prouvent qu'il avoit d'ailleurs le tact très-fin & le goût très-juste. On n'y trouve pas un terme ignoble, un mot qui ait vieilli, une plaisanterie froide.

La Géométrie, dit-on encore, donne à l'esprit de la sécheresse; oui, quand on y est déjà préparé par la nature: en ce cas, on ne seroit guère plus sensible aux beautés des ouvrages d'imagination, quand même on n'auroit fait aucune étude de la Géométrie; mais celui à qui la nature aura donné avec le talent des Mathématiques un esprit flexible à d'autres objets, & qui aura soin d'entretenir dans son esprit cette heureuse flexibilité, en tout sens, en ne le tenant point toujours courbé vers les lignes & les calculs, & en l'exerçant à des matières de littérature, de goût, & de philosophie, celui-là conservera tout-à-la-fois la sensibilité pour les choses d'agrément, & la rigueur nécessaire aux démonstrations; il saura résoudre un problème, & lire un poëte, calculer les mouvemens des planètes, & avoir du plaisir à une pièce de théâtre.

L'étude & le talent de la Géométrie ne nuisent donc point par eux-mêmes aux talens & aux occupations littéraires. On peut même dire en un sens, qu'ils sont utiles par quelque genre d'écrire que ce puisse être; un ouvrage de morale, de littérature, de critique, en sera meilleur, *toutes choses d'ailleurs égales*, s'il est fait par un *géomètre*, comme M. de Fontenelle l'a très-bien observé; on y remarquera cette justesse & cette liaison d'idées à laquelle l'étude de la Géométrie nous accoutume, & qu'elle nous fait ensuite porter dans nos écrits sans nous en appercevoir & comme malgré nous.

L'étude de la Géométrie ne peut sans doute rendre l'esprit juste à celui qui ne l'a pas; mais aussi un esprit sans justesse n'est pas fait pour cette étude, il n'y réussira point; c'est pourquoi si on a eu raison de dire que *la Géométrie ne redresse que les esprits droits*, on auroit bien fait d'ajouter que *les esprits droits sont les seuls propres à la Géométrie.*

On ne peut donc avoir l'esprit *géomètre*, c'est-à-dire, le talent de la Géométrie, sans avoir en même tems l'esprit *géométrique*, c'est-à-dire, l'esprit de méthode & de justesse. Car l'esprit *géomètre* n'est proprement que l'esprit *géométrique*, appliqué à la seule Géométrie, & il est bien difficile quand on sait faire usage de cet esprit dans les matières géométriques, qu'on ne puisse de même le tourner avec un succès égal vers d'autres objets. Il est vrai que l'esprit géométrique pour se développer avec toute sa force & son activité, demande quelqu'exercice; & c'est pour cela qu'un homme concentré dans l'étude de la Géométrie, paroîtra n'avoir que l'esprit *géomètre*, parce qu'il n'aura pas appliqué à d'autres matières le talent que la nature lui a donné de raisonner juste. De plus si les *Géomètres* se trompent lorsqu'ils appliquent leur logique à d'autres sciences que la Géométrie, leur erreur est plutôt dans les principes qu'ils adoptent, que dans les conséquences qu'ils en tirent. Cette erreur dans les principes peut venir ou de ce que le *géomètre* n'a pas les connoissances

préliminaires suffisantes pour le conduire aux principes véritables, ou de ce que les principes de la science dont il traite ne sortent point de la sphère des probabilités. Alors il peut arriver qu'un esprit accoutumé aux démonstrations rigoureuses, n'ait pas à un degré suffisant le tact nécessaire pour distinguer ce qui est plus probable d'avec ce qui l'est moins. Cependant j'ose penser encore qu'un *géomètre* exercé à l'évidence mathématique, distinguera plus aisément dans les autres sciences ce qui est vraiment évident d'avec ce qui n'est que vraisemblable & conjectural; & que de plus ce même *géomètre* avec quelque exercice & quelque habitude, distinguera aussi plus aisément ce qui est plus probable d'avec ce qui l'est moins; car la Géométrie a aussi son calcul des probabilités.

A l'occasion de ce calcul, je crois devoir faire une réflexion qui contredira un peu l'opinion commune sur l'esprit du jeu. On imagine, pour l'ordinaire, qu'un *géomètre*, un savant exercé aux calculs, doit avoir l'esprit du jeu dans un degré supérieur; il me semble que ces deux esprits sont fort différens, si même ils ne sont pas contraires. L'esprit *géomètre* est sans doute un esprit de calcul & de combinaison, mais de combinaison scrupuleuse & lente, qui examine l'un après l'autre toutes les parties de l'objet, & qui les compare successivement entr'elles, prenant garde de n'en omettre aucune, & de les rapprocher par toutes leurs faces; en un mot ne faisant à-la-fois qu'un pas, & ayant soin de le bien assurer avant que de passer au suivant. L'esprit du jeu est un esprit de combinaison rapide, qui embrasse d'un coup-d'œil & comme d'une manière vague un grand nombre de cas, dont quelques-uns peuvent lui échapper, parce qu'il est moins assujetti à des règles, qu'il n'est une espèce d'instinct perfectionné par l'habitude. D'ailleurs le *géomètre* peut se donner tout le tems nécessaire pour résoudre ses problèmes; il fait un effort, se repose, & repart de-là avec de nouvelles forces. Le joueur est obligé de résoudre les problèmes sur-le-champ, & de faire dans un tems donné & très-court tout l'usage possible de son esprit. Il n'est donc pas surprenant qu'un grand *géomètre* soit un joueur très-médiocre; & rien n'est en effet plus commun.

La Géométrie a parmi nous des censeurs de tous les genres. Il en est qui lui contestent jusqu'à son utilité; nous les renvoyons à la *préface* si connue de l'histoire de l'académie des Sciences, où les mathématiques sont suffisamment vengées de ce reproche. Mais indépendamment des usages physiques & palpables de la Géométrie, nous envisagerons ici ses avantages sous une autre face, à laquelle on n'a peut-être pas fait encore assez d'attention: c'est l'utilité dont cette étude peut être pour préparer comme insensiblement les voies à l'esprit philosophique, & pour disposer toute une nation à recevoir la lumière que cet esprit peut y répandre. C'est peut-être le seul moyen de faire secouer peu-à-peu à certaines contrées de l'Europe, le joug de l'oppression & de l'ignorance profonde sous laquelle elles gémissent. Le petit nombre d'hommes éclairés qui habitent certains pays d'inquisition, se plaint amèrement quoiqu'en secret, du peu de progrès que les Sciences ont fait jusqu'ici dans ces tristes climats. Les précautions qu'on a prises pour empêcher la lumière d'y pénétrer, ont si bien réussi, que la Philosophie y est à-peu-près dans le même état où elle étoit parmi nous du tems de Louis le Jeune. Il est certain que les abus les plus intolérables d'un tribunal qui nous a toujours si justement révoltés, ne se sont produits & ne s'entretiennent que par l'ignorance & la superstition. Eclairez la nation, & les ministres de ces tribunaux renonceront d'eux-mêmes à des excès dont ils auront les premiers reconnu l'injustice & les inconvéniens. C'est ce que nous avons vu arriver dans les pays où le goût des Arts & des Sciences & les lumières de la Philosophie se sont conservés. On étudie & on raisonne en Italie; & l'inquisition y a beaucoup rabattu de la tyrannie qu'elle exerce dans ces régions, où l'on fait encore prêter serment de ne point enseigner d'autre philosophie que celle d'Aristote. Faites naître, s'il est possible, des géomètres parmi ces peuples; c'est une semence qui produira des philosophes avec le tems, & presque sans qu'on s'en apperçoive. L'orthodoxie la plus délicate & la plus scrupuleuse n'a rien à démêler avec la Géométrie. Ceux qui croiroient avoir intérêt de tenir les esprits dans les ténèbres, fussent-ils assez prévoyans pour pressentir la suite des progrès de cette science, manqueroient toujours de prétexte pour l'empêcher de se répandre. Bientôt l'étude de la Géométrie conduira à celle de la méchanique; celle-ci menera comme d'elle-même & sans obstacle, à l'étude de la saine Physique; & enfin la saine Physique à la vraie Philosophie, qui par la lumière générale & prompte qu'elle répandra, sera bientôt plus puissante que tous les efforts de la superstition; car ces efforts, quelque grands, qu'ils soient, deviennent inutiles dès qu'une fois la nation est éclairée.

Croira-t-on que nous parlons sérieusement, si nous employons les dernières lignes de cet article à justifier les *Géomètres* du reproche qu'on leur fait d'ordinaire, de n'être pas fort portés à la soumission en matière de foi? Nous aurions honte de répondre à cette imputation, si elle n'étoit malheureusement aussi commune qu'elle est injuste. Bayle qui doutoit & se moquoit de tout, n'a pas peu contribué à la répandre par les réflexions malignes qu'il a hasardées dans l'article *Pascal*, contre l'orthodoxie des Mathématiciens, & par ses lamentations sur le malheur que les *Géomètres* ont eu jusqu'ici de ne voir aucun de leurs noms

dans le calendrier; lamentations trop peu sérieuses pour être rapportées dans un ouvrage aussi grave que celui-ci. Sans répondre à cette mauvaise plaisanterie par quelqu'autre, il est facile de se convaincre par la lecture des éloges académiques de M. de Fontenelle, par les vies de Descartes, de Pascal, & de plusieurs mathématiciens célèbres, qu'on peut être *géometre*, sans être pour ses freres un sujet de scandale. La Géométrie à la vérité ne nous dispense pas à ajouter beaucoup de foi aux raisonnemens de la Médecine systématique, aux hypothèses des physiciens ignorans, aux superstitions & aux préjugés populaires; elle accoutume à ne pas se contenter aisément en matière de preuves; mais les vérités que la révélation nous découvre, sont si différentes de celles que la raison nous apprend, elles y ont si peu de rapport, que l'évidence des unes ne doit rien prendre sur le respect qu'on doit aux autres. Enfin la foi est une grace que Dieu donne à qui il lui plaît; & puisque l'évangile n'a point défendu l'étude de la Géométrie, il est à croire que les *Geometres* sont aussi susceptibles de cette grace que le reste du genre-humain. *(O)*

GEOMÉTRIE, s. f. est la science des propriétés de l'étendue, en tant qu'on la considère comme simplement étendue & figurée.

Ce mot est formé de deux mots grecs, γῆ ou γαῖα, terre, & μέτρον, mesure; & cette étymologie semble nous indiquer ce qui a donné naissance à la *Géométrie*: imparfaite & obscure dans son origine comme toutes les autres sciences, elle a commencé par une espèce de tâtonnement, par des mesures & des opérations grossières, & s'est élevée peu-à-peu à ce degré d'exactitude & de sublimité où nous la voyons.

Histoire abrégée de la Géométrie. Il y a apparence que la *Géométrie*, comme la plupart des autres sciences, est née en Egypte, qui paroit avoir été le berceau des connoissances humaines, on pour parler plus exactement, qui est de tous les pays que nous connoissons, celui où les Sciences paroissent avoir été le plus anciennement cultivées. Selon Hérodote & Strabon, les Egyptiens ne pouvant reconnoître les bornes de leurs héritages confondues par les inondations du Nil, inventèrent l'art de mesurer & de diviser les terres, afin de distinguer les leurs par la considération de la figure qu'elles avoient, & de la surface qu'elles pouvoient contenir. Telle fut, dit-on, la première aurore de la *Géométrie*. Joseph, historien zélé pour sa nation, en attribue l'invention aux Hébreux; d'autres à Mercure. Que ces faits soient vrais ou non, il paroît certain que quand les hommes ont commencé à posséder des terres, & à vivre sous des loix différentes, ils n'ont pas été long-tems sans faire sur le terrein quelques opérations pour la mesurer, tant en longueur qu'en surface, en entier ou par parties; & voilà la *Géométrie* dans son origine.

De l'Egypte elle passa en Grece, où on prétend que Thalès la porta. Il ne se contenta pas d'apprendre aux Grecs ce qu'il avoit reçu des Egyptiens; il ajouta à ce qu'il avoit appris, & enrichit cette science de plusieurs propositions. Après lui vint Pythagore, qui cultiva aussi la *Géométrie* avec succès, & à qui on attribue la fameuse proposition du quarré de l'hypoténuse. *Voyez* HYPOTHÉNUSE. On prétend qu'il fut si ravi de cette découverte, qu'il sacrifia de joie cent bœufs aux Muses. Il y a apparence, dit un auteur moderne, que c'étoient des bœufs de cire ou de pâte; ce Pythagore défendoit de tuer les animaux, en conséquence de son système de la métempsycose, qui (pour un philosophe payen) n'étoit pas l'opinion du monde la plus absurde. *Voyez* MÉTEMPSYCOSE. Mais il y a plus d'apparence encore que le fait n'est pas vrai; ce qui dispense de l'expliquer. Après Pythagore, les philosophes & les écoles qu'ils formèrent, continuèrent à cultiver l'étude de la *Géométrie*. Plutarque nous apprend qu'Anaxagore de Clazomène s'occupa du problème de la quadrature du cercle dans la prison où il avoit été renfermé, & qu'il composa même un ouvrage sur ce sujet. Cet Anaxagore avoit été accusé d'impiété, pour avoir dit que les astres étoient matériels; & il eût été condamné à mort, sans Périclès qui lui sauva la vie. On voit par cet exemple, s'il est permis de le dire en passant, que ce n'est pas d'aujourd'hui que les philosophes sont persécutés pour avoir eu raison; & que les prêtres grecs étoient aussi habiles que certains théologiens modernes, à ériger en articles de religion ce qui n'en étoit pas.

Platon qui donnoit à Anaxagore de grands éloges sur son habileté en *Géométrie*, en méritoit aussi beaucoup lui-même. On sait qu'il donna une solution très-simple du problème de la duplication du cube. *Voyez* DUPLICATION. On sait aussi que ce grand philosophe appelloit Dieu *l'éternel géomètre* (idée vraiment juste & digne de l'Etre suprême), & qu'il regardoit la *Géométrie* comme si nécessaire à l'étude de la Philosophie, qu'il avoit écrit sur la porte de son ecole ces paroles mémorables, *qu'aucun ignorant en Géométrie n'entre ici.* Entre Anaxagore & Platon, on doit placer Hipocrate de Chio, qui mérite qu'on en fasse mention par sa fameuse quadrature de la lunule. *Voyez* LUNULE. Feu M. Cramer, professeur de Philosophie à Genève, nous a donné dans les mémoires de l'académie des Siences de Prusse pour l'année 1748, une très-bonne dissertation sur ce géomètre: on y lit qu'Hipocrate dans un voyage qu'il fit à Athènes, ayant eu occasion d'écouter les philosophes, prit tant de goût pour la *Géométrie*, qu'il y fit des progrès admirables; on ajoute que cette étude développa son talent, & qu'il avoit pour tout le reste l'esprit lent & bouché; ce qu'on raconte aussi de Clavius, bon géomètre du seizième siècle. Il n'y a rien d'étonnant à tout cela; mais le comble de l'ineptie est d'en faire une règle. *Voyez* GÉOMÈTRE.

Euclide

Euclide, qui vivoit environ cinquante ans après Platon, & qu'il ne faut pas confondre avec Euclide de Mégare, contemporain de ce philosophe, recueillit ce que ses prédécesseurs avoient trouvé sur les élémens de *Géométrie*; il en composa l'ouvrage que nous avons de lui, & que bien des modernes regardent comme le meilleur en ce genre. Dans ces élémens, il ne considère que les propriétés de la ligne droite & du cercle, & celles des surfaces & des solides rectilignes & circulaires : ce n'est pas néanmoins que, du tems d'Euclide, il n'y eût d'autre courbe connue que le cercle : les géomètres s'étoient déjà apperçus qu'en coupant un cone de différentes manières, on formoit des courbes différentes du cercle, qu'ils nommèrent *sections coniques*. *Voyez* CONIQUE & SECTION. Les différentes propriétés de ces courbes, que plusieurs mathématiciens découvrirent successivement, furent recueillies en huit livres par Apollonius du Perge, qui vivoit environ 250 ans avant J. C. *Voyez* APOLLONIEN. Ce fut lui, à ce qu'on prétend, qui donna aux trois sections coniques les noms qu'elles portent, de *parabole*, *d'ellypse* & *d'hyperbole*, & dont on peut voir les raisons à leurs articles. A-peu-près en même tems qu'Appollonius, fleurissoit Archimède, dont nous avons de si beaux ouvrages sur la sphère & le cylindre, sur les conoïdes & les sphéroïdes, sur la quadrature du cercle qu'il trouva par une approximation très-simple & très-ingénieuse (*V.* QUADRATURE), & sur celle de la parabole qu'il détermina exactement. Nous avons aussi de lui un traité de la spirale, qui peut passer pour un chef-d'œuvre de sagacité & de pénétration. Les démonstrations qu'il donne dans cet ouvrage, quoique très-exactes, sont si difficiles à embrasser, qu'un savant mathématicien moderne, Bouillaud, avoue ne les avoir jamais bien entendues, & qu'un mathématicien de la plus grande force, notre illustre Viete, les a injustement soupçonnées de paralogisme, faute de les avoir bien comprises. *Voyez la préface de l'analyse des infiniment petits* de M. de l'Hôpital. Dans cette préface, qui est l'ouvrage de M. de Fontenelle, on a rapporté les deux passages de Bouillaud & de Viete, qui vérifient ce que nous avons ici. On doit encore à Archimède d'autres écrits non moins admirables, qui ont rapport à la Méchanique plus qu'à la *Géométrie*, *de æquiponderantibus*, *de insidentibus humido*; & quelques autres dont ce n'est pas ici le lieu de faire mention.

Nous ne parlons dans cette histoire que des géomètres dont il nous reste des écrits que le tems a épargné; car s'il falloit nommer tous ceux qui, dans l'antiquité, se sont distingués en *Géométrie*, la liste en seroit trop longue; il faudroit faire mention d'Eudoxe de Cnide, d'Archytas de Tarente, de Philolaüs, d'Eratosthène, d'Aristarque de Samos, de Dinostrate, si connu par sa quadratrice (*voyez* QUADRATRICE), de Menechme son frere, disciple de Platon, des deux Aristées, l'ancien & le jeune, de Conon, de Thrasidée, de Nicotele, de Léon, de Theudius, d'Hermotime, de Nicomède, inventeur de la conchoïde (*voyez* CONCHOÏDE), & un peu plus jeune qu'Archimède & qu'Apollonius, & de plusieurs autres.

Les Grecs continuèrent à cultiver la Philosophie, la *Géométrie*, & les Lettres, même après qu'ils eurent été subjugués par les Romains. La *Géométrie* & les Sciences en général, ne furent pas fort en honneur chez ce dernier peuple, qui ne pensoit qu'à subjuguer & à gouverner le monde, & qui ne commença gueres à cultiver l'éloquence même que vers la fin de la république. On a vu dans l'*article* ERUDITION, avec quelle légèreté Ciceron parle d'Archimède, qui pourtant ne lui étoit point inférieur; peut-être même est-ce faire quelque tort à un génie aussi sublime qu'Archimède, de ne le placer qu'à côté d'un bel esprit, qui, dans les matières philosophiques qu'il a traitées, n'a guères fait qu'exposer en longs & beaux discours, les chimères qu'avoient pensées les autres. On étoit si ignorant à Rome sur les Mathématiques, qu'on donnoit en général le nom de *mathématiciens*, comme on le voit dans Tacite, à tous ceux qui se mêloient de deviner, quoiqu'il y ait encore plus de distance des chimères de la Divination & de l'Astrologie judiciaire aux Mathématiques, que de la pierre philosophale à la Chimie. Ce même Tacite, un des plus grands esprits qui aient jamais écrit, nous donne par ses propres ouvrages une preuve de l'ignorance des Romains, dans les questions de *Géométrie* & d'Astronomie les plus élémentaires & les plus simples. Il dit dans la vie d'Agricola, en faisant la description de l'Angleterre, que vers l'extrêmité septentrionale de cette isle, les grands jours d'été n'ont presque point de nuit; & voici la raison qu'il en apporte : *scilicet extrema & plana terrarum humili umbrâ non erigunt tenebras, infràque cœlum & sydera nox cadit.* Nous n'entreprendrons point avec les commentateurs de Tacite, de donner un sens à ce qui n'en a point; nous nous contenterons d'avoir montré par cet exemple, que la manie d'étaler un faux savoir, & de parler de ce qu'on n'entend pas, est fort ancienne. Un traducteur de Tacite dit que cet historien regarde la terre dans ce passage, comme une *sphère dont la base est environnée d'eau*, &c. Nous ne savons ce que c'est que la base d'une sphère.

Si les Romains cultivèrent peu la *Géométrie* dans les tems les plus fleurissans de la république, il n'est pas surprenant qu'ils l'aient encore moins cultivée dans la décadence de l'empire. Il n'en fut pas de même des Grecs; ils eurent depuis l'ère chrétienne même, & assez longtems après la translation de l'empire, des géomètres habiles. Ptolomée, grand astronome & par conséquent grand géomètre, car on ne peut être l'un sans l'autre, vivoit sous Marc-Aurèle; & on peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms de plusieurs autres. Nous avons encore les ouvrages des Pappus d'Alexan-

drie, qui vivoit du tems de Théodose; Eutocius Ascalonite, qui vivoit après lui vers l'an 540 de l'ère chrétienne, nous a donné un commentaire sur la mesure du cercle par Archimède. Proclus qui vivoit sous l'empire d'Anastase aux cinquième & sixième siècles, démontra les théorèmes d'Euclide, & son commentaire sur cet auteur est parvenu jusqu'à nous. Ce Proclus est encore plus fameux par les miroirs (vrais ou supposés) dont il se servit, dit-on, pour brûler la flotte de Vitalien qui assiégeoit Constantinople. *Voyez* ARDENT & MIROIR. Entre Eutocius & Pappus, il y a apparence qu'on doit placer Dioclès, connu par sa cissoïde (*voyez* CISSOIDE), mais dont on ne connoît guères que le nom, car on ne sait pas précisément le tems où il a vécu.

L'ignorance profonde qui couvrit la surface de la terre & sur-tout l'occident, depuis la destruction de l'empire par les Barbares, nuisit à la *Géométrie* comme à toutes les autres connoissances: on ne trouve plus guères ni chez les Latins, ni même chez les Grecs, d'hommes versés dans cette partie; il y en eut seulement quelques-uns qu'on appelloit savans, parce qu'ils étoient moins ignorans que les autres, & quelques-uns de ceux-là, comme Gerbert, passerent pour magiciens; mais, s'ils eurent quelques connoissances des découvertes de leurs prédécesseurs, ils n'y ajoutèrent rien, du moins quant à la *Géométrie*; nous ne connoissons aucun théorême important dont cette science leur soit redevable: c'étoit principalement par rapport à l'Astronomie qu'on étudioit alors le peu de *Géométrie* qu'on vouloit savoir, & c'étoit principalement par rapport au calendrier & au comput ecclésiastique qu'on étudioit l'Astronomie; ainsi, l'étude de la *Géométrie* n'étoit pas poussée fort loin. On peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms des principaux mathématiciens des siècles d'ignorance. Il en est un que nous ne devons pas oublier; c'est Vitellion, savant polonois du treizième siècle, dont nous avons un traité d'Optique très-estimable pour ce tems-là, & qui suppose des connoissances géométriques. Ce Vitellion nous rappelle l'arabe Alhasen, qui vivoit environ un siècle avant lui, & qui cultivoit aussi les Mathématiques avec succès. Les siècles d'ignorance chez les Chrétiens ont été les siècles de lumière & de savoir chez les Arabes; cette nation a produit depuis le neuvième jusqu'au quatorzième siècle, des astronomes, des géomètres, des géographes, des chimistes, &c. Il y a apparence qu'on doit aux Arabes les premiers élémens de l'Algèbre: mais leurs ouvrages de *Géométrie* dont il est ici principalement question, ne sont point parvenus jusqu'à nous pour la plupart, ou sont encore manuscrits. C'est sur une traduction arabe d'Apollonius qu'a été faite en 1661, l'édition du cinquième, du sixième & septième livre de cet auteur. *Voyez* APOLLONIEN. Cette traduction étoit d'un géomètre arabe nommé *Abalphat*, qui vivoit à la fin du dixième siècle. Il n'y avoit peut-être pas alors parmi les Chrétiens un seul géomètre qui fût en état d'entendre Apollonius; il auroit fallu d'ailleurs, pour le traduire, savoir en même tems le grec & la *Géométrie*, ce qui n'est pas fort commun, même dans notre siècle.

A la renaissance des lettres, on se borna presque uniquement à traduire & à commenter les ouvrages de *Géométrie* des anciens; & cette science fit d'ailleurs peu de progrès jusqu'à Descartes: ce grand Homme publia, en 1637, sa *Géométrie*, & la commença par la solution d'un problême où Pappus dit que les anciens mathématiciens étoient restés. Mais ce qui est plus précieux encore que la solution de ce problême, c'est l'instrument dont il se servit pour y parvenir, & qui ouvrit la route à la solution d'une infinité d'autres questions plus difficiles. Nous voulons parler de l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*; application dont nous ferons sentir le mérite & l'usage dans la suite de cet article: c'étoit là le plus grand pas que la *Géométrie* eût fait depuis Archimède; & c'est l'origine des progrès surprenans que cette science a faits dans la suite.

On doit à Descartes non-seulement l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, mais les premiers essais de l'application de la *Géométrie* à la Physique, qui a été poussée si loin dans ces derniers tems. Ces essais qui se voient principalement dans sa *dioptrique*, & dans quelques endroits de ses *météores*, faisoient dire à ce philosophe que toute sa *physique* n'étoit autre chose que *Géométrie*: elle n'en auroit valu que mieux si elle eût eu en effet cet avantage; mais malheureusement la physique de Descartes consistoit plus en hypothèses qu'en calculs; & l'Analyse a renversé depuis la plupart de ses hypothèses. Ainsi, la *Géométrie* qui doit tant à Descartes, est ce qui a nui le plus à sa physique. Mais ce grand homme n'en a pas moins la gloire d'avoir appliqué le premier avec quelque succès la *Géométrie* à la science de la nature; comme il a le mérite d'avoir pensé le premier qu'il y avoit des loix du mouvement, quoiqu'il se soit trompé sur ces loix. *Voyez* COMMUNICATION DU MOUVEMENT.

Tandis que Descartes ouvroit dans la *Géométrie* une carrière nouvelle, d'autres mathématiciens s'y frayoient aussi des routes à d'autres égards, & préparoient, quoique foiblement, cette *Géométrie* de l'infini, qui, à l'aide de l'Analyse, devoit faire dans la suite de si grands progrès. En 1635, deux ans avant la publication de la *Géométrie* de Descartes, Bonaventure Cavalieri, religieux italien de l'ordre des Jésuates, qui ne subsiste plus, avoit donné sa *géométrie des indivisibles*: dans cet ouvrage, il considère les plans comme formés par des suites infinies de lignes, qu'il appelle *quantités indivisibles*, & les solides par des suites infinies de plans; & par ce moyen, il parvient à trouver la surface de certaines figures & la solidité de certains corps. Comme l'infini employé à la manière de Cavalieri

étoit alors nouveau en *Géometrie*, & que ce religieux craignoit des contradicteurs, il tâcha d'adoucir ce terme par celui d'*indéfini*, qui au fond ne signifioit en cette occasion que la même chose. Malgré cette espèce de palliatif, il trouva beaucoup d'adversaires, mais il eut aussi des partisans; ceux-ci en adoptant l'idée de Cavalieri, la rendirent plus exacte, & substituèrent aux lignes qui composoient les plans de Cavalieri, des parallélogrammes infiniment petits; aux plans indivisibles de Cavalieri, des solides d'une épaisseur infiniment petite: ils considérèrent les courbes comme des polygones d'une infinité de côtés, & parvinrent par ce moyen à trouver la surface de certains espaces curvilignes, la rectification de certaines courbes, la mesure de certains solides, les centres de gravité des uns & des autres: Grégoire de Saint-Vincent, & sur-tout Pascal, se distinguèrent l'un & l'autre en ce genre; le premier, dans son traité intitulé *quadratura circuli & hyperbolæ*, 1647, où il mêla à quelques paralogismes de très-beaux théorèmes; & le second, par son traité *de la roulette ou cycloïde* (*voyez* CYCLOÏDE,) qui paroît avoir demandé les plus grands efforts d'esprit; car on n'avoit point encore trouvé le moyen de rendre la *Géométrie* de l'infini beaucoup plus facile en y appliquant le calcul.

Cependant le moment de cette heureuse découverte approchoit; Fermat imagina le premier la méthode des tangentes par les différences: Barrow la perfectionna en imaginant son petit triangle différentiel, & en se servant du calcul analytique, pour découvrir le rapport des petits côtés de ce triangle, & par ce moyen la sous-tangente des courbes. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

D'un autre côté, on fit réflexion que les plans ou solides infiniment petits, dont les surfaces ou les solides pouvoient être supposés formés, croissoient ou décroissoient dans chaque surface ou solide, suivant différentes loix; & qu'ainsi la recherche de la mesure de ces surfaces ou de ces solides se réduisoit à connoître la somme d'une série ou suite infinie de quantités croissantes ou décroissantes. On s'appliqua donc à la recherche de la somme des suites; c'est ce qu'on appella l'*arithmétique des infinis*; on parvint à en sommer plusieurs, & on appliqua aux figures géométriques les résultats de cette méthode. Wallis, Mercator, Brounker, Jacques Grégori, Huyghens, & quelques autres se signalèrent en ce genre; ils firent plus; ils réduisirent certains espaces & certains arcs de courbes en séries convergentes, c'est-à-dire, dont les termes alloient toujours en diminuant; & par-là ils donnèrent le moyen de trouver la valeur de ces espaces & de ces arcs, sinon exactement, au moins par approximation: car on approchoit d'autant plus de la vraie valeur, qu'on prenoit un plus grand nombre de termes de la suite ou série infinie qui l'exprimoit. *Voyez* SUITE, SÉRIE, APPROXIMATION, *&c.*

Tous les matériaux du calcul différentiel étoient prêts, il ne restoit plus que le dernier pas à faire. M. Leibnitz publia le premier en 1684 les règles de ce calcul, que M. Neuton avoit déjà trouvées de son côté: nous avons discuté au *mot* DIFFÉRENTIEL, la question si Leibnitz peut être regardé comme inventeur. Les illustres freres Bernoulli trouvèrent les démonstrations des règles données par Leibnitz; & Jean Bernoulli y ajouta, quelques années après, la méthode de différentier les quantités exponentielles. *Voyez* EXPONENTIEL.

M. Neuton n'a pas moins contribué au progrès de la *Géométrie* pure, par deux autres ouvrages; l'un est son traité *de quadraturâ curvarum*, où il enseigne la manière de quarrer les courbes par le calcul intégral, qui est l'inverse du différentiel, ou de réduire la quadrature des courbes, lorsque cela est possible, à celle d'autres courbes plus simples, principalement du cercle & de l'hyperbole: le second ouvrage est son *enumeratio linearum tertii ordinis*, où appliquant heureusement le calcul aux courbes dont l'équation est du troisième degré, il divise ces courbes en genres & espèces, & en fait l'énumération. *Voyez* COURBE.

Mais ces écrits, quelque admirables qu'ils soient, ne sont rien, pour ainsi dire, en comparaison de l'immortel ouvrage du même auteur, intitulé, *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, qu'on peut regarder comme l'application la plus étendue, la plus admirable & la plus heureuse qui ait jamais été faite de la *Géométrie*, à la Physique: ce livre est aujourd'hui trop connu pour que nous entrions dans un plus grand détail; il a été l'époque d'une révolution dans la Physique: il a fait de cette science une science nouvelle, toute fondée sur l'observation, l'expérience & le calcul. *Voyez* NEUTONIANISME, GRAVITATION, ATTRACTION, *&c.* Nous ne parlons point de l'*optique* du même auteur, ouvrage non moins digne d'éloges, mais qui n'appartient point à cet article, ni de quelques autres écrits géométriques moins considérables, mais tous de la première force, tous brillans de sagacité & d'invention; comme son *analysis per æquationes numero terminorum infinitas*; son *analysis per æquationum series, fluxiones & differentias*; sa *méthode des fluxions*; sa *méthode différentielle*, &c. Quand on considère ces monumens immortels du génie de leur auteur, & quand on songe que ce grand homme avoit fait à vingt-quatre ans ses principales découvertes, on est presque tenté de souscrire à ce que dit Pope, que la sagacité de Neuton étonna les intelligences célestes, & qu'ils le regardèrent comme un être moyen entre l'homme & elles: on est du moins bien fondé à s'écrier, *homo homini quid præstat!* qu'il y a de distance entre un homme & un autre!

L'édifice élevé par Neuton à cette hauteur immense, n'étoit pourtant pas encore achevé; le calcul intégral a été depuis extrêmement augmenté par MM. Bernoulli, Cotes, Maclaurin, &c. & par les mathématiciens qui sont venus après eux. *Voyez*

INTÉGRAL. On a fait des applications encore plus subtiles, &, si on l'ose dire, plus difficiles, plus heureuses & plus exactes de la *Géométrie* à la Physique. On a beaucoup ajouté à ce que Newton avoit commencé sur le systême du monde : c'est sur-tout quant à cette partie qu'on a corrigé & perfectionné son grand ouvrage des *Principes mathématiques*. La plupart des mathématiciens qui ont contribué à enrichir ainsi la *Géométrie* par leurs découvertes, & à l'appliquer à la Physique & à l'Astronomie, étant aujourd'hui vivans, & nous-mêmes ayant peut-être eu quelque part à ces travaux, nous laisserons à la postérité le soin de rendre à chacun la justice qu'il mérite : & nous terminerons ici cette petite histoire de la *Géométrie ;* ceux qui voudront s'en instruire plus à fond, pourront consulter les divers auteurs qui ont écrit sur ce sujet. Parmi ces auteurs il en est qui ne sont pas toujours exacts, entr'autres Wallis, que sa partialité en faveur des Anglois doit faire lire avec précaution, *voyez* ALGÈBRE. Mais nous croyons qu'on trouvera tout ce qu'on peut desirer sur ce sujet dans l'*histoire des Mathématiques* que prépare M. de Montucla, de l'académie royale des Sciences & des Belles-Lettres de Prusse, déjà connu par son *histoire de la quadrature du cercle*, publiée en en 1754, & que nous avons citée au *mot* DUPLICATION.

L'histoire abrégée que nous venons de donner, est plus que suffisante dans un ouvrage tel que le nôtre, où nous devons principalement nous attacher à faire connoître les inventeurs, non les inventeurs en détail à qui la *Géométrie* doit quelques propositions particulières & isolées, mais les esprits vraiment créateurs, les inventeurs en grand qui ont ouvert des routes, perfectionné l'instrument des découvertes, & imaginé des méthodes. Au reste, en finissant cette histoire, nous ne pouvons nous dispenser de remarquer à l'honneur de notre nation, que si la *Géométrie* nouvelle est principalement dûe aux Anglois & aux Allemands, c'est aux François qu'on est redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver. On doit à Descartes l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, sur laquelle le calcul différentiel est fondé ; & à Fermat, la première application du calcul aux quantités différentielles, pour trouver les tangentes : la *Géométrie* nouvelle n'est que cette dernière méthode généralisée. Si on ajoute à cela ce que les François actuellement vivans, ont fait en *Géométrie*, on conviendra peut-être que cette science ne doit pas moins à notre nation qu'aux autres.

Objet de la Géométrie. Nous prierons d'abord le lecteur de se rappeller ce que nous avons dit sur ce sujet dans le *Discours préliminaire*. Nous commençons par considérer les corps avec toutes leurs propriétés sensibles ; nous faisons ensuite peu-à-peu & par l'esprit, la séparation l'abstraction de ces différentes propriétés ; & nous en venons à considérer les corps comme des portions d'étendue pénétrables, divisibles, & figurées. Ainsi, le corps géométrique n'est proprement qu'une portion d'étendue terminée en tous sens. Nous considérons d'abord & comme d'une vue générale, cette portion d'étendue quant à ses trois dimensions ; mais ensuite, pour en déterminer plus facilement les propriétés, nous y considérons d'abord une seule dimension, c'est-à-dire, la longueur, puis deux dimensions, c'est-à-dire, la surface, enfin les trois dimensions ensemble, c'est-à-dire, la solidité : Ainsi, les propriétés des lignes, celles des surfaces & celles des solides, sont l'objet & la division naturelle de la *Géométrie*.

C'est par une simple abstraction de l'esprit, qu'on considère les lignes comme sans largeur, & les surfaces comme sans profondeur : la *Géométrie* envisage donc les corps dans un état d'abstraction où ils ne sont pas réellement ; les vérités qu'elle découvre & qu'elle démontre sur les corps, sont donc des vérités de pure abstraction, des vérités hypothétiques ; mais ces vérités n'en sont pas moins utiles. Dans la nature, par exemple, il n'y a point de cercle parfait ; mais, plus un cercle approchera de l'être, plus il approchera d'avoir exactement & rigoureusement les propriétés du cercle parfait que la *Géométrie* démontre ; & il peut en approcher assez exactement pour avoir toutes ces propriétés, sinon en rigueur, au moins à un degré suffisant pour notre usage.

On connoît en *Géométrie* plusieurs courbes qui s'approchent continuellement d'une ligne droite sans jamais la rencontrer, mais qui étant tracées sur le papier, se confondent sensiblement avec cette ligne droite au bout d'un assez petit espace, *voyez* ASYMPTOTE ; il en est de même des vérités géométriques. Elles sont en quelque manière la limite, &, si l'on peut parler ainsi, l'*asymptote* des vérités physiques, le terme dont celles-ci peuvent approcher aussi près qu'on veut, sans jamais y arriver exactement. Mais, si les théorèmes mathématiques n'ont pas exactement lieu dans la nature, ces théorèmes servent du moins à trouver avec une précision suffisante pour la pratique, la distance inaccessible d'un lieu à un autre, la mesure d'une surface donnée, le toisé d'un solide ; à calculer le mouvement & la distance des astres ; à prédire les phénomènes célestes. Pour démontrer des vérités en toute rigueur, lorsqu'il est question de la figure des corps, on est obligé de considérer ces corps dans un état de perfection abstraite qu'ils n'ont pas réellement : en effet, si on ne s'assujettit pas, par exemple, à regarder le cercle comme parfait, il faudra autant de théorèmes différens sur le cercle, qu'on imaginera de figures différentes plus ou moins approchantes du cercle parfait ; & ces figures elles-mêmes pourront être encore absolument hypothétiques & n'avoir point de modèle existant dans la nature. Les lignes qu'on considère en *Géométrie*, ne sont

ni parfaitement droites, ni parfaitement courbes; les surfaces ne sont ni parfaitement planes, ni parfaitement curvilignes: mais plus elles approcheront de l'être, plus elles approcheront d'avoir les propriétés qu'on démontre des lignes exactement droites ou courbes, des surfaces exactement planes ou curvilignes. Ces réflexions suffiront, ce me semble, pour répondre à deux espèces de censeurs de la *Géométrie*: les uns, ce sont les Sceptiques, accusent les théorèmes mathématiques de fausseté, comme supposant ce qui n'existe pas réellement, des lignes sans largeur, des surfaces sans profondeur: les autres, ce sont les physiciens ignorans en Mathématiques, regardent les vérités de *Géométrie* comme fondées sur des hypothèses inutiles, & comme des jeux d'esprit qui n'ont point d'application.

Division de la Géométrie. On peut diviser la *Géométrie* de différentes manières.

1.° En élémentaire & en transcendante. La *Géométrie* élémentaire ne considère que les propriétés des lignes droites, des lignes circulaires, des figures & des solides les plus simples, c'est-à-dire, des figures rectilignes ou circulaires, & des solides terminés par ces figures. Le cercle est la seule figure curviligne dont on parle dans les élémens de *Géométrie*; la simplicité de sa description, la facilité avec laquelle les propriétés du cercle s'en déduisent, & la nécessité de se servir du cercle pour différentes opérations très-simples, comme pour élever une perpendiculaire, pour mesurer un angle, *&c.* toutes ces raisons ont déterminé à faire entrer le cercle & le cercle seul dans les élémens de *Géométrie*. Cependant quelques courbes, comme la parabole, ont une équation plus simple que celle du cercle; d'autres, comme l'hyperbole équilatère, ont une équation aussi simple, *v.* EQUATION & COURBE: mais leur description est beaucoup moins facile que celle du cercle, & leurs propriétés moins aisées à déduire. On peut rapporter aussi à la *Géométrie* élémentaire la solution des problèmes du second degré par la ligne droite & par le cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, COURBE & EQUATION.

La *Géométrie* transcendante est proprement celle qui a pour objet toutes les courbes différentes du cercle, comme les sections coniques & les courbes d'un genre plus élevé. *Voyez* COURBE.

Cette *Géométrie* s'occupe aussi de la solution des problèmes du troisième & quatrième degré & des degrés supérieurs. Les premiers se résolvent, comme l'on sait, par le moyen de deux sections coniques, ou plus simplement & en général, par le moyen d'un cercle & d'une parabole; les autres se résolvent par des lignes du troisième ordre & au-delà. *Voyez* COURBE, *& les art. déjà cités.* La partie de la *Géométrie* transcendante qui applique le calcul différentiel & intégral à la recherche des propriétés des courbes, est celle qu'on appelle plus proprement *Géométrie transcendante*, & qu'on pourroit nommer avec quelques auteurs modernes, *Géométrie sublime*, pour la distinguer non-seulement de la *Géométrie* élémentaire, mais de la *Géométrie* des courbes qui n'emploie pas les calculs différentiel & intégral, & qui se borne ou à la synthèse des anciens, ou à la simple application de l'analyse ordinaire. Par-là on auroit trois divisions de la *Géométrie*; *Géométrie élémentaire* ou des lignes droites & du cercle; *Géométrie transcendante* ou des courbes; & *Géométrie sublime* ou des nouveaux calculs.

2.° On divise aussi la *Géométrie* en ancienne & en moderne. On entend par *Géométrie ancienne*, ou celle qui n'emploie point le calcul analytique, ou celle qui emploie le calcul analytique ordinaire, sans se servir des calculs différentiel & intégral; & par *Géométrie moderne*, on entend ou celle qui emploie l'analyse de Descartes dans la recherche des propriétés des courbes, ou celle qui se sert des nouveaux calculs. Ainsi, la *Géométrie*, en tant qu'elle se borne à l'analyse seule de Descartes, est ancienne ou moderne, suivant les rapports sous lesquels on la considère; moderne par rapport à celle d'Apollonius & d'Archimède, qui n'emploient point le calcul; ancienne, par rapport à la *Géométrie* que nous avons nommée *sublime*, que Leibnitz & Newton nous ont apprise, & que leurs successeurs ont perfectionnée.

Des élémens de Géométrie. On a donné au *mot* ELÉMENS DES SCIENCES, des principes qui s'appliquent naturellement aux élémens de *Géométrie*: on y a même traité des questions qui ont un rapport particulier à ces élémens; par exemple, si on doit suivre dans les élémens d'une science l'ordre des inventeurs; si on y doit préférer la facilité à la rigueur exacte, *&c.* c'est pourquoi nous renvoyons à *l'article* ELÉMENS. Ajoutons ici quelque réflexions qui pourront n'être pas inutiles, sur la manière de traiter les *élémens de Géométrie*.

Nous observerons d'abord, & ceci est une remarque peu importante, mais utile, que la division ordinaire de la *Géométrie* élémentaire en longimétrie, planimétrie & stéréométrie, n'est point exacte, à parler à la rigueur, puisqu'on y mesure non-seulement des lignes droites, des plans, & des solides, mais aussi des lignes circulaires & des surfaces sphériques: mais nous ne pouvons qu'approuver la division naturelle de la *géométrie* élémentaire en *géométrie* des lignes droites & des lignes circulaires, *géométrie* des surfaces, *géométrie* des solides.

On peut voir au *mot* COURBE, ce que nous pensons sur la meilleure définition possible de la ligne droite & de la ligne courbe. Quoique la ligne droite soit plus simple que la circulaire, cependant il est à-propos de traiter de l'une & de l'autre, ensemble & non séparément, dans des élémens de *géométrie*; parce que les propriétés

de la ligne circulaire sont d'une utilité infinie pour démontrer d'une manière simple & facile ce qui regarde les lignes droites comparées entr'elles quant à leur position. La mesure d'un angle est un arc de cercle décrit du sommet de l'angle comme rayon. On a vu au *mot* Degré, pourquoi le cercle est la mesure naturelle des angles. Cela vient de l'uniformité des parties & de la courbure du cercle; & quand on dit que la mesure d'un angle est un arc de cercle décrit du sommet, cela signifie seulement que si deux angles sont égaux, les arcs décrits de leur sommet & du même rayon seront égaux: de même, quand on dit qu'un angle est double d'un autre, cela signifie seulement que l'arc décrit du sommet de l'un est double de l'arc décrit du sommet de l'autre: car l'angle n'étant, suivant sa définition, qu'une ouverture simple, & non pas une étendue, on ne peut pas dire proprement & abstraction faite de toute considération d'étendue, qu'un angle soit double d'un autre; parce que cela ne se peut dire que d'une quantité comparée à une autre quantité homogène, & que l'ouverture de deux lignes n'ayant point de parties, n'est pas proprement une quantité. Quand on dit de même qu'un angle à la circonférence du cercle a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés, cela signifie que cet angle est égal à un angle dont le sommet seroit au centre, & qui renfermeroit la moitié de cet arc; & ainsi du reste.

Ces petites observations ne seront pas inutiles pour donner aux commençans des notions distinctes sur la mesure des angles, & pour leur faire sentir, ainsi que nous l'avons dit au *mot* Elémens, quel est le véritable sens qu'on doit donner à certaines façons de parler abrégées dont on se sert dans chaque science, & que les inventeurs ont imaginées pour éviter les circonlocutions.

La proposition très-simple sur la mesure des angles par un arc décrit de leur sommet, étant jointe au principe de la superposition, peut servir, si je ne me trompe, à démontrer toutes les propositions qui ont rapport à la *Géometrie* élémentaire des lignes. Le principe de la superposition n'est point, comme le disent quelques géomètres modernes, un principe méchanique & grossier; c'est un principe rigoureux, clair, simple & tiré de la vraie nature de la chose. Quand on veut démontrer, par exemple, que deux triangles, qui ont des bases égales & les angles à la base égaux, sont égaux en tout, on emploie le principe de superposition avec succès: de l'égalité supposée des bases & des angles, on conclut avec raison que ces bases & ces angles appliqués les uns sur les autres, coincideront; ensuite de la coincidence de ces parties, on conclut évidemment & par une conséquence nécessaire, la coincidence du reste, & par conséquent l'égalité & la similitude parfaite des deux triangles: ainsi, le principe de la superposition ne consiste pas à appliquer grossièrement une figure sur une autre, pour en conclure l'égalité des deux, comme un ouvrier applique son pié sur une longueur pour la mesurer: mais ce principe consiste à imaginer une figure transportée sur une autre, & à conclure, 1.° de l'égalité supposée des parties données, la coincidence de ces parties; 2.° de cette coincidence, la coincidence du reste, & par conséquent l'égalité totale & la similitude parfaite des deux figures. On peut, par la même raison, employer le principe de la superposition à prouver que deux figures ne sont pas les mêmes. Au reste, par superposition j'entends ici non-seulement l'application d'une figure sur une autre, mais celle d'une partie, d'une figure sur une autre partie de la même figure, à dessein de les comparer entr'elles; & cette dernière manière d'employer le principe de la superposition est d'un usage infini & très-simple dans les élémens de *géométrie*. *Voyez* Congruence.

Après avoir traité de la *géométrie* des lignes considérées par rapport à leur position, je crois qu'on doit traiter de la *géométrie* des lignes considérées, quant au rapport qu'elles peuvent avoir entr'elles. Elle est toute fondée sur ce théorème, qu'une ligne parallele à la base d'un triangle en coupe les côtés proportionnellement. Pour cela, il suffit de montrer que, si cette parallele passe par le point de milieu d'un des côtés, elle passera par le point de milieu de l'autre; car on fera voir ensuite aisément que les parties coupées sont toujours proportionnelles, quand la partie coupée sera commensurable à la ligne entière; & quand elle ne le sera pas, on démontrera la même proposition par la réduction à l'absurde, en faisant voir que le rapport ne peut être ni plus grand, ni plus petit, & qu'ainsi il est égal. Nous disons *par la réduction à l'absurde*, car on ne peut démontrer que de cette manière, & non d'une manière directe, la plupart des propositions qui regardent les incommensurables. L'idée de l'infini entre au moins implicitement dans la notion de ces sortes de quantités; & comme nous n'avons qu'une idée négative de l'infini, c'est-à-dire, que nous ne le concevons que par la négation du fini, on ne peut démontrer directement & *à priori* tout ce qui concerne l'infini mathématique. *Voyez* Démonstration, Infini & Incommensurable. Nous ne faisons qu'indiquer ce genre de démonstration, mais il y en a tant d'exemples dans les ouvrages de *géometrie*, que les mathématiciens tant-soit-peu exercés nous comprendront aisément. Pour éviter la difficulté des incommensurables, on démontre ordinairement la proposition dont il s'agit, en supposant que deux triangles de même hauteur sont entr'eux comme leurs bases. Mais cette dernière proposition elle-même, pour être démontrée en rigueur, suppose qu'on ait parlé des incommensurables. D'ailleurs elle suppose la mesure des triangles, & par conséquent la *géométrie* des sur-

faces, qui est d'un ordre supérieur à la *géométrie* des lignes. C'est donc s'écarter de la généalogie naturelle des idées, que de s'y prendre ainsi. On dira peut être que la considération des incommensurables rendra la *géométrie* élémentaire plus difficile, cela se peut; mais ils entrent nécessairement dans cette *géometrie*; il faut y venir tôt ou tard, & le plutôt est le mieux, d'autant plus que la théorie des proportions des lignes amène naturellement cette considération. Toute la théorie des incommensurables ne demande qu'une seule proposition, qui concerne les limites des quantités; savoir, que les grandeurs, qui sont la limite d'une même grandeur, ou les grandeurs qui ont une même limite, sont égales entr'elles (*voyez* LIMITE, EXHAUSTION & DIFFÉRENTIEL); principe d'un usage universel *en Géométrie*, & qui par conséquent doit entrer dans les élémens de cette science, & s'y trouver presque dès l'entrée.

La *géométrie* des surfaces se réduit à leur mesure; & cette mesure est fondée sur un seul principe, celui de la mesure du parallélogramme rectangle qu'on fait être le produit de sa hauteur par sa base. Nous avons expliqué, à la fin du *mot* ÉQUATION, ce que cela signifie, & la manière dont cette proposition doit être énoncée dans les élémens, pour ne laisser, dans l'esprit, aucun nuage. De la mesure du parallélogramme rectangle se tire celle des autres parallélogrammes, celle des triangles qui en sont la moitié, comme le principe de la superposition peut le faire voir; enfin celle de toutes les figures planes rectilignes, qui peuvent être regardées comme composées de triangles. A l'égard de la mesure du cercle, le principe des limites ou d'hexhaustion servira à la trouver. Il suffira, pour cela, de faire voir que le produit de la circonférence par la moitié du rayon est la limite de l'aire des polygones inscrits & circonscrits; & comme l'aire du cercle est aussi évidemment cette limite, il s'ensuit que l'aire du cercle est le produit de la circonférence par la moitié du rayon, ou du rayon par la moitié de la circonférence. *Voyez* CERCLE & QUADRATURE.

On peut rapprocher la théorie de la proportion des lignes de la théorie des surfaces par ce théorème, que quand quatre lignes sont proportionnelles, le produit des extrèmes est égal au produit des moyennes; théorème qu'on peut démontrer par la *géométrie* sans aucun calcul algébrique; car le calcul algébrique ne facilite en rien les élémens de *géometrie*, & par conséquent ne doit pas y entrer. En rapprochant la théorie des proportions de celle des surfaces, on peut faire voir comment ces deux théories prises séparément s'accordent à démontrer différentes propositions, par exemple, celle du quarré de l'hypothénuse. Ce n'est pas une chose aussi inutile qu'on pourroit le penser, de démontrer ainsi de différentes manières dans des élémens de *géométrie*, certaines propositions principales; par ce moyen, l'esprit s'étend & se fortifie en voyant de quelle manière on fait rentrer les vérités les unes dans les autres.

Dans la *géométrie* des solides, on suivra la même méthode que dans celle des surfaces: on réduira tout à la mesure du parallélépipède rectangle; la seule difficulté se réduira à prouver qu'une pyramide est le tiers d'un parallélépipède de même base & de même hauteur. Pour cela, on fera voir d'abord, ce qui est très-facile par la méthode d'exhaustion, que les pyramides de même base & de même hauteur sont égales; ensuite, ce qui se peut faire de différentes manières, comme on le peut voir dans divers élémens de *géométrie*, on prouvera qu'une certaine pyramide déterminée est le tiers d'un prisme de même base & de même hauteur; & il ne restera plus de difficulté. Par ce moyen, on aura la mesure de tous les solides terminés par des figures planes. Il ne restera plus qu'à appliquer à la surface & à la solidité de la sphère, les propositions trouvées sur la mesure des surfaces & des solides; c'est de quoi on viendra aisément à bout par la méthode d'exhaustion, comme on a fait pour la mesure du cercle; peut-être même pourroit-on, pour plus d'ordre & de méthode, traiter de la surface sphérique dans la *géométrie* des surfaces.

Nous ne devons pas oublier ici une observation importante. Le principe de la méthode d'exhaustion est simple (*voyez* EXHAUSTION); mais son application peut quelquefois rendre les démonstrations longues & compliquées. Ainsi, il ne feroit peut-être pas mal-à-propos de substituer le principe des infiniment petits à celui d'exhaustion, après avoir montré l'identité de ces deux principes, & avoir remarqué que le premier n'est qu'une façon abrégée d'exprimer le second; car c'est en effet tout ce qu'il est, n'y ayant, dans la nature, ni infinis actuels, ni infiniment petits. *V.* INFINI, DIFFÉRENTIEL, EXHAUSTION & LIMITE. Par ce moyen, la facilité des démonstrations sera plus grande, sans que la rigueur y perde rien.

Voilà, ce me semble, le plan qu'on peut suivre en traitant de la *géométrie élémentaire*. Ce plan, & les réflexions générales que nous avons faites à la fin du mot ÉLÉMENS DES SCIENCES, suffisent pour faire sentir qu'il n'y a aucun géomètre au-dessus d'une pareille entreprise; qu'elle ne peut même être bien exécutée que par des mathématiciens du premier ordre; & qu'enfin, pour faire d'excellens élémens de *géométrie*, Descartes, Neuton, Léibnitz, Bernoulli, &c. n'eussent pas été de trop. Cependant il n'y a peut-être pas de science sur laquelle on ait tant multiplié les élémens, sans compter ceux que l'on nous donnera sans doute encore. Ces élémens sont pour la plupart l'ouvrage de mathématiciens médiocres, dont les connoissances, en *géométrie*, ne vont pas souvent au-delà de leur livre, & qui, par cela même, sont incapables de bien traiter cette matière.

Ajoutez qu'il n'y a presque pas d'auteur d'élémens de *géométrie*, qui, dans sa préface, ne dise plus ou moins de mal de tous ceux qui l'ont précédé. Un ouvrage en ce genre, qui seroit au gré de tout le monde, est encore à faire; mais c'est peut-être une entreprise chimérique que de croire pouvoir faire au gré de tout le monde un pareil ouvrage. Tout ceux qui étudient la *géométrie* ne l'étudient pas dans les mêmes vues : les uns veulent se borner à la pratique; &, pour ceux-là, un bon traité de *géométrie-pratique* suffit, en y joignant, si l'on veut, quelques raisonnemens qui éclairent les opérations jusqu'à un certain point, & qui les empêchent d'être bornées à une aveugle routine : d'autres veulent avoir une teinture de *géométrie élémentaire* spéculative, sans prétendre pousser cette étude plus loin; & pour ceux-là il n'est pas nécessaire de mettre une si grande rigueur dans les élémens; on peut supposer comme vraies plusieurs propositions, dont la vérité s'apperçoit assez d'elle-même, & qu'on démontre dans les élémens ordinaires. Il est enfin des étudians qui n'ont pas la force d'esprit nécessaire pour embrasser à-la-fois les différentes branches d'une démonstration compliquée; & il faut à ceux-là des démonstrations plus faciles, dussent-elles être moins rigoureuses. Mais, pour les esprits vraiment propres à cette science, pour ceux qui sont destinés à y faire des progrès, nous croyons qu'il n'y a qu'une seule manière de traiter les élémens; c'est celle qui joindra la rigueur à la netteté, & qui, en même tems, mettra sur la voie des découvertes par la manière dont on y présentera les démonstrations. Pour cela, il faut les montrer, autant qu'il est possible, sous la forme de problêmes à résoudre plutôt que de théorêmes à prouver, pourvu que, d'un autre côté, cette méthode ne nuise point à la généalogie naturelle des idées & des propositions, & qu'elle n'engage pas à supposer comme vrai, ce qui, en rigueur géométrique, a besoin de preuve.

On a vu au *mot* AXIOME de quelle inutilité ces sortes de principes sont dans toutes les sciences; il est donc très-à-propos de les supprimer dans des élémens de *géométrie*, quoiqu'il n'y en ait presque point où on ne les voie paroître encore. Quel besoin a-t-on des axiomes sur le tout & sur la partie, pour voir que la moitié d'une ligne est plus petite qu'une ligne entière? A l'égard des définitions, quelque nécessaires qu'elles soient dans un pareil ouvrage, il nous paroît peu philosophique & peu conforme à la marche naturelle de l'esprit de les présenter d'abord brusquement & sans une espèce d'analyse; de dire, par exemple, *la surface est l'extrémité d'un corps, laquelle n'a aucune profondeur.* Il vaut mieux considérer d'abord le corps tel qu'il est, & montrer comment, par des abstractions successives, on en vient à le regarder comme simplement étendu & figuré, &, par de nouvelles abstractions, à y considérer successivement la surface, la ligne & le point. Ajoutons ici qu'il se trouve des occasions, sinon dans des élémens, au moins dans un cours complet de *géométrie*, où certaines définitions ne peuvent être bien placées qu'après l'analyse de leur objet. Croit-on, par exemple, qu'une simple définition de l'Algèbre en donnera l'idée à celui qui ignore cette science? Il seroit donc à propos de commencer un traité d'Algèbre par expliquer clairement la marche, suivant laquelle l'esprit est parvenu ou peut parvenir à en trouver les règles; & on finiroit ainsi l'ouvrage : *la science que nous venons d'enseigner est ce qu'on appelle Algèbre.* Il en est de même de l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, & du calcul différentiel & intégral, dont on ne peut bien saisir la vraie définition, qu'après en avoir compris la métaphysique & l'usage.

Revenons aux élémens de *géométrie*. Un inconvénient peut-être plus grand que celui de s'écarter de la rigueur exacte que nous y recommandons, seroit l'entreprise chimérique de vouloir y chercher une rigueur imaginaire. Il faut y supposer l'étendue telle que tous les hommes la conçoivent, sans se mettre en peine des difficultés des sophistes sur l'idée que nous nous en formons, comme on supposa en méchanique le mouvement, sans répondre aux objections de Zenon d'Elée. Il faut supposer, par abstraction, les surfaces planes & les lignes droites, sans se mettre en peine d'en prouver l'existence, & ne pas imiter un géomètre moderne, qui, par la seule idée d'un fil tendu, croit pouvoir démontrer les propriétés de la ligne droite, indépendamment du plan, & qui ne se permet pas cette hypothèse, qu'on peut imaginer une ligne droite menée d'un point à un autre sur une surface plane; comme si l'idée d'un fil tendu, pour représenter une ligne droite, étoit plus simple & plus rigoureuse que l'hypothèse en question; ou plutôt comme si cette idée n'avoit pas l'inconvénient de représenter par une image physique grossière & imparfaite, une hypothèse abstraite & mathématique.

Géométrie transcendante ou des courbes. Cette *géométrie* suppose le calcul algébrique. *Voyez* ALGÈBRE & MATHÉMATIQUES. On doit la commencer par la solution des problêmes du second degré au moyen de la ligne droite & du cercle; & cette théorie peut produire beaucoup de remarques importantes & curieuses sur les racines positives & négatives, sur la position des lignes qui les expriment, sur les différentes solutions dont un problême est susceptible. *Voyez au mot* EQUATION la plupart de ces remarques, qui ne se trouvent pas dans les traités de *géométrie* ordinaires; *voyez aussi* RACINE. On passera de-là aux sections coniques; la meilleure manière & la plus courte de les traiter dans un ouvrage de *géométrie* (qui ne se borne pas à cette seule matière), est, ce me semble, d'employer la méthode analytique que nous avons indiquée à la fin de l'*article* CONIQUE, de

de les regarder comme des courbes du premier genre ou lignes du second ordre, & de les diviser en especes, suivant ce qui en a été dit à l'article cité & *au mot* COURBE. Quand on aura trouvé l'équation la plus simple de la parabole, celle de l'ellipse & celle de l'hyperbole, on fera voir ensuite très-aisément que ces courbes s'engendrent dans le cone, & de quelle maniere elles s'y engendrent. Cette formation des sections coniques dans le cone feroit peut-être la maniere dont on devroit les envisager d'abord, si on se bornoit à faire un traité de ces courbes; mais elles doivent entrer dans un cours de *géométrie* sous un point de vue plus général. On terminera le traité des sections coniques par la solution des problèmes du troisieme & du quatrieme degré, au moyen de ces courbes; sur quoi *voyez* CONSTRUCTION & EQUATION.

La théorie des sections coniques doit être précédée d'un traité, qui contiendra les principes généraux de l'application de l'Algebre aux lignes courbes. *Voyez* COURBE. Ces principes généraux consisteront, 1.° à expliquer comment on représente, par une équation, le rapport des abscisses aux ordonnées; 2.° comment la résolution de cette équation fait connoître le cours de la courbe, ses différentes branches & ses asymptotes; 3.° à donner la maniere de trouver, par le calcul différentiel, les tangentes & les points de *maximum* & de *minimum*; 4.° à enseigner comment on trouve l'aire des courbes par le calcul intégral; par conséquent ce traité contiendra les regles du calcul différentiel & intégral, au moins celles qui peuvent être utiles pour abréger un traité des sections coniques. Quelques géometres se récrieront peut-être ici sur l'emploi que nous voulons faire de ces calculs dans une matiere où l'on peut s'en passer; mais nous les renvoierons à ce que nous avons dit sur ce sujet au *mot* ELLIPSE. Nous y avons fait voir, par des exemples, combien ces calculs sont commodes pour abréger les démonstrations & les solutions, & pour réduire à quelques lignes ce qui autrement occuperoit des volumes. Nous avons d'ailleurs donné au *mot* DIFFÉRENTIEL la métaphysique très-simple & très-lumineuse des nouveaux calculs; & quand on aura bien expliqué cette métaphysique, ainsi que celle de l'infini géométrique (*voyez* INFINI), on pourra se servir des termes d'*infiniment petit* & d'*infini*, pour abréger les expressions & les démonstrations.

En traitant de l'application de l'Algebre aux courbes, on ne les représente guere que par l'équation entre les coordonnées paralleles; mais il est encore d'autres formes, quoique moins usitées, à donner à leur équation. On peut la supposer, par exemple, entre les rayons de la courbe qui partent d'un centre, & les abscisses ou les ordonnées correspondantes; comme aussi entre ces rayons & la tangente, le sinus ou la sécante de l'angle qu'ils forment avec les abscisses ou les ordonnées; on en voit des exemples au *mot* ELLIPSE. Toutes ces équations dans les courbes géométriques sont finies & algébriques; mais il en est quelquefois qui se présentent ou qui peuvent se présenter sous une forme différentielle; ce sont celles, par exemple, dans lesquelles un des membres est la différentielle de l'angle formé par le rayon & l'abscisse, & l'autre est une différentielle de quelque fonction de l'abscission ou du rayon, réductible à un arc de cercle. Par exemple, si j'avois cette équation $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, z étant l'angle entre le rayon & l'abscisse, x le rayon, & a la valeur du rayon quand $z=0$, il est évident que la courbe est géométrique. Car $\frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$ est la différentielle d'un angle dont le cosinus est x, & le rayon a (*voy.* COSINUS); donc $\frac{x}{a}$ = cosinus z; or, si on nomme u & y les abscisses & ordonnées rectangles, on aura $uu+yy=xx$; $x=\sqrt{uu+yy}$; & cosin. $z = \frac{u}{\sqrt{uu+yy}}$. C'est pourquoi l'équation différentielle $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, qui paroît ne pouvoir être intégrée que par des arcs de cercle, donnera l'équation en coordonnées rectangles $\sqrt{uu+yy} = \frac{au}{\sqrt{uu+yy}}$, qui est l'équation d'un cercle dont les coordonnées ont leur origine à la circonférence. Il en est de même de plusieurs autres cas semblables.

Ces sortes d'équations méritent qu'on en fasse une mention expresse dans la *géométrie* transcendante, d'autant qu'elles sont très-utiles dans la théorie des *trajectoires* ou courbes décrites par des projectiles, *voyez* TRAJECTOIRE, & par conséquent dans la théorie des orbites des planetes, *voyez* ELLIPSE, KEPLER (*loi de*), PLANETE, & ORBITE. *Voyez aussi, dans les Mémoires de l'Acad. des Sciences pour l'année* 1710, *un Mémoire* de M. Bernoulli sur ce dernier sujet.

Les sections coniques achevées, on passera aux courbes d'un genre supérieur; on donnera d'abord la théorie des points multiples, des points d'inflexion, des points de rebroussement & de serpentement. *Voyez* POINT MULTIPLE, INFLEXION, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT, &c. Ces théories sont fondées en partie sur le calcul algébrique simple, en partie & presque en entier sur le calcul différentiel; ce n'est pas que ce dernier calcul y soit absolument nécessaire; mais, quoi qu'on en puisse dire, il abrege & facilite extrêmement toute cette théorie. On n'oubliera pas la théorie si belle & si simple des développées & des caustiques. *Voyez* DEVELOPPÉE, CAUSTIQUE, OSCULATEUR, &c. Nous ne pouvons & nous ne faisons qu'indiquer ici ces différens objets, dont plusieurs

ont déjà été traités dans ce Dictionnaire, & les autres le seront à leurs articles particuliers. *Voyez* TANGENTE, *MAXIMUM*, &c. On entrera ensuite dans le détail des courbes des différens ordres, dont on donnera les classes, les especes, & les propriétés principales. *Voyez* COURBE. A l'égard de la quadrature & de la rectification de ces sortes de courbes, & même de la rectification des sections coniques, on la renvoyera à la *Géométrie sublime*.

Au reste, en traitant les courbes géométriques, on pourra s'étendre un peu plus particulierement sur les plus connues, comme le *folium* de Descartes, la *conchoïde*, la *cissoïde*, &c. *Voyez ces mots.*

Les courbes méchaniques suivront les géométriques. On traitera d'abord des courbes exponentielles, qui sont comme une espece moyenne entre les courbes géométriques & les méchaniques. *Voyez* EXPONENTIEL. Ensuite, après avoir donné les principes généraux de la construction des courbes méchaniques, au moyen de leur équation différentielle & de la quadrature des courbes (*voyez* CONSTRUCTION), on entrera dans le détail des principales & des plus connues, de la *spirale*, de la *quadratrice*, de la *cycloïde*, de la *trochoïde*, &c. *Voyez ces mots.*

Telles sont à-peu-près les matieres que doit contenir un traité de *géométrie* transcendante; nous ne faisons que les indiquer, & que marquer, pour ainsi dire, les masses principales. Un géometre intelligent saura trouver de lui-même, & à l'aide des différens articles de ce Dictionnaire, les parties qui doivent composer chacune de ces masses.

Géométrie sublime. Après le plan que nous avons tracé pour la *géométrie* transcendante, on voit que le calcul différentiel & ses usages y sont presque épuisés; il ne reste plus à la *géométrie sublime* que le calcul intégral, & son application à la quadrature & à la rectification des courbes. Ce calcul sera donc la matiere principale & presque unique de la *géométrie sublime.* Sur la maniere dont on doit le traiter, *voyez* INTÉGRAL.

Nous terminerons cet article par quelques réflexions générales. On a vu *au mot* APPLICATION des observations sur l'usage de l'analyse & de la synthèse en *géométrie*. On nous a fait sur cet article quelques questions qui donneront lieu aux remarques suivantes.

1.° Le calcul algébrique ne doit point être appliqué aux propositions de la *géométrie* élémentaire, par la raison qu'il ne faut employer ce calcul que pour faciliter les démonstrations, & qu'il ne paroît pas y avoir dans la *géométrie* élémentaire aucune démonstration qui puisse réellement être facilitée par ce calcul. Nous exceptons néanmoins de cette regle la solution des problèmes du second degré par le moyen de la ligne droite & du cercle (supposé qu'on veuille regarder ces problèmes comme appartenant à la *géométrie* élémentaire, & non comme le passage de la *géométrie* élémentaire à la trascendante); car le calcul algébrique simplifie extrêmement la solution des questions de ce genre, & il abrege même les démonstrations. Pour s'en convaincre, il suffira de jetter les yeux sur quelques-uns des problèmes du second degré qui sont résolus dans l'*application de l'Algebre à la Géométrie* de M. Guisnée. Après avoir mis un problème en équation, l'auteur tire de cette équation, la construction nécessaire pour satisfaire à l'équation trouvée; & ensuite il démontre synthétiquement & à la maniere des anciens, que la construction qu'il a employée résout en effet le problème. Or la plupart de ces démonstrations synthétiques sont assez compliquées & fort inutiles, si ce n'est pour exercer l'esprit; car il suffit de faire voir que la construction satisfait à la solution de l'équation finale, pour prouver qu'elle donne la solution du problème.

2.° Nous croyons qu'il est ridicule de démontrer par la synthèse ce qui peut être traité plus simplement & plus facilement par l'analyse, comme les propriétés des courbes, leurs tangentes, leurs points d'inflexion, leurs asymptotes, leurs branches, leur rectification, & leur quadrature. Les propriétés de la spirale que les plus grands mathématiciens ont eu tant de peine à suivre dans Archimède, peuvent aujourd'hui se démontrer d'un trait de plume. N'y a-t-il donc pas en *géométrie* assez de choses à apprendre, assez de difficultés à vaincre, assez de découvertes à faire, pour ne pas user toutes les forces de son esprit sur les connoissances qu'on peut y acquérir à moins de frais? D'ailleurs, combien de recherches géométriques auxquelles la seule analyse peut atteindre? Les Anglois, grands partisans de la synthèse, sur la foi de Newton qui la louoit, & qui s'en servoit pour cacher sa route, en employant l'analyse pour se conduire lui-même les Anglois, dis-je, semblent, par cette raison n'avoir pas fait en *Géométrie*, depuis ce grand homme, tous les progrès qu'on auroit pu attendre d'eux. C'est à d'autres nations, aux François & aux Allemands, & sur-tout aux premiers, qu'on est redevable des nouvelles recherches sur le système du monde, sur la figure de la terre, sur la théorie de la lune, sur la précession des équinoxes, qui ont prodigieusement étendu l'Astronomie-physique. Qu'on essaye d'employer la synthèse à ces recherches, on sentira combien elle en est incapable. Ce n'est qu'à des géometres médiocres qu'il appartient de rabaisser l'analyse, comme il n'appartient de décrier un art qu'à ceux qui l'ignorent. On trouve une espece de consolation à taxer d'inutilité ce qu'on ne fait pas. Nous avons, il est vrai, exposé ailleurs quelques inconvéniens de l'Algebre. *Voyez le mot* ÉQUATION, *page 850, tome V.* Si la synthèse peut lever ces inconvéniens dans les cas où ils ont lieu, nous conviendrons qu'on devroit préférer la synthèse à l'analyse, du moins en ces cas-là; mais nous doutons, pour ne rien dire de plus, que la synthèse ait cet avantage; & ceux qui penseroient autrement, nous obligeroient de nous désabuser.

3.° Il y a cette différence en Mathématiques entre l'Algèbre & l'Analyse, que l'Algèbre est la science du calcul des grandeurs en général, & que l'Analyse est le moyen d'employer l'Algèbre à la solution des problèmes. Je parle ici de l'*analyse mathématique*; l'emploi qu'elle fait de l'Algèbre pour trouver les inconnues au moyen des connues, est ce qui la distingue de l'*analyse logique*, qui n'est autre chose en général que l'art de découvrir ce qu'on ne connoît pas par le moyen de ce qu'on connoît. Les anciens géomètres avoient sans doute dans leurs recherches une espèce d'analyse; mais ce n'étoit proprement que l'analyse logique. Tout algébriste s'en sert pour commencer le calcul; mais ensuite le secours de l'Algèbre facilite extrêmement l'usage & l'application de cette analyse à la solution des problèmes. Ainsi, quand nous avons dit *au mot* ANALYSE, que l'analyse *mathématique* enseigne à résoudre les problèmes, en les *réduisant à des équations*, nous croyons avoir donné une définition très-juste. Ces derniers mots sont le caractère essentiel qui distingue l'analyse mathématique de toute autre; & nous n'avons fait d'ailleurs que nous conformer en cela au langage universellement reçu aujourd'hui par tous les géomètres algébristes.

4.° On peut appeller l'Algèbre *géométrique symbolique*, à cause des symboles dont l'Algèbre se sert dans la solution des problèmes; cependant le nom de *géométrie métaphysique* qu'on a donné à l'Algèbre (*voyez* ALGÈBRE), paroît lui être du moins aussi convenable; parce que le propre de la Métaphysique est de généraliser les idées, & que non-seulement l'Algèbre exprime les objets de la *Géométrie* par des caractères généraux, mais qu'elle peut faciliter l'application de la *géométrie* à d'autres objets. En effet on peut, par exemple, en Méchanique, représenter le rapport des parties du tems, par le rapport des parties d'une ligne, & le mouvement d'un corps par l'équation d'une courbe, dont les abscisses représentent les tems, & les ordonnées, les vitesses correspondantes. La *Géométrie*, sur-tout lorsqu'elle est aidée de l'Algèbre, est donc applicable à toutes les autres parties des Mathématiques, puisqu'en Mathématique, il n'est jamais question d'autre chose, que de comparer des grandeurs entr'elles; & ce n'est pas sans raison que quelques géomètres philosophes ont défini la *Géométrie*, la science *de la grandeur en général*, en tant qu'elle est représentée ou qu'elle peut l'être par des lignes, des surfaces, & des solides.

Sur l'application de la *Géométrie* aux différentes sciences, *voyez* APPLICATION, MÉCHANIQUE, OPTIQUE, PHYSIQUE, PHYSICO-MATHÉMATIQUE, *&c.* (*O*)

GÉOMÉTRIE *souterraine*. On appelle ainsi l'application des principes de la *géométrie* ordinaire à des problèmes qui ont pour objet l'exploitation des mines, tels que la recherche des dimensions des filons, de leur inclinaison à l'horizon, de leur direction relativement aux quatre points cardinaux du monde, &c. *Voyez le Dictionnaire de Chymie*.

GÉOMÉTRIQUE, adj. se dit de tout ce qui a rapport à la Géométrie.

Courbe géométrique, est la même chose que *courbe algébrique*. *Voyez* COURBE.

Construction géométrique. Les anciens géomètres ne donnoient le nom de *constructions géométriques* qu'à celles qui se faisoient avec le secours seul de la règle & du compas, ou ce qui revient au même, de la ligne droite & du cercle: mais les géomètres modernes, à commencer depuis Descartes, prennent pour *géométrique* toute construction qui s'exécute par le moyen d'une courbe *géométrique* quelconque. *Voyez* CONSTRUCTION & COURBE. On appelle *géométriques* ces constructions, pour les distinguer de celles qui s'exécutent par le moyen des courbes méchaniques, & qu'on peut appeller *constructions méchaniques*. Au reste, les constructions méchaniques sont souvent plus simples & plus faciles que les *constructions géométriques*. *Voyez* COURBE.

Pas géométriques, *voyez* PAS.

Proportion & progression géométrique, *voyez* PROPORTION & PROGRESSION.

Esprit géométrique, *voy. ci-devant* GÉOMÈTRE (*O*).

GÉOMÉTRIQUEMENT, adv. *d'une manière géométrique*. Ainsi, on dit, *résoudre géométriquement un problème*, *raisonner géométriquement*, &c. (*O*)

GÉOSTATIQUE, s. f. (*Méchan.*) est la même chose que *statique* qui est aujourd'hui plus usité. *Voy.* STATIQUE. Ce mot signifie la partie de la méchanique qui traite des loix de l'équilibre des corps solides; on l'appelloit autrefois ainsi de γῆ, *terre*, & de ἵστημι, *sto*, je suis en repos. Par cette dénomination, on la distinguoit de l'*hydrostatique* qui traite de l'équilibre des fluides, & qui vient de ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *sto*. *Voyez* HYDROSTATIQUE. Ainsi, on représentoit les solides en général par la terre, & les fluides par l'eau; le mot d'*hydrostatique* est resté, & le mot de *géostatique*, comme plus impropre, a été changé en celui de *statique*. (*O*)

GERBE, (*Astron.*) dans les cartes des constellations, données par Bayer, on trouve une *gerbe* de bled à la place de la chevelure de Bérénice, constellation située sur la queue du lion. (*D. L.*)

GIR

GIRAFFE *ou* CAMELOPARDALIS, (*Ast.*) constellation septentrionale, formée par Bartschius dans son *Planisphærium stellatum*, adoptée par Royer, en 1679; elle se trouve dans le *grand Atlas* de Flamsteed, dont les astronomes se servent ordinairement, dans le planisphère de Senex, dans celui de M. Robert de Vaugondy; on l'appelle en françois *caméléopard*. Cette constellation contient trente-deux étoiles, dont les plus belles sont de quatrième grandeur. Sa tête est située entre la queue du dragon & l'étoile polaire, & elle occupe l'espace qui est entre la tête de la grande ourse & cassiopée; les pattes de derriere sont entre persée & le

cocher, & celles de devant, sur la tête du cocher & sur celle du lynx. (*D. L.*)

G L E.

GLENEA, (*Astron.*) nom de la belle étoile à l'épaule orientale d'Orion.

GLISSER, v. neut. (*Méchan.*) se dit quand un corps se meut sur une surface plane, de manière que la même partie ou le même point du corps touche toujours cette surface : c'est ce qu'on appelle en Méchanique, *superincessus radens*.

Si le corps se meut sur une surface plane, de manière qu'il applique successivement, à cette surface, différentes parties ou différens points, on dit alors que le corps *roule* : il en est de même s'il se meut sur une surface courbe sur laquelle il applique toujours la même partie ; car alors il ne peut se mouvoir sans tourner au moins en partie ; de manière que sa partie supérieure a plus ou moins de mouvement que sa partie inférieure, selon que la surface est convexe ou concave. Le mot *glisser*, pris dans le sens le plus exact, suppose que toutes les parties du corps se meuvent d'un mouvement égal, c'est-à-dire, décrivent dans le même tems des lignes égales & parallèles.

Lorsqu'un corps est frappé suivant une direction qui passe par son centre de gravité, & qui est perpendiculaire à l'endroit frappé de la surface du corps, ce corps tend à se mouvoir en *glissant*, & il se mouvroit en effet de cette manière, si les aspérités de sa surface, & celles de la surface sur laquelle il se meut, ne l'obligeoient quelquefois à tourner. *Voyez* ROULEMENT, FROTTEMENT, ROUE D'ARISTOTE, *&c.* (*O*).

GLOBE, *en terme de Géométrie*, est un corps rond ou sphérique, appellé plus communément *sphère*. *Voyez* SPHÈRE. Au reste le mot *sphère*, en tant qu'il signifie un *globe*, ne s'emploie guère qu'en Géométrie : dans les autres sciences comme la Physique, la Méchanique, *&c.* on dit *globe* plutôt que *sphère*, lorsqu'on veut exprimer un corps parfaitement & également rond en tout sens.

On regarde la terre & l'eau, comme formant ensemble un *globe* que nous appellons le *globe terrestre*, & que les Latins ont exprimé plus proprement par *orbis terraqueus*. *Voyez* TERRAQUÉ.

Cette supposition ne sauroit être fort éloignée de la vérité : car quoique les mesures des degrés nous apprennent que la terre n'est pas parfaitement ronde, cependant la figure qu'elle a, est assez peu éloignée de la figure sphérique, pour qu'on puisse la regarder comme telle.

GLOBE CÉLESTE. (*Astron.*) Instrument fait pour représenter la figure ronde du ciel avec les cercles & les constellations célestes. Il y a aussi des *globes* terrestres qui appartiennent à la géographie. Leur construction se trouvera dans le Dictionnaire des arts ; nous n'avons à expliquer ici que leurs usages.

Nous ignorons par qui, & en quel tems ces instrumens ont été inventés : il est certain cependant qu'on en connoissoit l'utilité du tems d'Archimède, dont la sphère est célébrée par Ovide, *Fast.* 6, 277. Strabon, *liv. II*, *p. 116*, nous parle d'un *globe* de Cratès, comme d'un moyen très-avantageux pour représenter au naturel les parties connues de la terre. Ce Cratès étoit de Mallus en Cilicie ; il avoit été maître de Panætius de Rhodes, qui vivoit 130 ans avant J. C. *Voyez* Fabricius, *Bibl. græc. lib.* 3 & 4.

L'on distingue dix cercles principaux sur les globes comme sur les sphères ; savoir six grands & quatre petits ; les grands cercles sont l'horizon, le méridien, l'équateur, l'écliptique, le colure des solstices, le colure des équinoxes ; les petits cercles sont les tropiques du cancer & du capricorne, & les deux cercles polaires. *Voyez Sphère.*

Usages du globe céleste. On peut résoudre par le moyen du *globe*, un grand nombre de questions de l'Astronomie sphérique, & se dispenser souvent par-là des calculs trigonométriques, lorsqu'on n'a pas besoin de la précision des minutes. Les usages sont les mêmes pour le *globe* & pour la sphère armillaire qui n'en diffère que parce qu'elle est évidée.

Dans les *Planches d'Astronomie*, *la figure* 12 représente un *globe* céleste tout monté sur les trois pieds *F*, son horizon fixe *D L B*, & sa rosette polaire, ou cadran fixe *A S P R*, divisé en vingt-quatre heures ; l'aiguille *S* tient à frottement sur l'axe du globe, & tourne avec lui, mais elle peut changer de place à volonté.

Trouver l'ascension droite & la déclinaison d'une étoile représentée sur la surface du globe. Portez l'étoile sous le méridien immobile *Z E*, où sont marqués les degrés de déclinaison en partant de l'équateur ; alors le nombre de degrés compris entre l'équateur & le point du méridien, sous lequel est l'étoile, donne sa déclinaison ; & le degré de l'équateur qui, sous le méridien, se rencontre avec l'étoile, est son ascension droite.

Trouver la longitude & la latitude d'une étoile. Appliquez une des extrémités du quart de cercle de hauteur *ZQ* au quart de l'écliptique, dans l'hémisphère où est l'étoile ; & portez le côté où sont marqués les degrés contre l'étoile ; le degré marqué sur le quart de cercle à l'endroit de l'étoile, est sa latitude à compter depuis l'écliptique ; & le degré de l'écliptique coupé par le quart de cercle, est sa longitude.

Pour que le quart de cercle demeure durant cette opération bien fixé aux poles de l'écliptique par une de ses extrémités, il ne feroit pas mal d'attacher aux poles de l'écliptique une espèce de stile, dans lequel on feroit entrer un des bouts du quart de cercle.

Trouver le lieu du soleil dans l'écliptique. Cher-

chez le jour du mois dans le calendrier, qui est ordinairement collé sur l'horizon du globe, & cherchez aussi sur l'horizon, dans le cercle des signes, quel est le degré que le soleil occupe ce jour-là; il se trouve vis-à-vis le jour du mois. Cela fait, cherchez le même signe & le même degré sur l'écliptique & sur la surface du *globe*; c'est-là le lieu du soleil pour ce jour-là. On peut le marquer avec un crayon pour servir aux usages suivans.

Trouver la déclinaison du soleil. Le lieu du soleil pour le jour donné, étant porté sous le méridien, les degrés du méridien compris entre l'équateur & le lieu en question, marquent la déclinaison du soleil pour ce jour-là.

Rectifier le globe, c'est-à-dire *le placer de sorte qu'il représente l'état actuel ou la situation des cieux, pour quelqu'endroit que ce soit, comme pour Paris.* 1.° Si le lieu proposé a une latitude septentrionale, élevez le pole septentrional au-dessus de l'horizon; s'il a une latitude méridionale, élevez le pole méridional, jusqu'à ce que l'arc compris entre le pole & l'horizon soit égal à l'élévation donnée du pole: pour Paris, il faudra élever le pole septentrional de 48d 50′ au-dessus de l'horizon. De cette manière, le lieu dont il s'agit, se trouvera au zénit ou à l'endroit le plus élevé du *globe*.

2.° Attachez le quart de cercle de hauteur au zénit, c'est-à-dire au point qui marque la latitude du lieu.

3.° Par le moyen d'une boussole ou d'une ligne méridienne, placez le *globe* de manière que le méridien immobile de bois ou de cuivre se trouve dans le plan de la méridienne.

4.° Placez sous le méridien du *globe*, le degré de l'écliptique où est le soleil, & mettez l'aiguille horaire, ou l'aiguille de la rosette polaire sur 12 heures, alors le *globe* représentera l'état des cieux pour ce jour-là à midi.

5.° Tournez le *globe* jusqu'à ce que l'aiguille vienne à marquer quelque autre heure donnée, & pour lors le *globe* représentera l'etat des cieux pour cette heure-là.

Connoître & distinguer dans le ciel toutes les étoiles & planètes par le moyen du globe. 1.° Ajustez le *globe* à l'état du ciel pour le tems donné.

2.° Cherchez sur le *globe* quelque étoile qui vous soit connue, par exemple, celle qui est au milieu de la queue de la grande ourse.

3.° Observez les positions des autres étoiles les plus remarquables de la même constellation; & en levant les yeux de dessus le *globe* vers le ciel, vous n'aurez point de peine à y remarquer ces étoiles.

4.° De la même manière, vous pouvez passer de cette constellation à celle qui lui est voisine, jusqu'à ce que vous les connoissiez toutes. *Voyez* ETOILE.

Si vous cherchez le lieu des planètes sur le *globe* de la manière qu'il est dit ci-dessus, vous pourrez les reconnoître également dans le ciel, en le comparant avec les étoiles voisines, pourvu que vous connoissiez leur longitude par un almanach, ou par les tables astronomiques, pour la marquer sur le *globe*.

Trouver l'ascension oblique du soleil, son amplitude orientale, son azimut, & le temps de son lever. 1.° Disposez le *globe* de manière que l'aiguille marque 12, & que le lieu du soleil se trouve sous le méridien: ensuite faites venir le lieu du soleil vers le côté oriental de l'horizon; pour lors, le nombre de degrés compris entre le degré de l'équateur porté contre l'horizon & le commencement du Bélier, est l'ascension oblique du soleil.

2.° Les degrés de l'horizon, compris entre son point oriental & le point où est le soleil, marquent l'amplitude ortive.

3.° L'heure marquée par l'aiguille, est le tems du lever du soleil.

Pour trouver l'azimut du soleil, il faut d'abord observer que ces azimuts changent selon l'heure & selon le lieu du soleil. C'est pourquoi il faut d'abord disposer le *globe* selon l'élévation du lieu; ensuite il faut trouver le lieu du soleil dans l'écliptique, le mettre sous le méridien, & le stile horaire sur 12 heures; & après avoir attaché le quart de cercle de hauteur au zénit, on tourne le *globe* jusqu'à ce que le stile horaire soit sur l'heure donnée; & le *globe* demeurant en cet état, on tourne le quart de cercle de hauteur jusqu'à ce qu'il soit sur le lieu du soleil, ou sur le degré que le soleil occupe ce jour-là dans l'écliptique; on comptera sur l'horizon, la distance comprise entre l'orient équinoxial & le degré où le quart-de-cercle de hauteur rencontre l'horizon, ce sera l'azimut cherché.

Supposant, par exemple, que le lieu du soleil soit au dix-huitième degré du Taureau, on trouvera pour la latitude de Paris, que l'azimut du soleil à 9 heures 34′ du matin, est de 31 dégrés.

Si l'on veut trouver la hauteur du soleil, on la connoîtra aisément en comptant sur le quart-de-cercle de hauteur, le nombre de degrés compris entre l'horizon & le lieu du soleil.

Trouver la descension oblique du soleil, son amplitude occidentale, & le tems de son coucher. La solution de ce problème est la même que celle du précédent, excepté que le lieu du soleil doit être porté ici vers le côté occidental de l'horizon.

Trouver l'heure du lever & du coucher des signes. Si vous voulez savoir, par exemple, à quelle heure se leve le signe du Scorpion, quand le soleil est au premier degré du Bélier; mettez ce degré du Bélier sous le méridien & le stile horaire sur 12 heures; puis tournez le *globe* jusqu'à ce que le premier degré du Scorpion soit dans l'horizon oriental, alors le stile horaire montrera l'heure du lever du Scorpion; & si vous transportez ce même degré dans l'horizon occidental, vous verrez l'heure de son coucher marquée par le stile horaire.

Trouver la longueur du jour & de la nuit. 1.° Cher-

chez le tems du lever du soleil, lequel étant compté depuis minuit, le double vous donne la longueur de la nuit.

2.° Otez la longueur de la nuit du jour entier ou de 24 heures, le restant est la longueur du jour.

Trouver les deux jours de l'année auxquels le soleil se leve à une heure donnée. Disposez d'abord le *globe* selon l'élévation du pole du lieu; ensuite mettez le premier point du Cancer sous le méridien & le stile sur 12 heures; puis tournez le *globe* du côté de l'Orient, jusqu'à ce que le stile horaire soit sur l'heure donnée, & marquez avec de la craie, sur le colure des solstices, le point où il coupe l'horizon; transportez ensuite ce même point sous le méridien, afin de voir quelle est sa déclinaison; & remarquez en même tems quels sont les degrés de l'écliptique qui passent sous le méridien & sous ce degré de déclinaison. Ces degrés sont ceux où le soleil se trouve les jours cherchés; & on trouvera ces jours vis-à-vis des degrés, dans le cercle du calendrier tracé sur l'horizon.

Trouver le lever, le coucher, le passage au méridien d'une étoile, son séjour au-dessus de l'horizon, pour un lieu & un jour donné, comme aussi son ascension oblique, sa descension, son amplitude orientale & occidentale.

1.° Ajustez le *globe* à l'état du ciel sur douze heures pour le jour donné.

2.° Portez l'étoile au côté oriental de l'horizon, vous verrez son amplitude orientale & le tems de son lever, comme on l'a déjà fait voir en parlant du soleil.

3.° Portez la même étoile au côté occidental de l'horizon, & vous y verrez l'amplitude occidentale; l'aiguille marquera le temps du coucher de l'étoile.

4.° Le temps du lever étant soustrait de celui du coucher, le reste donne le séjour de l'étoile au-dessus de l'horizon.

5.° Ce séjour au-dessus de l'horizon étant soustrait de 24 heures, le reste donne le temps de son séjour au-dessous de l'horizon.

6.° Enfin l'heure marquée par l'aiguille, après que l'étoile a été portée sur le méridien, marque le temps du passage au méridien ou la culmination de l'étoile.

Trouver l'azimut & la hauteur d'une étoile à quelque heure donnée. Posez le lieu du soleil sous le méridien, & le stile horaire sur 12 heures: ensuite tournez le *globe* vers l'orient ou vers l'occident, en sorte que le stile soit sur l'heure donnée; & le *globe* demeurant ferme en cet état, vous tournerez le quart de cercle de hauteur, jusqu'à ce qu'il vienne à l'étoile; le degré qui lui correspondra, sera celui de la hauteur demandée; & si vous comptez les degrés de l'horizon compris entre le point du midi & le vertical, vous aurez l'azimut de l'étoile.

La hauteur du soleil pendant le jour, ou d'une étoile pendant la nuit, étant donnée, trouver le temps ou l'heure correspondante de ce jour ou de cette nuit. 1.° Rectifiez le *globe* comme dans le probleme précédent: 2.° tournez le *globe* & le quart-de-cercle, jusqu'à ce que l'étoile ou le degré de l'écliptique, ou est le soleil, coupe le quart de cercle dans le degré donné de hauteur, pour lors l'aiguille marquera l'heure cherchée.

L'azimut du soleil ou d'une étoile étant donné, trouver l'heure du jour ou de la nuit. Rectifiez le *globe*, & portez le quart-de-cercle à l'azimut donné dans l'horizon; tournez le *globe* jusqu'à ce que l'étoile y soit arrivée, pour lors l'aiguille marquera le tems cherché.

Trouver l'intervalle de temps qu'il y a entre les levers de deux étoiles, ou entre leurs culminations. 1.° Elevez le pole du *globe* d'autant de degrés au-dessus de l'horizon, que le demande l'élévation du pole du lieu où vous êtes.

2.° Mettez la premiere étoile à l'horizon, & observez l'heure marquée par l'aiguille.

3.° Faites la même chose pour la seconde étoile; & pour lors en déduisant le premier tems du second, le reste donne l'intervalle entre les deux levers; & en approchant les deux étoiles du du méridien, vous trouverez l'intervalle qu'il y a entre les deux passages.

Trouver le commencement & la fin du crépuscule. 1.° Rectifiez le *globe*, & placez l'aiguille sur 12 heures, le lieu du soleil étant dans le méridien.

2.° Marquez le lieu du soleil & le point diamétralement opposé; tournez le *globe* vers l'occident, aussi-bien que le quart de cercle, jusqu'à ce que le point opposé au lieu du soleil coupe le quart-de-cercle dans le dix-huitieme degré au-dessus de l'horizon; pour lors le soleil sera de 18 degrés au-dessous; l'aiguille marquera le tems où commence le crépuscule du matin.

3.° Prenez le point opposé au soleil; portez-le dans l'hémisphere oriental, & tournez-le jusqu'à ce qu'il se rencontre avec le quart de cercle au dix-huitieme degré, pour lors l'aiguille marquera le temps où finit le crépuscule du soir.

Usages du Globe terrestre. *Trouver la longitude & la latitude de quelque lieu tracé sur le globe.* Portez le lieu sous le méridien où sont marqués les degrés de latitude, le point correspondant du méridien est la latitude cherchée; & le degré de l'équateur qui se trouve en même tems sous le méridien, est sa longitude.

La longitude & la latitude étant données, trouver le lieu sur le globe. Cherchez sur l'équateur le degré donné de longitude, & portez-le sous le méridien; pour lors comptez depuis l'équateur sur le méridien les degrés de latitude vers le pole septentrional, si la latitude est septentrionale, ou vers le pole méridional, si la latitude est méridionale; le point où finiront les degrés marquera le lieu que vous cherchez.

Trouver les antéciens, les periéciens, & les antipodes d'un lieu donné. 1.° Portez ce lieu sous le méridien, & comptez les degrés sur le méridien depuis l'équateur vers l'autre pole; le point où vous vous arrêterez est le lieu des Antéciens.

2.° Remarquez le degré du méridien répondant au lieu donné, & à ses antéciens, & tournez le *globe*, jusqu'à ce que le degré opposé de l'équateur se trouve sous le méridien; ou, ce qui revient au même, jusqu'à ce que l'aiguille qui marquoit auparavant 12 heures en-haut, les marque en-bas: pour lors, le lieu qui répond au premier degré est celui des periéciens, & le lieu qui répond à l'autre degré est celui des antipodes.

Trouver à quel lieu de la terre le soleil est vertical dans un tems donné. 1.° Le lieu du soleil étant trouvé dans l'écliptique, portez-le sous le méridien, & l'aiguille sur 12 heures; remarquez en même tems le point du méridien qui y répond.

2.° Si l'heure donnée est avant midi, il la faut déduire de 12; alors tournez le *globe* vers l'occident, jusqu'à ce que l'aiguille marque les heures restantes; pour lors le lieu qu'on cherche se trouvera sous le point du méridien que l'on a déja marqué.

3.° Si c'est une heure de l'après-midi, tournez le *globe* de la même maniere vers l'occident, jusqu'à ce que l'aiguille marque l'heure donnée; pour lors vous trouverez aussi le lieu que vous cherchez sous le point du méridien marqué auparavant.

Si vous marquez en même tems tous les lieux qui se trouvent sous la même moitié du méridien, où est le lieu trouvé, vous connoîtrez tous les lieux où il est alors midi; & la moitié opposée du méridien vous fera connoître les lieux où il est alors minuit.

Un lieu étant donné dans la zone torride, trouver les deux jours de l'année où le soleil est vertical. 1.° Portez le lieu donné sous le méridien, & marquez le degré du méridien qui y répond.

2.° Tournez le *globe*, & marquez les deux points de l'écliptique, lesquels passent par ce degré.

3.° Cherchez quel jour le soleil se trouve dans ces points de l'écliptique; c'est dans ces jours-là que le soleil est vertical au lieu donné.

Trouver dans la zone torride les lieux auxquels le soleil est vertical un jour donné. Portez le lieu du soleil dans l'écliptique sous le méridien; tournez ensuite le *globe*, & marquez tous les lieux qui passent par ce point du méridien: ce sont les lieux que vous cherchiez.

On trouve de la même maniere quels sont les peuples asciens, c'est-à-dire, qui n'ont point d'ombre un jour donné.

Trouver le tems où le soleil se leve pour ne se plus coucher, ou se couche pour ne se plus lever. Soit supposée l'élévation du pole de 80 degrés. Dans cet exemple, il s'en faut dix degrés que le pole ne soit tout-à-fait droit sur l'horizon, ce qui fait que l'équateur est dix degrés au-dessous de l'horizon du côté du nord: ainsi, le soleil ne se couchera point quand il sera de dix degrés au nord de de l'équateur; il faut donc tourner le *globe*, jusqu'à ce qu'un des degrés de l'écliptique, de la partie du printems, passe sous le dixieme degré de déclinaison marqué sur le méridien, ce sera dans cet exemple 25 degrés 51 minutes du bélier, auquel répond le quinzieme jour d'Avril, qui sera le tems du lever du soleil en ces climats.

Pour savoir le temps de son coucher, il faut remarquer quel degré de l'écliptique de la partie de l'été passera au méridien sous ce dixieme degré de déclinaison; & l'on trouvera 4 degrés 9 min. de la Vierge, auquel le soleil se trouve le 27 Août, qui sera le tems du coucher du soleil à 80 degrés de hauteur du pole. Autrement, on peut voir quels sont les deux degrés de l'écliptique, qui, dans la révolution du *globe*, ne se couchent point, le *globe* étant disposé à la latitude de 80 degrés; & l'on trouvera qu'en cet exemple, c'est le 25.e degré du bélier & le 4.e de la vierge, auxquels répondent le 15 Avril & le 27 Août.

Trouver la longueur du plus long jour aux zones froides. Par exemple, si l'on veut savoir la durée du plus long jour à 80 degrés de latitude, on trouvera que le soleil s'y leve le 15 Avril, pour ne se coucher que le 25 Août; & comptant les jours depuis le 15 Avril jusqu'au 25 Août, on en trouve 132, qui est la durée du tems que le soleil demeure sur l'horizon dans cet endroit de la zone froide. Si l'on réduit ces jours en mois, en les divisant par 30, il viendra quatre mois & douze jours pour la longueur de ce jour, auquel la durée de la plus longue nuit est à-peu-près égale. On fait abstraction ici de la *réfraction* qui augmente la durée du jour & diminue celle de la nuit continuelle.

Trouver la latitude des lieux où un certain jour donné est d'une certaine longueur donnée. 1.° Portez sur le méridien le lieu de l'écliptique où le soleil se trouve le jour donné, & mettez l'aiguille sur 12 heures.

2.° Tournez le *globe* jusqu'à ce que l'aiguille marque l'heure du lever ou du coucher.

3.° Elevez & abaissez le pole, sans que le *globe* tourne sous son méridien, jusqu'à ce que le lieu du soleil paroisse dans le côté oriental ou occidental de l'horizon; pour lors le pole aura sa juste élévation, & par conséquent il donnera la latitude cherchée.

Trouver dans la zone glaciale la latitude des lieux où le soleil ne se couche point pendant un certain nombre de jours donnés. 1.° Comptez depuis le tropique le plus voisin vers le point équinoxial, autant de degrés sur l'écliptique qu'il y a d'unités dans la moitié du nombre des jours donnés,

parce que le soleil, par son mouvement annuel, parcourt à-peu-près un degré par jour.

2.° Portez le point de l'écliptique ainsi trouvé sous le méridien; sa distance au pole sera égale à l'élévation du pole ou, à la latitude cherchée.

Une heure du jour ou de la nuit étant donnée, trouver tous les lieux où le soleil se lève & se couche, où il est midi ou minuit, & où il fait jour & nuit. 1.° Cherchez à quel lieu le soleil est vertical au tems donné de la manière expliquée ci-dessus.

2.° Portez ce lieu au zénit ou perpendiculairement à l'horizon, c'est-à-dire, élevez le pole à la hauteur qu'il a dans le lieu en question; pour lors les lieux qui se trouveront du côté oriental de l'horizon, seront ceux où le soleil se couche, & les lieux qui se trouveront du côté occidental seront ceux où le soleil se lève: les lieux qui se trouveront sous le demi-cercle supérieur du méridien, seront ceux où il sera midi; & les lieux qui se trouveront sous le demi-cercle inférieur, seront ceux où il sera minuit: enfin, dans les lieux qui se trouveront dans l'hémisphère supérieur, il sera jour; & il sera nuit dans ceux de l'hémisphère inférieur.

Trouver à quels endroits de la terre une planète, par exemple, la lune est verticale un jour donné. 1.° Marquez le lieu de la planète sur le *globe*, par le moyen de sa longitude & de sa latitude.

2.° Portez ce lieu sous le méridien, & marquez-y le degré où il répond.

3.° Tournez le *globe*; les lieux qui passeront sous ce point, sont ceux que vous cherchez.

La déclinaison d'une étoile ou d'une planète étant donnée, trouver à quelles parties de la terre l'étoile est verticale. Comptez sur le méridien depuis l'équateur vers le pole un nombre de degrés égal à la déclinaison donnée: savoir, vers le nord, si la déclinaison est septentrionale; & vers le midi, si elle est méridionale. Ensuite tournant le *globe*, les lieux qui passeront par l'extrémité de cet arc sous le méridien, sont les lieux que l'on cherche.

Déterminer le lieu où une étoile sera verticale à une certaine heure comptée sur le méridien de Paris. 1.° Portez sous le méridien le lieu où le soleil est ce jour-là, & mettez l'aiguille sur 12 heures.

2.° Marquez le lieu de l'étoile sur la surface du *globe*, & portez-le sur le méridien; l'aiguille marquera la différence de tems entre l'arrivée du soleil & de l'étoile au méridien du lieu, ou le passage de l'étoile au méridien; marquez le point du méridien qui répond au lieu de l'étoile.

3.° Cherchez en quels lieux de la terre il est midi dans ce tems-là, & plaçant ces lieux sous le méridien, mettez l'aiguille sur 12 heures.

4.° Tournez le *globe* vers l'occident jusqu'à ce que l'aiguille ait passé sur l'intervalle de tems qu'il y a entre le passage du soleil & de l'étoile, & pour lors vous trouverez le lieu cherché sous le point que vous avez marqué sur le méridien.

Par un moyen semblable vous pouvez trouver dans quel lieu une étoile, ou un autre astre se lève ou se couche au tems donné.

Placer le globe de manière, que sous une latitude donnée, le soleil éclaire les mêmes régions dépeintes sur le globe qu'il éclaire actuellement sur la terre. Rectifiez le *globe*, c'est-à-dire, élevez le pole suivant la latitude du lieu; portez ce lieu sous le méridien, & mettez le *globe* au nord & au sud par le moyen de la boussole; pour lors, comme le *globe* sera dans la même situation que la terre, par rapport au soleil, celui-ci éclairera la même partie sur le *globe* qu'il éclaire actuellement sur la terre; d'où il s'ensuit que dans cette situation la lune éclairera aussi la même partie sur le *globe* qu'elle éclaire actuellement sur la terre.

Trouver par le moyen du globe de combien de lieues deux endroits quelconques sont éloignés l'un de l'autre. Prenez avec le compas la distance des lieux donnés, & portez-la sur l'équateur; les degrés que cette distance donnera étant réduits en milles, lieues, *&c.* donneront la distance cherchée. *Voyez Harris, Chambers, Wolf, Varenius, la Lande* & *l'usage des globes de* Bion.

On peut faire la même chose un peu plus commodément, en étendant sur les deux lieux le bord du quart de cercle où sont marqués les degrés, & en comptant les degrés qui y sont compris (*O*).

GLOSSOCOME, *terme de Méchanique*, est un mot que Heron donne à une machine composée de plusieurs roues dentées, garnies de leurs pignons, qui sert à élever de grands fardeaux. *Dictionnaire de Trevoux & Chambers.*

G N O.

GNOMON (*Astronomie*), instrument qui sert à mesurer les longueurs des ombres, & les hauteurs du soleil. Ce nom vient du mot grec γνώμων, règle droite, style droit. Soit *AB*, *Pl. d'Astr. fig.* 28, un style quelconque élevé verticalement, ou une ouverture *A* faite dans un mur *AB*, pour laisser passer un rayon du soleil; soit *SAE* le rayon au solstice d'hiver, *BE* l'ombre du soleil; *OAC* le rayon du solstice d'été, & *BC* l'ombre solsticiale la plus courte; dans le triangle *ABC*, rectangle en *B* & dont on connoît les côtés *AB*, *BC*, il est aisé de trouver, ou par le moyen d'un compas, ou par les règles de la trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle *ACB* ou *OCB*, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle *ABE*, & l'on aura l'angle *E* égale à la hauteur du soleil au solstice d'hiver. C'est ainsi que, suivant Pythæas cité par Strabon & Ptolémée, d'après Hipparque, la hauteur du *gnomon* étoit à la longueur de l'ombre en été à Bizance, & à Marseille 250 ans avant Jesus-Christ, comme

120 font à $41\frac{4}{5}$; d'où Gassendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23°. 52', Gassendi, *Op. tom. IV, page 527*. Le Chevalier de Louville l'a conclu seulement de 23°. 49'. *Histoire de l'acad.* pour 1716, *pag.* 48.

Cette méthode du *gnomon* paroît avoir été fort en usage chez les Egyptiens, les Chinois & Péruviens. *Voyez* M. Goguet, *de l'origine des Loix, &c. tom. II, p. 250, l'Histoire de l'Astronomie chinoise, tome I, p. 3, tom. II, p. 5, 8 & 21*. Les *gnomons* ont dû être en effet les premiers instrumens astronomiques qu'on ait imaginés, parce que la nature les indiquoit, pour ainsi dire, aux hommes ; les montagnes, les arbres, les édifices, sont autant de *gnomons* naturels qui ont fait naître l'idée des *gnomons* artificiels qu'on a employés presque par-tout. Tels furent probablement l'horloge d'Achaz, suivant M. Goguet, les *gnomons* des Chaldéens, & celui d'Eratosthène. Cet usage des *gnomons* a été si naturel & si général, qu'on en a trouvé des vestiges, même au Pérou : *Garcilaso de la Vega, Commentarios reales de los Incas 1723, tome I, lib. II, cap. 22, p. 61*. On y revient même encore de nos jours, & M. Cassini de Thury en présenta un à l'*académie des Sciences* en 1769, dont il a fait imprimer la description ; cet instrument n'avoit que quatre pouces de haut, & portoit une ligne horizontale par le moyen de laquelle on avoit les hauteurs du soleil, & par conséquent l'heure à quelques minutes près.

Sous l'empire d'Auguste un mathématicien, nommé *Manlius*, profita d'un obélisque que ce Prince avoit fait élever dans le champ de Mars, pour en faire *un gnomon* : Pline dit qu'il avoit $116\frac{3}{4}$ pieds, ($105\frac{1}{4}$ de France), & qu'il marquoit les mouvemens du soleil, Pline, *lib. XXXVI, c. 9, 10 & 11*. Cet obélisque se voit encore à Rome, quoique abattu & fracassé ; j'en ai parlé dans le IVe vol. de mon *Voyage en Italie*, & l'on peut voir plusieurs dissertations sur cette matière dans l'ouvrage de M. Bandini, *Dell' obelisco di Cesare Augusto*, &c. à Rome 1750, *in-folio*, & dans les *Disquisitiones Plinianæ* de M. le Comte de la Tour Rezzonico, imprimées à Parme, *in-folio*. On en voit une représentation dans la *fig.* 29, où l'on a marqué les courbes décrites en différens tems par l'ombre de la boule.

Cocheou-King fit un *gnomon* de quarante piés à Pékin, vers l'an 1278 ; Ulug-Beg, vers 1437, se servit à Samarkand, d'un *gnomon* qui avoit 165 piés de hauteur. *Voyez* M. le Monnier, *mém. de l'acad.* 1743.

Nous parlerons des *gnomons* les plus modernes & les plus considérables au *mot* MÉRIDIENNE.

Les anciens ont aussi donné le nom de *gnomon* au stile d'un cadran solaire, parce qu'il indique ou fait connoître les heures.

Le *gnomon* d'un cadran solaire représente l'axe du monde, ou, pour parler plus juste, l'extrémité du *gnomon* d'un cadran solaire est censée représenter le centre de la terre ; & si l'autre bout du *gnomon* passe par le centre du cadran, qui est le point de concours des lignes horaires, le *gnomon* est alors parallèle à l'axe de la terre ; & on peut le prendre pour cet axe même, sans erreur sensible : mais si le *gnomon* est dans toute autre situation par rapport au cadran, par exemple, s'il est perpendiculaire au plan du cadran, alors il ne représente plus l'axe du monde, à moins que le cadran ne soit équinoxial ; mais l'extrémité ou la pointe du *gnomon* est toujours regardée comme le centre de la terre, & cette extrémité marque l'heure sur les divisions du cadran.

Au reste, le mot de *gnomon* n'est plus guères en usage pour signifier *le stile des cadrans* ; on se sert plutôt du mot de *stile* ou d'*aiguille* : on peut d'ailleurs réserver le mot de *gnomon* pour les cadrans qui n'ont point de stile, mais seulement une plaque percée d'un trou (*fig.* 30 & 37), par où passe l'image du soleil, comme dans les méridiennes ordinaires. *Voyez* CADRAN, MÉRIDIENNE. Ces cadrans sont en petit ce que sont en Astronomie *les gnomons* dont nous avons parlé. (*D. L.*)

GNOMON, (*Géom.*) On appelle quelquefois ainsi la figure *MXOC* (*Pl. Géom. fig.* 4.), formée dans le parallélogramme *AB*, par les parallélogrammes de complément *M*, *C* & les triangles *x*, *o*, qui forment eux-mêmes un autre parallélogramme ; mais cette dénomination n'est plus guère en usage.

GNOMONIQUE, *science des cadrans solaires* ; qui comprend aussi la manière de tracer les cadrans par la lune & par les étoiles.

Les grecs & les latins donnoient à cette science les noms de *Gnomonica* & *Sciaterica*, le premier vient de ces noms, *gnomon*, & le second de σκιά, *ombre*, à cause qu'ils distinguoient les heures par l'ombre d'un gnomon. Quelques-uns l'appellent *Photosciaterica*, de φῶς, *lumière*, & σκιά, *ombre*, parce que c'est quelquefois la lumière même du soleil qui marque les heures ; comme quand le cadran au lieu d'un stile porte une plaque percée d'un trou. Elle est appellée encore *Horographia*, parce que c'est proprement l'art d'écrire sur un plan donné, l'heure qu'il est. D'autres la nomment *Horologiographia*, parce que les cadrans s'appelloient autrefois *horologia* ; nom que nous avons depuis transporté aux horloges à roues & à pendules ; on les appelloit aussi *Sciateria*.

On ne sauroit douter de l'antiquité des cadrans. Celui d'Achaz remonte à l'an 775 avant l'an vulgaire, ou au-moins à l'an 751. *Voyez Is. xxxviij.* 8. *Reg. IV.* 20. 11. *Invocavit itaque Isaias propheta Dominum & reduxit umbram* per lineas quibus jam descenderat in horologio Achaz *retrorsum decem gradibus*. Voyez aussi les Réflexions critiques de M. Bullet sur la philosophie de l'histoire, chez Hérissant, 1774, & l'explication des cadrans des

anciens, par *Martini*, en allemand, publiée en 1777, à Leipsick, 144 pages *in*-8.°, ouvrage rempli d'érudition.

Hérodote nous dit que les grecs avoient appris des babyloniens l'usage du pole ou *gnomon*. Diogène Laërce attribue l'invention des cadrans à Anaximandre, Pline à Anaximène de Milet, qui vivoit 579 ans avant Jesus-Christ. (*Pline II, 76.*) Vitruve fait mention de plusieurs cadrans des anciens (*l. ix. c. 9.*) le cadran en demi-cercle creux, ou hémicycle, avoit été imaginé par Berose le chaldéen. Le disque d'Aristarque étoit vraisemblablement un cadran horizontal, avec son limbe relevé tout autour, afin d'empêcher les ombres de s'étendre trop loin. Vitruve dit qu'il fit le *scaphen* ou hémisphère creux, Eudoxe fit l'*araignée*, qui est ou une partie de l'astrolabe (*fig. 230.*) ou le cadran horizontal, qui marque les arcs des signes & par-là ressemble un peu à une toile d'araignée. Scopas de Syracuse fit le *plinthium* ou *lacunar*, espèce de carreau ou de plateau, qui étoit à Rome dans le Cirque de Flaminius. Theodose & André trouvèrent le *cadran* qui pouvoit servir à tous les climats de la terre; c'étoit peut-être un cadran équinoxial. Patrocle trouva le *pelecinon*, (en forme de hache), probablement le cadran horizontal où les lignes transversales qui marquoient les signes & les mois, étant serrées vers le milieu, & élargies vers les côtés, avoient la forme d'une hache à deux côtés. Dionysiodorus, fit le *cône*, & Appollonius le *carquois* (*pharetra*). Les cadrans en carquois sont peut-être les cadrans verticaux orientaux ou occidentaux, suivant Baldus. Vitruve ajoute que plusieurs auteurs avoient écrit sur les cadrans portatifs. Voyez *Baldus Lexic. Vocabul. Vitruv.* Les cadrans ne furent connus des romains que fort tard : dans le tems des 12 tables, on ne marquoit que le lever & le coucher du soleil. Le premier cadran solaire qui parut à Rome, suivant Pline, fut construit par les soins de Papirius Cursor, 306 ans avant Jesus-Christ : ce cadran, selon quelques-uns, fut placé au temple de Quirinus, ou près de ce temple; selon d'autres, dans le capitole, ou auprès du temple de Diane, sur le mont Aventin; mais il indiquoit mal les heures. L'an 263, M. Valérius Messala étant consul, apporta de Sicile un autre cadran, qu'il éleva sur un pilier proche les *Rostra*, ou de la tribune aux harangues : mais comme il n'étoit pas fait pour la latitude de Rome, il n'étoit pas possible qu'il marquât l'heure véritable. Cependant on s'en servit pendant 99 ans, jusqu'à ce que le censeur Q. Marcius Philippus en fit construire un plus exact. Pline VII. 60.

En 1746, l'on trouva en Italie, sur le mont *Tusculum*, un cadran semblable à celui de Berose, c'est-à-dire, tel que le décrit Vitruve, *hemicyclium excavatum ex quadrato ab Enchymacho succisum*. Le P. Zuzeri fit graver ce cadran, & publia dans l'article XIV d'un *Journal des érudits*, une dissertation à ce sujet. Peu d'années après, on découvrit deux autres cadrans antiques, l'un de marbre de Paros, l'autre de marbre travertin : le pape Benoît XIV les fit placer dans le Vatican, & l'on y mit une inscription. Un de ces cadrans paroît avoir été fait pour l'élévation du pôle de Memphis. Les romains l'avoient apporté de l'Egypte. *Voyez* l'ouvrage intitulé... *D'una antica villa sul dosso del Tusculo, e d'un antico orologio à sole tra le rovine della medesima dissertazioni due, dal P. Zuzzeri, Venezia* 1746; & le P. Boscovich : *Giornale de'letterati, per l'anno* 1746, art. 14.

En 1762, l'on trouva, dans les excavations de Civita, un ancien cadran de marbre fait pour l'élévation du pôle de 42 degrés, il contient simplement une portion d'arc de cercle correspondant à l'équateur, au-lieu que les autres cadrans précédens contiennent, outre cet arc, les demi-cercles des deux tropiques. Il y a un de ces cadrans dont le stile a la forme d'un Priape.

M. le Roy, dans son ouvrage, intitulé : *les ruines des plus beaux monumens de la Grèce*, raconte qu'il a vu sur le roc méridional de la citadelle de la ville d'Athènes, un cadran hémicycle, c'est-à-dire, semi-circulaire, qui est à-peu-près semblable à ceux que nous venons d'indiquer.

Les anciens faisoient, comme nous, des cadrans portatifs : on trouva, en 1755, dans les excavations d'Herculanum, à Portici, un petit cadran de cuivre argenté, qui ressemble assez exactement à un jambon suspendu perpendiculairement par le moyen d'un anneau. *Le Pitture di Ercolano*, Tom. III, pag. 337, not. 13. La figure est dans *Martini*. L'on y voit les concavités, les convexités, en un mot les inégalités de la surface des jambons ordinaires. Il y a d'un côté un filet un peu long & dentelé, qui fait environ la quatrième partie du diamètre de cet instrument. L'une des deux superficies, qu'on peut regarder comme la surface supérieure, est toute couverte d'argent, & divisée par douze lignes parallèles qui forment autant de petits quarrés un peu creux ; les six derniers quarrés, qui sont terminés par la partie inférieure de la circonférence du cercle, contiennent les lettres initiales de chaque mois, disposés de la manière suivante :

JU.	MA.	AV.	MA.	FE.	JA.
JU.	AV.	SE.	OC.	NO.	DE.

La façon dont sont disposés ces mois, est remarquable en ce qu'elle est en boustrophédon, la première figure allant de droite à gauche, la seconde de gauche à droite pour faire correspondre les mois, comme Avril & Septembre, où le soleil se trouve à-peu-près à la même hauteur dans cer-

tains jours correſpondans : mais cette correſpondance n'a guère lieu que dans les deux premières moitiés de chacun de ces mois : dans les quinze derniers jours d'avril, le ſoleil eſt plus haut que dans les derniers de ſeptembre, il en eſt de même des autres.

Ainſi, l'on a marqué la longueur de l'ombre pour chaque mois dans les différentes heures du jour, qui ſont déſignées par des lignes courbes qui coupent les perpendiculaires. La ligne courbe la plus baſſe déſigne midi, *&c.* au-deſſous de cette ligne, on voit les premières lettres de chaque mois; par exemple, *IA. FE. MA.*, &c. c'eſt-à-dire, *januarius*, *februarius*, *martius*, &c. La plus courte des lignes perpendiculaires marque le terme de l'ombre dans toutes les heures du 21 décembre; & la plus longue des lignes perpendiculaires déſigne la longueur de l'ombre dans toutes les heures du jour, le 21 du mois de juin. L'on y ajoutoit ſans doute une eſpèce de ſtile ou de curſeur le long de la ligne horizontale qui eſt au ſommet de ce cadran, comme dans la *figure* 275, & l'on faiſoit avancer ou reculer ce ſtile dans chaque mois, afin qu'il marquât l'heure par l'incidence de ſon ombre, ou de ſon point lumineux ; mais l'on n'a pas pu recouvrer ce ſtile, & l'on ne voit pas comment on pouvoit le faire mouvoir d'une manière ſolide ſur ce jambon. Ce petit cadran eſt formé ſur le même principe que nos cadrans cylindriques; mais les nôtres ſont plus juſtes & plus commodes, parce qu'ils ſont tracés ſur une ſurface unie: (*M. VALET*, de Grenoble, *Supplément de l'Encycl. tom.* 3).

On peut voir encore la deſcription d'un cadran ancien, par le pere Baldini. Saggi di diſſertazioni lette nell' Academia di Cortona, *T. III*, diſſ. 7. Il y en a pluſieurs de figurés dans le Livre de Martini que j'ai cité.

La *Gnomonique* eſt entièrement fondée ſur le mouvement diurne de la ſphère, de ſorte qu'il eſt néceſſaire d'avoir appris les élémens de l'aſtronomie ſphérique, avant que de s'appliquer à la théorie de la *Gnomonique ;* mais il y a des pratiques faciles à entendre pour tout le monde, & que nous avons expliquées *au mot cadran*, de manière à les mettre à-portée de tous les curieux qui ne veulent pas s'occuper de démonſtration.

La *Gnomonique* ordinaire eſt la ſcience des *cadrans* ſolaires, mais il y a des auteurs qui l'ont conſidérée dans une plus grande généralité, en cherchant les moyens de tracer non-ſeulement les heures & les ſignes du zodiaque, mais encore les verticaux, les azimuts, les hauteurs, les maiſons céleſtes, les points qui ſe levent & qui ſe couchent, les heures de divers pays, &c. Dans ce ſens, la *Gnomonique* eſt la ſcience qui enſeigne à repréſenter ſur une ſurface donnée, l'apparence de tous les points, lignes & cercles de la ſphère, ſuivant une projection qui ſuppoſe l'œil au centre de tous les mouvemens céleſtes, & que l'on appelle *projection Gnomonique*. Ce n'eſt point une projection de même eſpèce que la projection *orthographique* dont ſe ſervent les aſtronomes, ou la projection *ſtéréographique* des géographes; celle dont on fait uſage en *Gnomonique*, donne les interſections des cercles horaires & des parallèles diurnes, avec un plan qui paſſe par le centre de la ſphère, mais qui a une direction quelconque, car il y a des cadrans placés dans tous les ſens.

On trouve, dans le *Traité des horloges du pere Alexandre*, pag. 276, un catalogue des auteurs qui ont écrit ſur la *Gnomonique*, depuis Sébaſtien Munſter, & Oronce Finé; le premier dans ſon ouvrage, intitulé: *Compoſitio Horologiorum*, *Baſileæ*, 1531, donna la deſcription de toutes les eſpèces de cadrans ſolaires, mais ſans s'occuper de la théorie & des démonſtrations; le Livre d'Oronce Finé, intitulé : *de Horologiis ſolaribus*, parut a Paris en 1531.

Federicus Urbinus s'occupa de la théorie, mais d'une manière très-obſcure. *Maurolycus* y ſupplea dans ſes opuſcules, en 1575.

Clavius eſt le premier qui ait fait un traité vaſte & complet de *Gnomonique*, en 1581; il en démontre toutes les opérations ſuivant la méthode rigoureuſe des anciens géomètres, mais d'une manière aſſez compliquée. Salomon de Caus publia ſon ouvrage en 1624, & Welperus en 1625. Sturmius en 1672, publia une nouvelle édition de la *Gnomonique* de Welperus, à laquelle il ajouta une ſeconde partie en entier, ſur les cadrans inclinans & réclinans, *&c.* En 1708, on réimprima ce même ouvrage avec les additions de Sturmius; & on y ajouta une quatrième partie qui contient les méthodes de Picard & de la Hire, pour tracer de grands cadrans; ce qui compoſe un des meilleurs ouvrages & des plus complets que nous ayons ſur cette matière, ſuivant le témoignage de *Wolf*.

Le pere de Challes, dans ſon grand cours de Mathématiques, donna une très-bonne *Gnomonique*. Picard publia une méthode pour faire de grands cadrans, en calculant les angles des lignes horaires.

Le traité d'Ozanam eſt court, il parle de beaucoup de cadrans; mais en peu de mots; ſes démonſtrations ſont abrégées, & par conſéquent obſcures; les principes ſont peu détaillés, il s'occupe peu de la pratique, en ſorte qu'il n'eſt ſuffiſant, ni pour les amateurs de la théorie, ni pour ceux de la pratique.

La *Gnomonique* de la Hire contient un grand nombre de méthodes graphiques très-générales, pour les cadrans inclinés, avec des démonſtrations élégantes, mais difficiles; nous en avons rapporté quelques-unes, il n'employoit que les points d'ombre.

Le cours de Mathématiques de Wolf contient une *Gnomonique* facile & aſſez complette.

Le *Gnomonique* par Deparcieux, 1741, *in-4°*, ne traite principalement que des cadrans verticaux, & cela par une ſeule méthode qui eſt celle du calcul des hauteurs, dont il donne un long détail pour

tous les cas, à l'usage des personnes qui n'ont aucune pratique du calcul; il emploie aussi les points d'ombre à la manière de la Hire.

L'ouvrage de Rivard, publié en 1746, contient aussi un grand nombre de détails & de pratiques pour les cadrans verticaux dans tous les cas, & par toutes les méthodes possibles, avec des démonstrations claires & commodes; mais ce n'est là qu'une partie de la *Gnomonique*.

Pour les cadrans de différentes formes, on peut consulter Bion. *Usages des instrumens de Mathématiques*, 1752, *in-4.°*

La *Gnomonique* pratique par Dom Bedos, 1774, *in-8.°*, contient de grands détails pour construire facilement & exactement les principales espèces de cadrans, mais sans démonstrations.

Pour moi, dans celle que j'ai mise en abrégé au mot *cadran*, j'ai essayé de réunir plus brièvement la théorie & la pratique, une théorie plus simple que dans certains auteurs, une pratique plus usuelle que dans les autres; l'on y verra en abrégé toutes les méthodes & toute la *Gnomonique*, mais en détail, les choses susceptibles d'applications; enfin, c'est l'abrégé d'un ouvrage plus considérable que j'espere publier.

Gnomonique reflexe, *Gnomonique rompue*, est celle qui enseigne à construire des cadrans par réflexion ou par réfraction. (*D. L.*)

GON

GONARGUE, f. m. (*Gnom.*) espèce de cadran solaire, pratiqué sur les surfaces différentes d'un corps angaleux, d'où est venu le nom de *gonargue*, γωνυ, genou, angle.

GONIOMÉTRIE, f. f. (*Mathém. prat.*) est l'art de mesurer les angles. Ce mot vient de deux mots grecs, γωνία, *angle*, & μέτρον, *mesure*. On a donné au *mot* ANGLE, la manière de mesurer les angles, soit sur le papier, soit sur le terrein, & de prendre des angles formés par trois objets quelconques; & on a expliqué au *mot* DEGRÉ, pourquoi on se sert du cercle pour la mesure des angles: ainsi nous renvoyons à ces articles. (*O*)

GOUVERNAIL, f. m. (*Méch.*) La description & la manœuvre du *gouvernail*, dans les vaisseaux, appartiennent au *Dictionnaire de marine*; nous traiterons seulement ici de l'action du *gouvernail*, en tant qu'elle forme un problème de Méchanique.

Il est évident que lorsqu'on pousse la barre du *gouvernail* dans un sens, par exemple, de gauche à droite, le vaisseau doit tourner dans le sens opposé, c'est-à-dire de droite à gauche, en vertu de l'impulsion du fluide contre la queue du *gouvernail* qui est plongée dans l'eau.

La détermination du mouvement que le *gouvernail* imprime au vaisseau, réduite aux loix de la méchanique, consiste à résoudre le problème suivant.

Etant donnés deux corps unis ensemble par une espèce de charnière, (tels que le vaisseau & le gouvernail), & supposant une puissance donnée, appliquée à un point donné d'un de ces corps, trouver le mouvement qui doit en résulter.

J'appellerai point d'union, l'endroit où les deux corps sont unis par charnière; il est visible que le point d'union doit, ou au moins peut avoir un mouvement en ligne droite, dont il faut chercher la quantité & la direction, & qu'outre cela, chacun de ces deux corps aura un mouvement de rotation circulaire autour du *point d'union*; de manière que si on connoît la vitesse de rotation d'un point de chaque corps, on connoîtra la vitesse de rotation de tous les autres points, & le mouvement de chacun, sera composé de ce mouvement de rotation, & d'un mouvement égal & parallèle au mouvement du point d'union. Il y a donc ici quatre inconnues; la quantité du mouvement du point d'union, sa direction, & la quantité du mouvement circulaire d'un point pris à volonté dans chaque corps. Or tous ces mouvemens doivent être tels, (*Voyez* DYNAMIQUE) que si on les imprimoit en sens contraire, ils feroient équilibre avec la puissance donnée qui pousse le corps. Décomposons donc le mouvement de chaque particule des deux corps, en deux directions; l'une, parallèle si l'on veut, à la puissance donnée; l'autre, perpendiculaire à la direction de cette même puissance. Il faut pour qu'il y ait équilibre, 1.° que la somme des forces parallèles, à la puissance donnée, lui soit égale; 2.° que la force résultante des forces imprimées au navire, en sens contraire, passe par le point où le gouvernail est joint au navire, c'est-à-dire, par le point d'union: 3.° que la somme des puissances perpendiculaires soit nulle: 4.° que les forces perpendiculaires & parallèles, & la puissance donnée, se fassent mutuellement équilibre. Voilà les quatre équations qui serviront à trouver les quatre inconnues.

On pourroit croire, en y faisant peu d'attention; que la quatrième condition revient à la première & à la troisième; mais il est aisé de voir qu'on seroit dans l'erreur. Quand deux puissances égales & parallèles, par exemple, tirent en sens contraire deux différens points d'un levier, leur somme est nulle, mais la somme de leurs momens ne l'est pas; aussi n'y a-t-il pas équilibre. *Voyez* ÉQUILIBRE, LEVIER, MOMENT, STATIQUE.

M. l'Abbé Bossut a donné la solution générale du problème précédent, dans sa pièce sur *la théorie & les pratiques de l'arrimage des vaisseaux*, qui partagea le prix de l'académie en 1765; nous y renvoyons le lecteur. (*O*)

GOUVERNAIL. (*Hyd.*) On appelle aussi *gouvernail*, la queue d'un moulin ou d'une machine hydraulique qui le présente d'elle-même au vent.

GRA

GRADUATION, f. f. (*Mathém. prat.*): on

se sert de ce mot pour marquer l'action de *graduer* ou de diviser une grandeur quelconque en degrés. *Voyez* DEGRÉ & GRADUER.

GRADUER, v. act. (*Mathémat. prat.*) C'est diviser en degrés un instrument de Mathématique, de Physique, *&c.* Ce mot *degré* signifie dans ces instrumens des *parties égales* ou *inégales*, mais plus ordinairement *égales*, qui sont marquées ou séparées par de petites lignes; comme les degrés d'un quart de cercle, les degrés d'un thermomètre, les degrés d'une échelle quelconque; lorsqu'il est question d'instrument de Mathématique, on se sert plus du mot *diviser* que du mot *graduer*; ainsi on dit: *ce quart de cercle est mal divisé*; *la division n'en est pas exacte. V.* INSTRUMENS. (*O*)

GRAIS, c'est ce que les *Miroitiers-Lunetiers* appellent ordinairement du nom de *meule*; ils n'emploient communément que celles de Lorraine, qui sont également bonnes pour leurs ouvrages, quoiqu'inférieures à celles d'Angleterre: c'est sur ce *grais* qu'ils dressent & arrondissent les bords des verres de leurs lunettes, pour les placer dans la rainure des châsses.

GRAPHIQUE, adj. (*Astron.*) *opération graphique*, celle qui consiste à résoudre des problèmes d'Astronomie sphérique par le moyen d'une ou de plusieurs figures tracées en grand sur un papier; ces opérations ne donnent pas une solution très-exacte, mais elles donnent la solution la plus prompte, & fournissent une première approximation commode; on peut ensuite la pousser plus loin en faisant le calcul. Ainsi, on emploie les opérations *graphiques* pour avoir d'abord une solution ébauchée du problème des comètes, de celui des éclipses, comme nous l'avons expliqué au *mot* ECLIPSE. On peut en voir des exemples dans mon *Astronomie.* L'Abbé de la Caille a donné une manière commode pour trouver les longitudes en mer par une opération graphique. *Nouveau Traité de navigation, Bouguer & la Caille*, 1769. (*D. L.*)

GRANDEUR, s. f. (*Mathém.*) Voilà un de ces mots dont tout le monde croit avoir une idée nette, & qu'il est pourtant assez difficile de bien définir. Ne seroit-ce pas parce que l'idée que ce mot renferme, est plus simple que les idées par lesquelles on peut entreprendre de l'expliquer? *Voyez* DÉFINITION & ÉLÉMENS DES SCIENCES. Quoi qu'il en soit, les Mathématiciens définissent ordinairement la *grandeur*, ce qui est susceptible d'augmentation & de diminution; d'après cette notion, l'*infini* ne seroit pas plus une *grandeur* que le zéro, puisque l'infini n'est pas plus susceptible d'augmentation que le zero ne l'est de diminution; aussi plusieurs mathématiciens regardent-ils le zéro d'une part & l'infini de l'autre, non comme des *grandeurs*, mais comme la limite des *grandeurs*; l'une pour la diminution, l'autre pour l'augmentation. *Voyez* LIMITE. On est sans doute le maître de s'exprimer ainsi, & il ne faut point disputer sur les mots; mais il est contre l'usage ordinaire de dire que l'*infini n'est point une grandeur*, puisqu'on dit *une grandeur infinie.* Ainsi, il semble qu'on doit chercher une définition de la *grandeur* plus analogue aux notions communes. De plus, suivant la définition qu'on vient d'apporter, on devroit appeller *grandeur* tout ce qui est susceptible d'augmentation & de diminution; or la lumiere est susceptible d'augmentation & de diminution; cependant on s'exprimeroit fort improprement en regardant la lumiere comme une *grandeur.*

D'autres changent un peu la définition précédente, en substituant *ou* au lieu de *&*, & ils définissent la *grandeur*, ce qui est susceptible d'augmentation *ou* de diminution. Suivant cette définition dans laquelle *ou* est disjonctif, zéro seroit une *grandeur*; car s'il n'est pas susceptible de diminution, il l'est d'augmentation; cette définition est donc encore moins bonne que la précédente.

On peut, ce me semble, définir assez bien la *grandeur*, ce qui est composé de parties. Il y a deux sortes de *grandeurs*, la *grandeur* concrète & la *grandeur* abstraite. *Voyez* CONCRET & ABSTRAIT. La *grandeur* abstraite est celle dont la notion ne désigne aucun sujet particulier. Elle n'est autre chose que les nombres, qu'on appelle aussi *grandeurs numériques. Voyez* NOMBRE. Ainsi, le nombre 3 est une quantité abstraite, parce qu'il ne désigne pas plus 3 piés que 3 heures, *&c.*

La *grandeur* concrète est celle dont la notion renferme un sujet particulier. Elle peut être composée, ou de parties co-existantes, ou de parties successives; & sous cette idée elle renferme deux espèces, l'*étendue* & le *tems. Voyez* ETENDUE & TEMS.

Il n'y a proprement que ces deux espèces de *grandeurs*; toutes les autres s'y rapportent directement ou indirectement. L'étendue est une *grandeur* dont les parties existent en même tems; le tems une *grandeur* dont les parties existent l'une après l'autre.

La *grandeur* s'appelle aussi *quantité*, *voyez* QUANTITÉ; & sous cette idée, on peut dire que la *grandeur* abstraite répond à la quantité *discrette*, & la *grandeur* concrète à la quantité *continue. Voyez* DISCRET & CONTINU.

La *grandeur* & ses propriétés sont l'objet des Mathématiques, ce qui sera expliqué plus au long à l'*article* MATHÉMATIQUES.

Sur la *grandeur* apparente des objets, *voyez les mots* OPTIQUE & VISION. (*O*)

GRAPHOMETRE, s. m. (*Géom. prat.*) nom que plusieurs auteurs donnent à un instrument de mathématiques, appellé plus communément demi-cercle.

Ce mot vient de deux mots grecs, γράφω, *j'écris*, & μέτρον, *mesure*; apparemment parce que les divisions de degrés qui sont sur cet instrument donnent, pour ainsi dire, par écrit la mesure des angles qu'on observe par son moyen.

On a vu au *mot* Demi-Cercle en quoi cet instrument diffère de l'équerre d'arpenteur. *V.* Equerre d'Arpenteur. Il diffère de la planchette en ce que celle-ci est un instrument beaucoup plus simple & sans aucune division. *Voyez* Planchette. Ce dernier est plus expéditif, mais le *graphometre* est plus exact; cependant, quand il s'agit d'opérations trigonométriques qui demandent une grande précision, comme de celles qu'il faut faire pour mesurer les angles des triangles dans la mesure d'un degré du méridien, on se sert d'un instrument encore plus exact que le *graphomètre*, d'un quart de cercle bien divisé & garni de lunette. *Voyez* Quart de Cercle. (

GRAVITATION, s. f. (*Méch.*), signifie en général l'*effet* de la gravité, ou la *tendance* qu'un corps a vers un autre corps par la force de sa gravité. *Voyez ci-après* Gravité.

Suivant le systême de Physique établi par Neuton, & reçu maintenant par tous les philosophes, chaque particule de matiere pèse ou gravite vers chaque autre particule. *Voyez* Neutonianisme.

Ce que nous appellons *gravitation* par rapport à un corps *A*, qui pèse vers un autre corps *B*, Neuton l'appelle *attraction* par rapport au corps *B* vers lequel le corps *A* pèse : ou, ce qui revient au même, l'attraction que le corps *B* exerce sur le corps *A*, est ce qui fait que le corps *A* a une *gravitation* vers *B*; l'attraction est la cause inconnue & la *gravitation* l'effet. *Voyez* Attraction.

Selon Neuton, les planètes, tant premières que secondaires, aussi-bien que les comètes, pèsent ou tendent toutes vers le soleil, & pèsent outre cela les unes vers les autres, comme le soleil pèse & tend vers elles; & la *gravitation* d'une planète quelconque *C* vers une autre planète *D*, est en raison directe de la quantité de matiere qui se trouve dans la planète *D*, & en raison inverse du quarré de la distance *C* à la planète *D*. *Voyez* Planète, Comète, Soleil, Terre, Lune, *&c.*

Mais ce ne sont pas seulement les corps célestes qui s'attirent mutuellement. Neuton ajoute que toutes les parties de la matiere ont cette propriété réciproque les unes par rapport aux autres; & c'est ce qu'il appelle la *gravitation universelle*. On peut voir aux *mots* Attraction & Gravité, les preuves de ce systême & l'usage que Neuton en a fait, ainsi que les réflexions que nous avons faites sur ces preuves & sur cet usage. A ces réflexions nous en joindrons ici quelques-unes.

I. *Réflexions philosophiques sur le systême de la gravitation universelle.* Les observations astronomiques démontrent que les planètes se meuvent, ou dans le vide, ou au moins dans un milieu fort rare, ou enfin, comme l'ont prétendu quelques philosophes, dans un milieu fort dense qui ne résiste point, ce qui seroit néanmoins plus difficile à concevoir que l'attraction même. Mais, quelque parti qu'on prenne sur la nature du milieu dans lequel les planètes se meuvent, la loi de Kepler démontre au moins qu'elles tendent vers le soleil. *Voyez* Loi de Kepler & Gravité. Ainsi, la *gravitation* des planètes vers le soleil, quelle qu'en soit la cause, est un fait qu'on doit regarder comme démontré, ou rien ne l'est en physique.

La *gravitation* des planètes secondaires ou satellites vers leurs planètes principales, est un second fait évident & démontré par les mêmes raisons & par les mêmes faits.

Les preuves de la *gravitation* des planètes principales vers leurs satellites ne sont pas en aussi grand nombre, mais elles suffisent cependant pour nous faire reconnoître cette *gravitation*. Les phénomènes de flux & reflux de la mer, & sur-tout la théorie de la nutation de l'axe de la terre & de la précession des équinoxes, si bien d'accord avec les observations, prouvent invinciblement que la terre tend vers la lune : *voyez* Flux & Reflux, Marée, Nutation, Précession. Nous n'avons pas de semblables preuves pour les autres satellites. Mais l'analogie seule ne suffit-elle pas pour nous faire conclure que l'action entre les planètes & leurs satellites est réciproque? Je n'ignore pas l'abus qu'on peut faire de cette manière de raisonner, pour tirer en physique des conclusions trop générales; mais il me semble, ou qu'il faut entièrement renoncer à l'analogie, ou que tout concourt ici pour nous engager à en faire usage.

Si l'action est réciproque entre chaque planète & ses satellites, elle ne paroît pas l'être moins entre les planètes premières. Indépendamment des raisons tirées de l'analogie, qui ont à la vérité moins de force ici que dans le cas précédent, mais qui pourtant en ont encore, il est certain que saturne éprouve, dans son mouvement, des variations sensibles, & il est fort vraisemblable que jupiter est la principale cause de ces variations. Le tems seul, il est vrai, pourra nous éclairer pleinement sur ce point, les géomètres & les astronomes n'ayant encore ni des observations assez complètes sur les mouvemens de saturne, ni une théorie assez exacte des dérangemens que jupiter lui cause. Mais il y a beaucoup d'apparence que jupiter, qui est sans comparaison la plus grosse de toutes les planètes & la plus proche de saturne, entre au moins pour beaucoup dans la cause de ces dérangemens : je dis *pour beaucoup*, & non *pour tout*; car, outre une cause dont nous parlerons dans un moment, l'action des cinq satellites de saturne pourroit encore produire quelque dérangement dans cette planète; & peut-être sera-t-il nécessaire d'avoir égard à l'action des satellites pour déterminer entièrement & avec exactitude toutes les inégalités du mouvement de saturne, aussi-bien que celles de jupiter.

Si les satellites agissent sur les planètes principales; & si celles-ci agissent les unes sur les autres, elles agissent donc aussi sur le soleil : c'est

une conséquence assez naturelle. Mais jusqu'ici les faits nous manquent encore pour la vérifier. Le moyen le plus infaillible de décider cette question, est d'examiner les inégalités de saturne; car, si jupiter agit sur le soleil en même tems que saturne, il est nécessaire de transporter à saturne, en sens contraire, l'action de jupiter sur le soleil, pour avoir le mouvement de saturne par rapport à cet astre, & entr'autres inégalités cette action doit produire dans le mouvement de saturne une variation proportionnelle au sinus de la distance entre le lieu de jupiter & celui de saturne. C'est aux astronomes à s'assurer si cette variation existe, & si elle est telle que la théorie la donne. *Voyez* SATURNE.

On peut voir, par ce détail, quels sont les différens degrés de certitude que nous avons jusqu'ici sur les principaux points du système de la *gravitation universelle*, & quelle nuance, pour ainsi dire, observent ces degrés. Ce sera la même chose quand on voudra transporter, comme fait Neuton, le système général de la *gravitation* des corps célestes à celle des corps terrestres ou sublunaires. Nous remarquerons, en premier lieu, que cette attraction ou *gravitation* générale s'y manifeste moins en détail dans toutes les parties de la matière, qu'elle ne fait, pour ainsi dire, en total dans les différens globes qui composent le système du monde; nous remarquerons de plus qu'elle se manifeste dans quelques-uns des corps qui nous environnent plus que dans les autres; qu'elle paroît agir ici par impulsion, là par une méchanique inconnue, ici suivant la loi, là suivant une autre; enfin plus nous généraliserons & étendrons, en quelque manière, la *gravitation*, plus ses effets nous paroîtront variés, & plus nous la trouverons obscure, & en quelque manière informe dans les phénomenes qui en résultent, ou que nous lui attribuons. Soyons donc très-réservés sur cette généralisation, aussi-bien que sur la nature de la force qui produit la *gravitation* des planetes; reconnoissons seulement que les effets de cette force n'ont pu se réduire, du moins jusqu'ici, à aucune des loix connues de la méchanique; n'emprisonnons point la nature dans les limites étroites de notre intelligence; approfondissons assez l'idée que nous avons de la matière, pour être circonspects sur les propriétés que nous lui attribuons ou que nous lui refusons; & n'imitons pas le grand nombre des philosophes modernes, qui, en affectant un doute raisonné sur les objets qui les intéressent le plus, semblent vouloir se dédommager de ce doute par des assertions prématurées sur les questions qui les touchent le moins.

II. *Loi générale de la gravitation.* Si on appelle ϕ la force de la *gravitation* d'un point vers un autre, e l'espace que cette force fait parcourir pendant le tems t, on aura $dde = \phi dt^2$, ou plus exactement $dde = \frac{2a\phi dt^2}{p\theta^2}$, comme on l'a vu, au mot FORCE, en appellant a l'espace que la pesanteur p fait parcourir pendant un tems θ. M. Euler, dans sa pièce sur le mouvement de saturne, qui a remporté le prix de l'Académie des Sciences en 1748, prend pour équation, non pas $dde = dt^2$, mais $dde = \frac{1}{2}\phi dt^2$. Comme cette manière de présenter l'équation des forces accélératrices a causé de la difficulté à plusieurs personnes, je dirai ici qu'elle ne me paroît point exacte. En effet, supposons $\phi = p$, c'est-à-dire, ϕ égal à la pesanteur naturelle, on auroit donc, suivant M. Euler, $dde = \frac{pdt^2}{2}$, & $e = \frac{ptt}{4}$, ou $t = 2\sqrt{\frac{e}{p}}$; cependant toutes les formules reçues jusqu'ici donnent la vitesse à la fin de l'espace $e = \sqrt{2pe}$, & le tems $= \frac{2e}{\sqrt{2pe}} = \sqrt{\frac{2e}{p}}$, ce qui est fort différent de l'expression de t qui résulte de la formule de M. Euler. Il est vrai que l'équation, peu exacte en elle-même, $dde = \frac{1}{2}\phi dt^2$, dont M. Euler se sert, n'influe point sur le reste de sa pièce, parce qu'il corrige cette erreur par une autre, en substituant dans la suite de la pièce, à la place de $\frac{dt^2}{2}$, la quantité $\frac{a^3 d\zeta^2}{\Theta}$, a étant le rayon de l'orbite, ζ l'anomalie, & Θ le soleil; au lieu qu'en nous servant de la formule $dde = \phi dt^2$, nous eussions substitué cette quantité $\frac{a^3 d\zeta^2}{\Theta}$, non à la place de $\frac{dt^2}{2}$, mais à la place de dt^2; en sorte que, dans les deux cas, le résultat auroit été le même, savoir, $dde = \frac{\phi a^3 d\zeta^2}{\Theta}$. En effet, $\frac{\Theta}{a^2}$ étant ici la force centripète, & $a d\zeta$ l'arc parcouru pendant le tems dt, on a $\frac{\Theta}{a^2} = \frac{a^2 d\zeta^2 . p\theta^2}{2aadt^2}$ (*voyez l'article* FORCE); donc, puisque $dde = \frac{2a\phi dt^2}{p\theta^2}$, on aura $dde = \frac{\phi a^3 d\zeta^2}{\Theta}$. Nous supposons qu'on ait ici sous les yeux la pièce de M. Euler, imprimée à Paris en 1749.

III. *Manière de trouver la gravitation d'un corps vers un autre.* Neuton, dans le *livre I de ses Principes*, a donné pour cela une méthode qui a été commentée & étendue depuis par différens auteurs. *Voyez les Mémoires de l'Acad.* 1732; *le Commentaire* des PP. le Sueur & Jaquier; *les Mémoires de Pétersbourg*, &c. Cette méthode a principalement pour objet l'attraction que les corps sphériques, elliptiques, cylindriques, ou regardés comme tels, exercent sur un point donné.

M. Maclaurin a traité cette matière, par une méthode originale, & d'où il a tiré une foule de théorèmes remarquables sur la figure de la terre. *Voyez* sa pièce sur le *flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences en

1740; *voyez* aussi le tom. II de son traité *des Fluxions*; un *Mémoire* de M. de la Grange, imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin, 1773.

* Il est bon de donner ici quelque idée de la manière dont on calcule le mouvement rectiligne des corps soumis à une force centrale. Reprenons, pour cela, l'équation $dde = \frac{2a\phi}{p}\frac{dt^2}{\theta^2}$; & supposons que la gravitation est dirigée vers un point fixe éloigné du mobile soumis à sa seule action d'une quantité k; qu'à une distance b cette force est égale à la pesanteur, & qu'elle est généralement comme une puissance n de la distance du mobile à ce centre; on aura donc $\phi = p\frac{(k-e)^n}{b^n}$ & $dde = \frac{2a(k-e)^n}{b^n}\frac{dt^2}{\theta^2}$. Donc, en intégrant avec cette condition que l'espace parcouru & la vitesse $\frac{de}{dt}$ deviennent o en même tems, on aura $\frac{2dt}{\theta} = \sqrt{\frac{b^n}{a}}\, de \sqrt{\frac{n+1}{k^{n+1} - (k-e)^{n+1}}}$, expression qui ne peut pas s'intégrer généralement. Mais l'intégration réussit dans le cas de $n = 1$, & dans celui de $n = -2$: cas qui est le plus important, puisque c'est celui qui a lieu dans la nature. Nous allons nous occuper de ce dernier. *Voyez*, pour les autres, les différens *Traités de calcul intégral, & sur-tout celui de M. Euler.* Soit donc $n = -2$, l'équation deviendra, en changeant un peu sa forme $\frac{dt}{\theta}\sqrt{\frac{a}{k}} = \frac{k}{b}\, d\sqrt{\frac{e}{k}}, \sqrt{1-\frac{e}{k}}$, on aura donc, pour la valeur de $\frac{b}{k}\sqrt{\frac{a}{k}}\cdot\frac{t}{\theta}$, un segment de cercle dont le rayon seroit 1 & l'abscisse comptée du centre, $\sqrt{\frac{e}{k}}$, ou, ce qui revient au même, on aura $\frac{2bt}{k\theta}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{k}} = \text{arc } S \sqrt{\frac{e}{k}} + \frac{\sqrt{ek-e^2}}{k}$.

Si on supposoit $n = -1$, le coëfficient de de deviendroit $\frac{0}{0}$, & par conséquent indéterminé. Dans ce cas, on pourra, si l'on veut, remonter à l'équation $dde = \frac{2ab}{k-e}\frac{dt^2}{\theta^2}$, & intégrer par logarithmes. Mais il sera plus simple de chercher directement la valeur de cette fraction $\frac{0}{0}$, suivant les méthodes connues. *V.* FRACTIONS *indéterminées*, au *mot* INDÉTERMINÉ. *

IV. *Usage du système de la gravitation pour trouver les masses des planètes.* Soient deux planètes, dont les masses soient M, m, qui aient des satellites qui tournent autour d'elles à la distance A, a, & qui fassent leurs révolutions dans les tems T, t, les forces centripètes de ces satellites seront $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$, puisque la *gravitation* est en raison directe de la masse du corps attirant, & inverse du quarré de la distance : de plus, ces forces centripètes seront égales aux forces centrifuges; &, en considérant les orbites des satellites comme des cercles, les forces centrifuges seront entr'elles comme $\frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. *V.* FORCE CENTRALE *au mot* CENTRAL. Donc on aura $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} :: \frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. Donc, si on connoît le rapport de A avec a & celui de T avec t, on connoîtra le rapport de M à m. Par-là on peut connoître le rapport de la masse du soleil, de jupiter & de saturne, à celle de la terre; car toutes ces planètes (en y comprenant le soleil) ont des satellites, dont on connoît le rapport des distances à leurs planètes principales, & les tems des révolutions. *Voy.* PLANÈTE. (*O*)

GRAVITÉ, s. f. (*Méch.*) : on appelle ainsi parmi les philosophes la *force* que le vulgaire appelle *pesanteur*, & en vertu de laquelle les corps tendent vers la terre.

Il y a cette différence entre *pesanteur* & *gravité*, 1.° que *gravité* ne se dit jamais que de la force ou cause générale qui fait descendre les corps, & que *pesanteur* se dit quelquefois de l'effet de cette force dans un corps particulier; ainsi, on dit *la force de la gravité pousse les corps vers la terre, & la pesanteur du plomb est plus grande que celle du cuivre.* 2.° Que pesanteur ne se dit jamais que de la force particulière qui fait tomber les corps terrestres vers la terre, & que *gravité* se dit aussi quelquefois dans le système Neutonien, de la force par laquelle un corps quelconque tend vers un autre. Car le principe général de ce système, est que la *gravité* est une propriété universelle de la matière. *Voyez* GRAVITATION. Mais, avant que d'en détailler les preuves, disons un mot des systèmes imaginés par les autres philosophes, pour rendre raison de la *gravité*.

Le vulgaire est d'abord étonné qu'on cherche une cause à ce phénomène; il lui paroît tout naturel qu'un corps tombe, dès qu'il n'est pas soutenu; sur quoi nous renvoyons le lecteur à l'*article* FORCE D'INERTIE. Nous ne dirons rien des systèmes que les péripatéticiens, les épicuriens, les gassendistes, *&c.* ont imaginés pour expliquer la cause de la pesanteur. Mais l'explication de Descartes est trop ingénieuse & trop séduisante au premier coup-d'œil, pour ne pas nous y arrêter.

La matière subtile, dit ce philosophe, se meut en tourbillon autour de la terre; en vertu de ce mouvement, elle a une force centrifuge, *voyez* FORCE & CENTRIFUGE; en vertu de cette force, toutes les parties de cette matière tendent à s'éloigner de la terre; elles doivent donc pousser les corps vers la terre, c'est-à-dire, dans un sens contraire à la direction de leur force centrifuge; car par la même raison qu'un fluide qui pese de haut en-bas, tend à pousser de bas en-haut les corps qu'on y plonge,

y plonge, & les y pousse en effet, s'ils tendent de haut en-bas avec moins de force que lui; par cette même raison la matiere du tourbillon ayant une force centrifuge, doit pousser vers la terre les corps qu'on place dans ce tourbillon, & qui n'ont point une pareille force. *Voyez* FLUIDE & HYDRODYNAMIQUE. Ainsi, la pesanteur du corps *L* placé dans la pyramide *A E B* (*fig. 90 Méc.*), est égale à la force centrifuge de la matière du tourbillon dont il occupe la place, multipliée par la masse de cette matière, moins la force centrifuge du corps *L*, s'il en a, multipliée par la masse *L*.

En supposant l'existence des tourbillons que nous croyons insoutenable, & que presque personne n'admet plus aujourd'hui, *voyez* TOURBILLON, il suit de cette explication qu'il faut, ou que la force centrifuge de la matiere du tourbillon soit beaucoup plus grande que celle du corps *L*, ou que la matière subtile soit beaucoup plus dense que ce corps. Or la force centrifuge du corps *L* vient de sa vitesse de rotation autour de la terre; vitesse qui est à-peu-près égale à celle des points de la surface terrestre. Donc il faudroit, dans le premier cas, que la matière du tourbillon eût beaucoup plus de vitesse de rotation que la terre; or, cela posé, on sentiroit une espèce de vent continuel dans le sens de la rotation de la terre, c'est-à-dire d'occident en orient. Dans le second cas, si la matière du tourbillon a beaucoup plus de densité que les corps terrestres, on devroit sentir dans les mouvemens de bas en-haut & de haut en-bas la résistance de cette matière; or on sait que cette résistance est insensible, que l'aire seule est la source de celle qu'on éprouve, & qu'il n'y en a point dans la machine du vuide, où tous les corps tombent également vîte. Ce n'est pas tout; supposant, comme on le dit, la force centrifuge de la matière du tourbillon beaucoup plus grande que celle du corps *L*, le corps *L* devroit toujours avoir une pesanteur sensiblement égale, pourvu qu'il conservât le même volume, car la force centrifuge qui agiroit sur ce corps, seroit alors la même. Or cela est contraire à l'expérience: car un pié cube d'or pese plus qu'un pié cube de liège. De plus & par la même raison, les corps devroient descendre d'autant plus vîte, abstraction faite de la résistance de l'air, qu'ils auroient moins de masse sous un même volume; car la force qui les presse étant la même, elle devroit y produire des vîtesses en raison inverse des masses. Or c'est ce que l'expérience dément encore; car l'expérience prouve que tous les corps descendent également vîte dans le vuide, d'où il résulte que la *gravité* agit en raison de la masse, & non du volume du corps.

Une autre objection contre les Cartésiens, c'est que les corps devroient descendre vers l'axe de la terre, & non vers le centre; de sorte que sous les parallèles à l'équateur ils devroient tomber par des lignes obliques, & non par des lignes à-plomb. Les Cartésiens, il est vrai, ont imaginé différens moyens de répondre à ces difficultés; mais tous ces moyens sont autant de paralogismes. Je me flatte de l'avoir démontré dans mon *traité des fluides*, *art. 409*. M. Huyghens a cherché à corriger sur ce point le système de Descartes; mais la correction est pire que le mal; *voyez* DESCENTE; il en est de même de M. Bulfinger. Il suppose dans une pièce qui a remporté le prix de l'*académie des Sciences en 1728*, que la matière du tourbillon se meut à-la-fois autour de deux axes. Il prétend que de ce double mouvement il doit résulter une tendance des corps terrestres vers le centre de la terre; mais cet auteur a supposé qu'en ce cas, les particules de la matière décrivoient toutes, par un mouvement composé, de grands cercles; ce qui n'est pas vrai, car elles décrivent des courbes différentes, dont la plupart sont en 8 de chiffre, comme on peut s'en assurer par l'expérience & par l'analyse. Ainsi, son explication n'est pas plus recevable que celles de Huyghens & de Descartes.

M. Varignon a fait aussi un système sur la cause de la pesanteur, dont on peut voir le précis dans son éloge par M. de Fontenelle, *mém. de l'Acad. 1722*; mais ce système ne portant sur rien, & n'ayant fait aucune fortune, nous n'en ferons point de mention ici. M. le Sage, de Genève, a présenté depuis peu à l'académie des Sciences, un écrit qui contient un système ingénieux sur cette matière; mais ce système n'est pas encore publié, & nous attendrons qu'il le soit pour en faire mention, afin de ne point trop surcharger cet article. Nous renvoyons donc sur cela au *mot* PESANTEUR.

Avant que de passer à l'explication neutonienne de la *gravité*, nous ferons une remarque qui ne sera pas inutile. Quand on dit que les corps pesans ou graves tendent vers le centre de la terre, on n'entend pas cela rigoureusement; car il faudroit en ce cas que la terre fût sphérique, & que les corps pesans fussent poussés perpendiculairement à cette surface. Or il est prouvé que la terre n'est pas sphérique. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Il faut d'ailleurs distinguer deux sortes de *gravité*: la *gravité* primitive, non altérée par la force centrifuge qui vient de la rotation de la terre & des corps qu'elle entraîne: & la *gravité* altérée par cette force; cette dernière *gravité* est la seule que nous sentons; & quand même la première auroit sa direction au centre de la terre, la seconde par une conséquence nécessaire ne l'auroit pas. Mais il est aisé de s'assurer que la *gravité* primitive elle-même n'a pas sa direction au centre de la terre; car si cela étoit, le rapport des axes seroit à très-peu-près de 577 à 578, tel que M. Huygens l'a trouvé dans cette hypothèse. Or les observations donnent le rapport des axes de la terre beaucoup plus grand. *Voyez l'article* FIGURE DE LA TERRE. Ainsi, il paroît que la *gravité* n'est pas une force constamment dirigée vers le centre de la terre, & c'est déjà une preuve indirecte en faveur du système de Newton, qui veut que la pesanteur soit causée par l'attrac-

tion que toutes les parties de la terre exercent sur les corps pesans; attraction dont l'effet doit être dirigé différemment, suivant le lieu de la surface terrestre où le corps attiré est placé. *Voyez* Attraction. Voici maintenant les preuves du système Newtonien.

Preuves de la gravité universelle. Tout le monde convient que tout mouvement est naturellement rectiligne; de sorte que les corps, qui dans leur mouvement décrivent des lignes courbes, y doivent être forcés par quelque puissance qui agit sur eux continuellement.

D'où il s'ensuit que les planètes faisant leurs révolutions dans des orbites curvilignes, il y a quelque puissance dont l'action continuelle & constante les empêche de se déplacer de leur orbite, & de décrire des lignes droites.

D'ailleurs les Mathématiciens prouvent que tous les corps qui, dans leurs mouvemens, décrivent quelque ligne courbe sur un plan, & qui, par des rayons tirés vers un certain point, décrivent autour de ce point des aires proportionnelles au tems, sont poussés par quelque puissance qui tend vers ce même point; *voyez* Force centrale. Il est démontré aussi par les observations que les planètes premières tournans autour du soleil, & les planètes secondaires appellées *satellites*, tournans autour des premières, décrivent des aires proportionnelles au tems; *voyez* Loi de Kepler. Par conséquent la puissance qui les retient dans leur orbite, a sa direction vers les centres du soleil & des planètes. Enfin il est prouvé que si plusieurs corps décrivent autour d'un même point des cercles concentriques, & que les quarrés de leurs tems périodiques soient comme les cubes des distances du centre commun, les forces centripetes des corps qui se meuvent seront réciproquement comme les quarrés des distances. *Voyez* Force centrale. Or tous les Astronomes conviennent que cette analogie a lieu par rapport à toutes les planètes: d'où il s'ensuit que les forces centripetes de toutes les planètes, sont réciproquement comme les quarrés des distances où elles sont des centres de leurs orbites. *Voyez l'article* Planète, *& l'article* Loi de Kepler.

De tout ce qu'on vient de dire, il s'ensuit que les planètes sont retenues dans leurs orbites par une puissance qui agit continuellement sur elles; que cette puissance a sa direction vers le centre de ces orbites: que l'efficacité de cette puissance augmente à mesure qu'elle approche du centre, & qu'elle diminue à mesure qu'elle s'en éloigne; qu'elle augmente en même proportion que diminue le quarré de la distance, & qu'elle diminue comme le quarré de la distance augmente.

Or, en comparant cette force centripète des planètes avec la force de *gravité* des corps sur la terre, on trouvera qu'elles sont parfaitement semblables.

Pour rendre cette vérite sensible, nous examinerons ce qui se passe dans le mouvement de la lune, qui est la planète la plus voisine de la terre.

Les espaces rectilignes, décrits dans un tems donné par un corps qui tombe & qui est poussé par quelque puissance, sont proportionnels à ces puissances, à compter depuis le commencement de la chûte. Par conséquent la force centripète de la lune dans son orbite, sera à la force de la *gravité* sur la surface de la terre, comme l'espace que la lune parcourroit en tombant pendant quelque tems, par sa force centripète, du côté de la terre, supposé qu'elle n'eût aucun mouvement circulaire, est à l'espace que parcourroit dans le même tems quelqu'autre corps en tombant par sa *gravité* sur la terre.

On sait par expérience que les corps pesans parcourent ici-bas 15 piés par seconde, *voy.* Descente. Or l'espace que la force centripète de la lune lui feroit parcourir en ligne droite dans une seconde, est sensiblement égal au sinus verse de l'arc que la lune décrit dans une seconde. Et, puisqu'on connoît le rayon de l'orbite de la lune & le tems de sa révolution, on connoîtra par conséquent ce sinus verse.

Faisant donc le calcul, on trouve que ce sinus verse est à 15 piés, c'est-à-dire, que la force centripète de la lune dans son orbite, est à la force de la *gravité* sur la surface de la terre, comme le quarré du demi-diamètre de la terre est au quarré du demi-diamètre de l'orbite. On peut voir ce calcul tout au long dans le *III*[e] *livre des Principes de Neuton, & dans plusieurs autres ouvrages auxquels nous renvoyons.*

C'est pourquoi la force centripète de la lune est la même que la force de la *gravité*, c'est-à-dire, procède du même principe; autrement, si ces deux forces étoient différentes, les corps poussés par les deux forces conjointement, tomberoient vers la terre avec une vîtesse double de celle qui naîtroit de la seule force de la *gravité*.

Il est donc évident que la force centripète, par laquelle la lune est retenue dans son orbite, n'est autre chose que la force de la *gravité* qui s'étend jusques-là.

Par conséquent la lune pèse vers la terre; donc réciproquement celle-ci pèse vers la lune: ce qui est confirmé d'ailleurs par les phénomènes des marées. *Voyez* Flux *&* Reflux, & Gravitation.

On peut appliquer le même raisonnement aux autres planètes. En effet, comme les révolutions des planètes autour du soleil, & celles des satellites de jupiter & de saturne autour de ces planètes, sont des phénomènes de la même espèce que la révolution de la lune autour de la terre; comme les forces centripètes des planètes ont leur direction vers le centre du soleil; comme celle des satellites tendent vers le centre de leurs planètes; & enfin, comme toutes ces forces sont réciproquement comme les quarrés des

distances aux centres, on peut conclure que la loi de la *gravité* & sa cause sont les mêmes dans toutes les planètes & leurs satellites.

C'est pourquoi comme la lune pèse vers la terre, & celle-ci vers la lune, de même tous les satellites pèsent vers leurs planètes principales: & les planètes principales vers leurs satellites; les planètes vers le soleil, & le soleil vers les planètes. *V.* GRAVITATION, PLANETE, *&c.*

Il ne reste plus qu'à savoir quelle est la cause de cette *gravité* universelle, ou tendance mutuelle que les corps ont les uns vers les autres.

Clarke ayant détaillé plusieurs propriétés de la *gravité* des corps, conclut que ce n'est point un effet accidentel de quelque mouvement ou matière subtile, mais une force générale que le tout-puissant a imprimé dès le commencement à la matière, & qu'il y conserve par quelque cause efficiente qui en pénètre la substance.

Gravesande, dans son *introduction à la philosophie de Neuton*, prétend que la cause de la *gravité* est absolument inconnue, & que nous ne devons la regarder que comme une loi de la nature & comme une tendance que le Créateur a imprimée originairement & immédiatement à la matière, sans qu'elle dépende en aucune façon de quelque loi ou cause seconde. Il croit que les trois réflexions suivantes suffisent pour prouver sa proposition. Savoir:

1.° Que la *gravité* demande la présence du corps qui pèse ou attire: c'est ainsi que les satellites de jupiter, par exemple, pèsent sur cette planète, quelque part qu'elle se trouve.

2.° Que la distance au corps attirant étant supposée la même, la vitesse avec laquelle les corps se meuvent par la force de la *gravité*, dépend de la quantité de matière qui se trouve dans le corps qui attire, & que la vitesse ne change point, quelle que puisse être la masse du corps pesant.

3.° Que, si la *gravité* ne dépend d'aucune loi connue de mouvement, il faut que ce soit quelqu'impulsion venant d'un corps étranger, de sorte que la *gravité* étant continuelle, elle demande aussi une impulsion continuelle.

Or, s'il y a quelque matière qui pousse continuellement les corps, il faut que cette matière soit fluide & assez subtile pour pénétrer la substance de tous les corps: mais comment un corps, qui est assez subtil pour pénétrer la substance des corps les plus durs, & assez raréfié pour ne pas s'opposer sensiblement au mouvement des corps, peut-il pousser des corps considérables les uns vers les autres avec tant de force? Comment cette force augmente-t-elle suivant la proportion de la masse du corps vers lequel l'autre corps est poussé? D'où vient que tous les corps, en supposant la même distance & le même corps vers lequel ils tendent, se meuvent avec la même vitesse? Enfin un fluide qui n'agit que sur la surface, soit des corps mêmes, soit de leurs particules intérieures, peut-il communiquer aux corps une quantité de mouvement, qui suive exactement la proportion de la quantité de matière renfermée dans les corps?

M. Cotes, en donnant un plan de la philosophie de Neuton, va encore plus loin, & assure que la *gravité* doit être mise au rang des qualités premières de tous les corps, & réputée aussi essentielle à la matière que l'étendue, la mobilité, l'impénétrabilité. *Pref. ad Neut. Princip.* Sur quoi, *voyez les articles* ATTRACTION & GRAVITATION.

Mais Neuton, pour nous faire entendre qu'il ne regarde point la *gravité* comme essentielle aux corps, nous donne son opinion sur la cause, & il prend le parti de la proposer par forme de question, comme n'étant point encore content de tout ce qu'on en a découvert par les expériences.

Nous ajouterons ici cette question dans les propres termes dont il s'est servi.

Après avoir prouvé qu'il y a, dans la nature, un milieu beaucoup plus subtil que l'air, que par les vibrations de ce milieu la lumière communique de la chaleur aux corps, subit elle-même des accès de facile réflexion & de facile transmission; & que les différentes densités des couches de ce milieu produisent la réfraction aussi-bien que la réflexion de la lumière (*Voyez* MILIEU, CHALEUR, RÉFRACTION, *&c.*); il fait la question suivante:

« Ce milieu n'est-il pas beaucoup plus raréfié dans les corps denses du soleil, des étoiles, des planètes & des comètes, que dans les espaces célestes qui sont vides, & qui se trouvent entre ces corps? & ce milieu, en passant de-là à des distances considérables, ne se condense-t-il pas continuellement de plus en plus, & ne devient-il pas ainsi la cause de la *gravité* que ces grands corps exercent les uns sur les autres, & de celle de leurs parties, puisque chaque corps s'efforce de s'éloigner des parties les plus denses du milieu vers ses parties les plus raréfiées?

» Car, si l'on suppose que ce milieu est plus raréfié dans les corps du soleil que dans sa surface, & plus à la surface qu'à une distance très-petite de cette même surface, & plus à cette distance que dans l'orbe de saturne, je ne vois pas, dit M. Neuton pourquoi l'accroissement de densité ne seroit pas continué dans toute la distance qu'il y a du soleil à saturne, & au-delà.

» Et quand même cet accroissement de densité seroit excessivement lent ou foible à une grande distance, cependant si la force élastique de ce milieu est excessivement grande, elle peut être suffisante pour pousser les corps depuis les parties les plus denses du milieu, jusqu'à l'extrémité de ses parties les plus raréfiées, avec toute cette force que nous appellons *gravité*.

» La force élastique de ce milieu est exces-

fivement grande, comme on en peut juger par la viteſſe de ſes vibrations : car, d'un côté, les ſons ſe répandent environ à 180 toiſes dans une ſeconde de temps : de l'autre, la lumiere vient du ſoleil juſqu'à nous dans l'eſpace de ſept ou huit minutes, & cette diſtance eſt environ de 33,000,000 lieues ; & pour que les vibrations ou impulſions de ce milieu puiſſent produire les ſecouſſes alternatives de facile tranſmiſſion & de facile réflexion, il faut qu'elles ſe faſſent plus promptement que celles de la lumière, & par conſéquent environ 700,000 fois plus vîte que celles du ſon ; de ſorte que la vertu élaſtique de ce milieu, toutes choſes d'ailleurs égales, doit être plus de 700,000 X 700,000, c'eſt-à-dire, plus de 490,000,000,000 fois plus grande que n'eſt la vertu élaſtique de l'air : car les viteſſes des pulſions des milieux élaſtiques, toutes choſes d'ailleurs égales, ſont en raiſon ſous-doublée de la directe des élaſticités de ces milieux.

« Comme la vertu magnétique eſt plus conſidérable dans les petites pierres d'aimant que dans les grandes, à proportion de leur volume, & que l'attraction électrique agit plus vivement ſur les petits corps que ſur les grands, de même la petiteſſe des rayons de lumiere peut contribuer infiniment à la force de l'agent, ou de la puiſſance qui leur fait ſubir les réfractions. Et ſi l'on ſuppoſe que l'éther (comme l'air que nous reſpirons) contienne des particules qui s'efforcent de s'éloigner les unes des autres, & que ces particules ſoient infiniment plus petites que celles de l'air, ou même que celles de la lumière, leur petiteſſe exceſſive peut contribuer à la grandeur de la force par laquelle elles s'éloignent les unes des autres, rendre le milieu infiniment plus rare & plus élaſtique que l'air, & par conſéquent infiniment moins propre à réſiſter aux mouvemens des projectiles, & infiniment plus propre à cauſer la peſanteur des corps par l'effort que font ſes particules pour s'étendre. » *Optic. pag.* 325. *&c. Voyez* LUMIERE, ELASTICITÉ, &c.

Voilà un précis des idées générales que Neuton paroît avoir eues ſur la cauſe de la *gravité* : cependant ſi on examine d'autres endroits de ſes ouvrages, on eſt tenté de croire que cette explication générale qu'il donne dans ſon *Optique*, étoit deſtinée principalement à raſſurer quelques perſonnes que l'attraction avoit révoltées. Car ce philoſophe, en avouant que la peſanteur pourroit être produite par l'impulſion, ajoute qu'elle pourroit auſſi être produite par quelqu'autre cauſe : il fait mouvoir les planètes dans un grand vide, ou du moins dans un eſpace qui contient très-peu de matiere ; il remarque que l'impulſion d'un fluide eſt proportionnelle à la quantité de ſurface des corps qu'il frappe, au lieu que la *gravité* eſt comme la quantité de matière, & vient d'une cauſe qui pénètre, pour ainſi dire, les corps ; ainſi il n'étoit pas, ce me ſemble, fort éloigné de regarder la *gravité* comme un premier principe, & comme une loi primordiale de la nature. En un mot, toute cette explication eſt bien foible, pour ne rien dire de plus, bien vague, & bien peu conforme à la maniére ordinaire de philoſopher de ſon illuſtre auteur ; & nous ne pouvons croire qu'il l'ait propoſée bien ſérieuſement. D'ailleurs Neuton paroît donner ſon approbation à la préface que M. Cotes a miſe à la tête de la ſeconde édition de ſes *Principes*, & dans laquelle cet auteur ſoutient, comme nous l'avons dit, que la *gravité* eſt eſſentielle à la matière. *Voyez aux articles* ATTRACTION & GRAVITATION les réflexions que nous avons faites ſur cette dernière opinion.

On diſtingue la *gravité* en *abſolue* & *relative*.

La *gravité abſolue* eſt celle par laquelle un corps deſcend librement ſans éprouver aucune réſiſtance.

La *gravité relative* eſt celle par laquelle un corps deſcend, après avoir conſumé une partie de ſon poids à ſurmonter quelqu'obſtacle ou réſiſtance. Telle eſt la *gravité* par laquelle un corps deſcend le long d'un plan incliné, où une partie de ſa force eſt employée à ſurmonter la réſiſtance ou le frottement du plan. Telle eſt encore la *gravité* par laquelle un corps deſcend dans un fluide. *Voyez* FROTTEMENT, & pour les loix de la *gravité* relative, conſultez les *articles* ACCÉLÉRÉ, PLAN INCLINÉ, DESCENTE, FLUIDE, RÉSISTANCE, *&c.*

Centre de GRAVITÉ, *Voyez* CENTRE.

La formule $\frac{\varphi}{p} = \frac{\pi . 4 A^2}{\theta^2 . A B}$, que nous avons donnée au *mot* FORCE CENTRIFUGE, peut ſervir à trouver le rapport de la force centrifuge des corps terreſtres à la gravité ; car on peut connoitre, par les loix des pendules (*Voyez* PENDULE), le tems θ d'une vibration d'un pendule, dont la longueur ſeroit égale au rayon de la terre ; & on peut connoitre de plus l'eſpace A, ou la partie de la circonférence de l'équateur qu'un point quelconque de la ſurface de la terre décrit dans ce même tems ; & comme π eſt le rapport de la demi-circonférence au rayon, & AB le diamètre de la terre, on aura donc en nombres très-approchés le rapport de $2 A$ à $\pi A B$, ou de A à $\frac{\pi . A B}{2}$, c'eſt-à-dire, de l'arc A à la demi-circonférence de la terre. Or, achevant le calcul, on trouve que ce rapport eſt d'environ 1 à 17. *Voyez le diſcours* de M. Huyghens *ſur la cauſe de la peſanteur.* Donc le rapport de la force centrifuge à la *gravité* ſous l'équateur, eſt égal au quarré de $\frac{1}{17}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{289}$.

Les loix de la *gravité* des corps qui pèſent dans les fluides, ſont l'objet de l'Hydroſtatique. *Voyez* HYDROSTATIQUE.

Dans cette ſcience on diviſe la *gravité* en *abſolue* & *ſpécifique*.

La *gravité abſolue* eſt la force avec laquelle les corps tendent en bas, comme nous l'avons déjà dit.

La *gravité ſpécifique* eſt le rapport de la gravité

d'un corps à celle d'un autre de même volume. *Voyez* SPÉCIFIQUE.

Pour les loix de la *gravité* spécifique avec les manieres de la trouver, ou de la déterminer dans les solides & dans les fluides, consultez *l'article* BALANCE HYDROSTATIQUE. (*O*)

GRAVITER, v. n. (*Méch.*) : on dit, dans la philosophie neutonienne, qu'un corps gravite vers un autre, pour dire qu'il tend vers cet autre corps par la force de la gravité, ou, pour parler suivant le système de Neuton, qu'il est attiré par cet autre corps. *Voyez* GRAVITATION, *&c.*

GRAVOIR, (*Lunetier*) c'est un instrument avec lequel le lunetier trace dans la châsse de la lunette, la rainure où se place le verre, & qui le retient. Il consiste en une plaque ronde, d'un diametre un peu plus petit que le verre & la châsse. Cette plaque est tranchante & dentelée. Il y a une platine appliquée à cette plaque, & qui la déborde : l'un & l'autre sont montés sur un petit arbre qui les traverse, qui a ses poupées comme les arbres des tours à tourner en l'air, & qui porte au milieu une boite ronde, comme il y en a aux forets. On monte la corde de l'arçon sur cette boîte ; on fait tourner l'arbre & la plaque tranchante ; l'ouvrier place sa châsse contre la platine qui le dirige ; il fait mordre la plaque tranchante dans l'épaisseur de la châsse, & la rainure se fait. Il faut observer que la platine peut-être montée avec la plaque tranchante sur un même arbre, pourvu que ces deux parties laissent entr'elles l'intervalle convenable ; ou qu'elles peuvent être séparées, en sorte que la plaque tranchante soit seule fixée sur l'arbre, & qu'on en puisse approcher parallelement, & fixer solidement & à la distance convenable, la platine qui sert de directrice à l'ouvrier, & sans laquelle il ne feroit pas sûr de pratiquer sa rainure dans un plan bien vertical.

GROSSIR, v. act. (*Optiq.*) signifie faire paroître un objet plus grand qu'il n'est en effet : ainsi, on dit d'un microscope, qu'il *grossit* les objets. *Voyez* MICROSCOPE, LUNETTE, *voyez aussi* MIROIR, *&c.*

Il le faut avouer, nous n'avons point encore de théorie bien satisfaisante, & qui soit à l'abri de toute difficulté, sur la propriété qu'ont les instrumens de Dioptrique ou de Catoptrique, de *grossir* les objets : en général cela vient de ce que le miroir ou le verre réfléchit ou rompt les rayons, de maniere qu'ils entrent dans l'œil sous un plus grand angle que s'ils partoient de l'objet apperçu à la vue simple ; mais cet angle ne suffit pas pour déterminer la grandeur de l'objet (*Voyez* VISION), il faut le combiner avec la distance apparente (*Voyez* DISTANCE), & par conséquent connoître le lieu de l'image. Or les Opticiens ne nous ont point encore donné de regles sûres touchant ce dernier point. *Voyez* DIOPTRIQUE. (*O*)

GRUAU, s. m. (*Méch.*) cette machine a le même usage que la grue, à l'exception qu'elle n'a point tant de saillie. Elle est composée des pieces suivantes.

1.° Le sol ; 2.° la fourchette ; 3.° le poinçon ; 4.° les bras ou liens en contre-fiche ; 5.° la jambette ; 6.° le treuil ; 7.° l'arrêtier ; 8.° la roue ; 9.° le rancher avec ses chevilles ou ranché. La volée qui est la partie mouvante du *gruau*, comme de la grue, sont les pieces suivantes ; 10.° le rancher ; 11.° le lien ; 12.° la grande moise ; 13.° la poulie ; 14.° les boulons ; 15.° le cable. *Voyez l'article* GRUE, *& les Planches du Charpentier.*

GRUE, (*Méchan.*) machine en usage dans la construction des bâtimens, pour élever des pierres & autres grands fardeaux.

M. Perrault dans ses notes sur Vitruve, prétend que la *grue* est le corbeau des anciens. *Voyez* CORBEAU.

La *grue* des modernes est composée de plusieurs pieces, dont la principale est un arbre élevé perpendiculairement, & terminé en poinçon par le haut : cet arbre est garni par le milieu de huit pieces de bois posées en croix, & soutenu de huit bras ou liens en contre-fiche, qui s'assemblent vers le haut de l'arbre, & y sont joints avec tenon & mortoise. La piece de bois qui porte & qui sert à élever les fardeaux, s'appelle *échelier* ou *rancher* ; elle est garnie de chevilles ou ranches, & posée sur un pivot de fer qui est au bout du poinçon de l'arbre ; il est assemblé avec plusieurs moises à des liens montans. Il y a des pieces de bois que l'on nomme *soupentes*, attachées à la grande moise d'en-bas & à l'échelier, & qui servent à porter la roue & le treuil, autour duquel se dévide le cable. Le cable passe dans des poulies qui sont au bout des moises, & à l'extrémité de l'échelier. Tout le corps de la *grue*, c'est-à-dire, l'échelier, les moises, les liens montans, les soupentes, la roue & le treuil, tourne sur le pivot autour de l'arbre pour placer les fardeaux où l'on veut. *Chambers.*

A proprement parler, la *grue* est un composé du treuil & de la poulie : ainsi, pour connoître l'effet de cette machine & sa force, il ne faut qu'y appliquer ce que nous dirons de ces deux machines. *Voyez donc* POULIE & TREUIL. *Voyez aussi* AXE DANS LE TAMBOUR, qui est la même chose que *treuil*, &c.

GRUE, (*Astron.*) : constellation méridionale, située au-dessous du poisson austral : elle se trouvoit déjà dans les cartes de Bayer : elle a été conservée par l'abbé de la Caille, dans son *Planisphère austral*. La principale étoile de cette constellation marquée α, est de seconde grandeur : elle avoit, en 1750, 328° 5′ 8″ d'ascension droite, & 48° 9′ 22″ de déclinaison australe ; mais il y a des étoiles de la *grue* qui n'ont que 38° de déclinaison, & qui par conséquent se levent sur l'horizon de Paris. (*D. L.*)

GREENWICH, (*Astron.*) nom célebre du lieu où est bâti l'observatoire royal d'Angleterre.

GUNTER, échelle de *Gunter*, échelle de logarithmes. *V.* ECHELLE.

HAC

HACHE, (*Arpentage.*) Nicod a dit que *hache*, en fait d'arpentage, « est une certaine forme de » champs, & conséquemment tenans ou aboutissans » de flanc ou front courbe, & faisant tournailler, » & non de droite ou pleine ligne; » ainsi, l'on dit *pièce de terre* assise en tel lieu, appartenante à Louis Grivon, contenant dix arpens en *hache*, tenant d'une part à Jean Floquart, & d'autre part à Pierre Amy. (*D. J.*)

HADLEY, (*Astron.*) instrument de Hadley, *voy.* QUARTIER *de Reflexion.*

HALO, f. m. (*Optique*): météore qui paroît en forme d'anneau ou de cercle lumineux & de diverses couleurs, autour du soleil, de la lune & des étoiles. *Voyez l'article* ARC-EN-CIEL, & le *Dictionnaire de Physique.*

HARMONIE, (*Astron.*) Les anciens avoient considéré les mouvemens célestes comme formant entre eux une espèce d'*harmonie*. On considéroit d'abord les aspects, comme ayant rapport avec les intervalles des tons: l'aspect quadrat ou la quadrature est par rapport à l'aspect sextile ou de 60 degrés, comme 3 est à 2, c'est le rapport des cordes qui forment la quinte ou le *diapente*. L'aspect trine est au quadrat comme 4 est à 3, c'est la quarte ou le *diatessaron*. (*Riccioli, Almag.* t. I, p. 668).

Quant aux proportions des distances, il est inutile de rapporter ce que Pythagore & Archimède en disoient. *Voy.* Pline, *l.* 2, *c.* 22; Macrobe, *l.* 2, *c.* 3; Riccioli, *tom.* I, p. 415 & 481. On n'avoit alors aucune idée des distances des planètes; mais depuis Copernic on connut ces rapports, & Kepler s'efforça de les comparer aux proportions des corps réguliers, & aux intervalles de la musique. *Mysterium Cosmograph.* c. 14, 20, 21; *Harmonices*, l. 5, c. 4; *Epitome Astron.* l. 4, p. 452, 483, 501; *Tabulae Rudolphinae*, p. 71; *Riccioli*, *Almag.* p. 689. Mais ces rapports sont si arbitraires & si incomplets, que nous ne croyons pas devoir y insister davantage. (*D. L.*)

HARPOCRATE. (*Astron.*) Les divinités égyptiennes, *Horus* & *Harpocrate*, paroissent avoir donné lieu à la constellation des *gemeaux*. *Voyez* HORUS.

HAUTEUR, f. f. (*Géom.*) On appelle ordinairement *hauteur* d'un objet l'élévation de cet objet au-dessus de la surface de la terre. C'est ainsi qu'on désigne l'élévation d'un mur, d'un nuage, &c.

Ce même mot s'emploie plus généralement pour désigner la distance d'un point ou d'une ligne à une ligne ou à un plan. Ainsi, on appelle *hauteur* d'un triangle la perpendiculaire menée de l'un des angles du triangle au côté opposé; *hauteur* d'un parallélogramme la perpendiculaire menée d'un point quelconque de l'un des côtés du parallélogramme opposé, &c.

Des triangles qui ont des bases & des *hauteurs* égales, sont égaux en surface; les parallélogrammes sont doubles en surface des triangles de même base & de même *hauteur*. *V.* TRIANGLE, PARALLÉLOGRAMME.

Les *hauteurs* inaccessibles se mesurent par le moyen de la Trigonométrie. *V.* TRIGONOMÉTRIE.

HAUTEUR, (*Astron.*) ou élévation d'un astre, est le nombre de degrés, de minutes & de secondes compris entre l'astre & l'horizon mesuré sur un cercle vertical. La mesure des *hauteurs* est le fondement de toute l'Astronomie.

Soit un observateur *O* (*pl. d'Astronomie*, *fig.* 24), dont *Z* est le zénit, & *H O R* l'horizon; puisqu'il est convenu, entre les astronomes de tous les tems, de diviser le cercle en 360 degrés, on comptera nécessairement 90° depuis *Z* jusqu'à *R*; car *Z R* est le quart du cercle ou de la circonférence entière. Ainsi, une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90° de *hauteur*; celle qui seroit en *A* à égale distance de l'horizon *R* & du zénit *Z*, en auroit 45, & ainsi des autres.

L'observateur *O*, qui veut mesurer ces *hauteurs*, n'a qu'à former un quart de cercle *B D*, de bois ou de métal; le diviser en 90 parties, placer un des côtés *B O* verticalement, au moyen d'un fil à-plomb, &, dans cet état, remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, sur quel point *C* répond l'astre *A*, le nombre de degrés compris entre *D* & *C* sur son instrument, sera le même que celui des degrés de l'arc *A R*, qui, dans la sphère céleste, marquent la *hauteur* de l'astre *A* au-dessus de l'horizon; en effet, si l'arc *D C* est la huitième partie d'une circonférence entière, ou la moitié de *B D* sur le petit instrument, l'arc céleste *A R* sera aussi la moitié de *Z R*; ainsi, l'un & l'autre seront de 45°. On sait que des degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entière, & qu'il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y en a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque grand ou petit; c'est sur cette considération qu'est fondée la mesure des angles dont les astronomes font sans cesse usage, puisque toutes les mesures, dans le ciel, consistent en degrés, ou en parties de degrés.

Les astronomes disposent d'une manière plus commode le quart de cercle qu'ils emploient à mesurer les *hauteurs*: ils placent un des côtés *BO*, *fig.* 25, de manière qu'il soit dirigé vers l'étoile *A*, dont ils veulent mesurer la *hauteur*; au centre *O* de cet instrument est suspendu librement un fil à-plomb *O E D*; alors l'arc *E G* du quart de cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-

plomb & le rayon OG, aura autant de degrés que l'arc AR, qui est la *hauteur* de l'astre A, au-dessus de l'horizon OR; car la ligne verticale $ZOED$ fait, avec le rayon de l'étoile BOA, un angle dont la mesure est l'arc ZA d'un côté, & de l'autre l'arc BE, qui lui est semblable, & qui a le même nombre de degrés, c'est ce que nous appellons la distance au zénit; l'arc ZA est le complément de l'arc AR, ou ce qui lui manque pour faire 90°, comme BE est le complément de l'arc EG; ainsi, l'arc AR est semblable à l'arc GE. Donc ce dernier arc exprime la *hauteur* de l'astre aussi-bien que l'arc AR. Telle est la manière dont les astronomes procèdent dans cette observation fondamentale, & qui revient sans cesse; il ne s'agit, pour observer la *hauteur* d'un astre au-dessus de l'horizon, que de diriger un des côtés BO du quart de cercle BEG vers l'astre supposé en A, & de voir combien le fil à-plomb OED, suspendu librement au centre O de l'instrument, intercepte de degrés en comptant de l'autre rayon OG de l'instrument, c'est-à-dire, de combien est l'arc GE; c'est là-dessus qu'est fondé l'usage du quart de cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée à *l'article* QUART DE CERCLE.

On distingue les *hauteurs* des astres en *hauteurs apparentes & hauteurs vraies*; elles diffèrent à raison de la *réfraction* qui rend la *hauteur* apparente plus grande, & de la *parallaxe*, qui la fait paroître plus petite que la véritable.

La hauteur méridienne, que les astronomes observent principalement, est celle qui a lieu au moment que les astres passent par le méridien, c'est l'arc du méridien compris entre l'astre & l'horizon. Cette *hauteur* est la plus grande de toutes, elle sert à trouver la déclinaison de l'astre; on l'observoit autrefois avec un *gnomon*, actuellement on se sert ordinairement d'un *quart de cercle mural*, dont il faut connoître l'erreur par les vérifications nécessaires; & après toutes les corrections nécessaires, on en déduit la déclinaison.

Par exemple, le 22 mars 1752, j'observai à Berlin la distance du bord supérieur du soleil au zénit de 51° 20′ 48″, en faisant toucher le bord supérieur du fil au bord du soleil qui paroissoit en bas; il faut en ôter 18″ pour l'erreur que j'avois trouvée par le retournement, ajouter 3″ pour la demi-épaisseur du fil, ajouter 1′ 2″ pour la réfraction, 16′ 5″ pour le demi-diamètre, ôter 6″ pour la parallaxe du soleil, & l'on a la vraie distance du soleil au zénit, 51° 37′ 34″, qui, retranchée de la distance du zénit à l'équateur ou de la *hauteur* du pole, que j'avois trouvée 52° 31′ 30″, donne la vraie déclinaison du centre du soleil pour le 22 mars, à midi 0° 53′ 56″.

La hauteur de l'équateur, que l'on emploie pour trouver la déclinaison par le moyen de la *hauteur* méridienne, peut se trouver directement en observant la plus grande & la plus petite *hauteur* du soleil en été & en hiver; les premiers Caldéens qui observèrent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 54°; & si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur, il auroit paru tous les jours élevé à midi de 54°. Mais les Babyloniens appercevoient que le soleil s'élevoit en été de 24° au-dessus de l'équateur, & descendoit en hiver de 24° au-dessous; en sorte que sa *hauteur* vers le milieu du jour, ou sa *hauteur* méridienne, étoit de 78° en été, & de 30° seulement en hiver: d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24°. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; car on observoit deux fois l'année, au printems & en automne, que la *hauteur* du soleil à midi étoit précisément égale à la *hauteur* de l'équateur, c'est-à-dire, de 54°; d'où il suivoit que, dans ces deux jours-là, le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24° dans les jours des deux solstices; le milieu entre 30° & 78°, c'est-à-dire 54, étoit donc la *hauteur* de l'équateur.

La hauteur du pole est l'observation fondamentale & essentielle de l'Astronomie & de la Géographie; si l'étoile polaire étoit précisément & exactement située au pole du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente, il suffiroit d'en mesurer la *hauteur*, & l'on auroit la *hauteur* du pole; mais cette étoile en est éloignée d'environ deux degrés. Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place quand on ne la regarde qu'à la vue simple, & sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer; cependant, avec des instrumens & une attention suivie, on reconnoît qu'elle décrit, aussi-bien que les autres étoiles, un petit cercle autour du pole; mais, si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour en doit donner la plus sûre indication, l'étoile A, *fig.* 26, décrivant autour du pole P un cercle AB; si cette étoile est à deux degrés du pole, l'arc AP sera de deux degrés, aussi-bien que l'arc PB, & l'arc entier APB qui marque le diamètre du parallèle, sera de 4°. Ainsi, l'étoile étant au méridien en A, dans la partie supérieure de son parallèle, aura une *hauteur* AH au-dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la *hauteur* BH de cette même étoile douze heures après, au-dessous du pole. La différence AB de ces deux *hauteurs* sera donc de 4°. Supposons actuellement qu'on ait observé la *hauteur* de l'étoile en A & sa *hauteur* en B, il faudra, pour avoir la *hauteur* du pole P, partager en deux la différence AB des deux *hauteurs*; la moitié de cette différence sera PB; on l'ajoutera à la plus petite *hauteur* HB, & l'on aura HP, qui est la *hauteur* du pole. Par exemple, si l'étoile, observée à Paris, a d'abord 47°, & ensuite 51°

de *hauteur*, la différence étant de 4 degrés, on en prendra la moitié, c'est-à-dire 2°, ce sera la distance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui est la plus petite *hauteur* de l'étoile, donneront la *hauteur* du pole qui sera par conséquent de 49°, ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la somme des deux *hauteurs* 51 & 47, & l'on trouvera 49.

La *hauteur* du pole & la *hauteur* de l'équateur que nous venons de trouver séparément, font ensemble 90°; en sorte que, la première étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit *P* le pole, *fig.* 23, & *E* l'équateur, *PH* la *hauteur* du pole, *EO* celle de l'équateur; le demi-cercle *HZO* est la partie visible du méridien qui a 180° d'étendue, si l'on en retranche le quart de cercle *PZE*, qui est la distance du pole à l'équateur, c'est-à-dire 90°, il en doit nécessairement rester 90 autres; donc les arcs *HP* & *EO*, qui restent après avoir ôté *PZE* de 180, font ensemble 90°; donc la *hauteur* du pole *HP* est le complément de la *hauteur* de l'équateur *EO*; par exemple, l'une est à Paris de 48° 50', & l'autre de 41° 10'.

De-là il suit que la *hauteur* de l'équateur est égale à la distance du pole au zénit, c'est-à-dire à *PZ*; car *ZH* est de 90°, puisque, du zénit à l'horizon, il y a nécessairement un quart de cercle; ainsi, *HP* est le complément de *PZ*; mais nous venons de voir que *HP* est le complément de *EO*; donc *PZ* est égal à *EO*, c'est-à-dire, que la distance du pole au zénit est égale à la *hauteur* de l'équateur.

Il est évident, par la même raison, que la distance *ZE* du zénit à l'équateur est égale à la *hauteur* du pole *PH*; car *ZH* & *PE* sont chacun de 90°; si vous en retranchez la partie commune *PZ*, il restera deux arcs égaux *PH* & *ZE*, qui sont la *hauteur* du pole, & la distance de l'équateur au zénit, ou la latitude géographique du lieu dont *Z* est le zénit : voilà pourquoi l'on prend souvent la latitude pour la *hauteur* du *pole*; ce sont deux quantités nécessairement égales.

Prendre hauteur, en mer, n'est autre chose que mesurer la *hauteur* méridienne du soleil pour déterminer la latitude du lieu. On la prenoit autrefois avec l'*arbalête*, ou le quartier anglois; on ne se sert plus aujourd'hui que de l'octant de Hadley, ou *quartier de réflexion*. La *hauteur* observée par rapport à l'horizon de la mer, exige une correction de quelques minutes pour l'élévation de l'oeil ou de l'abaissement de l'horizon apparent. *Voyez* HORIZON. On verra au *mot* LATITUDE la manière de la trouver sans le secours de la *hauteur* méridienne, pourvu qu'on ait deux *hauteurs* observées hors du méridien avec l'intervalle de tems.

La *hauteur* d'un astre observé hors du méridien, soit en mer, soit à terre, corrigée par la réfraction, sert à trouver l'heure qu'il est, & les anciens astronomes n'avoient point d'autre moyen. La résolution du triangle *PZS*, *fig.* 39, qui sert à trouver l'arc semi-diurne, sert également dans le cas où le soleil a une *hauteur* quelconque. Si, par exemple, on a observé la *hauteur* du bord supérieur du soleil, qu'on en ait ôté la réfraction moins la parallaxe, & le demi-diamètre du soleil, & qu'on ait enfin trouvé que le soleil a 30° de *hauteur* vraie; sa distance au zénit *ZS*, est nécessairement alors de 60°. On résout le triangle *PZS*, en employant *ZS* de 60°. Le côté *PZ* est toujours le complément de la *hauteur* du pole, & le côté *PS* est la distance du soleil au pole boréal du monde, c'est-à-dire, la somme de 90° & de la déclinaison du soleil, si elle est australe; la différence entre 90° & la déclinaison du soleil, si elle est boréale; connoissant les trois côtés d'un triangle, il est aisé de trouver l'angle *P* par la trigonométrie sphérique. Cet angle étant converti en tems à raison de 15° par heure, donne l'heure qu'il est, si c'est après midi, sans aucune autre attention. Si c'est le matin, cet angle *P* donne ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ou bien l'on prend le supplément de l'angle *P* à 180°, qui, converti en tems, donne l'heure qu'il est pour le matin, c'est-à-dire, l'heure comptée depuis minuit.

Si c'est une étoile dont on ait observé la *hauteur*, on résoudra de même le triangle *PZS* pour trouver l'angle *P*; mais on n'aura que sa distance au méridien; on sera obligé de calculer, pour ce moment, l'ascension droite de l'étoile, & celle du soleil qu'on retranchera de celle de l'étoile; ayant trouvé leur différence, on en ôtera l'angle horaire trouvé, si l'étoile est à l'orient du méridien, & on l'ajoutera si c'est à l'occident; la différence ou la somme, convertie en tems à raison de 15° par heure, donnera l'heure vraie, en comptant depuis midi jusqu'à 24 heures, ainsi que les astronomes ont coutume de compter les heures astronomiques. On peut trouver l'heure par une opération graphique. *Voyez le Traité de Navigation* de la Caille, & ci-devant le *mot* CADRAN.

Les astronomes font très-souvent usage du problème inverse, qui consiste à trouver la *hauteur* d'un astre pour une heure donnée, au lieu de trouver l'heure par le moyen de la *hauteur*. Il ne s'agit alors que de résoudre le même triangle, dans lequel on connoit deux côtés *PZ* & *PS*, avec l'angle horaire *P*, & de trouver le côté *ZS*, complément de la *hauteur* de l'astre. Ce problème est d'un usage fréquent pour le calcul des éclipses, pour la construction des cadrans solaires, & pour la construction des tables de réfraction.

HAUTEURS *correspondantes*. L'opération la plus ordinaire de toute l'astronomie, consiste à chercher l'heure du passage d'un astre par le méridien, soit pour trouver l'heure qu'il est, soit pour déterminer les différences d'ascensions droites entre les astres. La méthode la plus exacte pour y parvenir, consiste à observer des *hauteurs* correspondantes. On fait

On fait que tous les astres décrivent par le mouvement diurne des cercles parallèles à l'équateur, dont les deux parties à droite & à gauche sont semblables; ainsi, les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; donc, pour avoir rigoureusement le tems où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où l'astre s'est trouvé à une certaine *hauteur* vers l'orient en montant, & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le tems où il se trouve à une *hauteur* égale en descendant vers le couchant, après le passage au méridien. Le milieu, entre ces deux instans, sera le tems que l'horloge marquoit quand l'astre étoit dans le méridien.

Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart de cercle, & qu'on ait trouvé sa *hauteur* de 21° lorsque l'horloge marquoit $8^h\ 50'\ 10''$; supposons que plusieurs heures après, & le soleil ayant passé au méridien, on trouve encore sa *hauteur* de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque $2^h\ 50'\ 30''$; il s'agit de savoir combien il y a de tems écoulé entre $8^h\ 50'\ 10''$ du matin, & $2^h\ 50'\ 30''$ du soir: on prendra le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fut bien à l'heure ou qu'elle n'y fût pas. Pour prendre le milieu entre ces deux instans, il faut, suivant une régle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, & prendre la moitié de la somme; mais, au lieu de 2^h après midi, il faut écrire 14^h, parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 jusqu'à 14 heures; au lieu que, dans le fait, & par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12^h, pour recommencer 1^h, 2^h, *&c.* Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul, si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin	8^h	50'	10"
Heure où le même bord étoit à 21° le soir	14	50	30
Somme des heures	23	40	40
Moitié de la somme, ou heure du midi	11	50	20

Ainsi, quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande *hauteur*, & à distances égales des deux *hauteurs* observées, l'horloge marquoit $11^h\ 50'\ 20''$, c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de 9' 40". Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de $8^h\ 50'\ 10''$ à $11^h\ 50'\ 20''$, il y a $3^h\ 0'\ 10''$, & qu'il y a la même distance entre $11^h\ 50'\ 20''$, & $2^h\ 50'\ 30''$ du soir; mais, quand il s'agit du soleil, il faut y appliquer l'équation des *hauteurs* correspondantes.

L'opération précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallèle, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis 9^h du matin jusqu'à 3^h du soir à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire ait été le même à la même *hauteur*. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte; car, le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ un degré, il s'approche ou s'éloigne un peu de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure: voici la manière d'en tenir compte.

Soit *P* le pole élevé, *fig.* 39, *pl. d'Astronomie*, *Z* le zénit, *S* le soleil, *SB* un arc parallèle à l'horizon, en sorte que le point *B* & le point *S* soient à la même *hauteur*. Soit *PS* la distance du soleil au pole le matin, *PB* sa distance au pole devenue plus petite le soir par le changement de la déclinaison. Au moment que le soleil sera parvenu le soir au point *B*, que je suppose élevé de 21°, comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir *ZPB*, distance du soleil & de son cercle horaire *PB* au méridien *PZ*, sera plus grand que l'angle horaire du matin *ZPS*. On a donc deux triangles *ZPS*, *ZPB*, qui ont chacun le côté commun *PZ*, & les côtés égaux *ZS*, *ZB*, tous les deux de 69, puisqu'ils sont le complément de la *hauteur*, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés *PS* & *PB* sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle de deux *hauteurs*; si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires *ZPS*, *ZPB*, on les trouvera différens; la moitié de leur différence réduite en tems, sera la correction qu'il faudra faire au tems du milieu des deux *hauteurs* égales, pour avoir le véritable instant du midi.

On peut trouver aussi cette correction par la formule suivante, dans laquelle dx exprime le changement total de déclinaison arrivé depuis la *hauteur* du matin jusqu'à celle du soir, $\frac{dx}{1}\left(\frac{tang.\ lat.}{sin\ angl.\ hor.} \pm \frac{tang.\ decl.\ \odot}{tang\ ang\ hor.}\right)$. Voyez *Mém.* de Pétersbourg, *tome VIII*, *Mém acad.* de Paris, année 1741, *Astronomie nautique*, 1743.

Dans la formule précédente, le signe + a lieu quand la déclinaison du soleil est du côté opposé au pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est australe; & le — a lieu quand la déclinaison du soleil est du même côté que le pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est boréale, ou depuis le 20 de mars jusqu'au 23 de septembre.

L'équation trouvée par la formule précédente, doit se retrancher lorsque la distance du soleil au pole élevé va en diminuant, c'est-à-dire, dans nos régions septentrionales, lorsque le soleil est dans les signes ascendans 9, 10, 11, 0, 1, 2, ou depuis le 21 décembre jusqu'au 20 de juin. Cette

équation est additive dans les signes descendans, ou lorsque le soleil s'éloigne de notre pole, depuis le 20 de juin jusqu'au 21 de décembre.

Exemple. Le premier jour du mois de mars 1764, on a pris à Paris des *hauteurs* correspondantes vers 9^h du matin & 3^h du soir, on demande l'équation par la formule ci-dessus: la déclinaison du soleil étoit de 7° 17′ du côté du midi, & sa diminution dans 24^h, de 22′ 54″. On aura donc 5′ 43″, 5 pour le changement en déclinaison pendant 6^h, intervalle des observations. Ainsi, *dx* est égal à 343″, 5; l'angle horaire, qui répond à 3^h, est de 45°; la tangente de la latitude de Paris est de 1, 1436, le sinus de l'angle horaire 0, 7071. Divisant la première de ces quantités par la seconde, on trouve pour l'expression du premier terme, $\frac{tang.\ lat.}{sin.\ ang.\ hor.}$, 1, 6173; la tangente de la déclinaison du soleil 7° 17′, qui est 0,1278, divisée par la tangente de l'angle horaire 45°, donne 0,1278 pour l'expression du second terme; ajoutant ce terme au premier, l'on aura 1,7451 = $\frac{tang\ lat.}{sin.\ ang.\ hor.} + \frac{tang.\ decl.}{tang.\ ang.\ hor.}$. Cette somme multipliée par 343″, valeur de dx, & divisée par 30 donnera 20″ pour la correction du midi conclu par les *hauteurs* correspondantes: dans l'exemple proposé, on ôtera cette équation du midi conclu des *hauteurs*, puisque le soleil étoit dans les signes ascendans. C'est ainsi qu'on trouve exactement l'heure du passage du soleil au méridien; on trouveroit de même celui d'un autre astre dont on auroit observé des *hauteurs* correspondantes.

Cette méthode suppose que la *correction* soit fort petite; ce qui n'a plus lieu dans les pays où la *hauteur* du pole est fort grande, c'est-à-dire, qui sont fort près du pole: car, dans ces pays-là, le soleil est presque toujours à la même *hauteur* sur l'horizon; d'où l'on voit qu'une petite différence dans la *hauteur* doit en produire une fort grande dans l'heure. Il est donc nécessaire de trouver une méthode générale pour avoir la *correction du midi* à une *hauteur* quelconque. M. d'Alembert a résolu ce problème dans les *Mém. de l'Acad. de Berlin*, pour 1747.

Le tems le plus favorable pour prendre exactement des *hauteurs* correspondantes, est celui où l'astre s'élève le plus promptement. Pour les astres qui ont une déclinaison méridionale, c'est le tems de leur lever; pour ceux qui ont une déclinaison boréale, c'est le tems où ils passent par le premier vertical; pour ceux qui n'y passent pas, c'est le tems où le vertical touche le parallèle diurne, & où l'angle parallactique est de 90 degrés.

M. Aubert a conclu de-là qu'en prenant une étoile qui passe à quelques minutes du zénit du côté du pole, on peut avoir en une demi-heure des *hauteurs* correspondantes prises dans le point où le vertical touche le parallèle, & par conséquent les plus exactes qui soient possibles. *Philos. Transf.* 1776, *p.* 92. (*D. L.*)

HAUTEURS *des montagnes*, se mesurent par le moyen du baromètre. Supposons, par exemple, qu'on l'ait observé en haut à 18 pouces 10 lign. & en bas à 28 pouces 4 lign.; si l'on prend, dans des tables ordinaires, les logarithmes de ces deux nombres réduits en lignes, c'est-à-dire, de 226 & de 340 lignes, avec cinq chiffres seulement, on aura pour leur différence 1774; ce seroit le nombre de toises de la *hauteur* cherchée, si le thermomètre avoit été à 16 degrés trois quarts: mais, si l'on suppose que la *hauteur* moyenne du thermomètre n'étoit que d'un degré, comme il faut ôter un deux cens quinzième pour chaque degré du thermomètre, cela fait 130 toises à ôter de 1774, il reste 1644 toises pour la *hauteur* de la montagne où l'observation aura été faite. *M. DE LUC, Recherches sur les modific. de l'atmosphère*, 1772.

La plus haute montagne que l'on connoisse, & que nos Académiciens aient vu au Pérou, est celle de Chimboraço, dont le sommet a 3217 toises au-dessus du niveau de la mer, suivant M. Bouguer (*figure de la terre*, 1749; *Préface*, pag. 50); c'est peut-être la plus haute montagne du monde; mais les nuages & les fumées des volcans montent quelquefois à 4400.

Le Mont-blanc ou le Mont-maudit, dans la province de Faucigny, en Savoie, environ 15 lieues au sud-est de Genève, a 2203 toises au-dessus du lac de Genève, ou 2391 au-dessus du niveau de la mer méditerranée, suivant les mesures de M. de Luc (Recherches sur les modifications de l'atmosphère, tom. 2, pag. 230): c'est-là problablement la plus haute montagne de l'europe.

Le pic de Ténériffe 1904. *Voyage de Verdun*, tom. 1, p. 379.

Le Canigou, 1453. *Journal de Phys.* Mai 1781.

Le Mont-d'Or, en Auvergne, 1048. *Mém. de l'Acad.* 1740.

Le Glacier de Buet, le plus haut où les observateurs aient monté, 1560 toises. *M. de Luc*, tom. 2, p. 226.

Le Mont-Etna, en Sicile, 1713 toises. M. Shuckburgh, *Philos. Transf.* 1777.

Le Puy de Domme, en Auvergne, 810. *Mém. de l'Acad.* 1703.

Le Mont-Valérien, près Paris, 72 toises seulement. *Journal des Savans*, fév. & sept. 1776.

HAZARD, s. m. *Voyez* PROBABILITÉ.

HEL

HÉLIAQUE, (*Astronomie*). Le lever d'une étoile ou d'une planète s'appelle *héliaque*, lorsqu'elle sort des rayons ou de la lumière du soleil qui nous empêchoit de la voir, & qu'on commence à l'appercevoir le matin avant le lever du soleil.

Le coucher *héliaque* se dit du coucher d'un astre qui entre dans les rayons du soleil, & qui devient invisible par la supériorité de la lumiere de cet astre. *Voyez* LEVER.

HÉLICE, (*Astron.*) nom de la grande ourse.

HÉLICOIDE, adj. *terme de Géométrie.* Parabole *hélicoïde*, ou spirale parabolique, est une ligne courbe, qui n'est autre chose que la parabole commune appollonienne, dont l'axe est plié & roulé sur la circonférence d'un cercle. *Voyez* PARABOLE. La parabole *hélicoïde* est donc la ligne courbe qui passe par les extrémités des ordonnées à la parabole, lesquelles deviennent convergentes vers le centre du cercle en question.

Supposez, par exemple, que l'axe de la parabole commune soit roulé sur la circonférence du cercle BDM (*Planc. sect. coniq. fig.* 32), pour lors la ligne courbe $BFGNA$, qui passe par les extrémités des ordonnées CF & DG, devenues convergentes vers le centre du cercle A, constitue ce qu'on appelle la parabole *hélicoïde* ou *spirale*.

Si l'arc BC, pris pour abscisse, est appellé x, & que la partie CF du rayon, prise pour ordonnée, soit appellée y, & qu'on fasse le paramètre de la parabole $= l$, la nature de cette courbe se trouvera exprimée par cette équation $lx = yy$. (O)

HÉLICOSOPHIE, s. f. (*Mathém.*) Quelques géomètres ont appellé ainsi l'art de tracer des hélices ou des spirales. *Voyez dans l'histoire de l'Académie des Sciences de* 1741, la description de différens compas propres à cet objet. (O)

HÉLIOCENTRIQUE, adj. (*Astron.*) épithète que les astronomes donnent au lieu d'une planète vue du soleil, c'est-à-dire, au lieu où paroîtroit la planète, si notre œil étoit dans le centre du soleil; ou, ce qui revient au même, le lieu *héliocentrique* est le point de l'écliptique auquel nous rapporterions une planète, si nous étions placés au centre du soleil. Il est opposé à géocentrique; le mot *héliocentrique* vient de ἥλιος, *soleil*; & de κέντρον, *centre*. *V.* PLANÈTE.

HÉLIOCOMETE, s. f. (*Astron. & Phys.*) comme qui diroit comète du soleil; phénomène qui a été remarqué quelquefois au coucher du soleil. Sturmius & d'autres, qui l'ont vu, lui ont donné le nom d'*héliocomète*, parce que le soleil ressemble alors à une comète. C'est une longue queue ou colonne de lumière attachée & comme traînée par cet astre dans le tems qu'il se couche, à-peu-près de la même manière qu'une comète traîne sa queue. *V.* COMETE.

Dans l'*héliocomète* observé à Grypswald le 15 mars 1702, à cinq heures après midi, le bout qui touchoit le soleil n'avoit que la moitié de la largeur du diamètre du soleil, mais l'autre bout étoit beaucoup plus large : sa largeur avoit plus de cinq diamètres du soleil, & elle suivoit la même route que le soleil : sa couleur étoit jaune près du soleil, & s'obscurcissoit en s'en éloignant. On ne la voyoit peinte que sur les nuages les plus rares & les plus élevés. Cette *héliocomète* parut dans toute sa force l'espace d'une heure, & diminua ensuite successivement & par degrés. (*Harris & Chambers.*)

Ce phénomène pourroit avoir rapport à celui de la lumière zodiacale & de l'aurore boréale. *Voyez*, *dans le Dictionnaire de Physique*, LUMIERE ZODIACALE & AURORE BORÉALE. Peut-être n'est-ce qu'un effet des nuages. (O)

HÉLIOMETRE, *astromètre*, *micromètre objectif*, instrument d'astronomie formé par deux objectifs, ou deux moitiés d'objectifs & un seul oculaire; il est destiné à mesurer plus exactement qu'avec les micromètres ordinaires, les diamètres du soleil & des planètes, & les petites distances apparentes entre les objets célestes; on évite, par son moyen, l'inconvénient du mouvement diurne des astres, & celui de la petitesse du champ d'une lunette quand elle grossit beaucoup.

Bouguer est le premier qui nous ait appris la manière de faire un *héliomètre*, *Mémoires de l'Académie*, 1758.

On en voit un dans la *figure* 227 *des planches d'Astronomie*; il est monté sur un bout de tuyau A, qui fait l'extrémité d'une lunette de 18 piés, dont je me sers depuis 1753; B est un des deux objectifs de 18 piés de foyer, il est logé dans une feuillure circulaire de cuivre, collé avec du mastic, & recouvert par deux têtes de vis C & D; le verre mobile E, qui est égal à l'autre, de même ouverture & de même foyer, est porté dans un chassis $FGHI$, mobile entre deux coulisses K & K, formées en queue d'aronde; ce chassis est taraudé en L, & reçoit une vis $NMLO$, dont la tête est arrêtée en M sur la platine fixe. Lorsqu'on tourne la tête de la vis par le moyen de la rosette N, le chassis qui porte le verre E est obligé de s'approcher du verre dormant B, ou de remonter vers L, jusqu'à ce qu'il rencontre l'extrémité de la vis en O, c'est le terme de son plus grand écartement; le chassis mobile porte sur le côté en I un trait de burin qui sert d'index, & qui marque sur une petite échelle P, les tours de la vis & l'écartement des deux objectifs. Le chassis est évidé entre L & O, pour qu'il soit plus léger; mais afin que la vis ne se rouille pas à l'humidité de l'air, on la recouvre d'une plaque de cuivre, qui tient avec deux vis sur les coulisses K, K; on doit aussi recouvrir l'intervalle EB, qui est entre les deux verres, avec un papier noir ou un morceau de drap, pour empêcher le passage des rayons de lumière qui ne traverseroient point les objectifs.

L'effet du micromètre objectif consiste à donner deux lunettes dans un seul tuyau & avec un seul oculaire; le cercle RRR marque la largeur du

tuyau de la lunette vers l'objectif; ce tuyau va en diminuant vers l'oculaire, où l'on peut le rétrécir à volonté; car l'on n'a pas besoin d'avoir un grand champ dans cette sorte de lunette.

On voit, dans la *figure* 228, un cercle *A A A* qui représente le champ de la lunette, ou le cercle visible au foyer commun des deux objectifs & de l'oculaire; *S T* est un cercle qui représente l'image du soleil formée par l'un des objectifs de l'*héliomètre*, *R V* est l'image que donne l'autre objectif. Quand on veut mesurer le diamètre du soleil, on approche les deux verres jusqu'à ce que les deux images se touchent en un point *T*, & l'écartement des deux objectifs, évalué en secondes comme dans les micromètres ordinaires, donne la distance des deux centres *C* & *B*, c'est-à-dire, le diamètre du soleil; cet écartement des objectifs est toujours égal au diamètre de l'image qui se forme à leur foyer.

L'invention de l'*héliomètre*, faite par M. Bouguer, fut appliquée, en angleterre, aux télescopes, comme je le sus par une lettre de Short à Don Georges Juan, écrite au mois de janvier 1754; mais ce fut d'une manière un peu différente; elle consiste à partager un objectif en deux parties égales, que l'on fait mouvoir en sens contraire, & que l'on place à l'extrémité d'un télescope; Short & Dollond furent les premiers qui en firent construire, & ils en attribuent la première invention à un anglois, nommé Savery; Short assure que cette invention avoit été déposée, en 1743, à la Société Royale (*Philos. Transact.* tom. 48, *Mémoires de Marseille*, 1755); mais du moins cette invention ne fut répandue & employée en angleterre, qu'après le Mémoire de Bouguer, à-peu-près comme il étoit arrivé à l'occasion du micromètre d'Auzout, revendiqué ensuite par Gascoigne.

Les demi-cercles *A B C*, *D E F*, *fig.* 223, représentent les deux moitiés de l'objectif, qui se meuvent parallèlement le long de la ligne *AF*; le segment *A B C* est fixé sur une platine de cuivre *A G H I*, & le segment *D E F* sur une platine *K L M N*; ces deux platines se terminent chacune par une crémaillère *H I* & *M N*, dont les dentures se regardent: un pignon fixé vers *P*, sous un coq, à l'extrémité de la monture de l'*héliomètre*, ou de la platine qui lui sert de base, engrène dans les deux cremaillères; en sorte que l'une montant l'autre est forcée de descendre, pour qu'elles aient des mouvemens égaux, en sens contraire, & que les centres des deux portions d'objectifs soient toujours l'un & l'autre à la même distance de l'axe du télescope. On fait tourner le pignon *P* par le moyen d'une tringle *Q* (*fig.* 224); les deux platines *AGH*, *KLM*, qui portent les verres, glissent sur une platine fixe & plus grande *O S S Q Q R R O*, qui forme l'assemblage de la pièce entière, & qui s'adapte au télescope; cette platine du fond porte deux coulisses *R R*, *S S*, entre lesquelles se meuvent les deux platines mobiles; ces deux coulisses doivent être parfaitement parallèles à la ligne *AF*, sur laquelle se meuvent les deux verres. Afin que les centres des verres soient toujours maintenus sur cette même ligne *AF*; le coq ou la chappe de cuivre *T T*, fixée sur la grande platine, & qui porte le pignon *P*, reçoit aussi les cremaillères des deux platines, & les assujettit contre le pignon, pour empêcher qu'elles ne s'écartent l'une de l'autre. Le mouvement se communique aux deux cremaillères par le moyen du pignon, qui est en *P*. Les deux cremaillères tiennent aux platines des verres, & ont le même mouvement; c'est pourquoi les divisions qu'on voit en X & Y, marquent le mouvement des verres & leur distance en cinq centièmes de pouce.

Le télescope, garni de son micromètre objectif, est représenté dans la *figure* 224; *A B* est le tuyau du télescope, *C D* est la platine fixe du micromètre, vue par-dessous, *E E* est un *chercheur* ou une petite lunette qui a un grand champ, & qui est destinée à trouver plus facilement les objets que l'on veut observer; *F* est le tuyau des oculaires, *C* la vis qui sert à changer la distance du petit miroir, suivant la vue de l'observateur, ou la distance de l'objet; *H H* est la circonférence de l'extrémité du tube du télescope, qui est dentée, pour procurer le mouvement de rotation du micromètre. La platine du micromètre porte en-dessous un collet circulaire, ou un bout de tuyau qui est soudé de champ, c'est-à-dire perpendiculairement au plan de la platine, & que l'on insère dans l'extrémité *B* du télescope; ce collet répond exactement à l'ouverture circulaire *L G* de la *figure* 223. Il y a un autre collet *H* qui embrasse le tuyau du télescope à quelques lignes de son extrémité, il y est fixé par des vis & il porte un cercle ou espèce de roue dont une partie est dentée, & le reste solide; cette roue sert à retenir le micromètre par le moyen de trois crochets, comme *L*, *K*, qui sont fixés à la grande platine du micromètre, & viennent pardessous la roue dentée, en tournant librement sur sa circonférence.

Le crochet en double équerre, que l'on voit en *K*, est plus composé, parce qu'il sert au mouvement de rotation que doit avoir le micromètre; il renferme une petite roue ou pignon, dont un pivot est arrêté dans la platine du micromètre, l'autre pivot se termine par une tige d'acier taillée carrément, qui passe hors de la chappe ou du tenon, sur laquelle on place une clef *O*, dont le trou carré s'engage sur la tige du pignon, & qui sert à le faire tourner au moyen d'une tringle *P Q*.

La chappe, qui est représentée en *K* dans la *figure* 224, se voit séparément en *R* (*fig.* 225). La partie *S* est celle qui tient à la platine du micromètre; la partie *R* contient le pignon & la

tige *T* est celle où l'on place la clef brisée, qui sert à donner le mouvement; elle est aussi représentée à part au-dessous de la *figure* 225; c'est une espèce de charnière double formée par deux axes qui se croisent à angles droits, & qui sont mobiles chacun sur ses pivots; c'est ainsi que l'on suspend les boussoles pour leur donner la liberté de se mouvoir en tout sens, & c'est ce qu'on appelle *lampe de cardan*. Le bord de l'équerre, *fig.* 225, porte un index, pour marquer sur les divisions de la circonférence *VX*, les degrés d'inclinaison de la ligne des centres, ou de la distance que l'on mesure, cela est nécessaire pour la corriger par l'effet de la réfraction & de la parallaxe. Le télescope, que nous venons de décrire, a deux piés de foyer, & l'objectif en a quarante.

On voit, dans la *figure* 226, le micromètre objectif que Dollond avoit coutume d'appliquer à ses télescopes d'un pié; il est vu dans une situation renversée, ce qui fait qu'on ne distingue pas les deux platines mobiles. Le cercle *A B* a 2 pouces 5 lignes de diamètre, mesure de Paris, & les verres *C*, *D*, 1 pouce 11 lignes d'ouverture lorsqu'ils sont réunis; le cercle de cuivre *E S* a 4 lignes de hauteur pour s'ajuster dans le tuyau du télescope, & la platine fixe du micromètre est arrêtée par plusieurs vis sur ce bout de tuyau qui s'ajuste au télescope.

Les deux grandes vis *G*, *H* sont à 14 lignes de distance l'une de l'autre; elles ont 18 lignes de longueur & 3 lignes de diamètre, & elles portent 42 pas ou filets sur chaque pouce. Ces vis sont appuyées, par leur base, sur deux pointes *I* & *K*, fixées dans des tenons qui tiennent sur la plaque fixe du micromètre; elles passent ensuite dans des écrous *L*, *M*, qui sont mobiles, & conduisent chacune une des deux platines mobiles du micromètre, au travers d'une longue ouverture pratiquée dans la platine fixe, pour laisser passer les écrous; ces deux vis tournent à contre-sens l'une de l'autre, pour que l'un des écrous puisse monter pendant que l'autre descend.

Pour mesurer le mouvement & la distance des verres, chaque tour de vis est divisé en 35 parties, par le moyen de l'aiguille qui tourne sur le cadran *N*, & qui est fixée carrément sur la tête d'une des vis *X*, au-dedans de la boîte *OP*, chaque vis porte une roue dentée de 54 dents; ces roues ont 13 lignes de diamètre, elles engrenent l'une dans l'autre, afin qu'une vis ne puisse tourner sans l'autre, & que les deux mouvemens soient contraires, mais égaux.

Les tours de la vis *X* sont marqués sur le cadran *Q*, par le moyen d'un engrenage intérieur, les vis *G H* sont recouvertes par une boîte de cuivre destinée à empêcher la rouille & la poussière.

C'est l'objectif appliqué au télescope, pour former le micromètre, qui détermine seul la valeur des angles que l'on mesure, par la distance des deux moitiés d'objectif, comparée à la longueur focale de cet objectif; il est vrai que les miroirs accourcissent cette longueur de foyer, puisqu'un objectif de 40 piés se réduit à un télescope de 2 piés; mais les miroirs ne font qu'abréger le chemin que les rayons ont à faire pour se réunir, sans changer l'angle que les rayons font entr'eux; l'écartement des deux moitiés d'objectif sera exactement le même pour mesurer le diamètre du soleil, que si ces verres étoient employés à former un simple *héliomètre*, en forme de lunette ordinaire, comme celui de la *figure* 227 (*Mém. de Marseille*, 1755, p. 93).

Le plus grand inconvénient du micromètre objectif dans le télescope, est la parallaxe optique des objets que l'on regarde. Je suppose que les deux images du soleil se touchent parfaitement lorsqu'elles sont au milieu du champ, & sur l'axe même du télescope; les deux bords se quitteront lorsque le soleil s'éloignera du milieu, ou que l'œil de l'observateur changera de place, parce que le rayon visuel passera entre les deux images. Quelquefois même il arrive que, sans changer la situation de l'œil ni de l'objet, on voit les deux bords de l'objet se mordre & se quitter alternativement.

Il arrive aussi, par l'effet de la chaleur sur le tuyau, que le diamètre du soleil paroît plus grand le soir que le matin, & l'on est obligé alors de rapprocher le petit miroir du grand, pour rendre les images plus nettes, & retrouver dans le diamètre du soleil les mêmes parties; ces inconvéniens font que l'usage des *héliomètres* n'est pas aussi étendu & aussi utile qu'il paroissoit devoir l'être dans le principe. C'est cependant avec le premier *héliomètre* que Bouguer reconnut la différence entre les diamètres du soleil: le diamètre vertical, est un peu plus grand que le diamètre horizontal, à cause de la décomposition des rayons colorés. C'est aussi avec un instrument pareil que j'ai déterminé exactement le rapport entre le diamètre de la lune & sa parallaxe. (*D. L.*)

HÉLIOSCOPE, (*Astron.*) instrument dont on se sert pour regarder le soleil, & affoiblir sa lumière, de façon que l'œil puisse la supporter. Ce mot est grec, composé d'ἥλιος, *soleil*, & σκοπέομαι, *video*, *specto*, *je regarde*, *je considère*.

Le P. Scheiner avoit employé, pour observer le soleil, une lunette qu'il appelloit *helioscopium*, dont l'objectif & l'oculaire étoient d'un verre coloré. Hévélius en parle aussi; M. le Gentil s'est servi d'un objectif verd pour regarder le soleil, & il y trouvoit l'avantage de diminuer la couronne lumineuse, qui borde les objets dans les lunettes ordinaires, à cause des rayons colorés; il trouvoit le soleil mieux terminé, & le diamètre plus petit de cinq secondes, qu'avec un objectif blanc; mais il est très-difficile d'avoir du verre coloré assez parfait pour former un bon objectif. M. le Gentil propose aussi de se servir de plusieurs toiles

d'araignées couchées légèrement les unes sur les autres, à l'extrémité du tuyau de l'objectif ; ces toiles forment une espèce de voile transparent, qui intercepte une partie de la lumière, & dispense de l'usage des verres noirs.

On préfère ordinairement les verres colorés qui se placent du côté de l'œil ; ils sont colorés en rouge, en jaune, en bleu, en verd ou en noir ; cependant on doit craindre l'irrégularité qu'il y a presque toujours dans la matière & dans l'épaisseur de ces sortes de verres : on apperçoit ordinairement des défectuosités monstrueuses quand on met ces verres sur l'objectif, comme M. le Gentil l'a éprouvé ; il vaut mieux employer des morceaux de glace de miroir que l'on peut enfumer soi-même ; on choisit les plus minces ; on les éprouve en les plaçant sur l'objectif de la lunette, & l'on n'admet que ceux dont l'interposition n'altère point l'image de l'objet. Il est vrai que l'erreur résultante de l'imperfection des verres colorés devient beaucoup moindre, quand on les met entre l'œil & la lunette ; mais cette erreur, quoique peu sensible, mérite encore quelqu'attention : ainsi, je préfère les glaces enfumées à toute autre sorte d'*héliofcope*. (*D. L.*)

HÉLIOSTATE (*Astron.*) instrument propre à observer le soleil & les autres astres, & à les fixer, pour ainsi dire, dans la lunette, de manière que le mouvement continuel de l'astre n'apporte point d'obstacle à l'observation. Pour cet effet, il est nécessaire que la lunette soit montée sur un axe parallèle à l'axe du monde, ainsi que les *lunettes parallatiques*, & de plus que l'axe soit conduit par un mouvement d'horloge qui lui fasse faire un tour en vingt-quatre heures. L'*héliostate* seroit sur-tout fort nécessaire pour observer la parallaxe de mars, quand il est près d'une étoile, & qu'on veut les comparer ensemble à plusieurs reprises & avec une très-grande précision : mais les astronomes sont rarement en état de se procurer des instrumens aussi compliqués & aussi dispendieux. Il y en a un au cabinet de physique du roi, à Passy, près le château de la Muette ; il avoit été exécuté par Passement. M. le président de Saron en a fait exécuter un chez lui à Paris. On se sert aussi d'une espèce d'*héliostate* dans les observations de la lumière, pour conduire le miroir, & ramener toujours le soleil sur le trou par lequel on introduit le rayon solaire dans le lieu de l'observation. (*D. L.*)

HEMI, (*Mathém.*) ce mot entre dans la composition de quelques termes des sciences & des arts. Il signifie *demi*, & est un abrégé du mot grec ἡμισυς, *hemisis*, qui signifie la même chose. Les Grecs retranchent la dernière syllable du mot ἡμισυς dans la composition des mots, & nous l'avons fait à leur exemple dans la composition des mots que nous avons pris d'eux. *Chambers*, & *diction. de Trévoux*. (*E.*)

HEMICYLE *de Bérose*, espèce de cadran solaire ; on croit que c'étoit un plinthe incliné, coupé en demi-cercle, concave du côté du septentrion. *Voyez* CADRAN. Il y avoit un stile sortant du milieu, dont la pointe répondoit au centre de l'*hémicycle*, représentant le centre de la terre. Son ombre tomboit sur la concavité de l'*hémicycle*, marquoit non-seulement les déclinaisons du soleil, c'est-à-dire les jours des mois, mais aussi les heures de chaque jour. *Voyez* Perrault *sur Vitruve*, *liv. IX. ch. ix*. *Hémicycle* vient des deux mots grecs ἡμισυς, *demi*, & κύκλος, *cercle*.

Bérose, historien de Babylone, vivoit du tems d'Alexandre, & au commencement du règne d'Antiocus Soter, qui prit le surnom de *Théos* ; il lui dédia son histoire, laquelle contenoit les observations astronomiques de 480 ans. Il enseigna l'astronomie à Cos, patrie d'Hippocrate, & de-là se rendit à Athènes, où l'on éleva à sa gloire dans le gymnase une statue avec une langue d'or. (*D. J.*)

HEMISPHERE, s. m. (*Géom.*) moitié d'un globe ou d'une sphère terminée par un plan qui passe par son centre. *Voyez* SPHERE. Ce mot est composé de ἡμισυς, *demi*, & σφαῖρα *sphère* ou *globe*.

HÉMISPHÈRE, (*Astron.*) moitié du globe céleste. L'équateur divise la sphère en deux parties égales, dont l'une est appellée *hémisphère septentrional*, & l'autre *hémisphère méridional*. *Voyez* ÉQUATEUR.

L'*hémisphère* septentrional est celui qui a le pole du nord à son sommet. Tel est celui qui est représenté dans la *figure première d'Astron.* depuis l'équateur jusqu'au pole élevé.

On distingue aussi l'hémisphère oriental ou ascendant, & l'occidental ou descendant ; ils sont séparés par le méridien, & les astres qu'ils renferment changent continuellement par le mouvement diurne.

En géographie, l'hémisphère oriental & l'occidental sont séparés par le premier méridien ; l'un contient l'Europe, l'Asie & l'Afrique, l'autre contient l'Amérique ou le nouveau monde, qui par rapport à nous est à l'occident, & forme l'*hémisphère* occidental.

Hémisphères supérieur & inférieur ; ils sont séparés par l'horizon, l'un contient la partie du ciel que nous voyons, & l'autre la partie qui est couchée.

Hémisphères visible & invisible : ils sont distingués dans les planètes par celui de leurs grands cercles, dont le plan est perpendiculaire à notre rayon visuel. Les taches du soleil sont pendant treize jours dans l'*hémisphère visible pour nous*.

Hémisphères éclairé & obscur : ils sont distingués dans les planètes, par celui de leurs grands cercles, dont le plan est perpendiculaire au rayon mené du soleil au centre de la planète. Le soleil étant plus gros que les planètes, il éclaire toujours, à la vérité, un peu plus de la moitié du globe, c'est-à-dire, un peu plus d'un *hémisphère* ; mais la diffé-

rence est petite; elle est égale à l'angle du cône d'ombre que forme la planète; ou égale à-peu-près à l'angle du diamètre apparent du soleil vu de la planète; on néglige communément cette différence dans l'astronomie.

Hémisphère est encore un plan ou projection de la moitié du globe terrestre ou céleste sur une surface plane. *Voyez* CARTE & PROJECTION. Cette projection est appellé plus proprement *planisphère. Voyez* PLANISPHÈRE. (*D. L.*)

HEMISPHEROIDE, f. m. *terme de Géométrie*, est proprement la moitié d'un sphéroïde, c'est-à-dire d'un solide qui approche de la figure d'une demi-sphère. *Voyez* SPHÉROIDE. (*E*)

HENDECAGONE, f. m. *terme de Géométrie*. Ce mot est grec & composé d'ἕνδεκα, *onze*, & γωνία, *angle*, figure composée d'onze côtés, & d'un pareil nombre d'angles. *Voyez* FIGURE & POLYGONE. L'angle au centre de l'*endécagone* régulier, c'est-à-dire dont tous les angles & les côtés sont égaux, est la 11[e] partie de 360°, & ne peut se déterminer par la règle & le compas; on ne peut décrire géométriquement l'*hendecagone*, qu'en résolvant une équation du 11[e] degré. *Voyez* POLYGONE. (*E*)

HENIOCHUS, (*Astronom.*) est le nom d'une des constellations boréales, nommée *Cocher*. (*O*)

HEPTAGONE, f. m. *terme de Géométrie*, figure composée de sept angles & de sept côtés. *Voyez* FIGURE.

Ce mot est grec & composé d'ἑπτὰ, *sept*, & γωνία, *angle*.

Quand tous ses côtés sont égaux, on l'appelle *heptagone régulier. Voyez* RÉGULIER.

Les nombres *heptagones* sont des nombres polygones, où la différence des termes de la progression arithmétique correspondante est cinq. *Voyez* POLYGONE.

Entre plusieurs propriétés, le nombre *heptagone* en a une assez remarquable, c'est que si on le multiplie par 40, & qu'on ajoute 9 au produit, la somme sera un nombre quarré. (*E*)

HEPTANGULAIRE, adj. (*Géométrie.*) Une figure *heptangulaire* est celle qui est composée de sept angles. (*E*)

HERCULE, (*Astronomie.*) constellation boréale, appellée aussi *engonasis*, c'est-à-dire, *genuflexus*, *ovillus* ou *mellus*, parce qu'il est couvert d'une peau de centaure; *Nessus*, du nom de ce centaure; *cernuator*, *claviger*, *thamyris* ou *thracien*; *nisus*, à cause de la ville de Nisa; *Melicerta* (roi de la cité), ou *Mélica*, c'est le nom d'*Hercule* le phénicien ou le tyrien; *Desanes*, *Desanaus* ou *Dorsanes*, c'étoit le nom de l'*Hercule* des Indiens; *Maceris*, nom de l'*Hercule* des Lybiens; il étoit père de Sardus qui conduisit une colonie en Sardaigne; *Sancus* ou *Sanctus*, c'est le nom de l'*Hercule* romain; *Almannus*, c'étoit le nom de l'*Hercule* germain ou celtique; *Lycaon*, roi d'Arcadie, que Jupiter changea en loup. On a aussi appellé cette constellation *Ixion*, *Prométhée*, *Orphée*, *Palæmon*, *Thésée*, &c.; car d'autres disent que cette figure d'un homme à genou est celle de Thésée, qui lève avec effort la pierre sous laquelle son père avoit caché son épée; elle a porté autant de noms qu'*Hercule* lui-même: on sait assez combien il y a de dissertations parmi les érudits, sur le tems, la patrie & les travaux d'*Hercule*; mais, suivant l'opinion commune, c'est *Hercule* le thébain, fils d'Amphitrion & d'Alcmène, qui vivoit quelques années avant le siège de Troye, & fut du voyage des Argonautes; il est représenté dans l'attitude d'un combattant, un genou en terre, tenant d'une main sa massue, & de l'autre la peau du lion de la forêt de Némée, qu'il présente comme un bouclier; on lui met aussi dans la main le rameau qu'il arracha dans sa descente aux enfers, pour délivrer Thésée, & un serpent sous le nom de *cerbère*.

L'histoire d'*Hercule* n'est peut-être qu'une allégorie ou un symbole de la force de la nature.

M. Dupuis explique tous les travaux d'*Hercule* par l'Astronomie; il prouve que la succession de ses 12 travaux est la même que celle des 12 signes du zodiaque ou des constellations extrazodiacales qui fixoient le passage du soleil dans chaque signe, à partir du lion céleste, au lever duquel se couchoient les dernières étoiles de la constellation d'*Hercule*; celui-ci étoit aussi le génie inspecteur du premier signe. *V.* ZODIAQUE.

Cette constellation renferme 113 étoiles dans le catalogue britannique de Flamsteed; la plus remarquable désignée par la lettre α est située sur la tête d'*Hercule*. Elle est de seconde ou troisième grandeur. Son ascension droite, en 1750, étoit de 255° 48′ 46″; & sa déclinaison boréale 14° 41′ 46″, suivant le *Catalogue* de la Caille. (*D. L.*)

HÉRISSON, f. m. (*Méchan.*) C'est une roue dont les rayons sont plantés directement sur la circonférence du cercle, & qui ne peuvent s'engager que dans une lanterne, & ne reçoivent le mouvement que d'elle. *V.* LANTERNE. Il y a des *hérissons* dans un grand nombre de machines, tant hydrauliques qu'autres.

HERMÉDONE *ou plutôt* HARMÉDONE, f. f. (*Astron.*) c'est, dans les anciens, une suite d'étoiles qui sortent de la crête de la baleine.

HERSCHEL, (*Astron.*), ou *planète de Herschel*, nom que porte, du moins en France, une nouvelle planète découverte, le 13 mars 1781, par M. *Herschel*, hanovrien, qui étoit établi à Bath, en angleterre.

Cette nouvelle planète se trouve former une exception aux règles que les astronomes s'étoient faites jusqu'à présent: elle est petite & brillante comme une étoile fixe de 6 à 7[e] grandeur; elle est à une distance énorme du soleil, comme les comètes; elle a une période plus longue que toutes les planètes que nous connoissions; mais elle tourne

presque circulairement, ainsi que les planètes, en sorte que nous ne cesserons plus de la voir. Ce nouvel astre est une des choses les plus singulières qu'on ait découvertes dans le ciel, & l'on étoit bien loin de l'espérer. Depuis le tems que l'on cherche des comètes, l'on n'en avoit jamais vu qui ressemblât à une petite étoile; on ne soupçonnoit jamais ce qui paroissoit une petite étoile d'avoir un mouvement; d'ailleurs on y donnoit peu d'attention, & le nombre des étoiles de septième grandeur est si prodigieux, qu'on auroit regardé comme impossible & inutile de les observer toutes & à plusieurs reprises; cela eût été cependant nécessaire pour savoir s'il n'y en avoit pas quelqu'une qui eût un mouvement.

Lorsqu'on avoit déterminé plusieurs petites étoiles dans une région du ciel, on croyoit superflu d'observer les autres, puisqu'il suffit d'avoir quelques points fixes dans chaque partie du ciel. Aussi voit-on, en comparant les catalogues de Flamsteed, de Mayer, de Bradley, de la Caille, que plusieurs étoiles, qui se trouvent dans les uns, sont négligées dans les autres. Nous pouvions donc être encore bien des années sans connoitre la planète que M. *Herschel* a découverte, si son habileté n'eût été secondée par un heureux hasard.

J'appelle le nouvel astre *planète* plutôt que *comète*: il est vrai que les limites de ces dénominations ne sont pas les mêmes qu'autrefois, puisque les comètes sont de véritables planètes, & ces limites sont encore plus confondues par l'observation dont il s'agit; mais il me semble naturel de réserver le nom de *comète* aux astres, dont les apparitions sont courtes & rares, qui se font remarquer par les queues, les chevelures & les nébulosités qu'on a vues jusqu'à présent dans toutes les comètes.

M. *Herschel*, à qui nous devons la découverte du nouvel astre, est un de ces hommes privilégiés par la nature, dans qui le génie a triomphé de toutes les circonstances qui pouvoient lui donner des entraves; il s'est formé sans maîtres & sans secours, & il a fait tout seul ce que jamais n'auroient osé tenter, les artistes les plus consommés, réunis avec les géomètres les plus habiles.

William *Herschel*, *né à Hanovre* en 1738, étoit encore dans un régiment hanovrien, lorsqu'il passa en angleterre; mais il étoit déjà distingué par son talent pour la musique, & ce musicien avoit été l'ouvrage de la simple nature; il n'en étoit que plus digne d'être remarqué; il fut choisi pour musicien de l'église de Bath, en angleterre: là un nouveau genre d'occupation, ou plutôt d'amusement, vint remplir ses loisirs. Il s'occupa à faire des télescopes, &, comme il a autant de patience que d'adresse, il y réussit supérieurement: on n'en faisoit guère qui pussent grossir les objets plus de 400 fois; le nouvel opticien ayant facilement atteint ce terme ordinaire, voulut aller plus loin; il en fit un qui grossissoit 1000 fois, 2000 fois; &, dans les transactions de 1782, il parle d'un grossissement de 6000 fois, dont il donne le calcul, & auquel il est parvenu dans un télescope neutonien de 7 piés. Il continue de s'occuper à faire de nouveaux télescopes. J'ai parlé plus au long de cet homme rare & extraordinaire dans le 8e volume de mes Ephémérides.

Le roi d'angleterre, qui se plaît à encourager les gens de mérite, & qui aime l'astronomie & l'optique, a pris plaisir à entendre M. *Herschel* parler de ses recherches; il lui a assuré une pension de trois cens louis, & il l'a placé à Datchet, village voisin du château de Windsor, que le roi aime de préférence. C'est de ce village solitaire & du milieu d'un boulingrin renfermé, que l'univers apprendra désormais ce qui nous reste à connoître de plus singulier dans le ciel, & de plus difficile peut-être à appercevoir. Quelques personnes pensoient que le roi auroit pu le placer dans son observatoire de Richemond, où il y avoit déjà de très-beaux instrumens; mais M. *Herschel* aime mieux observer du milieu d'une vaste campagne, & nos instrumens, qui servent à prendre des mesures, des hauteurs, des distances, ne sont pas ceux dont il a besoin; il ne mesure que les distances si petites, qu'elles échapperoient à d'autres instrumens que les siens.

Ce fut le 13 mars 1781, que M. Herschel, regardant avec un télescope de 7 piés les étoiles qui sont vers les pieds des gemeaux, vit un petit astre différent des étoiles, de même lumière, qui paroissoit plus large, & qu'il soupçonna être une comète (*Philosophical Transactions*, 1781); il regarda cet astre avec un équipage qui grossissoit 932 fois, & il trouva que son diamètre étoit encore plus grand, tandis que celui des étoiles ne changeoit pas; il le compara avec beaucoup de petites étoiles, & il en donne la configuration dans son Mémoire, avec la description d'un micromètre de son invention. Il fut assuré deux jours après, que ce n'étoit pas une étoile, en voyant que cet astre avoit changé de place; mais il avoit présumé, dès la première vue, que ce n'étoit pas une étoile, quoique dans une bonne lunette, qui grossit cent vingt fois, cette planète ne paroisse pas différente d'une étoile de septième grandeur; mais il seroit encore plus difficile de croire que M. Herschel se fût apperçu de son mouvement, si quelque raison n'avoit fixé son attention sur un aussi petit astre, confondu avec tant d'autres; il me paroît donc certain que M. Herschel dut cette découverte à la grande force de son télescope.

Il en donna bientôt avis à M. Maskelyne, astronome d'angleterre; celui-ci ayant examiné les petites étoiles auxquelles M. Herschel avoit comparé la planète dès le 17 mars, trouva que ce jour-là, à $10^h\ 40'$, tems moyen, elle étoit à $83^\circ\ 59'\ 44''$ d'ascension droite, & à $23^\circ\ 33'\ 8''$ de déclinaison

déclinaison boréale; il s'assura du mouvement les jours suivans.

M. Maskelyne écrivit, dès les premiers jours d'avril, cette nouvelle à Paris; M. Messier commença à observer la planète le 16 avril, & continua jusqu'à la fin d'octobre; la plupart des astronomes s'occupèrent de ces observations; j'en ai rapporté un grand nombre dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, qui ont paru en 1783.

Aussitôt qu'on eut à Paris quelques jours d'observations, on entreprit de calculer cet astre comme les comètes ordinaires, dans une parabole, MM. Méchain, l'abbé Boscovich, le Président de Saron, de la Place, Lexell, firent diverses tentatives; mais, comme on ne pensoit pas à supposer cette planète dix-huit fois plus loin que le soleil, on représentoit fort bien quelques observations, &, peu de jours après, l'écart étoit considérable.

M. le Président de Saron fut le premier qui, le 8 Mai, s'apperçut que cette planète devoit être fort éloignée de nous; il l'estimoit au moins douze fois plus loin que le soleil, & les calculs commencerent à s'accorder beaucoup mieux.

M. l'abbé Boscovich composa, au commencement de juin, un savant Mémoire, où, par une théorie ingénieuse & simple, il montra qu'il y avoit quatre paraboles qui pouvoient satisfaire au petit mouvement qu'on avoit observé jusqu'alors.

M. Lexell, qui étoit à Londres, nous écrivit qu'on pouvoit employer un cercle dont le rayon fût 18 fois la distance de la terre au soleil; dès-lors il me parut qu'on devoit lui donner le nom de *nouvelle planète*; le 24 juillet, M. Lexell, qui avoit calculé son mouvement dans différentes hypothèses paraboliques, vit que, dans toutes les paraboles qui avoient depuis 14 jusqu'à 18 de distance périhélie, on trouvoit à-peu-près le même accord entre le calcul & l'observation. On comprit alors qu'il falloit attendre que la planète eût parcouru un arc plus étendu pour entreprendre de calculer son orbite.

Mais, lorsque j'eus huit mois d'observations, la planète ayant été en conjonction & en opposition, & la situation de la terre nous l'ayant fait voir dans toutes les positions, avec un mouvement de plus de six degrés, je crus que l'on pouvoit former des hypothèses au moins pour calculer sa route dans le cours d'une année; je pris trois observations, je supposai une distance de la planète au soleil, avec laquelle je réduisis les observations au centre du soleil, pour avoir un mouvement héliocentrique, & par conséquent la durée de la révolution; &, comme cette durée n'étoit donnée, d'un autre côté, par la règle de Kepler, au moyen de la distance que j'avois supposée, je fis varier la distance de la planète, jusqu'à ce que le mouvement héliocentrique, calculé avec cette distance, fût le même que celui qui résultoit de l'intervalle des tems & de la durée de la révolution tirée de la distance; je trouvai par-là qu'il falloit supposer la distance 18,931, & la révolution sidérale 82 ans $\frac{37}{100}$; la longitude héliocentrique pour le 1.er janvier 1782, à midi moyen, 3^s 0° 59′ 22″, & le mouvement diurne 43″ 13; le nœud a 2^s 13°, & l'inclinaison de 46′. Je calculai un grand nombre d'observations avec mon hypothèse, &, au mois de mars 1783, l'erreur de mon calcul n'alloit pas à 3 minutes. Mais cette erreur, qui avoit augmenté peu-à-peu, indiquoit une accélération dans le mouvement de la planète; alors M. Méchain, M. de la Place & M. Oriani calculèrent, chacun de leur côté, une orbite elliptique; celui-ci a trouvé la demi-grand axe 19,04596, la plus grande équation 5° 33′; le lieu de l'aphélie le 31 déc. 1781, 11^s 25° 11′ 30″; la longitude héliocentrique moyenne 3^s 6° 28′ 52″; la longitude du nœud, 2^s 12° 52′ 0″; l'inclinaison, 46′ 25″; le mouvement séculaire, 2^s 14° 30′ 4″, par rapport aux équinoxes (Ephém. de Milan, 1785).

M. Bode ayant remarqué, dans les Ephémérides de Berlin pour 1784, que l'étoile 964 du catalogue de Tobie Mayer, pourroit bien n'être autre chose que la planète de *Herschel*, parce qu'on ne retrouvoit point d'étoile à la place où Mayer l'avoit marquée; on a recherché dans les manuscrits de Mayer à Gottingen, la date de l'observation sur laquelle il s'étoit fondé pour la position de cette étoile, & l'on a trouvé que l'observation étoit du 25 septembre 1756, & donnoit la longitude 11 signes 16° 37′ 43″ à 10^h 21′ 18″, tems moyen à Paris, & la latitude 48′ 23″; ainsi, l'on s'est trouvé tout d'un coup avoir une observation éloignée de 25 ans de celles de M. Herschel; mais, par un hasard que l'on n'espéroit pas, cette observation s'est trouvée exactement d'accord avec les élémens que je viens de rapporter; ainsi, l'on peut regarder dès-à-présent comme connue à très-peu-près l'orbite de la nouvelle planète, & l'on trouvera tous ses élémens avec les autres, au mot PLANÈTE.

Cette observation de Mayer a fait connoître plus exactement la position du nœud 2^s 12° 47′ 52″ pour la fin de 1781, & l'inclinaison de son orbite 46′ 13″; cette position ne diffère que de 7 minutes de celle que j'avois trouvée par les observations de la première année, mais la nouvelle détermination a plus de certitude. La plus grande équation de l'orbite de cette planète suivant les calculs de M. de la Place, est de 5° 27′ 17″, & elle a lieu à 93° 24′ 31″ d'anomalie moyenne. Dans l'observation de 1756, la planète étoit à 353° 35′ 53″ d'anomalie vraie; ainsi, elle étoit fort près de son aphélie, au lieu qu'elle est actuellement dans ses moyennes distances; cette circonstance fait que l'inégalité est plus sensible, & qu'on a pu trouver plus facilement les élemens de son orbite.

Dès qu'il a été question, dans les Journaux d'une planète, on a voulu lui donner un nom; M. *Herschel*, guidé par sa reconnoissance pour le

roi, son bienfaiteur, l'a appellée *Georgium Sidus*, l'astre de George. Je conviens que le prince est digne de la reconnoissance de l'artiste. Depuis le commencement de son règne, il n'a cessé d'encourager les savans par ses bienfaits & par son exemple.

Mais le zèle des astronomes pour les princes ne parvient pas à perpétuer toujours les monumens de leur reconnoissance. Lorsque Galilée eut découvert, en 1610, les satellites de jupiter, il voulut les appeller *astres de Médicis*; Cassini voulut appeller les satellites de saturne, *astres de Bourbon*, & cela n'a point été adopté : les préjugés nationaux résistent de toutes parts à ces préférences nationales, & en empêchent le succès.

Tandis que M. Herschel ne consultoit que sa reconnoissance, d'autres consultoient l'analogie, pour donner un nom au nouvel astre. Toutes les autres planètes ont des noms consacrés dans la mythologie, les noms des dieux de l'antiquité; Jupiter & Saturne sont les pères des dieux; M. Poinsinet crut que l'on devoit appeller du nom de Cybèle (qui est la mère des dieux) la planète qui est la plus voisine de Jupiter & de Saturne.

M. Prosperin, astronome suédois, considérant que Neptune étoit un des fils de Saturne, & que Jupiter, son frère, étoit placé d'un côté, a cru que l'on pouvoit mettre Neptune de l'autre côté, & il a choisi ce nom pour la nouvelle planète.

M. Bode, astronome de Berlin (dans d'excellentes Ephémérides qu'il publie chaque année), a cru qu'on devoit l'appeller *Uranus*; c'étoit le plus ancien des dieux, le ciel même, dont l'immensité renfermoit tout & avoit tout produit. Notre planète est la plus enfoncée dans la profondeur du ciel, & dans l'immensité de l'espace céleste; le nom d'Uranus semble lui convenir plus que tout autre, & déjà plusieurs astronomes allemands se sont réunis pour l'adopter.

Pour moi, je n'ai pas pu voir sans regret qu'on voulût prolonger le règne des fables déjà trop étendu; les noms des planètes furent sans doute ainsi que les noms des dieux produits par de savantes allégories tirées de la nature; mais elles sont depuis long-tems oubliées, & M. Dupuis, professeur au Collège de Lisieux, est le premier qui ait découvert le véritable sens des fables, tirées de l'Astronomie; sans cela, les noms des dieux ne rappellent, en général, que des histoires incohérentes & puériles; un motif plus respectable & plus utile m'a fait desirer d'attacher au nouvel astre le nom de celui à qui nous en devons la découverte. J'ai cru devoir appeller le nouvel astre *Herschel* ou *planète d'Herschel*; c'est une espèce d'apothéose, comme dit M. Vic d'Azir, dans l'éloge de M. Pringle; mais c'est une récompense dûe au travail pénible & ardent qui a produit la découverte dont nous sommes occupés; c'est un objet d'emulation pour l'avenir; & peut-être qu'en rendant cette justice à l'auteur d'une découverte curieuse, nous en préparons de nouvelles pour la gloire des sciences.

Il me reste à dire quelque chose de la grandeur de cette nouvelle planète; elle ne paroît que comme une étoile de 7e grandeur, il faut un très-beau tems & une très-bonne vue pour l'appercevoir sans lunette. Son diamètre apparent a été trouvé de 4 à 5 secondes, avec les excellens télescopes de Herschel; mais il y a toujours une irradiation, une amplification, un débordement de lumière dans tous les astres, & je crois qu'il ne faut supposer que 3" pour ce diamètre apparent. Cette quantité, vûe à la distance de 650 millions de lieues, suppose un diamètre réel & absolu de 9460 lieues; c'est à-peu-près 3 fois le diamètre de la terre, qui n'a que 2865 lieues.

Cette nouvelle planète exigera désormais une addition dans nos almanacs, dans nos sphères; aussi en ai-je fait un article à la tête du Calendrier de la Cour ou Colombat pour 1783, & dans le 8e volume de mes Ephémérides pour 1785-1792; M. de la Ferté a tracé cette nouvelle orbite avec celles des autres planètes, dans le tableau intéressant qu'il a publié de toute l'Astronomie; & on la trouvera, ci-après, au *mot* PLANETE.

La découverte que je viens d'annoncer semble aggrandir nos idées sur l'immensité de l'univers. Nous voyons d'abord le soleil, ce globe immense & embrasé, de 9 cens mille lieues de circonférence, autour duquel sont forcées de circuler une multitude de planètes & de comètes, jusqu'à plus de mille millions de lieues de distances. Tout ce vaste assemblage de corps célestes n'est qu'un point en comparaison de la partie de l'univers que nous appercevons; & j'ai prouvé, dans un Mémoire sur la rotation du soleil, que cet astre, accompagné de tout son cortège planétaire, est transporté par un mouvement commun dans les espaces célestes. Des millions de systêmes semblables remplissent l'immensité de l'espace; le plus voisin de nous en est à dix millions de millions de lieues; les groupes d'étoiles que M. Herschel apperçoit avec ses nouveaux télescopes, indiquent jusqu'à six intervalles pareils, qui s'étendent par conséquent à un million de fois 60 millions de lieues; au-delà de tous ces assemblages, nous ne pouvons qu'en imaginer d'autres semblables; notre vue a un terme, l'objet de notre admiration n'en a point. (*D. L.*)

HESPER, (*Astron.*) ou *vesper*, nom que l'on donne quelquefois à la planète de Vénus, lorsqu'elle brille le soir après le coucher du soleil, dans ses plus grandes digressions. Ce mot vient de ἑσπέρα, *vesper*, fin du jour. Il est opposé au nom de *phosphore*, *lucifer* ou *porte-lumière*, qu'on donne à cette belle planète, quand elle brille le matin avant le lever du soleil. C'est celle que le peuple nomme *étoile du berger*, *voyez* VENUS.

Blanchini a donné un ouvrage sur les taches & la rotation de *Vénus*, qui a pour titre : *Hesperi & phosphori nova phænomena.* (*D. L.*)

HÉTÉRODROME, adj. m. & f. *levier hétérodrome*, *terme de méchanique*; c'est un levier dont le point d'appui est entre le poids & la puissance. *V.* LEVIER & APPUI.

On l'appelle autrement : *levier du premier genre*.

Ce mot vient des mots grecs ἕτερος, *autre*, *différence*, & δρόμος, *je cours*, parce que, dans ce levier, la puissance & le poids se meuvent en sens différens.

HÉTÉROSCIENS, (*Astron. Géogr.*) peuples des zones tempérées, qui ont toujours les ombres du même côté, par opposition aux *Amphisciens*, qui habitent la zone torride, & qui ont les ombres tantôt du côté du nord, tantôt du côté du midi.

HEURES, parties du jour; c'est ordinairement la 24e partie du tems que le soleil met à revenir au méridien, ou du jour solaire vrai. Cependant les astronomes font plus souvent usage des *heures* solaires moyennes.

Les *heures antiques* planétaires ou judaïques, *heures* temporaires, *heures* inégales, usitées autrefois chez les Juifs, & les Romains commençoient au lever du soleil, & recevoient leur nom d'une des sept planètes; cet usage étoit venu des Egyptiens, suivant Hérodote (L. II), & Dion Cassius (L. 37), ou des Caldéens (*Salmas. de ann. Climat*, Goguet, tom. II, p. 437; Sallier, *Mém. des Inscript.* tom. IV). On croit que l'ordre des planètes, dans les jours de la semaine, venoit de l'influence qu'on leur supposoit sur les différentes *heures* du jour; le dimanche, au lever du soleil, la première *heure* étoit pour le soleil, ensuite venoient vénus, mercure, la lune, qui étoient supposés au-dessous du soleil, puis saturne, jupiter & mars qui étoient au-dessus. Par-là il arrivoit que le lendemain commençoit par la lune, & voilà pourquoi le jour de la lune, c'est-à-dire le lundi, fut placé à la suite du jour consacré au soleil (*Clavius in Sphœram*).

L'abbé Roussier, dans un savant ouvrage sur la musique des anciens, croit que cet arrangement vient des intervalles de la musique, comme l'insinue Xiphilin d'après Dion (*L. 36, in Pompeio*). Scaliger l'explique par des triangles faits sur les côtés d'un eptagone (*Emend. Temp.* l. 1 *de Diebus*). Plutarque en avoit fait la matière d'une dissertation dont il ne nous reste que le titre dans ses Questions de tables, *Symposium*, l. IV, q. 7. Ces *heures* étoient inégales, parce qu'on divisoit le jour naturel en douze parties, & la nuit en douze autres parties.

Les astronomes du Cathay conservent encore aujourd'hui cette division. Ils appellent l'*heure Chag*, & donnent à chaque *chag* un nom particulier pris de quelque animal. Le premier est appellé *zeth*, souris; le second, *chio*, taureau; le troisième, *zem*, léopard; le quatrième, *mau*, lièvre; le cinquième, *chiu*, crocodile; le sixième, *six*, serpent; le septième, *vou*, cheval; le huitième, *vi*, brebis; le neuvième, *sehim*, singe; le dixième, *you*, poule; l'onzième, *sou*, chien; le douzième, *cai*, porc.

Les *heures* babyloniques commençoient à se compter au lever du soleil (*Macrobe*, *Saturn.* l. I, c. 3); cela se pratique encore à Majorque & à Nuremberg. Celles des Egyptiens & des Romains commençoient à minuit; & cet usage est encore celui de la plupart des nations de l'europe.

Tous les astronomes commencent à compter les *heures* depuis midi, comme faisoient autrefois les Umbres, suivant Macrobe, & comme font aussi les Arabes; les astronomes vont aussi jusqu'à 24 heures; ainsi, lorsqu'on compte dans la société, le 2 janvier, 8 heures du matin, les astronomes disent, le 1er janvier, à 20 heures, & c'est ce que nous appellons tems astronomique.

Les Juifs & les Romains, avant la premiere guerre punique, ne connoissoient point la division en 24 heures égales; ils distinguoient dans le jour artificiel, pris du lever au coucher du soleil, quatre parties principales, prime, tierce, sexte & none. Prime commençoit au lever du soleil, tierce trois heures après, sexte à midi, & none trois heures avant le coucher du soleil; mais ces *heures* étoient plus ou moins grandes, suivant que que le soleil étoit plus ou moins long-tems sur l'horizon; l'on emploie encore, dans le bréviaire de l'église, les mêmes dénominations, ce sont les *heures* judaïques, planétaires ou inégales. Cela sert à concilier, par exemple, les évangiles de S. Marc & de S. Jean, dont le premier dit que Jesus-Christ fut crucifié à la 3e *heure*, & le second à la 6e. En supposant que ce fût vers midi ($9\frac{1}{4}$ *heures* à Paris), c'étoit très-près de la fin de tierce & du commencement de sexte; ainsi, l'on a pu estimer indifféremment l'une ou l'autre. On divisoit aussi la nuit en quatre veilles, dont chacune contenoit trois *heures*.

Les Athéniens commençoient à compter les *heures* depuis le coucher du soleil; on en fait de même en Italie; on le faisoit également en Pologne, en Autriche, en Bohême; mais il n'y a plus à Prague que deux horloges de cette espèce. Les Italiens commencent leurs 24 *heures* une demi-*heure* après le coucher du soleil; j'ai expliqué leur usage à cet égard dans la Préface du livre, intitulé: *Voyage d'un François en Italie*. Paris, 1769; & j'en ai donné une Table pour différentes villes d'Italie.

Les astronomes distinguent trois sortes d'*heures* astronomiques, savoir, *heures* solaires moyennes, *heures* solaires vraies, & *heures* du premier mobile; les *heures* solaires moyennes sont toujours égales & uniformes; elles sont la 24e partie d'un

jour moyen, c'est-à-dire, d'un retour moyen du soleil au méridien; ce sont ces *heures* égales & ces jours moyens sur lesquels se règlent tous les calculs, ainsi que les pendules astronomiques. *Voyez* TEMS MOYEN. Les *heures* solaires vraies sont celles que marque chaque jour le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, mais qui varient tous les jours, à raison des inégalités du soleil. Les *heures* solaires vraies sont plus grandes au commencement de janvier de 29 secondes par jour que les moyennes, & plus petites de 19", trois mois après.

Les *heures* du premier mobile sont celles que l'on compte par la révolution des étoiles fixes, qui est la véritable durée de la rotation de la terre & qui est toujours égale, ou, $23^h\ 56'\ 4''$ de tems moyen; il y a des astronomes qui règlent leurs horloges ou pendules sur ces *heures* du premier mobile; ils y trouvent cet avantage que les étoiles passent tous les jours à la même *heure* de la pendule, mais le soleil y passe environ quatre minutes plus tard; cette méthode a encore la commodité de donner, par une opération très-simple, les arcs de l'équateur, qui correspondent aux *heures* de la pendule, 15° pour une *heure*, 15 secondes de dégré pour une seconde de tems; c'est ce qu'on appelle convertir en dégrés les *heures* du premier mobile.

Les astronomes calculent *l'heure* qu'il est, 1.° par la hauteur du soleil ou d'une étoile; 2.° par les hauteurs correspondantes; 3.° par les pendules réglées sur des lunettes méridiennes, ou sur des méridiennes ordinaires.

On trouve l'*heure* en mer par la hauteur du soleil, prise au moyen du *quartier de réflexion*; il y a un volume tout entier des pièces qui ont concouru pour le prix de l'académie, en 1745 & 1747, sur la meilleure manière de trouver l'*heure* en mer; Daniel Bernoulli est un des auteurs qui partagèrent le prix; mais la méthode la plus générale & la plus usitée est d'observer la hauteur du soleil; alors la résolution d'un seul triangle sphérique donne l'angle au pole ou l'angle horaire, & par conséquent l'*heure* qu'il est. *Voyez* HAUTEUR.

HEURE est quelquefois le nom d'un instrument de gnomonique propre à montrer les *heures* du jour & la hauteur du soleil, il est décrit dans les supplémens de l'encyclopédie *in-folio*, mais c'est à-peu-près le cadran de la figure 271. *D. L.*)

HEXAEDRE, f. m. *terme de Géométrie*, c'est un des cinq corps réguliers qu'on appelle aussi *cube*. *V.* CUBE & RÉGULIER. Ce mot est grec & formé de ἕξ, *six*, & ἕδρα, *sedes*, siège, *base*; chaque face pouvant être prise pour la base du corps régulier. *V.* BASE.

Le quarré du côté d'un *hexaèdre*, est le tiers du quarré du diamètre de la sphère qui lui est circonscrite. D'où il suit que le côté de l'*hexaèdre* est au diamètre de la sphère dans laquelle il est inscrit, comme $1 \sqrt{3}$, & par conséquent incommensurable. *Chambers*. (*E*)

HEXAGONE, f. m. *terme de Géométrie*, figure composée de six angles & de six côtés. *V.* FIGURE & POLIGONE. Ce mot est grec, & formé d'ἕξ, *sex*, six, & γωνία, *angulus*, angle.

Un *hexagone* régulier est celui dont les angles & les côtés sont égaux. *V.* RÉGULIER.

Il est démontré que le côté d'un *hexagone* est égal au rayon du cercle qui lui est circonscrit. *V.* CERCLE & RAYON.

On décrit donc un *hexagone* régulier en portant six fois le rayon du cercle sur sa circonférence.

Pour décrire un *hexagone* régulier sur une ligne donnée *A B* (*pl. Géom. fig.* 84), il ne faut que former un triangle équilatéral *A C B*, le sommet *c* sera le centre du cercle circonscriptible à l'*hexagone* que l'on demande. (*E*)

HIA

HIADES. *V.* HYADES.

HIDRES. *V.* HYDRES.

HIRCUS, nom de l'étoile appellée aussi la *Chèvre*.

HIVER, saison de l'année qui commence pour nous quand le soleil est dans le premier degré du capricorne, c'est-à-dire, à sa plus grande déclinaison australe, c'est actuellement le 21 décembre. L'*hiver* dure jusqu'au 20 mars, ou à l'équinoxe du printems. Mais, si l'on entend par *hiver* la saison des froids, & qu'on en juge par la table des hauteurs du thermomètre à Paris, qui est dans le *Traité de Météorologie* de M. Cotte, on trouvera que c'est entre le 25 décembre & le 5 février qu'est le plus grand froid; il faudroit donc faire commencer l'*hiver* beaucoup plutôt, pour que la saison du plus grand froid tint à-peu-près le milieu, ce seroit alors du 1er décembre au 1er mars. (*D. L.*)

HOL

HOLOMETRE, f. m. (*Géom.*) instrument de Mathématiques dont on se sert pour prendre toutes sortes de hauteurs, tant sur la terre qu'au ciel: il est composé de trois règles mobiles; leurs ouvertures & leurs positions donnent les trois angles à-la-fois.

HOMOCENTRIQUE, adj. *terme d'Astronomie*, il signifie la même chose que *concentrique*.

Ce mot est grec, composé d'ὁμὸς, semblable, & κέντρον, centre. On expliquoit autrefois les mouvemens des astres dans le système de Ptolemée, par le moyen de plusieurs cercles, ou *homocentriques*,

ou excentriques; mais tous ces cercles sont aujourd'hui bannis de l'astronomie.

HOMODROME, adj. *terme de Méchanique.* Levier *homodrome*, est un levier dans lequel le poids & la puissance sont tous deux du même côté du point d'appui.

Ce mot vient du grec ὁμὸς, *semblable*, & δρέμω, *je cours*, parce que, quand la puissance & le poids sont du même côté du point d'appui, ils se meuvent dans le même sens.

Il y a deux sortes de leviers *homodromes* : dans l'un, le poids est entre la puissance & l'appui; on appelle ce levier, *levier de la deuxième espèce.* Dans l'autre, la puissance est entre le poids & l'appui; on l'appelle *levier de la troisième espèce.*

HOMOGÈNE, adj. (*Alg.*). On appelle *quantités homogènes* des quantités qui ont le même nombre de dimensions, comme a^3, bbc, bcd, &c. On dit que la loi des *homogènes* est observée dans une équation algébrique, lorsque tous les termes y sont de la même dimension.

Quantités sourdes homogènes, sont celles qui ont le même signe radical, comme $\sqrt{37}$, $\sqrt{9}$.

Homogène de comparaison : on appelloit ainsi, autrefois, le terme tout connu d'une équation; cette expression n'est guères plus en usage; &, à sa place, on emploie celle de *dernier terme* de l'équation, en supposant qu'elle soit ordonnée par rapport à l'inconnue, & que tous ses termes soient placés dans un même membre.

HOMOGENES, (*Algèbre. Calcul intégral.*) On appelle, en général, *équations homogènes* celles où les variables montent au même degré dans tous les termes. Un radical est d'un degré égal à celui des termes qui sont sous le signe divisé par l'exposant. Une fonction logarithmique est du degré zero, & une exponentielle du degré de son exposant.

Dans les équations *homogènes* différentielles du premier ordre en x, y, z, &c. si on fait $x = sx'$, $y = e^{x'} y'$, $z = e^{x'} z'$, &c. il est clair que $e^{x'}$ se trouvera au même degré à tous les termes, qu'on pourra par conséquent le faire disparoître par la division, & qu'ainsi, résolvant l'équation algébrique *homogène* par rapport à dx', on aura, toutes les fois que la proposée est possible, $dx' = A\,dz' + B\,dy$, A & B étant des fonctions de y' & de z', & par conséquent $x' = \int \overline{A\,dz' + B\,dy}$ par les quadratures. S'il n'y avoit que deux variables x & y', on auroit toujours $x' = \int \overline{B\,dy'}$.

Si une équation *homogène* est entre deux variables, & qu'on fasse $x + ny = o$, on aura n par une équation d'un degré égal à celui où montent les dx & dy. On aura donc un nombre égal d'équations linéaires, qui donneront autant de solutions particulieres de la proposée.

Si une fonction *homogène* $A\,dx + B\,dy + C\,dz$ est la différentielle exacte d'une fonction algébrique, on aura $\int \overline{A\,dx + B\,dy + C\,dz} = \frac{Ax + By + Cz}{n}$, n étant l'exposant du degré des variables, augmenté de l'unité.

En effet, soit $y = y'x$ & $z = z'x$, il est clair que l'intégrale algébrique sera $x^n \phi y' z'$: donc la différence sera $x^n \frac{d\phi y', z'}{dy'}\,dy' + \frac{d\phi y', z'}{dz'}\,dz' + n x^{n-1} \phi y' z'\,dx$.

Mais, après la substitution, la différentielle proposée devient :

$$x^{n-1} A'\,dx + x^n B'\,dy' + x^n C'\,dz'$$

$$+ x^{n-1} y' B'\,dx.$$

$$+ x^{n-1} z' C'\,dx.$$

Donc comparant,

$n \phi y' z' = A' + B'y' + C'z'$: donc, &c.

En voici une autre plus élémentaire. Je suppose d'abord que l'intégrale cherchée est rationnelle, algébrique & entiere, il est clair qu'elle sera composée de termes $m x^a y^b z^c \ldots$ tels que $\overline{a+b+c\ldots}$ ait une même valeur dans chaque terme : or $d m x^a y^b z^c = m a x^{a-1} y^b z^c\,dx + m b x^a y^{b-1} z^c\,dy + m c x^a y^b z^{c-1}\,dz$: donc, en y mettant x pour dx, y pour dy, z pour dz, cette différence devient $m a x^a y^b z^c + m b x^a y^b z^c + m c x^a y^b z^c = a + b + c \cdot m x \frac{abc}{yz}$, or $a + b + c$ est le même dans tous les termes, & égal à n : donc, &c.

Soit ensuite l'intégrale algébrique & rationnelle, mais fractionnaire, appellant le numérateur P, & le dénominateur Q, on a $d\frac{P}{Q} = \frac{QdP - PdQ}{Q^2}$, soit m' le degré de P, & n' celui de Q, on trouvera que, par la démonstration précédente, dP devient, après la substitution, égal à $m'P$, & dQ égal $n'Q$; donc $d\frac{P}{Q}$ devient, après la substitution, $\frac{m'QP - n'PQ}{Q^2} = (m' - n')\frac{P}{Q} = n\frac{P}{Q}$; donc, &c. Soit enfin l'intégrale algébrique, mais contenant des radicaux quelconques, n étant le degré de l'intégrale, je fais u^n égal à cette intégrale, je forme une équation *homogène* rationnelle en x, y, z, u, je la différencie, & j'ai $A\,dx + B\,dy + C\,dz + D\,du = o$; & par la démonstration ci-dessus, $Ax + By + Cz + Du = o$, & par conséquent l'intégrale cherchée, ou $u^n = -\frac{Ax + By + Cz \cdot u^{n-1}}{D}$, de même $d.\,u^n$, ou la différence proposée à cause de l'équation $A\,dx + B\,dy + C\,dz + D\,du = o$ est égale à $-\frac{A\,dx + B\,dy + C\,dz}{D} \times n u^{n-1}$: donc, si on fait

la ſubſtitution, elle devient $-\frac{Ax + By + Cz}{D}$
$n u^{n-1} = n u^{n}$; donc, *&c.*

Si $n = o$, cette méthode ne donne aucun réſultat; ſi l'intégraſe contenoit des fonctions logarithmiques, après la ſubſtitution, la portion algébrique deviendroit nulle, parce que $n = o$, & la portion logarithmique deviendroit m; m étant la ſomme des degrés des fonctions qui ſont tous le ſigne.

Si on a $e^{r} A\,dx + B\,dy + C\,dz$, différentielle exacte, & qui ſoit ſuſceptible de la forme, $e^{r}\,d\varphi + e^{r}\varphi\,dV$, V & φ étant *homogènes*, on aura $e^{r} Ax + By + Cz = e^{r}\, n\varphi + m\varphi\, V$, m étant le degré de V; donc $\varphi = \frac{Ax + By + Cz}{n + mV}$.

Si, dans une équation du premier ordre, la ſeule variable x & ſa différence ſont *homogènes*, on réduira la propoſée aux quadratures, en faiſant $x = c^{x'}$. *Euler.*

Si, dans une équation d'un ordre quelconque, leurs variables & leurs différences ſont *homogènes*, ou une partie des variables & leurs différences, on parviendra, par les mêmes ſubſtitutions, à avoir une équation où une des variables manque, & où il ne ſe trouve que ſes différences; ce qui, lorſqu'il n'y a que deux variables, réduit l'intégration à celle d'une équation d'un ordre moindre d'une unité, & à une quadrature. *Euler.* (*M. D. C.*)

HOMOLOGUE, adj. *terme de Géométrie*, qui ſe dit des côtés des figures ſemblables qui ſont oppoſés à des angles égaux. *Voyez* SEMBLABLE.

Ce mot eſt grec, compoſé d'ὅμοιος, *ſemblable*, & λόγος, *ratio*, raiſon; c'eſt-à-dire, *quantité ſemblable.*

Les triangles équiangles ou ſemblables, ont leurs côtés *homologues* proportionnés. Tous les rectangles ſemblables ſont entr'eux, comme les quarrés de leurs côtés *homologues. Voyez* RECTANGLES. (*E*)

HORAIRE, adj. (*Aſtron.*) ſe dit de pluſieurs choſes qui ont rapport aux heures.

Les cercles *horaires* ou cercles de déclinaiſons ſont des cercles qui paſſent par les pôles du monde, & qui, par leurs diſtances au méridien, marquent les heures; ainſi, quand le ſoleil eſt dans un cercle *horaire*, éloigné du méridien de 15°, on dit qu'il eſt une heure de tems vrai.

L'angle *horaire* eſt l'angle au pôle formé par le cercle *horaire* & par le méridien du lieu; cet angle eſt de 15 degrés à une heure, de 30 degrés à deux heures.

Le mouvement *horaire* eſt la quantité dont un aſtre varie en une heure, ſoit en longitude, ſoit en latitude, les aſtronomes ont fait des tables du mouvement *horaire* de la lune où ſont renfermées toutes les inégalités dont ce mouvement eſt ſuſceptible, ſoit à raiſon de l'excentricité de l'orbite lunaire, ſoit à cauſe de l'attraction du ſoleil.

La parallaxe *horaire* ou parallaxe d'aſcenſion droite, eſt celle que l'on obſerve au moyen du changement qu'elle cauſe dans l'aſcenſion droite d'une planète telle que mars ou la lune.

Les *lignes horaires* ſont les lignes qui marquent les heures ſur un cadran ſolaire. Ces lignes ſont les communes ſections des *cercles horaires* & du plan du cadran. La principale eſt la ligne méridienne, ou la commune ſection du plan du cadran & du méridien.

Pour les heures babyloniques & italiques que l'on commence à compter de l'horizon, les premières au lever du ſoleil, & les autres à ſon coucher, il y a d'autres *cercles horaires* qui déterminent ces heures; on les nomme *cercles horaires babyloniques* ou *italiques*, afin de les diſtinguer des premiers, appellés *cercles horaires aſtronomiques. Voyez* CADRAN. (*D. L.*)

HORIZON, ſ. m. (*Aſtron. & Géogr.*) grand cercle de la ſphère qui la diviſe en deux parties ou hémiſphères, dont l'un eſt ſupérieur & viſible, & l'autre inférieur & inviſible.

Ce mot eſt purement grec, & ſignifie à la lettre ce qui *termine* ou *borne* la vue; ὁρίζω, *termino*, *definio*, je limite, je borne; auſſi l'appelle-t-on en latin *finitor.*

L'*horizon* vrai ou aſtronomique, que l'on nomme auſſi *horizon* rationel ou ſimplement *horizon*, eſt un grand cercle dont le plan paſſe par le centre de la terre, & qui a pour poles le zénit & le nadir; il eſt marqué dans la ſphère *figure prem. des planches d'Aſtronomie.* Tel eſt auſſi le cercle repréſenté par *GHFO* (*fig.* 26.) dont les poles ſont le zénit *Z*, & le nadir qui lui eſt oppoſé; d'où il ſuit que les divers points de l'*horizon* ſont éloignés de 90 degrés du zénit & du nadir.

Le méridien & les cercles verticaux coupent l'*horizon* rationel à angles droits & en deux parties égales.

L'*horizon* oriental eſt cette partie de l'*horizon*, où les corps céleſtes paroiſſent ſe lever.

L'*horizon* occidental eſt la partie de l'*horizon*, où les aſtres paroiſſent ſe coucher.

L'*horizon ſenſible* ou *l'horizon viſuel*, en *terme de Géographie*, eſt un cercle qui raſe la ſurface de la terre, & qui ſépare la partie viſible de la terre & des cieux, de celle qui eſt inviſible. *Voyez* TERRE.

On l'appelle *horizon ſenſible*, pour le diſtinguer de l'*horizon* rationel, qui paſſe par le centre de la terre, comme nous l'avons déjà obſervé; car nous devons rapporter tous les phénomènes céleſtes à une ſurface ſphérique qui ait pour centre celui de la terre, & non le lieu qu'occupe l'œil. Il eſt vrai que ces deux *horizons* étant continués juſqu'aux étoiles fixes ſe confondent enſemble, la terre comparée à la ſphère des étoiles fixes n'étant qu'un point; des cercles qui ne ſont diſtans, relativement aux étoiles que d'un intervalle imperceptible, doivent être regardés comme ne faiſant qu'un

seul & même cercle ; mais il n'en est pas de même par rapport à la lune & aux planètes les plus proches de la terre : c'est pourquoi la distinction des deux *horizons* est nécessaire à cet égard.

On entend quelquefois par *horizon sensible* un cercle qui détermine la portion de la surface de la terre, que nous pouvons découvrir de nos yeux ; on l'appelle aussi *horizon physique*.

On dit, dans ce sens, un *horizon* borné, un *horizon* étendu. En pleine mer, l'*horizon* sensible est plus bas que l'*horizon* rationel & astronomique. Pour trouver l'étendue de l'*horizon* en mer, ou jusqu'à quel point la vue d'un homme peut s'étendre, en supposant la terre un globe sans inégalités & tel que la vue ne puisse être arrêtée par aucune éminence étrangère, il ne faut que tirer une tangente & résoudre un triangle rectangle. Supposons, par exemple, que *B S C* (*fig.* 27) soit un grand cercle du globe terrestre, *T* son centre, *TC* son rayon, & *O* la hauteur de l'œil ; il est évident que la partie visible de la surface de la terre est terminée du côté de *B* par la ligne *OB*, qui touche la terre en *B*. Ainsi, puisque *OB* est une tangente, il s'ensuit que l'angle *B* sera droit : on connoît donc *TB* qui est le rayon de la terre, & dont on a la valeur en toises ou en piés, *TD* est la même longueur que *TS*, à laquelle on ajoute la hauteur de l'œil, *SO* ; ainsi, il est aisé de trouver toutes les autres parties du triangle *OTB*. Voici d'abord la proportion qu'il faut faire pour trouver l'angle *O*, & ensuite le côté *HE* : le côté *TO* est au sinus de l'angle droit *B*, comme le côté *TB* est au sinus de l'angle *O*, dont la valeur étant retranchée de 90 degrés, donnera celle de l'angle *T*. On dira ensuite : comme le sinus de l'angle *O* est à son côté opposé *BT*, de même le sinus de l'angle *T* est à la ligne *OB* qui détermine la position & l'étendue de l'*horizon* visible. Cette ligne fait un angle *HOB* avec l'*horizon* rationel *OH*, & cet angle est le même que l'angle au centre ou l'angle *BTO* ; l'on en fait usage, sur-tout en mer, où l'on observe les hauteurs des astres par rapport à l'*horizon* sensible ou à la tangente *OB*, ces hauteurs sont toujours trop grandes & cela de la quantité *OTB*.

La table de cet abaissement du niveau est dans tous les livres de Navigation ; on la trouve même dans la *Connoissance des temps*, 1783. En voici un abrégé, où l'on voit ce qu'il faut ôter de la hauteur observée, suivant le nombre de pieds dont l'œil est élevé au-dessus du niveau de la mer.

Piés.	M.	S.	*Piés.*	M.	S.	*Piés.*	M.	S.	*Piés.*	M.	S.	*Piés.*	M.	S.
1	1	1	6	2	31	12	3	33	25	5	8	60	7	57
2	1	27	7	2	43	14	3	52	30	5	37	70	8	35
3	1	47	8	2	54	16	4	6	36	6	9	82	9	17
4	2	3	9	3	4	18	4	21	40	6	29	102	10	22
5	2	18	10	3	14	20	4	28	48	7	6	220	15	14

HORIZONTAL, adj. (*Astron.*) qui est de niveau ou parallèle à l'horizon ; qui n'est point incliné sur l'horizon ou qui se rapporte à l'horizon.

Cadran horizontal est celui qui est décrit sur un plan parallèle à l'horizon, & dont le style est élevé suivant l'élévation du pole du lieu où il est construit. *Voyez* CADRAN.

Diamètre horizontal est le plus grand diamètre apparent.

Ligne horizontale en perspective, est une ligne droite tirée du point de vue parallélement à l'horizon, ou l'intersection du plan du tableau & du plan *horizontal*.

Parallaxe horizontale, est la plus grande de toutes les parallaxes.

Plan horizontal, est celui qui est parallèle à l'horizon du lieu : l'objet du nivellement est de voir si deux points sont dans un plan *horizontal*.

Plan horizontal en perspective, est un plan qui est parallèle à l'horizon, passant par l'œil, & coupant le plan du tableau à angles droits.

Réfraction horizontale, est d'environ 32 minutes.

HORLOGES astronomiques, ou *pendules* astronomiques, sont celles qui marquent les heures minutes & secondes, & qui battent les secondes par le moyen d'un pendule. *Voyez* les Traités d'horlogerie de MM. Thiout, le Paute, & Berthoud. On y emploie ordinairement une verge de compensation pour remédier à la dilatation des métaux.

Pour connoître le tems vrai d'une observation, l'on n'avoit autrefois d'autre moyen que d'observer la hauteur du soleil ou d'une étoile, comme nous l'avons expliqué au *mot* HAUTEUR. Ce fut vers l'an 1300 que commença l'usage des horloges à roues dentées (*Voyez* le Traité d'horlogerie de M. le Paute, 1755, *in*-4°, chez Samson) ; mais ce ne fut que deux siècles après qu'elles furent assez communes pour être employées par des astronomes.

Dans les observations de Waltherus, faites vers l'an 1500, & publiées par Schoner en 1544, on

lit que l'*horloge* dont il se servoit étoit très-bien réglée, que, d'un midi à l'autre, elle se trouvoit parfaitement d'accord avec le soleil & que les tems marqués sur l'*horloge* étoient presque les mêmes que ceux qu'on tiroit du calcul. Je crois qu'il ne faut entendre ceci que de la précision d'environ une minute.

Tycho-Brahé avoit quatre *horloges* qui marquoient les minutes & les secondes de tems; la plus grosse n'avoit que trois roues, dont la première & la plus grande avoit trois pieds de diamètre & 1200 dents; on se servoit toujours de deux *horloges* à-la-fois. Hévélius employa aussi les meilleures *horloges* de son tems; mais ces machines étoient bien imparfaites, par le défaut d'un régulateur constant. Galilée apperçut qu'un pendule ou un poids suspendu à un fil faisoit toujours des oscillations égales, & il reconnut que la durée des oscillations dépendoit de la longueur du pendule; Edouard Bernard dit même que les arabes le savoient, mais ce fut Huygens qui imagina, en 1656, d'y appliquer le seul régulateur fixe qu'il y avoit dans la nature, je veux dire les oscillations du pendule. (Voyez *Horologium oscillatorium* 1673, & le Traité d'horlogerie de M. le Paute). Il y en a qui prétendent que Vincent, fils de Galilée, avoit appliqué le pendule aux *horloges*, quelques années auparavant, en 1649, à Venise.

HORLOGES MARINES *ou* MONTRES MARINES, GARDE-TEMPS (*Astron.*) sont une nouvelle espèce de montres faites avec une extrême précision pour l'usage des longitudes en mer; *voyez* LONGITUDE. Harrison, Arnold & Kendal, en Angleterre; M. Berthoud & M. le Roy, en France, en ont fait, depuis quelques années; elles ont été éprouvées avec succès à la mer, dans des voyages de long cours, & elles donnent la longitude sans qu'il y ait un demi-degré d'erreur dans six semaines ou deux mois de navigation: les procès-verbaux d'expériences, & les descriptions de ces différentes montres, sont imprimés; on peut voir sur-tout le résultat du voyage fait sur l'Isis en 1769, & du voyage fait sur la Flore en 1772, par M. de Verdun, M. Pingré & M. de Borda, aux îles de l'Amérique & en Islande, où les montres de M. Berthoud & de M. le Roy, furent d'un secours infini, & d'une exactitude surprenante. Sur le vaisseau le Roland & la frégate l'Oiseau, qui partirent de Brest au mois d'Avril 1773, sous les ordres de M. Kerguelen & de M. de Rosnevet, pour les terres australes, il y avoit aussi deux montres marines de M. Berthoud, qui furent éprouvées avec succès. M. le Marquis de Chabert en a fait usage dans plusieurs campagnes en Amérique, de même que le fameux Capitaine Cook dans son dernier voyage autour du monde.

Quant à la construction de ces *horloges* on pourra consulter l'ouvrage, intitulé: *Principes de la montre de M. Harrison*, avec les planches relatives à la même montre, imprimés à Londres en 1767, par ordre des commissaires des longitudes; traduits par le P. Pezenas, à Avignon, & à Paris, chez Jombert.

M. le Roy a donné, en 1768, un exposé succinct des travaux de M. Harrison & des siens sur cette matière.

Le voyage de M. Cassini, fils, en Amérique, fait pour éprouver les montres marines de M. le Roy, en 1768, avec le Mémoire de M. le Roy, qui remporta le prix de l'Académie sur ce sujet, a été imprimé en 1770, à Paris, chez Jombert. M. le Roy a aussi donné en 1773 & 1774, un précis des recherches faites en France, depuis 1730, pour la détermination des longitudes par la mesure artificielle du tems.

M. Berthoud a donné un grand Traité des *horloges* marines en 1773, avec des éclaircissemens sur l'invention, la théorie & la construction de ces montres marines pour justifier ses droits dans cette partie.

M. le Président de Saron a une montre de poche, faite en Angleterre sur les mêmes principes des montres marines, elle varie à peine de quelques secondes par jour, soit qu'on la porte ou qu'on la laisse suspendue; ainsi l'horlogerie peut fournir, de même que la lune, un moyen de trouver les longitudes. *Voyez* LONGITUDES. (*D. L.*)

HORLOGE, constellation méridionale de l'Abbé de la Caille, située au-dessous de l'éridan. La principale étoile n'est que de cinquième grandeur. Ascension droite en 1750, 61° 26′ 5″ déclinaison 42° 55′ 10″ australe. (*D. L.*)

HORODICTIQUE (*Astron.*) instrument qui sert à trouver l'heure. *Voyez* CADRAN.

HOROGRAPHIE, s. f. (*Astron.*) c'est l'art de faire des cadrans; on l'appelle encore *Horologiographie*, *Sciatérique*, *Photosciatérique*, & plus communément *Gnomonique*. *Voyez aussi* CADRAN.

Ce mot vient du grec ὥρα *heure*, & γράφω, *scribo*, j'écris. *Chambers.* (*O*)

HOROLOGIOGRAPHIE, s. f. l'art de faire des cadrans. Le P. de la Magdelène, feuillant, a donné un traité sur la construction des cadrans, qui a pour titre: *traité d'Horologiographie*. Cet ouvrage est assez complet pour ce qui regarde la pratique & la description de toutes sortes de cadrans; mais les méthodes que donne l'auteur ne sont point accompagnées de démonstrations. *Voyez* CADRAN.

On a aussi donné quelquefois le nom d'*Horologiographie* à l'art de faire des horloges, plus communément appellé *Horlogerie*.

HOROMETRIE, s. f. l'art de mesurer ou de diviser les heures, & de tenir compte du tems. Ce mot vient des mots grecs ὥρα, *heure*, & μέτρον, *mesure*.

HOROPTERE, s. m. *terme d'Optique*; c'est la ligne droite qui est tirée par le point où les deux axes optiques concourent ensemble, & qui est parallèle

rallèle à celle qui joint les centres des deux yeux; ou des deux prunelles. *Voyez* AXE, OPTIQUE.

Telle est la ligne *A B* (*Pl. d'Optique, fig. 67*), tirée par le point de concours *C* des axes optiques des yeux *D* & *E*, parallèlement à *H I*, qui joint les centres des yeux *H* & *I*.

On appelle cette ligne *horoptere*, parce qu'on a cru, d'après quelques expériences, qu'elle étoit la limite de la vision distincte. *Voyez* VISION.

Le *plan de l'horoptere* est un plan qui passe par l'*horoptere*, & qui est perpendiculaire à celui des deux axes optiques. *Chambers.*

Les auteurs d'Optique se sont servis principalement de l'*horoptere*, pour expliquer la cause qui fait quelquefois paroître les objets doubles. Ils prétendent que toutes les fois qu'un objet est hors du plan de l'*horoptere*, il doit paroître double; parce que, selon ces auteurs, c'est à l'*horoptere* qu'on rapporte toujours tous les objets qu'on voit; de sorte que les objets paroissent simples lorsqu'ils sont placés dans l'*horoptere*, & doubles lorsqu'ils n'y sont pas. Nous ne prétendons point décider de la justesse de cette explication; il nous paroît seulement qu'elle se réduit à ceci, qu'un objet est vu simple, quand il est dans le concours des axes optiques, ou plutôt des deux axes des yeux; & que cet objet paroît double, quand il ne se trouve point dans le concours de ces axes.

Un des auteurs qui ont fait le plus d'usage de l'*horoptère*, est le P. Aquilon, *Franciscus Aquilonius*, Jésuite, dans un gros traité d'Optique, *in-folio*, imprimé à Anvers en 1613. (*O*)

HOROSCOPE, *terme d'Astrologie*, point de l'écliptique situé dans l'horizon au moment d'une nativité. Ce nom vient de ὥρα *hora*, σκοπὸς *scopus*, parce que ce point est le but principal des astrologues. Le point de l'*horoscope* est le point *ascendant* éloigné de 90° de celui que les astronomes appellent *nonagesime*, & dont on se sert pour calculer les parallaxes & les éclipses. Le point de l'*horoscope* étoit regardé, parmi les astrologues, comme le point le plus important du *théme* céleste; voilà pourquoi l'on disoit, tirer l'*horoscope*, pour dire dresser le thème de la nativité d'une personne, ou l'état du ciel, pour le moment de sa naissance. Le ciel étoit divisé en douze *maisons*, par le moyen de six cercles, l'horizon, le méridien & les quatre cercles de *position*, menés par les deux sections nord & sud de l'horizon & du méridien, & par les points de l'équateur, qui sont à 30° & à 60° du méridien; l'*horoscope* est le point où commence la premiere maison; le point culminant de l'écliptique commence la dixième maison; l'on en trouve des tables dans Montroyal, Henrion, Magini & autres anciens astrologues.

On appelloit aussi *horoscope* la première des douze maisons. *Horoscope* est encore le nom d'un instrument de mathématique, fait en forme de planisphère, inventé par Jean *Paduanus*, qui en a fait un traité particulier. (*D. L.*)

HORUS & HARPOCRATE, divinités égyptiennes que l'on célébroit toujours ensemble, & qui paroissent avoir été, parmi les Grecs, le type de Castor & de Pollux, & l'origine de la constellation des gémeaux. Jablonski, *Pantheon Ægyptiorum.* M. Schmidt, *Journal de Berne*, juin, 1760, *pag.* 60. (*D. L.*)

HUIT, s. m. (*Arithm.*) est le huitième terme de la suite des nombres naturels, le quatrième de celle des pairs, & le second de celle des cubes: on n'en fait un article que pour faire connoître une propriété qui lui est particulière, & qui semble avoir jusqu'ici échappé aux observateurs: la voici avec sa démonstration.

8 étant multiplié successivement par chacun des nombres triangulaires, le produit augmenté de l'unité donne par ordre tous les quarrés impairs, à commencer à celui dont 3 est la racine.

$$\overline{8.1} + 1 = 9.$$
$$\overline{8.3} + 1 = 25$$
$$\overline{8.6} + 1 = 49.$$
$$\overline{8.10} + 1 = 81, \&c.$$

Il suit que tout quarré impair (le premier excepté) étant diminué de l'unité, le reste se divise exactement par 8.

Soit un quarré impair quelconque représenté par $\overline{aa + 2a} + 1$ (a étant un nombre pair), il faut prouver, 1.° que 8 est diviseur exact ou facteur de $\overline{aa + 2a}$; 2.° que son co-facteur est un nombre triangulaire.

Les valeurs de a sont tous les termes de la suite des pairs 2, 4, 6, 8, &c. laquelle n'est elle-même que 2 multiplié successivement par chacun des nombres naturels 1, 2, 3, &c. La *première partie de la propriété* étant démontrée pour le premier terme 2, le sera donc par le même moyen pour tous les autres qui n'en sont que des multiples. Or le quarré de 2 est $4 = \frac{8}{2}$. D'ailleurs 2 pris *deux* fois ne diffère point de son quarré, & est aussi $\frac{8}{2}$; on a donc $\overline{aa + 2a} = 2 . \frac{8}{2} = 8.1.$

Quant à la *seconde partie de la propriété*, la suite des aa relative aux différentes valeurs de a, est le premier aa ou $\frac{8}{2}$ multiplié successivement par les quarrés des nombres naturels, . 1. 4. 9. &c. celles des $2a$ n'est pareillement que le premier $2a$ (aussi $\frac{8}{2}$) multiplié par les racines de ces mêmes quarrés, . 1. 2. 3. &c. En ajoutant ensemble terme à terme ces deux suites correspondantes, il résulte que le co-facteur de 8 est toujours la somme d'un quarré & de sa racine, *divisée* par le dénominateur 2 (qu'on peut transporter du premier facteur au second). Mais la moitié de la somme d'un quarré & de sa racine, ou, si l'on veut $\left(\frac{nn+n}{2}\right)$, est l'expression carac-

tériſtique d'un nombre triangulaire. Donc, *&c.* Il ſuit que, ſi *n* repréſente le quantième d'un terme dans la ſuite des impairs, le quarré du terme même eſt $8\left(\frac{n^2-n}{2}\right)+1$. On emploie ici $\frac{nn-n}{2}$, au lieu de $\frac{nn+n}{2}$; parce qu'à cauſe de l'excluſion du premier quarré impair (1), au quantième *n* du terme dans la ſuite des impairs, répond dans celle des nombres triangulaires le quantième, non *n*, mais $\overline{n-1}$: ce qui n'empêche pas que la formule ne donne l'expreſſion juſte du quarré, lors même que la racine eſt 1. Car alors le quantième ſe confondant avec le terme même, $nn-n$ eſt $1-1=0$; ce qui rend nul le premier terme de la formule, en ſorte qu'il ne reſte que le ſecond (+1).

On pourroit au reſte faire entrer 8 dans l'expreſſion de tout quarré pair, comme on vient de le faire dans celle de tout quarré impair. Si *n* déſigne le quantième de la racine dans la ſuite des pairs, le quarré pair ſera généralement $\frac{\overline{8.nn}}{2}$. La démonſtration en eſt ſi aiſée à déduire de celle qu'on vient de voir pour les quarrés impairs, qu'il paroît inutile de s'y arrêter.

Comme nn eſt alternativement un nombre impair & un nombre pair, $\frac{nn}{2}$ eſt, dans le même ordre alternatif, tantôt une fraction, tantôt un entier. Il ſuit que les quarrés pairs ne ſont diviſibles par 8 que *de deux en deux*, mais c'eſt *ſans ſubir aucun changement* : au lieu que les impairs le ſont *tous*, mais ſous la condition de *perdre une unité*; compenſation qui partage aſſez également, entre les deux eſpèces, la propriété. (*M. Rallier des Ourmes.*)

HYA

HYADES, ſ. f. pl. (*Aſtron.*) étoiles en forme d'Y, qui ſont dans la conſtellation du taureau. Elles paroiſſoient dans la ſaiſon des pluies, & les poëtes ſuppoſoient qu'elles en étoient la cauſe, & qu'elles amenoient toujours la pluie; Virgile dit *Arcturum pluviaſque Hyadas*; c'eſt pour cette raiſon qu'on les a appellées *hyades*, du mot grec ὕειν, *pluere*, pleuvoir. *Ora micant tauri ſeptem radiantia flammis, Navita quas Hyades Gratus ab imbre vocat*; on les appelle auſſi en latin *ſuculæ*. La principale eſt l'œil du taureau, appellé communément *aldebaran*, *fulgens ſuccularum*. Il y a une carte des *hyades* dans le Zodiaque de M. le Monnier, & dans le ſecond volume des *Mémoires préſentés par les ſavans étrangers*.

Les poëtes ont feint que les *hyades* ſont filles d'Atlas & de Pleione, & que leur frère Hyas ayant été déchiré par une lionne, elles pleurèrent ſa mort avec tant de douleur, que les dieux, touchés de compaſſion, les tranſportèrent au ciel, & les placèrent ſur le front du taureau, où elles pleurent encore. Cette fable vient de ce que ces étoiles ſe lèvent au coucher d'atlas, qui eſt la conſtellation du bouvier.

D'autres repréſentent les *hyades* comme les nourrices de Bacchus, que Jupiter tranſporta au ciel pour les mettre à couvert de la colère de Junon. *V.* Taureau.

HYDRAULICO-PNEUMATIQUE, adj. (*Méchan.*) eſt un terme compoſé, dont quelques auteurs ſe ſervent pour déſigner certaines machines qui élèvent l'eau, par le moyen du reſſort de l'air. On peut voir, au *mot* Fontaine, la deſcription de différentes machines de cette eſpèce.

Les machines qui ſervent à élever l'eau, par le moyen du feu, peuvent être regardées, en quelque manière, comme des machines *hydraulico-pneumatiques*; car ces machines agiſſent par le moyen du reſſort de l'air, qui eſt augmenté par la chaleur; telle eſt la machine hydraulique de Londres, qui eſt conduite ſur ce principe. On a fait connoître ces ſortes de machines à l'*article* Feu. (*O*)

HYDRAULIQUE, ſ. f. partie de la méchanique qui conſidère le mouvement des fluides, & qui enſeigne la conduite des eaux, & le moyen de les élever, tant pour les rendre jailliſſantes, que pour d'autres uſages.

Ce mot eſt dérivé du grec ὕδραυλος, *eau ſonnante*, formé d'ὕδωρ, *aqua*, eau, & αὐλὸς, *tibia*, flûte; la raiſon de cette étymologie eſt que l'*hydraulique*, chez les anciens, n'étoit autre choſe que la ſcience qui enſeignoit à conſtruire des jeux d'orgue, & que, dans la première origine des orgues, où l'on n'avoit pas encore l'invention d'appliquer des ſoufflets, on ſe ſervoit d'une chûte d'eau, pour y faire entrer le vent, & les faire ſonner.

L'*hydraulique* traite non-ſeulement de la conduite & de l'élévation des eaux & des machines propres pour cet effet, mais encore des loix générales du mouvement des corps fluides. Cependant, depuis quelques années, les mathématiciens ont donné le nom d'*hydrodynamique* à la ſcience générale des mouvemens des fluides, & ont réſervé le nom d'*hydraulyque* pour celles qui regardent, en particulier, le mouvement des eaux, c'eſt-à-dire, l'art de les conduire, de les élever, & de les ménager pour les différens beſoins de la vie. *Voyez les mots* Fluide & Hydrodinamique.

L'hydroſtatique conſidère l'équilibre des fluides qui ſont en repos : en détruiſant l'équilibre, il en réſulte un mouvement, & c'eſt-là que commence l'*hydraulique*.

L'*hydraulique* ſuppoſe donc la connoiſſance de l'hydroſtatique, ce qui fait que pluſieurs auteurs

ne les séparent point, & donnent indifféremment à ces deux sciences le nom d'*hydraulique* ou d'*hydrostatique*. *Voyez* HYDROSTATIQUE. Mais il est beaucoup mieux de distinguer ces deux sciences par les noms différens d'*hydrostatique & d'hydraulique*.

L'art d'élever les eaux & les différentes machines qui servent à cet usage, comme les siphons, les pompes, les seringues, les fontaines, les jets-d'eau, &c. sont décrits chacun en leur place. *Voy.* SIPHON, POMPE, SERINGUE, FONTAINE, JET-D'EAU, *&c. Voyez* aussi la suite de cet article, où l'on traite des machines *hydrauliques*.

Les principaux auteurs qui ont cultivé & perfectionné l'*hydraulique*, sont, Mariote, dans son *Traité du mouvement des eaux, & autres corps fluides*; Guglielmini, dans sa *Mensura aquarum fluentium*, où il réduit les principes les plus compliqués de l'*hydraulique* en pratique, *voy.* FLUIDE; M. Newton, dans ses *Phil. Nat. Prin. Mathémat.* M. Varignon, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*; M. Daniel Bernoulli, dans son Traité, intitulé: *Hydrodynamica*, imprimé à Strasbourg en 1738; M. Jean Bernoulli, dans son *Hydraulique*, imprimée à la fin du recueil de ses Œuvres, en 4 *vol. in-4° à Lausanne*, 1743. J'ai aussi donné un ouvrage sur ce sujet, qui a pour titre: *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*.

Depuis M. l'abbé Bossut a publié un *Traité d'hydrodynamique*, ou la theorie & l'expérience sont réunies & se prêtent un secours mutuel.

Heron d'Alexandrie est le premier qui ait traité des machines *hydrauliques*: ceux qui en ont écrit parmi les modernes, sont entr'autres Salomon de Caux, dans un Traité françois des machines, surtout des *hydrauliques*. Gasp. Schottus, dans sa *Mechanica hydraulico-pneumatica*; de Chales, dans son *Mundus mathematicus*; M. Belidor, dans son *Architecture hydraulique*. On peut voir l'extrait des différentes parties de ce dernier ouvrage, dans *l'Hist. de l'Acad des Sciences, pour les ann.* 1737, 1750, 1753. *(O)*

Machines hydrauliques. Les machines, en général, servent à augmenter les forces mouvantes, & les *hydrauliques* à élever les eaux par différens moyens. Elles sont également l'objet de la méchanique comme de l'*hydraulique*.

On y emploie pour moteur la force des hommes & des animaux; mais, lorsqu'on se sert des trois élémens, de l'air, de l'eau & du feu, on peut s'assurer d'une plus grande quantité d'eau; leur produit, qui est presque continuel, les fait préférer aux eaux naturelles, qui tarissent la plupart plupart en été & en automne: on les appelle alors des *machines élémentaires*.

Voici un choix des plus belles machines qui aient été construites jusqu'à présent, elles pourront servir de modèles dans l'exécution qu'on en voudra faire; on est sûr de la réussite des machines exécutées, qu'on peut consulter sur le lieu; au lieu que le succès des autres est souvent très-incertain.

Ces machines sont, celles de Marly, la pompe Notre-Dame, la machine de Nymphinbourg en Bavière, les moulins à vent de Meudon, la pompe du réservoir de l'égoût, la machine à feu de Londres, la pompe de M. Dupuis, une pompe à bras, & une pour les incendies. *Voyez*, sur les machines suivantes, l'*Architecture hydraulique, tome II, page* 196; & pour la pompe à feu, à l'*article* FEU *de ce Dictionnaire*.

Nous allons rapporter la description de ces machines, & nous emploierons le plus souvent les propres termes des auteurs qui en ont parlé.

Machine de Marly, (*Arch. Hydr. de Belidor*, tom. 2, p. 196.) La machine de Marly est ici représentée dans son plan, & dans le profil d'une de ses roues, qui sont au nombre de 14. « Cette roue, qui sert à porter l'eau depuis la rivière de Seine jusqu'à l'aqueduc, a un coursier formé par une vanne comme à l'ordinaire: son mouvement produit deux effets; le premier est de faire agir plusieurs pompes aspirantes & refoulantes, qui font monter l'eau, par 5 tuyaux, à 150 piés de hauteur, dans le premier puisard, éloigné de la rivière de 100 toises; le second est de mettre en mouvement les balanciers, qui font agir des pompes refoulantes placées dans les deux puisards; celles qui répondent au premier puisard, reprennent l'eau qui a été élevée à mi-côte, & la font monter par 7 tuyaux dans le second puisard, élevé au-dessus du premier de 175 piés, éloigné de 324 toises de la rivière: de-là, elle est reprise de nouveau par les pompes qui sont dans le second puisard, qui la refoulent, par 6 tuyaux de 8 pouces de diamètre, sur la plate-forme de la tour, élevée au-dessus du puisard supérieur de 177 piés, & de 502 piés au-dessus de la rivière, dont elle est éloignée de 614 toises; de-là l'eau coule naturellement sur un acqueduc, de 330 toises de long, percé de 36 arcades, en suivant la pente qu'on lui a donnée jusqu'auprès de la grille du château de Marly, d'où elle descend dans les grands réservoirs, qui la distribuent aux jardins & bosquets.»

Planche I des machines hydrauliques, figure 1. On a formé sur le lit de la rivière un radier *A*, qu'on a rendu le plus solide qu'il a été possible, par des pilots & palplanches, garnis de maçonnerie, ainsi qu'on le pratique en pareil cas, & c'est ce qu'on remarque dans les 1ere, 6e & 7e *figures*; à 14 piés au-dessus de ce radier, on a établi un plancher ou pont qui sert à soutenir les pompes, & tout ce qui leur appartient, comme on en peut juger par la première *figure*, qui fait voir que l'arbre de la roue est accompagné de deux manivelles *C & D*; à cette dernière répond une bielle *E*; à chaque tour de manivelle, cette bielle fait faire un mouvement de vibration au

varlet *F* (*pl. II*, *fig.* 6) sur son essieu. A ce varlet est une autre bielle pendante *G*, qui est accrochée au balancier *H*, aux extrémités duquel sont deux poteaux *II*, portant chacun 4 pistons, qui jouent dans autant de corps de pompes marqués au plan par le nombre *KK*, *figure* 1, *pl. I.*

Figure 6, *pl. II.* Quand la manivelle *C* & le varlet font monter la bielle *G*, les pistons, qui répondent à la gauche du balancier, aspirent l'eau par les tuyaux *LL* qui trempent dans la rivière, tandis que ceux de la gauche la refoulent pour la faire monter dans le tuyau *MM*, d'où elle passe dans le premier puisard, & lorsque la manivelle tire à soi le varlet *F*, le balancier *H* s'inclinant d'un sens opposé au précédent, les pistons de la gauche refoulent, & ceux de la droite aspirent, & continuent toujours de faire la même chose alternativement.

Pour empêcher que l'air n'ait communication avec la capacité des corps de pompes, & que les cuirs qui sont aux pistons ne laissent point de vuide, on a ajouté à chaque équipage, indépendamment des huit pompes refoulantes, une pompe aspirante, appellée *mère nourrice*, afin d'entretenir toujours de l'eau dans un bassin *N*, élevé à-peu-près à la hauteur du bord des corps de pompes; ainsi, il y a un des poteaux pendans *I*, qui porte un cinquième piston.

La manivelle *D* (*pl. II*, *fig.* 7) donne le mouvement aux pompes du premier & du second puisard; &, pour juger comme cela se fait, il faut considérer la troisième *figure* relativement à la seconde, du sens qui leur convient; on y verra que cette manivelle fait faire un mouvement de vibration au varlet *O*, par le moyen de la bielle *P* qui tire à soi, & pousse en avant l'extrémité *Q*. Ce varlet en fait agir deux autres, horizontalement placés au-dessous des nombres *R* & *S*, par le mouvement qui leur est communiqué de la part des bielles *T* & *U*, qui poussent ou qui tirent à elles le varlet supérieur ou inférieur, selon la situation de la manivelle.

Pl. I, *fig.* 1. L'on voit sur le plan comme le varlet *X* peut se mouvoir sur son axe *Y*, & qu'à l'extrémité *Z*, il y a une chaîne *I*, qu'on doit regarder comme faisant partie de la chaîne 2 & 3 exprimée dans la 2e *figure*, *pl. I*, de même le varlet *R* (*fig.* 7, *pl. II*), qu'on ne peut voir sur le plan, mais qui est tout semblable à l'inférieur, répond aussi à une chaîne qui fait partie de l'autre 4 & 5; ainsi, ces deux chaînes sont tirées alternativement par les varlets *R* & *S*, pour faire agir les pompes des puisards, *fig.* 1, *pl. I*; pour les entretenir, on les a soutenus avec les balanciers 6, posés de 18 piés en 18 piés; ces balanciers sont traversés par un boulon, qui appuie sur le cours de lice 7, posé sur les chevalets 8.

La *figure* 2, *pl. I*, est un profil qui peut être commun au premier & au second puisard, mais qui doit plutôt appartenir au second qu'au premier; parce que les chaînes vont aboutir aux varlets 9 & 10, au lieu qu'elles traversent le premier, après y avoir mis en mouvement les pompes qui y sont.

Fig. 2, *pl. I.* Lorsque la chaîne 4 & 5 tire à soi de la droite à la gauche le varlet 9, ce varlet enlève le chassis 11 suspendu à l'extrémité 12, ayant trois cadres 13, portant les pistons qui refoulent l'eau dans les corps de pompes 14 & 15. Quand cette chaîne cesse d'être tendue, & que l'inférieure 2 & 3 est tirée, alors le poids du chassis 11, celui des cadres & des pistons fait baisser l'extrémité 12 du varlet 9, & l'eau monte dans les trois corps de pompes de cet équipage; d'autre part, l'extrémité 16 du varlet 10 enlève le chassis 17, & les pistons que soutiennent les cadres 18, refoulent l'eau dans les trois corps de ce second équipage, qui sont unis, comme les précédens, aux tuyaux 14 & 15.

Tous ces corps de pompes, au nombre de 257, sont soutenus inébranlables, par des barres de fer qui les embrassent, comme on le peut voir au plan du puisard, *fig.* 5, *pl. I.*

Fig. 3, *pl. I.* On voit plus en grand l'intérieur d'une des pompes refoulantes du premier & du second puisard; chaque corps de pompe 19, y est porté par des liens de fer 20; & d'autres 21, empêchent que ce corps de pompe ne soit enlevé par le piston dans le tems qu'il refoule : on voit aussi que la tige 22, qui porte le piston, est attachée à deux entre-toises du chassis 23, que ce cadre & le piston haussent & baissent ensemble; il y a deux clapets aux endroits 24, & des roulettes en 25, qui servent à soulager la manœuvre lorsqu'on veut ôter ou remettre un cadre ou chassis.

Fig. 4, *pl. I.* Cette figure est l'intérieur d'une des pompes de la rivière; c'est un tuyan de communication *HGEFIL* fondu d'une seule pièce, dont l'un des bouts *GH* est uni par une bride avec un tuyau d'aspiration *NO* qui trempe dans l'eau, & où il y a un clapet *P*; l'autre bout *LMK*, qui est fait en retour d'équerre, abourit au tuyau montant *MKS*, qui porte l'eau sur la montagne, au premier puisard, en ouvrant son clapet *R*. Dans le milieu est une branche *CDEF*, liée par une bride avec le corps de pompe *ABCD*, dans lequel agit le piston *Q*, parfaitement cylindrique & massif, traversé par la tige *TV* suspendue à une bielle pendante qui lui donne le mouvement, & refoule l'eau dans le tuyau *S* en ouvrant le clapet *R*, & successivement se rend dans le lieu destiné.

Les pompes que la manivelle fait agir dans le premier & second puisard, élèvent l'eau dans leurs baches, sans rien avoir de commun avec les équipages des autres roues, c'est-à-dire, qu'au rez-de-chaussée des bâtimens des puisards il y a un bassin qui en occupe presque toute la capacité,

divisée par des cloisons pour former des baches, dans chacune desquelles il y a six corps de pompes renversées, qui ne font monter l'eau que quand on le juge nécessaire; & s'il y a quelques réparations à faire aux équipages dont je viens de parler, on peut mettre leur bache à sec, & y faire descendre des ouvriers, sans interrompre l'action des autres pompes.

Pompe de Nymphinbourg. C'est encore l'*Architecture hydraulique* qui nous fournira les développemens d'une fort belle machine exécutée à Nymphinbourg, par M le comte de Wahl, directeur des bâtimens de l'électeur de Bavière; son objet est d'élever l'eau à 60 piés dans un réservoir, pour la faire jaillir dans le jardin électoral.

« L'eau du canal qui a 2 piés de profondeur, & 2 de vitesse par seconde, fait tourner une roue de 24 piés de diamètre, dont l'arbre est accompagné de deux manivelles *A* (*Planches d'Hydrauliq. fig.* 1, 2, 4. *Pl. I*, & *fig.* 5, 6, *Pl. II*,) qui aboutissent à des tirans de fer; *B*, répondant à des bras de levier *D*, qui font mouvoir deux treuils *C*, à chacun desquels sont attachés six balanciers *E*; que l'on distingue particulièrement dans la *fig.* 2 & 4. *Pl. I*, portant les tiges *F* des pistons de douze corps de pompes *G*, partagés en quatre équipages.

Fig. 1, 3, 4. *Pl. I*, & *fig.* 5, *Pl. II*. « Chacun de ces équipages est renfermé dans une bache *IK*, au fond de laquelle sont assis les corps de pompes, arrêtés avec des vis sur deux madriers *H* percés de trous, pour que l'eau du canal, qui vient se rendre dans les baches par des tuyaux de conduite *R* (*fig.* 6. *Pl. II*), puisse s'introduire dans les corps de pompes ».

Fig. 3, 4, *Pl. I*, & *fig.* 5 & 6. *Pl. II*. Les trois branches *L* de chaque équipage se réunissent aux fourches *O*, qui aboutissent aux tuyaux montans *P*, qui conduisent l'eau au réservoir; & pour que les pompes, qui répondent à chacun de ces tuyaux, soient solidement établies, on les a liées ensemble par des entre-toises *N*, aux extrémités desquelles il y a des bandes de fer qui embrassent les pompes, comme on peut juger par la *fig.* 3, *Pl. I*, qui représente une de ces pompes avec sa branche, exprimée plus sensiblement que dans les autres.

Cette machine est fort simple, & bien entendue; si les fourches, qui n'ont que trois pouces de diamètre, étoient proportionnées aux corps de pompes qui en ont dix, le produit en seroit beaucoup plus considérable, mais c'est le défaut de presque toutes les pompes.

Machine hydraulique appliquée au pont Notre-Dame à Paris. Cette machine représentée par les *Pl. XXXVI, XXXVII, XXXVIII, XXXIX de la charpente*, est composée de deux parties entièrement semblables, qui sont placées chacune vis-à-vis du côté d'aval, de deux arches contiguës de ce point.

La planche XXXVI est le plan général de la machine. La partie à droite est le plan au niveau de la grande roue; & celle à gauche, le plan pris au-dessus du premier plancher..

Les lettres *B B B* indiquent les plans des trois piles qui soutiennent les arches, vis-à-vis desquelles la machine est placée.

L'espace, qui est entre les piles & qui sert de coursier, est retréci par quatre pessières *AAAA*, formées par deux cours de madriers, dont l'intérieur est rempli de pierres. Les madriers sont soutenus par une file de pieux recouverts par les chapeaux *E E*, &c. les chapeaux sont liés les uns aux autres par des moises *FE*, &c.

Explication du plan au-dessous du plancher. La cage de chaque machine est composée de deux palées *G G G G*, formées par un certain nombre de longs pieux qui soutiennent le plancher. Ces pieux sont entrelacés par plusieurs cours de moises *K K*, dont les intérieurs passent sur les tasseaux *M*, qui sont portés dans les chapeaux qui couronnent les deux files de pieux *LL*, *pl. XXXVII*, qui accompagnent les longs pieux *GG*, & les affermissent au fond de la rivière.

Entre les deux palées, que l'on vient de décrire, sont plantés deux files de pieux *Æ æ*, *Æ æ*, recouverts par un chapeau. La distance entre ces deux files est de 19 piés, & c'est où la grande roue est placée. Ces pieux, aussi-bien que les pieux du rang intérieur *L* (dans le profil) supportent des madriers, qui forment un encaissement que l'on a rempli de pierres; c'est entre ces deux massifs qui forment le coursier ou la noue, que la roue est placée.

Le chapeau *Ææ* est relié avec la palée *G G* par plusieurs liens ou moises *FF*, *FF*, qui portent quatre pièces de bois verticales *cc cc cc cc*, qui servent de guides au chassis qui porte la roue. Il y a encore deux autres pièces de bois verticales, placées en *Æ Æ*, qui soutiennent la face du bâtiment, & la grille qui est au devant de la machine du côté d'amont.

Le chassis qui porte la roue est composé de huit poutres *C C*, *C C*, *C C*, *C C*, dont quatre sont parallèles au courant, & les quatre autres perpendiculaires. Ces dernières embrassent, par leurs extrémités, les quatre pièces des bois verticales (*cc cc cc cc* dans le plan, & *C C C C* dans l'élévation); ces pièces reçoivent les extrémités de celles qui sont parallèles au courant, sur le milieu desquelles posent les tourillons *l b* de l'axe de la grande roue. Les rencontres de ces huit poutres forment, aux quatre coins du chassis, quatre petits quarrés *d d d d*, dans lesquels passent les aiguilles qui suspendent le chassis & la roue à une hauteur convenable, pour que les aubes soient entièrement plongées dans l'eau.

La roue est composée de huit aubes *Y Y Y*, de

3 piés de large, sur 18 piés de long, affermies par quatre cours de courbes *X X* de vingt piés de diametre. Cette roue porte un rouet *i* de 60 aluchons, qui engrene dans la lanterne *k* de 20 fuseaux, fixée sur un arbre vertical, *l*, *pl. XXXVII*. Ce même rouet conduit aussi une petite lanterne *S*, qui a pour axe une manivelle à tiers-point *f*, qui conduit les bascules qui font agir trois corps de pompes, ainsi qu'il sera dit ci-après.

A la face latérale de la premiere poutre qui forme le chassis, sur lequel est porté la roue, & du côté d'amont, sont fixés trois rouleaux servant à faciliter le mouvement de la vanne *d*, qui ferme le coursier pour modérer la vitesse du courant, en faisant que les aubes soient frappées par une plus grande ou une moindre partie de leurs surfaces.

Explication du plan au premier étage qui répond à la seconde roue d d d d, extrémités supérieures de quatre aiguilles qui suspendent le chassis sur lequel la roue est portée; *f f*, manivelles ou croisées des crics avec lesquels on éleve le chassis & la roue; *g g*, les prisons qui embrassent les aiguilles; *h h*, les clefs qui traversent les aiguilles, & reposent sur les prisons ou sur les semelles des crics, ainsi qu'il sera expliqué ci-après. *d d*, extrémités supérieures de l'aiguille de la vanne, & les deux crics qui servent à l'élever. *l*, extrémité supérieure de l'arbre vertical de la lanterne *K*, lequel traverse le moyeu du rouet horizontal *m*, garni de quarante aluchons. Ce rouet conduit la lanterne *n* de 20 fuseaux, & l'arbre *o* de cette lanterne terminé par une manivelle à tiers-point *p q p*, fait agir trois corps de pompes, semblables à ceux cotés *r* dans l'autre moitié du plan : ce sont là toutes les pieces essentielles de l'équipage que l'on appelle *du grand mouvement.*

L'équipage que l'on nomme du *petit mouvement* est composé de la lanterne *S*, dont l'axe, formé en manivelle à tiers-point, tire des chaînes qui répondent aux extrémités *T* des bascules *T X V*, qui, par d'autres chaînes, font agir trois corps de pompes semblables à ceux cotés *y* dans l'autre moitié du plan; ainsi, ces corps de pompes, pour les quatre mouvemens, sont au nombre de 12, six pour chaque roue.

Explication de la pl. XXXVII qui représente l'élévation géometrale de tout le bâtiment des deux machines vues du côté d'amont. La machine cotée *A A* est vue au-dessus de la grille ou brise-glace *Z Z*; on a supprimé la clôture antérieure du premier étage pour laisser voir l'intérieur. On a aussi supprimé les bascules du petit mouvement pour mieux laisser voir le rouet *m* du grand mouvement. *L L L L*, pieux qui accompagnent les palées *G G*, *H I K*, moises qui assemblent & relient tous les pieux *G*. *N*, chapeau de la palée sur lequel reposent les corbeaux *O* ou *N R*, soutenus par des liens sur lesquels posent les poutres *R R* qui forment le plancher, *f f*, &c. crics qui servent à élever les aiguilles *d d*, par lesquels le chassis est suspendu. *g g*, les prisons. *a a*, les prisons de l'aiguille de la vanne *d*. *c c c c*, deux des quatre montans qui servent de guides au chassis. *Y Y Y*, les aubes de la roue. *X X X*, les courbes qui les assemblent, *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, le rouet. *n*, lanterne. *o*, arbre terminé en manivelle *q*, portée par un bâti de charpente *p p. q r*, les chaînes & chassis des pompes. *r*, la bâche où l'eau du puisard *T* est conduite par les pompes aspirantes *r X*, & de-là portée par les pompes foulantes dans la cuvette de distribution *A D A D*, placée au haut d'une tour de charpente à 81 piés au-dessus du niveau de la riviere.

La machine cotée *B B* est représentée en coupe. On suppose la grille abattue aussi-bien que la clôture antérieure de l'étage au-dessus du plancher, pour laisser voir l'équipage du petit mouvement. *i*, le rouet de la grande roue à aubes. *S*, lanterne de 15 fuseaux. *f*, la manivelle en tiers-point. *f T*, les trois chaînes qui répondent aux bascules *T X V*, dont le point d'appui est en *X*. *Y y*, les trois chaînes & les trois chassis du petit mouvement. *y*, la bâche qui reçoit l'eau par les pompes aspirantes *y Z*, qui descendent au fond du puisard *T*; la même eau est renvoyée par les pompes foulantes dans la cuvette de distribution placée au haut du bâtiment.

Explication de la planche XXXVIII. Cette planche est la coupe de l'un des deux pavillons de la machine par la longueur du coursier. On y voit distinctement comment la palée est construite, comment les pieux *G G*, qui la composent, sont entretenus & liés les uns aux autres par les moises horizontales *K K I I*, par les moises obliques *H H*, & par le chapeau *N N*, sur lequel porte le plancher *R R*. *Z Z Z*, profil de la grille placée du côté d'amont. *a*, tourillon de l'axe de la grande roue. *b*, le pallier sur lequel le tourillon repose. *X X*, autre pallier qui porte la crapaudine de l'arbre vertical *l* du grand mouvement. *i*, rouet de la grande roue. *Y Y*, les aubes. *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, rouet du grand mouvement. *f V X*, chaînes du petit mouvement. *d d*, aiguilles par lesquelles on éleve le chassis *C C* qui porte la roue. *f f*, les crics. *g e*, les prisons qui embrassent les aiguilles.

Après avoir décrit la machine dont il s'agit, il reste à expliquer quelques-unes de ses parties qui n'ont pas pu être représentées distinctement dans les planches précédentes, à cause de la petitesse de l'échelle, & qui sont représentées plus en grand *pl. XXXIX*. La figure premiere est le plan plus en grand de la cuvette de distribution placée au bout du donjon, & la figure 2 en est le profil. Au-dessus du puisard *y 2 2 y* est cette cuvette qui a la forme d'un fer-à-cheval,

divisée en plusieurs séparations. *y r*, *y r*, tuyaux montans de quatre équipages, qui dégorgent l'eau dans la cuvette. 22, tuyaux montant de deux équipages de relais. *t*, languette de calme qui ne touche point au fond de la cuvette. *u*, languette de jauge percée d'un nombre de trous circulaires, d'un pouce de diamètre, servant à estimer le produit de la machine. *x*, bastinets percés de même dans leur circonférence de trous circulaires, pour jauger l'eau que l'on distribue aux différens quartiers. *ssss*, tuyaux descendans qui reçoivent l'eau de la cuvette & la portent aux fontaines. *Fig.* 3, coupe longitudinale de l'une des basches & des six corps de pompes qui y sont adaptées. *A B C*, les pompes foulantes dont les chapiteaux se réunissent à un seul tuyau *D*, qui se raccorde avec la conduite qui porte l'eau à la cuvette de distribution. *a b c*, les trois pompes aspirantes dont les tuyaux descendans *X Z*, vont chercher l'eau au fond du puisard *T*, *pl. XXXVII.* Tous les pistons, les pompes aspirantes & la pompe foulante *C*, sont à clapets, les deux autres pompes foulantes *A B* sont à coquille.

Fig. 4, coupe transversale de la même basche & des deux corps de pompes foulantes & aspirantes. On y voit comment le chassis, qui porte le piston de la pompe foulante & qui tire celui de la pompe aspirante, est assemblé & raccordé avec la chaîne verticale par laquelle il est tiré.

Fig. 5, élévation extérieure des trois corps de pompes foulantes, & du chapiteau commun qui les assemble.

Fig. 6, coupe du cric qui sert à élever les aiguilles.

Fig. 7, élévation du cric du côté de la manivelle.

Fig. 8, élévation des deux crics qui posent sur le plancher, & servent à élever les aiguilles du chassis & celle de la vanne. (*D*)

Le moulin à vent de Meudon. Ce moulin est situé vis-à-vis d'un pareil dans le parc du château de Meudon, près la ferme de Vilbon; il est monté sur un bâtiment rond & terminé en forme de glacière *A A*, autour duquel est la balustrade de bois *B B*, pour pouvoir tourner tout autour & monter sur l'échelle tournante *L L*, qui conduit à la lanterne & au rouet qu'il est besoin de graisser de temps en temps. Le haut de la machine est un bâti de charpente composé d'entre-toises & de moises qui entretiennent en deux endroits *C C*, *D D*, l'arbre immobile *E E* du moulin, qui est un cylindre creux, composé de quatre pièces assemblées par des frettes de fer par où passe une grosse tringle de fer qui communique aux mouvemens d'en-bas, & sert d'axe à la lanterne horizontale *F*, dont les fuseaux reçoivent les dents d'un rouet vertical *G*, attaché au cylindre *H H*, qui sert d'axe aux quatre volans ou ailes du moulin *I I I*. Tout ce bâti de charpente, l'échelle, le cylindre, les ailes, que d'autres appellent *girouettes*, tournent par le moyen du gouvernail *N*, que le vent fait aller; &, quand on veut arrêter le moulin, il y a un frein ou cerceau attaché sur le rouet qui le serre ou le laisse libre par le moyen d'une bascule *O O*, qui tire ou serre le bout du frein par une chaînette de fer *M M*. On voit dans le bas une citerne *P P*, pleine d'eau, où vient aboutir le bout de la tringle, partie en fer & le reste en bois *Q Q*, qui tourne sur une matrice de cuivre servant d'œil, au travers de laquelle passe la tige de la manivelle *R*, fortement assemblée dans la tringle de bois *QQ*: cette manivelle *R* est coudée, tirant les chevalets *S S* attachés sur des tourillons *T T*, lesquels, en haussant & baissant, font lever les chassis & les tringles de quatre corps de pompes foulantes *V V V V*, qui trempent dans l'eau du puisard *P*, & font monter l'eau dans quatre tuyaux de plomb *X X X X*, dont on ne voit ici que le bout du quatrième tuyau où est un pareil corps de pompe; le tout se raccorde au gros tuyau de fer de six pouces de diamètre *Y Y*, qui va se rendre dans un réservoir qui, par d'autres tuyaux, fournit les fontaines du parc.

Il faut entendre que les volans ou ailes du moulin sont chargées de toile pour prendre tout le vent possible, & faire en sorte, en les tendant plus ou moins, que l'axe où sont attachées les ailes soient précisément dans la direction du vent, en sorte qu'elles ne soient point perpendiculaires à cet axe, mais un peu obliques formant un angle aigu.

La Pompe du réservoir de l'égoût mue par quatre chevaux. Le réservoir de l'égoût situé au bas du boulevard, a été fait pour jetter l'eau avec impétuosité dans les principaux égoûts de la ville de Paris, & les nettoyer.

Cette pièce d'eau a 35 toises de long, sur 17 & demi de large, & a 7 piés 8 pouces de profondeur; ce qui produit 21121 muids 72 pintes d'eau mesure de Paris. Ce réservoir est fourni continuellement par 8 à 9 pouces d'eau venant de Belle-ville, & par deux équipages de pompes aspirantes à 6 corps de pompes mues par deux chevaux chacune, & l'eau qui vient à fleur du réservoir, y forme une nappe de 66 pouces.

Cette pompe est pratiquée dans un grand bâtiment en face du réservoir, formant deux manèges couverts *A A*, avec une citerne au milieu *B B*, de forme ovale; elle est remplie de 6 tuyaux aspirans *C C C C C C*, soutenus par des traverses & entre-toises *D D* communiquant à 6 corps de pompes *E E*, qui jettent l'eau dans une basche *F*, qui fournit la rigole du milieu, d'où se forme une belle nappe à la tête de la pièce d'eau. Les 6 tringles des aspirans *G G*,

font attachées par des moufles trois par trois à une manivelle HH, à tiers-point, dont l'axe s'enfonce dans un cylindre horizontal II, terminé par une lanterne verticale KK, dont les fuseaux reçoivent les dents d'un rouet horizontal LL, attaché par des liens à un arbre perpendiculaire MM, tournant sur un pivot NN à chaque extrémité, mû par un train à deux chevaux chacun.

Rien n'est si simple que cette machine, & elle fournit environ 3 muids par minute. Si on fait le calcul suivant la nappe de 66 pouces qui tombe continuellement dans le réservoir, ce sont 66 pouces à multiplier par 13 pintes & demie, valeur du pouce d'eau par minute; ce qui fait 891 pintes qui font 3 muids & 27 pintes par minute pour les 6 corps de pompes : cela fait par heure, en abandonnant pour les frottemens les 27 pintes, 180 muids d'eau, & par jour 4320 muids d'eau.

La pompe à feu. Cette machine, quoiqu'extrêmement compliquée, est admirable par la quantité d'eau qu'elle fournit; je l'ai vu placée à Londres au bord de la Tamise en 1728; on l'avoit détruite depuis, mais elle vient d'être rétablie & simplifiée par le retranchement de plusieurs pièces; on dit même qu'elle coûte moins d'entretien pour le charbon & pour les hommes qui servent à la gouverner.

C'est une pompe placée dans un bâtiment où l'on a construit un fourneau, au-dessus duquel est une grande bouilloire de cuivre, sphérique par en haut, bien fermée & entourée d'une petite galerie extérieure, régnant tout autour, & laissant circuler la fumée du fourneau qui entretient la chaleur de l'eau bouillante dont la bouilloire est pleine aux trois quarts.

Le cylindre de la pompe est de cuivre, & d'un diamètre à discrétion. Il est garni de son piston. Le piston descend & s'élève dans le cylindre. Ce n'est qu'une plaque de cuivre roulée & bordée de cuir. Il en est plus léger, & la vapeur le chasse d'autant plus facilement.

Il y a une chaîne de fer, dont l'anneau est accroché à la tige du piston, & tient à la courbe d'un balancier, dont l'axe tourne sur un tourillon, dont les parties portent sur un des pignons du bâtiment.

Un bout de tuyau transmet la vapeur de la bouilloire dans le cylindre, & la partie de la machine qu'on appelle *régulateur*, ouvre & ferme en dedans & au haut de l'alembic l'extrémité du tuyau de vapeur.

C'est un fléau ou une coulisse de bois attachée à une petite courbe concentrique à la courbe du balancier, auquel elle est fixée, qui, se haussant par ce moyen & se baissant, donne le jeu au régulateur & au robinet d'injection, en retenant par des chevilles fixées dans plusieurs trous faits dans son épaisseur, les axes recourbés & communiquant au robinet & au régulateur dont on rend l'effet plus ou moins prompt, en haussant ou baissant ces chevilles.

Le tuyau de l'injecteur descendant du réservoir au-dessus, & se coudant pour entrer dans le cylindre, y jette environ neuf à dix pintes d'eau froide à chaque injection, par un robinet qui s'ouvre & se ferme continuellement au moyen des chevilles fixées le long de la coulisse.

Il y a un petit tuyau qui sort de l'injecteur, & qui a un robinet toujours ouvert. Il jette de l'eau prise dans le réservoir au-dessus, en couvre le piston de cinq à six pouces. C'est ainsi que l'entrée est fermée à l'air, & le cuir du piston humecté.

On appelle *robinets d'épreuve* ceux de deux tuyaux dont le plus court atteint seulement à la surface de l'eau de la bouilloire, & l'autre va jusqu'au fond. Ils indiquent l'un & l'autre l'excès ou le défaut de la quantité d'eau ou de vapeurs conservée dans l'alembic ou la bouilloire.

Un tuyau communiquant à la capacité du cylindre, laisse écouler l'eau injectée, & la renvoie à la bouilloire. Un autre tuyau attaché au cylindre, donne issue à l'eau qui déborderoit, lorsque le piston est relevé. On y pratique un robinet qui jette l'eau sur la soupape du tuyau qui laisse sortir & l'air du cylindre, & celui qui est amené par l'eau froide injectée.

Une valvule ou soupape couverte de plomb, laisse évaquer la vapeur de la bouilloire, quand elle a trop de force. Au-dessous du piston, il y a un tuyau de décharge du cylindre, & au haut du bâtiment un tuyau de décharge du réservoir.

Deux autres courbes placées à l'autre extrémité du levier font aller une pompe renversée qui fournit un petit réservoir, & des pompes aspirantes posées dans un puits d'où l'eau est portée dans un grand réservoir.

C'est par une cheminée que sort le trop de fumée de la bouilloire.

L'eau portée dans le petit réservoir, fournit la machine. L'eau portée dans le grand réservoir sert à tel usage que l'on veut. C'est elle qui mesure le vrai produit de la machine.

Il est inutile d'entrer ici dans un plus long détail sur le principe d'action, sur l'utilité des parties, & sur l'effet de cette pompe, dont nous avons parlé fort au long *à l'article* FEU. *Voyez cet article, & nos planches de machines hydrauliques.*

La pompe que nous y avons décrite n'est pas tout-à-fait la même que celle-ci, mais ce sont ces petites différences, qui nous ont déterminés à revenir ici sur cette machine.

Machine de M. Dupuis. Cette machine, qui a été approuvée par l'Académie des Sciences, & exécutée en plusieurs endroits, est composée, dans son intérieur, de deux coffres de bois posés l'un au-dessus de l'autre, & se garaissent en dedans de plaques

de plaques de cuivre de trois côtés, excepté celui où est attachée la plate-forme, qui est garnie de cuir, avec une rainure de son épaisseur pour éviter le trop de frottement; le coffre, où sont les mouvemens, est séparé en dedans par une cloison; ces deux coffres sont dans l'eau, dont la superficie est comprimée par l'air extérieur. La première figure montre l'intérieur des deux coffres *A* & *B*. La plate-forme mouvante *CC*, garnie de fer, est inclinée dans la caisse, tenant par un bout à un boulon de fer attaché à la caisse en forme de charnière, & de l'autre taillé en portion de cercle, montant & agissant sur une autre portion de cercle *D*, suivant lequel est taillé une des parois du coffre garni de cuir fort ou bourre pour empêcher l'eau de descendre. Cette plate-forme est percée de deux ouvertures garnies des clapets *E*, *F*, qui donnent passage à l'eau dans le jeu de la plate-forme qui fait agir une tringle de fer *I K*, inclinée par le moyen de deux moufles ou d'un chassis à deux branches, & qui se raccorde à un des bouts de ladite plate-forme, & va se rendre à la manivelle & au moteur.

Par ce mouvement, l'eau qui entoure les deux coffres, & qui y entre continuellement, étant comprimée par l'air extérieur ou l'atmosphère, fait lever les deux clapets *E* & *F* de la plate-forme mouvante, & forcent à se lever les deux autres clapets *G* & *H* correspondans & placés sur le dessus de la caisse, au moyen de quoi l'eau passe dans une espèce de hotte de cheminée, pour se communiquer dans le tuyau montant *L*, qui porte l'eau dans le réservoir au lieu destiné.

Fig. 2. On peut établir cette pompe pour l'épuisement des eaux dans une mine, ainsi qu'elle a été exécutée à Pompéan, près de la ville de Rennes. L'eau est premièrement attirée par une pompe aspirante à la hauteur de vingt-quatre piés dans une basche ou coffre de bois, & est reprise par une ou plusieurs pompes, successivement jusqu'en haut. Le mouvement est une tringle de bois qui fait agir tous les coffres par le moyen de deux bielles & d'une tringle de fer coudée qui y est attachée, & qui se rend par-dessous dans le coffre où est la plate-forme; en haut c'est un rouet & une lanterne que font mouvoir deux chevaux attelés dans un manège.

On ne fait monter l'eau qu'à vingt-quatre piés & à plusieurs reprises, que pour soulager la colonne d'eau ou tuyau montant; car on pourroit élever l'eau tout d'un coup à deux cens piés par une pompe foulante; le minéral est monté à bras dans les seaux par le moyen d'un treuil.

Fig. 3. Cette machine peut être mue par la force de l'eau, savoir, par le courant d'une rivière, ou faisant tomber la chûte d'un ruisseau sur les aubes de la roue qui feroit agir une manivelle coudée, où seroient attachées les deux tringles de fer qui correspondent aux coffres posés dans le bas de l'eau.

Un moulin à vent peut aussi faire agir de la même manière cette machine, en mettant la manivelle dans le haut, & correspondante à l'axe des deux ailes, alors la tringle passe à travers un arbre creusé, & tourne de tous sens, & vient se communiquer à un balancier que lèvent les tringles qui vont faire agir les plates-formes des coffres qui sont posés au bas de la citerne.

Fig. 4. On voit de la face le chassis de fer, qui est attaché au haut de la tringle de fer, pour donner le mouvement à la plate-forme *CC*; au bas du chassis se voit la patte de-chat *BB* qui est chevillé sur la plate-forme pour la faire mouvoir.

On trouvera ici l'application de la même machine à une pompe à cheval, dont on voit (*fig.* 5) le manège *A*, le rouet *B* portant sur son pivot *C*, la lanterne *D*, la manivelle *E* qui fait lever & baisser les trois tringles *FFF* garnies de leurs chassis ou portes qui donnent le mouvement aux plates-formes des coffres placés au fond d'un puits, & font élever l'eau par les trois cheminées *GGG*, qui se raccordent par une fourche au tuyau *H*, qui porte l'eau au réservoir.

Il est bon de remarquer que, quand la manivelle est simple, il n'y a qu'une plate-forme dans le coffre; lorsqu'elle est coudée ou à tiers-point, il y a une ou deux séparations dans le coffre pour y loger deux ou trois plates-formes, ce qui ne change rien à la méchanique de cette machine, ce qui revient aux trois corps de pompe ordinaires. La tringle est simple pour une plate-forme; quand il y en a deux, la tringle se termine en bas par une patte à deux branches, qui prend sur la plate-forme.

Fig. 6. Cette machine est encore d'une grande utilité, quand on veut dessécher un marais, ou vuider une pièce d'eau, en l'établissant sur un des bords & par des bascules menées par deux ou quatre hommes qui se succéderont, sans discontinuité, d'heure en heure; on fera mouvoir deux tringles qui feront agir deux plates-formes dans un coffre, d'où l'eau, passant par les deux cheminées, sera portée par une fourche dans le tuyau montant, pour se vuider dans une auge de bois, & se perdre où l'on jugera à propos, toujours un peu loin de la pièce, afin que l'eau, en filtrant à travers les terres, n'y puisse revenir. C'est ainsi que les bénédictins ont vuidé, au village de Cachans, près Paris, une grande pièce d'eau de près de trois arpens d'étendue, & de cinq piés de profondeur, en dix jours de temps.

C'est sur le pié de six mille muids en vingt-quatre heures, & soixante mille en tout pendant les dix jours, avec quatre hommes qui se relè-

voient d'heure en heure, & quatre hommes frais pour la nuit.

Fig. 7. Le moindre effet que peut faire cette machine, est d'être employé à faire jouer une pompe à bras, placée dans un puits pour l'usage d'un petit jardin ou d'une maison; on mettra au bas du puits un coffre séparé en deux par une cloison, pour y loger deux plates-formes qui feront monter l'eau dans deux hottes, ou, par une fourche, elle se joindra au tuyau montant, d'où l'eau tombera dans une auge de pierre ou de plomb à l'usage de la maison; les deux tringles correspondantes aux deux plates-formes seront mues par une manivelle à bras, dont le mouvement sera vertical par le moyen d'un tourillon, en haussant une pendant que l'autre descendra sans aucune interruption, elles jetteront de l'eau dans l'auge de pierre.

L'avantage de cette machine est de n'avoir point de pistons ni de corps de pompe, & d'avoir peu de frottement, de s'user moins qu'une autre, d'être de peu d'entretien, de coûter moins dans l'exécution, qui ne passe pas ordinairement, étant simple, la somme de douze cens livres; de pouvoir servir aux mines, aux dessechemens des marais & fossés; de se loger dans les puits & par-tout, sans échafaudage & sans grande préparation; d'être mûe en mouvement par des hommes, des chevaux, par l'eau & par le vent, & avec tout cela d'amener dans le même espace de temps, le double de l'eau que peut fournir la meilleure machine qui ait été exécutée jusqu'à présent. La raison en est fort simple: le coffre, où est renfermée la plate-forme mouvante, a ordinairement deux piés & demi de long, sur neuf pouces de large, & un pié environ de haut, & par sa capacité & étendue, a plus de jeu, contient plus d'eau, & l'agite plus violemment qu'un corps de pompe d'un pié de diamètre avec un piston qui lui soit proportionné; ainsi, la pompe à cheval du pont-au-choux fournit, avec les deux manèges à quatre chevaux tirant ensemble, & les six corps de pompes aspirantes, environ deux muids par minute; celle de M. Dupuis fournit, sans manège, mue par quatre hommes, quatre muids & quatre cinquiemes par minute, à seize piés de haut, suivant le rapport de MM. de l'académie des sciences.

Si elle étoit exécutée en grand avec une manivelle à tiers point, une plate-forme percée de trois clapets, qu'elle fût mue par un seul cheval dans un manège avec un train, un rouet & une lanterne, ce qui augmente beaucoup la force du moteur, elle fourniroit huit muids au moins par minute, le reste du produit abandonné pour les frottemens, ce qui feroit par jour 11520 muids.

Pompe à bras. La pompe à bras *A* (*figure premiere*) est composée d'un tuyau de plomb *B B* de deux pouces de diamètre, ayant son extrémité *C* coudée & portée sur un socle de bois *D*; ce bout coudé doit être percé de plusieurs trous, tremper dans l'eau du puits *E*, & ce tuyau doit aboutir à un plus large d'environ cinq pouces de diamètre, servant de corps de pompe fait en entonnoir, pour se raccorder avec le tuyau aspirant *B B*, & pour servir à loger à force le petit barillet *F* couvert d'une soupape ou clapet *G*, & garni de filasse pour empêcher l'eau de descendre; le piston *H* est garni de cuir par en haut avec son clapet *I*, & attaché à une anse de fer *K*, suspendue à une verge de fer *L*, attachée à la bascule *M*, composée d'un levier & d'une poignée *N*, soutenue par un étrier de fer *O*, attaché à la cuvette par deux liens de fer avec un œil & un boulon de fer, où tournent les deux bras du levier *M* & *N*. L'eau tombe par une gargouille *P*, où est un masque dans une cuvette de pierre *Q*.

Fig. 2. La même machine *A* est répétée de profil; les *figures* marquées *R S*, *fig.* 3, sont deux outils de fer qui servent dans le tuyau à asseoir ou à retirer le barillet *F*, que les ouvriers appellent *secret*.

Les *figures* 4 & 5 offrent en profil & en coupe la pompe de bois *T* & *V*, *fig.* 4 & 5, des plus simples dont on se serve; on la nomme *hollandoise*, étant très-en usage dans ce pays; on l'emploie dans les vaisseaux, dans les jardins, & il n'y a pas une maison en Hollande qui n'en ait plusieurs: c'est un tuyau d'aulne ou d'orme creusé, au bas duquel, à la distance de six à sept pouces, est un clapet *X* (*fig.* 5.) au-dessous duquel on perce plusieurs trous qui trempent dans l'eau; il y a une tringle de bois *Y*, dont un bout est attaché à l'anse *Z* d'un piston avec son clapet; l'autre bout tient à la bascule de bois *a a*, attachée au tuyau par un étrier de bois en fourchette avec un boulon, *&c.* L'eau tombe par une gargouille *b* dans une auge de pierre ou autre endroit destiné.

Le moteur ou la puissance appliquée à la poignée *N*, *fig.* 1, ou au bout du levier, *&c.* fait jouer le levier *M* & *N*, dont le bras *O N* est de trente pouces, & l'autre *O M* n'a que cinq pouces; ainsi, on voit que la puissance est la sixième partie du poids, ou comme 1 est à 6.

La pompe pour les incendies. Cette pompe *A* est pareille à celle que l'on trouve dans les Pays-Bas; on en voit ici la coupe *A fig.* 1, & le plan *B*, *fig.* 2. Ce plan est quarré & est composé d'un bac partagé en trois parties par deux cloisons *C C* percées en *D* de plusieurs trous, pour que l'eau versée dans les réservoirs *C C* parvienne pure au retranchement du milieu *D*, *fig.* 2, par le moyen du jeu des deux pompes foulantes *E E* qui sont à ses côtés, dont l'eau se communique par les deux passages *F* & *G* qui s'ouvrent & se ferment alternativement par des clapets; l'eau venant plus fortement par les deux pistons, sur-

monte le trou *H*, & se réunit vers le sommet du récipient où l'air se trouve de plus en plus condensé; l'eau est refoulée sans interruption, & lancée continuellement avec une vitesse qui est presque toujours la même.

Figure 3. La *fig.* 3 expose un boyau de cuir *L M* qui s'ajuste avec une boîte de cuivre au trou *H*, & l'eau y est refoulée pour être dirigée avec vitesse par un ajutage *N* dans les endroits embrasés.

Figure 4. On voit dans la quatrième *figure* l'élévation de la même pompe composée d'une caisse de cuivre rouge, de trois piés de large, sur deux piés & demi de haut, surmontée d'un chapiteau arrêté par des vis, portant l'axe d'un balancier dont les extrémités sont faites en fourches, afin de pouvoir y enfiler une poignée assez longue pour que cinq ou six personnes puissent agir de front; il y a une ouverture *O* saillante de quelques pouces en forme de tuyau, pour y loger le bout *H* du tuyau de cuir qui porte l'eau à sa destination. (*K*)

HYDRE, (*Astron.*) *hydre* femelle, *hydra*, constellation méridionale, appellée *serpens aquaticus*, *asina coluber*, *ecchidna* ou *vipere*. Cette constellation s'étend au-dessus du lion, de la vierge & de la balance: elle a une étoile remarquable, appellée le *cœur de l'hydre;* en arabe, *alphrad*. L'*hydre* a une origine commune avec les deux constellations de la coupe & du corbeau, au rapport d'Ovide, qui annonce leur lever acronique au 14 février.

Dixit & antiqui monumenta perennia facti,
Anguis, avis, crater, sidera juncta micant.
Fast. *lib. II.*

Apollon voulant faire un sacrifice à Jupiter, envoya, dit-on, le corbeau avec une coupe pour apporter de l'eau. Il s'arrêta sur un figuier pour attendre la maturité du fruit; ensuite, pour excuser son retardement, il prit un serpent qu'il accusa de lui avoir fait obstacle lorsqu'il vouloit puiser de l'eau. Mais Apollon, pour punir le corbeau, changea son plumage de blanc en noir, plaça le corbeau vis-à-vis de la coupe, & chargea le serpent d'empêcher le corbeau de boire.

On a prétendu aussi que c'étoit l'*hydre* de Lerne, tuée par Hercule. Ce monstre a plusieurs têtes, est le symbole de l'envie, qui fut surmontée par les exploits de ce héros. Mais il est plus vraisemblable que la constellation a fait imaginer le second travail d'Hercule, expliqué par M. Dupuis (*Astr. IV, pag.* 480). En effet, quand le soleil entroit au signe de la vierge, la constellation de l'*hydre* disparoissoit dans les feux solaires; mais, lorsque le soleil arrivoit aux dernières étoiles, celles de la tête se levoient déjà héliaquement; voilà pourquoi l'on dit que cette *hydre* renaissoit.

Cette constellation contient 60 étoiles dans le catalogue Britannique, & 100 en y comprenant la coupe & le corbeau, qui ne font qu'un seul groupe, & qui vont communément ensemble. La principale étoile est celle du cœur de l'*hydre;* & son ascension droite, en 1750, étoit de 138° 49′ 40″, & sa déclinaison australe de 7° 35′ 12″.

L'*hydre* mâle, *hydrus*, est une constellation plus méridionale, qui ne paroît point dans nos régions; elle est située entre le Toucan & la Dorade: la principale étoile est de troisième grandeur: ascension droite, en 1750, 27° 43′ 24″; déclinaison australe, 62° 47′ 34″. (*D. L.*)

HYDROCHOOS, s. m. (*Astron.*) constellation qu'on nomme en latin *aquarius*, & en françois le *verseau*; elle a donné son nom à un des douze signes du zodiaque.

HYDRODYNAMIQUE, s. f. l'*Hydrodynamique*, est proprement la dynamique des fluides, c'est-à-dire, la science qui enseigne les loix de leur mouvement. Ainsi, on voit que l'*hydrodynamique* ne diffère point, quant à l'objet, de la science qu'on appelloit autrefois & qu'on appelle encore très-souvent *hydraulique*. Voyez HYDRAULIQUE.

On appelle *dynamique*, comme nous l'avons dit à ce mot, la partie de la méchanique qui enseigne à déterminer les mouvemens d'un système de corps qui agissent de quelque manière que ce soit, les uns sur les autres. Or tout fluide est un composé de particules faciles à se mouvoir, & qui sont liées entr'elles de manière qu'elles altèrent & changent réciproquement leurs mouvemens. Ainsi, l'hydraulique & l'hydrostatique est la vraie *dynamique* des fluides.

Il paroît que le premier qui se soit servi de ce terme, est M. Daniel Bernoulli, qui a donné ce titre à son traité du mouvement des fluides, imprimé à Strasbourg en 1738. Si le titre étoit nouveau, il faut avouer que l'ouvrage l'étoit aussi. M. Daniel Bernoulli est le premier qui ait réduit les loix du mouvement des fluides à des principes sûrs & non arbitraires, ce qu'aucun des auteurs d'hydraulique n'avoit fait avant lui. Le même auteur avoit déjà donné en 1727, dans *les mémoires de l'académie de Pétersbourg*, un essai de sa nouvelle théorie. On n'attend pas de nous que nous en donnions ici un extrait; nous nous contenterons de dire qu'il se sert principalement du principe de la conservation des forces vives, reconnu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & dont on fait un usage si fréquent dans la dynamique, depuis qu'il a été découvert par M. Huyghens sous un autre nom. M. Jean Bernoulli a donné une hydraulique, dans laquelle il se propose le même objet que M. Daniel Bernoulli son fils; mais il prétend y employer des principes plus directs & plus lumineux que celui de la conservation des forces

vives ; & on voit à la tête de cet ouvrage, une lettre de M. Euler à l'auteur, par laquelle M. Euler le félicite d'avoir trouvé les vrais principes de la science qu'il traite. M. Maclaurin a aussi donné dans son *traité de fluxions* un essai, sur le mouvement des fluides qui coulent dans les vases, & cet essai n'est autre chose qu'une extension de la théorie de M. Newton, que cet auteur a perfectionnée. J'ai traité la même matière en 1744, dans mon ouvrage, intitulé ; *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides* ; j'aurois pu donner à cet ouvrage le titre d'*hydrodynamique*, puisque c'est une suite du traité dynamique que j'avois publié en 1743. Mon objet, dans ce livre, a été de réduire les loix de l'équilibre & du mouvement des fluides au plus petit nombre possible, & de déterminer par un seul principe général, fort simple, tout ce qui concerne le mouvement des corps fluides. J'y examine les théories données par M. Bernoulli & par M. Maclaurin, & je crois y avoir montré des difficultés & de l'obscurité. Je crois aussi avoir prouvé que, dans certaines occasions, M. Daniel Bernoulli a employé le principe des forces vives dans des cas où il n'auroit pas dû en faire usage. J'ajoute que ce grand géomètre a d'ailleurs employé ce principe sans le démontrer, ou plutôt que la démonstration qu'il en donne n'est point satisfaisante ; mais cela n'empêche pas que je ne rende avec tous les savans, la justice dûe au mérite de cet ouvrage. Je traite aussi, dans ce même livre, de la résistance des fluides au mouvement des corps, de la réfraction, & du mouvement d'un corps qui s'enfonce dans un fluide, & enfin des loix du mouvement des fluides qui se meuvent en tourbillon.

Comme nous avons donné au *mot* FLUIDE les principales loix du mouvement des fluides, nous y renverrons ceux de nos lecteurs, qui voudront s'instruire des principales loix de l'*hydrodynamique*. Nous ajouterons seulement ici quelques réflexions qui n'ont point été données dans cet article FLUIDES, & qui lui serviront comme de complément.

La première de ces réflexions aura pour objet la contraction de la veine d'eau qui sort d'un vase. M. Newton a observé le premier que l'eau qui sortoit d'un vase, n'en sortoit pas sous une forme cylindrique, mais sous une forme de cône tronqué, qui va en se retrécissant depuis la sortie du vase. M. Daniel Bernoulli ajoute à cette observation (*voyez* son *hydrodynamique*, *section* 4), que quand les eaux sortent, non par un simple trou, mais par un tuyau, la veine se contracte, si les parois du tuyau sont convergens, & se dilate, si ces parois sont divergens. La raison en est assez facile à appercevoir, c'est que l'eau dans sa direction, au sortir du tuyau, suit pendant quelque temps la direction des parois du tuyau, le long desquels elle a coulé. Cette contraction & dilatation de la veine d'eau varie donc suivant les différens cas, ce qui fait qu'il est très-difficile de déterminer exactement la vitesse de l'eau au sortir du vase. Car il est encore nécessaire de connoître la figure de la veine d'eau, qu'on ne peut pas supposer cylindrique, & dont on ne peut pas supposer par conséquent que les parties se meuvent avec une égale vitesse, puisque la vitesse est en raison inverse de la largeur de la veine. M. l'Abbé Bossut a fait une multitude d'expériences très-curieuses & très-importantes sur la contraction de la veine fluide. *Voyez* son HYDRODYNAMIQUE.

A l'occasion de cette veine d'eau, nous dirons un mot de la cataracte de M. Newton. Ce grand géomètre prétend, dans le *second Livre de ses principes*, que l'eau qui sort d'un vase cylindrique par un trou fait à la base de ce vase, en sort en formant depuis la partie supérieure du vase jusqu'au trou, une espèce de cataracte ou de veine qui va en se retrécissant, & dont la largeur à chaque endroit est en raison inverse de la vitesse de l'eau, c'est-à-dire, en raison inverse de la racine quarrée de la distance de cet endroit à la surface supérieure de l'eau ; de manière que cette cataracte est une espèce d'hyperbole du second genre, dans laquelle les quarrés des ordonnées sont en raison inverse des abscisses. M. Jean Bernoulli, dans son hydraulique (*voyez le tome IV de ses Œuvres*) a très-bien prouvé l'impossibilité d'une pareille cataracte, parce que la partie du fluide qui seroit hors de cette cataracte seroit stagnante, & par conséquent agiroit par sa pesanteur pour détruire cette cataracte, dans laquelle le fluide n'auroit aucune pression. *Voyez* un plus grand détail dans l'ouvrage cité.

Ma seconde observation aura pour objet la pression des fluides en mouvement. J'ai donné dans mon *Traité des fluides*, en 1744, une méthode directe pour déterminer cette pression, & j'ai expliqué au *mot* FLUIDE, en quoi consiste cette méthode. Or il y a des cas où la formule, qui exprime cette pression, devient négative, & j'ai prétendu que, dans ce cas, la pression ne doit pas se changer en *suction*, comme le dit M. Daniel Bernoulli, c'est-à-dire, que les parois du canal ne doivent pas être pressés de dehors en dedans, mais qu'ils le sont toujours de dedans en dehors. Envain m'objectera-t-on les expériences par lesquelles M. Bernoulli a prétendu confirmer sa Théorie ; ces expériences prouvent seulement ce que je n'ai jamais nié, & ce qui est évident par soi-même, que, quand la pression du fluide est négative, la pression totale de l'air & du fluide sur les parties intérieures du canal, est moins grande que celle qui est exercée par l'air seul sur les parties extérieures du même canal. Or, dans toute ma théorie du mouvement des fluides, j'ai fait abstraction de la pression de l'air, à l'exemple de

tous les auteurs d'hydraulique; & j'avois jugé que M. Bernoulli en faisoit abstraction lui-même en cet endroit, ainsi que dans tous le cours de son ouvrage. Si M. Bernoulli, en disant, p. 264 de son Hydrodynamique, *pressio in suctionem mutatur*, *id est*, *latera canalis introrsùm premuntur*, eût ajouté ces trois mots, *ab aëre circumambiente*, nous étions pleinement d'accord, & je ne lui aurois fait, sur cet article, aucune objection; mais il semble qu'il ait cherché à éloigner cette idée par la manière dont il explique immédiatement après cette pression changée en suction; *tunc autem*, dit-il, (c'est-à-dire, dans le cas où la pression est négative) *res ità consideranda est*, *ac si loco columnæ aqueæ superincumbentis*, *& in equilibrio positæ cum aquâ præterfluente*, *sit columna aquæa appensa*, *cujus nisus descendendi impediatur ab attractione aquæ præterfluentis.*

En effet, ce n'est point par l'attraction de l'eau qui coule dans le fluide que cette colonne est soutenue, mais par la pression de l'air inférieur, laquelle, dans le cas dont il s'agit, se trouve égale à la pression que l'air supérieur exerce sur la surface du fluide qui coule. Il paroît donc que M. Bernoulli ne s'est pas suffisamment expliqué sur ce qu'il appelle *la pression changée en suction*: mais, quoi qu'il en soit, il est certain que toute la théorie que j'ai établie est exactement vraie, en faisant abstraction, comme je l'ai supposé, de la pression de l'air environnant. C'est ce qui fait dire à M. Euler, dans une lettre du 29 décembre 1746: *Je crois que vos raisons sont aussi-bien fondées que celles de M. Bernoulli, & que c'est une circonstance étrangère à laquelle il faut attribuer l'effet de la suction...... Si le tuyau étoit situé dans un espace vuide d'air, il n'y a aucun doute que l'eau ne perdît sa continuité (lorsque la pression est négative) comme vous prétendez. Votre théorie sera donc vraie dans le cas où le tuyau est placé dans un espace vuide d'air; & celle de M. Bernoulli l'est également quand le tuyau se trouve en plein air.*

Au reste, quand on considère le tuyau en plein air, la théorie de M. Bernoulli demande encore, ce me semble, quelque modification. Car lorsque le fluide descend pour sortir du vase, l'air qui environne ce vase de toutes parts n'est pas en repos, puisque l'air descend dans le tuyau à mesure que le fluide s'abaisse; ce qui ne peut se faire, sans qu'il y ait du mouvement dans tout l'air environnant; ainsi, la pression de l'air sur le tuyau, tant extérieurement qu'intérieurement, ne doit pas être la même que si l'air étoit en repos; pour déterminer cette pression, il faudroit connoître le mouvement de l'air environnant; & c'est ce qui paroît très-difficile. Ne pourra-t-il donc pas y avoir des cas où la pression de l'air sur la surface extérieure du tuyau ne soit pas plus grande, ou même soit plus petite que la pression sur la surface intérieure, auquel cas, les parois du tuyau ne seroient pas pressées, de dehors en dedans, par l'air qui environne le tuyau, quoique la pression du fluide qui coule dans le tuyau fût négative? Il paroît donc que le meilleur parti à prendre dans la théorie de la pression des fluides qui sont en mouvement, est de faire abstraction de l'air qui environne le tuyau. C'est aussi le parti que j'ai pris.

Enfin ma dernière observation aura pour objet l'application du calcul au mouvement des fluides. J'ai donné dans le chapitre VIII de mon *essai sur la résistance des fluides* en 1752, une méthode générale pour appliquer le calcul à ce mouvement. Cette méthode a cet avantage qu'elle ne suppose absolument aucune hypothèse, & qu'elle est en même tems assez simple; mais je n'ai donné, dans ce chapitre, qu'un essai de cette méthode, très-analogue à celle que j'ai employée dans le même ouvrage de sa détermination de la résistance des fluides. M. Euler, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Prusse*, *pour l'année* 1755, a donné une méthode fort semblable à celle-là, pour déterminer le mouvement des fluides, & paroît faire entendre que la mienne n'est pas générale. Je crois qu'il se trompe sur ce point, & j'ai prouvé dans un écrit particulier, imprimé dans le tome I de mes *Opuscules Mathématiques*, que ma méthode est aussi générale qu'on le peut desirer, à moins qu'on ne suppose le fluide *indéfini* & sans limites; ce qui n'a point lieu, & ne sauroit avoir lieu dans la nature. Il est vrai que je n'ai traité du mouvement du fluide que dans un plan; mais il est aisé d'étendre la théorie que j'ai donnée au mouvement d'un fluide dans un solide. L'écrit que j'ai composé sur ce sujet n'étant pas de nature à pouvoir être inséré dans l'Encyclopédie, je me contenterai de donner une légère idée de ce qu'il contient. Je suppose, pour fixer les idées, le vase plein & vertical, & je nomme x les abscisses verticales, & z les ordonnées horizontales; il résulte de mes démonstrations, 1.° que la vitesse verticale doit être exprimée par $\varepsilon^t q$, & l'horizontale par $\varepsilon^t p$, ε étant une fonction du seul tems t écoulé depuis le commencement du mouvement, p & q des fonctions de x & de z. Ces fonctions de x & de z doivent être telles, 1.° que $p\,dz + q\,dx$ soit une différentielle complette: 2.° que $p\,dx - q\,dz$ en soit aussi une; 3.° que lorsque $z = y$, c'est-à-dire, lorsque z devient égale à l'ordonnée de la courbe qui exprime la figure du vase, on ait $p\,dx - q\,dy = o$, c'est-à-dire, que $p\,dx - q\,dy = o$ soit l'équation de la courbe qui exprime figure du vase. M. Euler paroît avoir cru qu'il étoit toujours possible que ces trois conditions eussent lieu à-la-fois; je crois avoir démontré le contraire. Mais la démonf-

tration n'est pas de nature à pouvoir être rapportée ici.

2.° Je donne une méthode pour trouver la fonction θ du temps t, & une méthode pour déterminer la courbe que la surface supérieure du fluide forme à chaque instant. L'équation de cette courbe est aussi déterminée par différentes conditions qui doivent toutes s'accorder à donner la même courbe : si cet accord n'a pas lieu, le problême ne peut se résoudre analytiquement. D'où il est aisé de conclure qu'il y a bien peu de cas où l'on puisse trouver rigoureusement, par une méthode analytique, le mouvement d'un fluide dans un vase. On peut donc s'en tenir, ce me semble, dans le plus grand nombre des cas, à la méthode que j'ai donnée, en 1744, dans mon *Traité des fluides*, méthode qui donne des résultats assez conformes à l'expérience, quoiqu'elle ne soit pas, dans la rigueur, mathématique.

Lorsque le fluide a une masse finie & un mouvement progressif ; alors le temps t doit nécessairement entrer dans l'expression de sa vitesse, & les conditions précédentes doivent nécessairement avoir lieu. Il n'y a que le cas où le fluide se meut suivant une ligne qui rentre en elle-même, sans être animée par aucune force accélératrice, dans lequel on puisse supposer que le temps t n'affecte point l'expression de la vitesse. Dans ce cas, on a toujours $p\,dx - q\,dz =$ à une différentielle complete ; mais au lieu de l'autre condition $p\,dz + q\,dx$, égale à une différencielle complete, qui donneroit $\frac{dp}{dx} = \frac{dq}{dz}$, on a $d\left(\frac{dp}{dx}\right) = d\left(\frac{dq}{dz}\right)$.

Voilà le précis des loix du mouvement des fluides, telles qu'elles sont exposées dans l'écrit dont j'ai fait mention, & qui contient différentes autres recherches sur le mouvement des fluides, dont il seroit trop long de parler ici.

A l'égard de la résistance des fluides au mouvement des corps, laquelle fait une partie essentielle de l'*hydrodynamique*, voyez *les articles* FLUIDE, RÉSISTANCE. Voyez aussi le *chap. j* du troisieme livre de mon *Traité des fluides*, & mon *Essai sur la résistance des fluides*, Paris, 1752. (*O*)

HYDROGRAPHE, s. m. se dit d'une personne versée dans l'hydrographie. *Voy.* HYDROGRAPHIE. (*O*)

HYDROGRAPHIE, s. f. C'est cette partie de la géographie qui considere la mer, en tant qu'elle est navigable. *Voyez* GÉOGRAPHIE. Ce mot est composé des mots grecs ὕδωρ, *aqua*, eau, & γράφω, *describo*, je décris.

L'*hydrographie* enseigne à construire des cartes marines, & à connoître les différentes parties de la mer. Elle en marque les marées, les courans, les baies, les golfes, *&c.* comme aussi les rochers, les bancs de sable, les écueils, les promontoires, les havres, les distances qu'il y a d'un port à un autre, & généralement tout ce qu'il y a de remarquable tant sur la mer que sur les côtes.

Quelques auteurs emploient ce mot dans un sens plus étendu, pour ce que nous appellons *l'Art de naviguer*.

Dans ce sens, l'*hydrographie* comprend l'art de faire les cartes marines, la maniere de s'en servir, & généralement toutes les connoissances mathématiques nécessaires pour voyager sur mer le plus promptement & le plus sûrement qu'il est possible. *Voy.* NAVIGATION, CARTES.

Les peres Riccioli, Fournier, & Dechales, nous ont donné des Traités d'*hydrographie*. Le P. Dechales, qui avoit déja examiné cette matiere dans son *cours* de mathématiques, l'a traité, en 1677, dans un ouvrage exprès. M. Bouguer le pere suppléa à ce qui manquoit à cet ouvrage dans le *Traité de navigation*, qu'il publia en 1698, & qui a été imprimé plusieurs fois. M. Bouguer, son fils, de l'académie royale des sciences, a publié, en 1753, un Traité de navigation plus complet que tous les précédens, & qui contient la théorie & la pratique du pilotage ; car le pilotage ne differe point, à proprement parler, de l'*hydrographie*. *Voyez* PILOTAGE. Nous renvoyons à ce dernier ouvrage les lecteurs qui voudront s'instruire de l'*hydrographie*. (*O*)

HYDROGRAPHIQUE, adj. qui a rapport à l'hydrographie. *Voyez* HYDROGRAPHIE. Cartes *hydrographiques*, sont les mêmes qu'on appelle plus communément *cartes marines*. *Voyez* CARTE. (*O*)

HYDROMANTIQUE, s. f. & adj. (*Math.*) Quelques auteurs ont appellé ainsi l'art de produire, par le moyen de l'eau, certaines apparences singulieres. Cette science, si elle en mérite le nom, est fondée principalement sur deux faits très-connus ; l'un est, qu'un corps *R*, placé au fond d'un vase plein d'eau (*pl. Hydr. fig.* 50), peut être vu par un œil *O*, placé près du bord du vase, quoique ce même œil ne pût le voir, si l'eau étoit ôtée ; l'autre est, que le fond *C H D* d'un vase plein d'eau, paroît plus élevé qu'il n'en est en effet, par exemple, en *E I F* : ces deux phénomenes sont une suite des loix de la réfraction. *V.* RÉFRACTION. (*O*)

On trouve dans quelques Traités d'Optique, la description de plusieurs machines qui sont d'usage dans l'*hydromantique*.

Ainsi, par exemple, pour construire une machine *hydromantique*, au moyen de laquelle on fera perdre une image ou un objet de vue au spectateur, & on le lui fera appercevoir de nouveau sans changer la position de l'un ou de l'autre : prenez deux vaisseaux *A B F*, & *C G M K* (*pl. Hydr. fig.* 51), dont l'un soit plus haut que l'autre ; remplissez le premier d'eau, & soutenez-le sur trois piliers, dont l'un doit être creux & muni

d'un robinet B; partagez le vaisseau le plus bas CM en deux parties, par une cloison HI, & adaptez un robinet à celle d'en bas, pour pouvoir l'ouvrir & fermer à plaisir.

Placez un objet sur la cloison que le spectateur, placé en O, ne pourra appercevoir par le rayon direct NL.

Si l'on ouvre le robinet B, l'eau descendant dans la cavité CI, le rayon NL s'éloignera de la perpendiculaire, & réfléchira vers O, & le spectateur appercevra l'objet par le rayon rompu NO. Si l'on ferme le robinet B, & que l'on ouvre celui qui est marqué par la lettre P, l'eau descendra dans la cavité la plus basse HI; la réfraction cessera, & il ne viendra aucun rayon de l'objet à l'œil. Mais, en fermant de nouveau le robinet P, & ouvrant l'autre B, la cavité se remplira de nouveau, & l'on appercevra l'objet comme auparavant. *V.* Réfraction.

Pour construire un vaisseau *hydromantique* qui représente les objets extérieurs comme s'ils nageoient dans l'eau, prenez un vase cylindrique $ABCD$ (*pl. Hydr. fig.* 52), partagé en deux par un verre EF, qui ne soit pas exactement poli: appliquez au point G une lentille convexe des deux côtés, & inclinez en H un miroir plan de figure elliptique sous un angle de 45 degrés; que IH & HG soient un peu moindres que la distance du foyer de la lentille G; en sorte que l'image de l'objet puisse passer à travers dans la cavité du vaisseau supérieur; noircissez la cavité intérieure, & remplissez celle de dessus d'eau bien claire.

HYDROSCOPE de Synesius. *Voyez* Clepsydre.

Hydroscope est aussi le nom que l'on donnoit, en 1772, à un imposteur qui prétendoit voir les eaux au travers de la terre; voyez le *Mercure* de juillet 1772, 2e volume; c'étoit une charlatanerie de la même espèce que celle de la *Baguette*. (*D. L.*)

HYDROSTATIQUE, f. f. partie de la Méchanique qui considere l'équilibre des corps fluides, aussi bien que des corps qui y sont plongés.

Ce mot est grec, & composé de ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *je pose*. *Hydrostatique* signifie proprement la *statique* de l'eau, la science de l'équilibre des eaux; mais, comme les loix de l'équilibre de l'eau sont les mêmes pour les autres corps fluides, on a donné en général le nom d'*hydrostatique* à la science de l'équilibre des fluides.

On confond souvent l'*hydrostatique* avec l'*hydraulique*, à cause de l'affinité du sujet, & plusieurs auteurs ne les traitent point séparément. En effet, les loix du mouvement des fluides se réduisent à celui de leur équilibre. *V.* Hydraulique & Hydrodynamique.

L'auteur le plus ancien que nous ayons sur l'*hydrostatique* est Archimède, qui en a donné les loix dans son traité *de Insidentibus humido*.

Parmi les modernes, le célèbre M. Pascal a donné, sur ce sujet, un excellent ouvrage, intitulé: *Traité de l'équilibre des liqueurs & de la pesanteur de l'air.*

M. Mariotte, dans un Traité qu'il a publié en 1685, sur le *mouvement des eaux & des autres fluides*, donne presque toutes les propositions de l'*hydrostatique* & de l'*hydraulique*, prouvées par la raison & confirmées par l'expérience.

Nous avons donné au *mot* Fluide les principales loix de l'*hydrostatique*, & il ne nous reste presque rien à y ajouter ici.

La loi générale de l'équilibre des fluides est, 1.° que la direction des forces soit perpendiculaire à la surface du fluide; 2.° qu'un canal quelconque rectiligne, formé de deux branches terminées à la surface, & aboutissant où l'on voudra dans l'intérieur du fluide, soit en équilibre. M. Maclaurin est le premier qui ait fait usage de ce dernier principe, & qui l'ait heureusement appliqué à la recherche de la figure de la terre. De ce principe résulte celui de l'équilibre des canaux curvilignes quelconques, dont M. Clairaut s'est servi avec beaucoup de sagacité pour le même usage. Sur quoi, *voyez le* chap. II *de mon essai sur la résistance des fluides*, 1752.

Lorsque plusieurs fluides de différentes densités sont placés les uns au-dessous des autres, comme de l'huile, de l'eau, du mercure, *&c.* la surface de chacun de ces fluides doit être de niveau, c'est-à-dire, perpendiculaire en chaque point à la direction de la force qui agit sur les particules de fluide. Cependant, lorsque le fluide est composé de couches infiniment peu épaisses, & dont la densité ne varie qu'infiniment peu d'une couche à l'autre, cette loi ne doit pas être nécessairement observée, excepté à la surface supérieure. Je crois avoir fait le premier cette remarque, & je m'en suis servi pour étendre la théorie de la figure de la terre plus loin qu'on ne l'avoit fait encore. *Voyez* l'appendice qui est à la fin de mon *Essai sur la résistance des fluides*, 1752, & la troisième partie de *mes Recherches sur le système du monde*, *liv. VI.* Je renvoie le lecteur à ces deux ouvrages pour le détail d'une théorie qui, demandant assez de calcul, ne peut être traitée commodément dans l'Encyclopédie. (*O*)

HYGROMETRE, f. m. (*Hyd.*): machine ou instrument qui sert à marquer les degrés de secheresse ou d'humidité de l'air. Voyez *le Dictionnaire de Physique.*

HYP

HYPERBOLE, f. f. en *Géométrie*, c'est une des lignes courbes formées par la section d'un cône. *V.* Conique.

Si le cône ABC (*pl. con. fig.* 33) est coupé de telle sorte, que l'axe de la section DQ étant continué, rencontre le côté du cone AC, pro-

longé jusqu'en E, la courbe qui naîtra de cette section sera une *hyperbole*.

Quelques auteurs définissent l'*hyperbole* une section du cône par un plan parallèle à son axe; mais cette définition est défectueuse. Car bien qu'il soit vrai qu'une pareille section forme réellement une *hyperbole*, néanmoins il est vrai aussi qu'il peut s'en former une infinité d'autres, dont le plan ne sera point parallèle à l'axe, & qui ne sont point comprises dans la définition.

Les auteurs appellent quelquefois le plan terminé par cette courbe, une *hyperbole*, & la courbe même *ligne hyperbolique*.

On peut définir l'*hyperbole* une ligne courbe, dans laquelle le quarré de la demi-ordonnée est au rectangle de l'abscisse, par une ligne droite composée de la même abscisse, & d'une ligne droite donnée, qu'on appelle l'*axe transverse*, comme une autre ligne droite donnée, appellée le *paramètre* de l'axe, est à l'axe transverse (ou bien en nommant y l'ordonnée, x l'abscisse à l'axe transverse, & b le paramètre); c'est une ligne courbe dans laquelle $ay^2 = abx + bxx$, c'est-à-dire, $b : a :: y^2 : ax + x^2$.

Dans l'*hyperbole*, une moyenne proportionnelle entre l'axe transverse ou le paramètre, est appellée l'*axe conjugué*; &, si l'on coupe l'axe transverse AB (*pl. conic. fig.* 34) en deux parties égales au point C, ce point est appellé le *centre de l'hyperbole*. V. AXE & CENTRE.

La ligne droite DE menée par le sommet A de l'*hyperbole*, parallèlement à l'ordonnée, Mm (*fig.* 35) est tangente à la courbe au point A. V. TANGENTE.

Si l'on mène, par le sommet A d'une *hyperbole*, une ligne droite DE, parallèle aux ordonnées Mm, & égale à l'axe conjugué, c'est-à-dire, dont les parties DA & DE soient égales au demi-axe conjugué, & qu'on tire du centre C par D & E les lignes CF & CG, ces lignes seront les asymptotes de l'*hyperbole*. V. ASYMPTOTE.

Le quarré dont le côté seroit CI ou IA, est appellé la *puissance de l'hyperbole*. *Voyez* PUISSANCE.

Propriétés de l'hyperbole. Dans l'*hyperbole*, les quarrés des demi-ordonnées sont l'une à l'autre comme les rectangles de l'abscisse, par une ligne droite composée de l'abscisse & de l'axe transverse; d'où il suit qu'à mesure que les abscisses x augmentent, les rectangles $ax + x^2$, & par conséquent les quarrés des demi-ordonnées y^2, & les demi-ordonnées elles-mêmes augmentent à proportion: l'*hyperbole* s'éloigne donc continuellement de son axe.

2.° Le quarré de l'axe conjugué, est au quarré de l'axe transverse, comme le paramètre est au même axe transverse; d'où il suit que, puisque $b : a :: PM^2 : AP \times PB$, le quarré de l'axe conjugué est au quarré du transverse, comme le quarré de la demi-ordonnée est au rectangle de l'abscisse, par une ligne composée de l'abscisse & de l'axe transverse.

3.° *Décrire une hyperbole par un mouvement continu*: plantez aux deux points F & Z (*fig.* 36), qu'on appelle *foyers*, deux clous ou deux épingles, & attachez au point F un fil FOC, & l'autre extrémité C de ce fil à la règle CZ, en observant que le fil CF soit moindre que la longueur de la règle CZ; ensuite, fixant un stile O au fil, faites mouvoir la règle autour de Z, ce stile tracera une *hyperbole*. Sans avoir recours à cette description, on peut trouver autant de points que l'on voudra de l'*hyperbole*, & il ne s'agira plus que de les joindre. Par exemple, du foyer Z, avec un intervalle Zm plus grand que la ligne AB: laquelle on suppose être l'axe transverse de l'*hyperbole*, décrivez un arc, & faites $Zb = AB$, avec l'intervalle restant bm, décrivez du point F un autre arc qui coupe le premier au point m; &, comme $Zm - Fm = AB$, il s'ensuit que m est un des points de l'*hyperbole*, & ainsi du reste.

4.° Si l'on prolonge la demi-ordonnée PM (*fig.* 35) d'une *hyperbole*, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'asymptote en R, la différence des quarrés de PM & PR, sera égale au quarré du demi-axe conjugué Cd, d'où il suit qu'à mesure que la demi-ordonnée PM augmente, la ligne droite MR diminue, & l'*hyperbole* s'approche toujours de plus en plus de l'asymptote, sans pouvoir jamais la rencontrer; car, comme $PR^2 - PM^2 = DA^2$, il est impossible que $PR^2 - PM^2$ deviennent jamais $= 0$.

5.° Dans une *hyperbole*, le rectangle de MR & de Mr est égal à la différence des quarrés PR^2 & PM^2, d'où il suit que le même rectangle est égal au quarré du demi-axe conjugué Cd, & que tous les rectangles, formés de la même manière, sont égaux.

6.° Lorsque QM est parallèle à l'asymptote CG, le rectangle de QM par CQ, est égal à la puissance de l'*hyperbole*; d'où il suit, 1.° qu'en faisant $CI = AI = a$, $CQ = x$, & $QM = y$, on aura $a^2 = xy$, qui est l'équation de l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes. Que les asymptotes étant données de position, aussi-bien que le côte de la puissance CI ou AI, si l'on prend sur l'une des asymptotes tel nombre d'abscisses qu'on voudra, on aura autant de demi-ordonnées, &, par leur moyen, autant de points de l'*hyperbole* qu'on voudra, en trouvant des troisièmes proportionnelles aux abscisses, & au côté de la puissance CI. 3.° Si l'on ne prend point les abscisses du centre C, mais de quelqu'autre point L, & que l'on suppose $CL = b$, on aura $Cq = b + x$, & par conséquent $a^2 = by + xy$.

7.° Dans l'*hyperbole*, l'axe transverse est au paramètre comme la somme de la moitié de l'axe transverse

transverse & de l'abscisse est à la sousnormale; & la somme du demi-axe transverse & de l'abscisse, est à l'abscisse, comme la somme de l'axe transverse entier & de l'abscisse à la soutangente. *Voyez* SOUSNORMALE & SOUS-TANGENTE.

8.° Si l'on tire au-dedans des *asymptotes* d'une *hyperbole* & d'un de ses points *m* (*fig.* 37), la ligne droite *HmK*, & l'autre droite *RNo*, on aura $Hm \times mK = RN \times No$.

9.° Si l'on tire une ligne droite *HK*, de telle manière qu'on voudra, entre les asymptotes d'une *hyperbole*, les segmens *HE* & *mK*, compris de chaque côté entre l'*hyperbole* & ses asymptotes, sont égaux. Il suit de-là, si $Em = o$, que la ligne droite *HK* sera tangente à l'*hyperbole*; par conséquent la tangente *FD*, comprise entre les asymptotes, est coupée en deux au point d'attouchement *V*. Enfin le rectangle des segmens *Hm* & *mK* parallèle à la tangente *DF*, est égal au quarré de la moitié de la tangente *DV*.

10.° Si, par le centre *C* (*fig.* 30), on tire une ligne droite quelconque *CA*, & par le point *A* une tangente *EAD* terminée aux asymptotes (on appelle la ligne *CA demi-diamètre transverse*), & une ligne égale & parallèle à *EAD*, menée par le centre *C*, est nommée *diamètre conjugué*. Or le quarré de la demi-ordonnée *PM*, parallèle au diamètre conjugué, est au rectangle de l'abscisse par la somme du diamètre transverse quelconque *AB*, & de l'abscisse *AP*, comme le quarré de la moitié du diamètre conjugué *AD*, est au quarré de la moitié du diamètre transverse *CA*. D'où il suit qu'en supposant $AP = x$, $PM = y$, $AB = a$, $DA = c$, on aura $y^2 = (c^2ax + c^2x^2) : \frac{1}{4} aa = \frac{4c^2x}{a} + \frac{4c^2x^2}{a^2}$; & faisant $4c^2 : a = b$, on aura $y^2 = bx + bx^2 : a$. Ainsi, la propriété des ordonnées de l'*hyperbole* par rapport à son axe, a lieu de la même manière par rapport à ses diamètres.

11.° Si l'on tire d'un point quelconque *A* & d'un autre point quelconque de l'*hyperbole* *M* (*fig.* 20) les lignes *AI*, *MQ* parallèles à l'asymptote *CG*: le rectangle de *MQ* par *CQ* sera égal au rectangle de *CI* par *IA*. Donc, si $QC = x$, $QM = y$, $CI = a$, $IA = b$: l'équation qui exprime la nature de l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes, sera $xy = ab$.

12.° Si l'on prend une des asymptotes, qu'on la divise en parties égales, & que, par chaque point de toutes ces divisions qui forment autant d'abscisses qui augmentent sans cesse également, on mène des ordonnées à la courbe parallèlement à l'autre asymptote: les abscisses représenteront une suite infinie de nombres naturels, & les espaces hyperboliques ou asymptotiques correspondans, la suite des logarithmes des mêmes nombres. *V.* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE.

Il suit de-là que différentes *hyperboles* donneront différentes suites de logarithmes aux mêmes nombres naturels, & que, pour déterminer une suite particulière de logarithmes, il faut faire choix de quelque *hyperbole* particulière. La plus simple de toutes les *hyperboles* est l'équilatère, c'est-à-dire, celle dont les asymptotes forment un angle droit. On appelle cette *hyperbole équilatère*, parce que les axes sont égaux; car l'angle droit des asymptotes donne $CA = AD$ (*fig.* 35). Dans cette même *hyperbole*, le paramètre est égal à l'axe, & son équation est en général $yy = ax + xx$.

Nous avons rapporté sans démonstration ces différentes propriétés de l'*hyperbole*, par les raisons qui ont été déjà dites *au mot* ELLIPSE. Sur la quadrature de l'*hyperbole*, *voyez* QUADRATURE.

Les *hyperboles* à l'infini, ou du plus haut genre, sont celles qui sont exprimées par l'équation $ay^{m+n} = bx^m (a+x)^n$. *Voyez* HYPERBOLOÏDE.

L'*hyperbole* du premier genre a deux asymptotes; celles du second peuvent en avoir trois; celles du troisième, quatre, &c. *Voyez* ASYMPTOTE & COURBE. On trouvera, dans ce dernier article, les dénominations des différentes *hyperboles* du second genre, &c. L'*hyperbole* du premier genre est appellée *hyperbole conique*, ou d'*Apollonius*. *Voyez* APOLLONIEN. Elle a été appellée *hyperbole* d'un mot grec qui signifie *surpasser*, parce que, dans cette courbe, le quarré de l'ordonnée y^2 étant égal à $bx + \frac{bxx}{a}$, surpasse le produit du paramètre *b* par l'abscisse *x*. *V.* CONIQUE & ELLIPSE.

Nous avons vu ci-dessus que l'équation $xy = ab$, ou $xy = aa$, marquoit l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes. De même on peut, en général, prendre l'équation $x^m y^n = a^{m+n}$ pour celle d'une infinité de courbes à asymptotes, que l'on nomme aussi *hyperboles*, quoiqu'elles soient différentes de celles dont la nature est exprimée par l'équation $ay^{m+n} = bx^m (a+x)^n$; & ces courbes peuvent avoir leurs branches disposées, par rapport à leurs asymptotes, de trois manières: 1.° telles qu'on les voit dans la *figure* 39, *section conique*; ce qui arrivera, si *m* & *n* sont deux nombres impairs, comme dans l'*hyperbole* ordinaire ou apollonienne: 2.° telles qu'on les voit dans la *figure* 40; ce qui arrivera, si *n* est un nombre pair, & *m* un impair: 3.° enfin telles qu'on les voit dans la *figure* 41; ce qui arrivera, si *m* est pair, & *n* impair. On trouvera une propriété des paraboles à-peu-près semblables dans l'*article* PARABOLE. (*O*)

HYPERBOLIFORME, adj. (*Mathém.*): on appelle ainsi les courbes dont les équations ont une forme analogue à celle de l'hyperbole ordi-

naire. *Voyez* HYPERBOLE & HYPERBOLOÏDE. (*O*)

HYPERBOLIQUE, adj. se dit de tout ce qui a rapport à l'hyperbole, dans quelque sens que l'on prenne ce mot. (*O*)

HYPERBOLOIDE, s. f. (*Géom.*) est le nom qu'on donne en général à toutes les courbes dont la nature est exprimée par l'équation $a y^{m+n} = b x^{m} (a + x)^{n}$. Cette équation générale renferme, comme un cas particulier, l'équation $a y^2 = b a x + b x^2$, de l'hyperbole ordinaire. (*O*)

HYPOMOCHLION, s. m. *terme de Méchanique*, c'est le point qui soutient le levier, & sur lequel il fait son effort, soit qu'on le baisse, ou qu'on le lève. On l'appelle plus ordinairement *point d'appui* ou *appui*. Ce mot est grec, & vient d'ὑπὸ, *sous*, & μόχλος, *vectis*, levier.

L'*hypomochlion* est souvent une roulette que l'on place sous le levier, ou une pierre, ou un morceau de bois, pour pouvoir soulever le levier plus aisément. (*O*)

HYPOTENUSE, s. f. *terme de Géométrie*, c'est le plus grand côté d'un triangle rectangle, ou la soutendante de l'angle droit. *V.* TRIANGLE.

Ce mot est grec, *soutendante*, formé d'ὑπὸ, *sous*, & τείνω, *j'étends*. La plupart des géomètres écrivent *hypoténuse* par une *h*; si cette orthographe n'est pas vicieuse, ce mot ne doit pas venir de τείνω, *j'étends*, mais de τίθημι, *je pose*. On s'en rapporte là-dessus aux savans.

Dans le triangle KML (*pl. géom. fig.* 71), le côté ML, opposé à l'angle droit K, est appellé *hypoténuse*.

C'est un théorème fameux, en Géométrie, que, dans tout triangle rectiligne rectangle KLM, le quarré de l'*hypoténuse* ML est égal aux quarrés des deux autres côtés KL & KM; on l'appelle le théorème de Pythagore, à cause qu'il en est l'inventeur. Il fut si charmé de cette découverte, qu'il fit, dit-on, une hécatombe aux muses pour les remercier de ce bienfait. *V.* GÉOMÉTRIE.

La proposition de Pythagore peut être démontrée de plusieurs manières, entr'autres au moyen de la proposition suivante :

Si, d'un point pris hors d'un cercle, on tire une tangente & une sécante qui aillent se terminer à la circonférence du cercle, la tangente est moyenne proportionnelle entre la sécante entière & la partie de cette sécante, qui est hors du cercle. Soit donc le triangle rectangle ABC (*pl. de Géom. fig.* 23, *n.*° 1). Avec l'un des deux côtés CA, qui comprennent l'angle droit, décrivons un cercle du centre C, & prolongeons l'*hypoténuse* BC jusqu'à ce qu'elle rencontre un autre point de la circonférence en D; supposons maintenant que l'*hypoténuse* $BC=h$, le côté $AC=r$, le côté $AB=t$. Il s'agit de démontrer que $hh=rr+tt$.

Démonstration par la proposition précédente $BD. AB :: AB. BL$ ou $h+r. t :: t. h-r$; donc, en faisant le produit des extrêmes & celui des moyens, l'on a $hh-rr=tt$, & par conséquent $hh=rr+tt$. *C. Q. F. D.* (*E*)

De ce que $hh=rr+tt$, il n'en faut pas conclure que $h=r+t$; car la racine quarrée de $rr+tt$ n'est pas $r+t$, puisque le quarré de $r+t$ est $rr+2rt+tt$. Nous faisons cette remarque, parce que nous avons vu plusieurs commençans qui croyoient que la proposition du quarré de l'*hypoténuse* étoit contradictoire à celle qui prouve que l'*hypoténuse* est plus petite que la somme des deux côtés : ces deux propositions sont au contraire parfaitement d'accord; car, puisque $hh=rr+tt$, & que $rr+tt$ est moindre que $rr+2rt+tt$, c'est-à-dire, que $\overline{r+t}^2$, il s'ensuit que hh est moindre que $\overline{r+t}^2$, & par conséquent h moindre que $r+t$.

HYPOTHESE, en *Mathématiques*, c'est une supposition que l'on fait, pour en tirer une conséquence qui établit la vérité ou la fausseté d'une proposition, ou même qui donne la résolution d'un problème. Il y a donc deux choses principalement à considérer, dans une proposition mathématique, l'*hypothèse* & la conséquence; l'*hypothèse* est ce que l'on accorde, ou le point d'où l'on doit partir, pour en déduire la conséquence énoncée dans la proposition, en sorte qu'une conséquence ne peut être vraie, en Mathématiques, à moins qu'elle ne soit tirée de l'*hypothèse*, ou de ce que les Géomètres appellent les *données* d'une question ou d'une proposition : quand une conséquence seroit vraie absolument, si elle ne l'est pas relativement à l'*hypothèse* ou aux *données* de la proposition, elle passe & doit effectivement passer pour fausse en Mathématiques, puisqu'elle n'a pas été déduite de ce dont l'on étoit convenu; on n'a donc pas pris l'état de la question, & par conséquent l'on a fait un paralogisme, que l'on appelle, dans les écoles, *ignorantia elenchi*, ignorance ou oubli de ce qui est en question.

Dans cette proposition, *si deux triangles sont équiangles, leurs côtés homologues sont proportionels*; la première partie, *si deux triangles sont équiangles*, est l'*hypothèse*; & la seconde, *leurs côtés homologues sont proportionnels*, est la *conséquence*. (*E*)

HYPOTHESE, (*Astron.*) se dit de la théorie de Kepler, pour le mouvement des planètes dans des ellipses, suivant la loi des aires proportionnelles aux tems, mais l'*hypothèse* de Kepler est trop bien démontrée pour qu'on doive se servir de ce nom.

L'*hypothèse elliptique simple*, qu'on lui substitue souvent pour simplifier les calculs, étant moins exacte, mérite seule le nom d'*hypothèse*,

Elle consiste à supposer que les planètes qui tournent dans une ellipse AL (*fig. 87 d'Astron.*), ont une inégalité telle, que si la force centrale est à un des foyers S de l'ellipse, le mouvement soit uniforme par rapport au foyer supérieur F, ou que les anomalies vraies ASL étant comptées à l'un des foyers, les anomalies moyennes AFL puissent se compter autour de l'autre foyer F. Boulliaud fit usage de cette *hypothèse* dans son *Astronomie philolaique*; mais Seth-Ward donna un moyen de la calculer avec beaucoup de facilité, & les Anglois l'appellent en conséquence *hypothèse* de Wardus. Suivant cette *hypothèse*, on prolonge FL, de manière que FE soit égale au grand axe AP de l'ellipse, on aura $LE = LS$, parce que FL & LS équivalent aussi un grand axe par la propriété de l'ellipse; ainsi, le triangle LSE est isocelle, l'angle E égale à l'angle LSE, & l'angle extérieur FLS double de l'angle E.

Pour trouver l'anomalie vraie & l'équation de l'orbite ou l'angle FLS, on considère que, suivant une proportion connue dans la trigonométrie rectiligne, la demi-somme des côtés FE & FS est à leur demi-différence, comme la tangente du demi-supplément de l'angle LFS est à la tangente de la demi-différence des angles E & FSE; mais la demi-somme de FE & FS est égale à AS, leur demi-différence est égale a PS, la demi-somme des angles FES, FSE est égale à la moitié de l'angle externe AFL, ou à la moitié de l'anomalie moyenne; la demi-différence de ces angles est aussi la demi-différence de l'angle FSE & de l'angle LSE (qui est égale à LES); c'est donc la moitié de l'anomalie vraie ASL; ainsi, il suffira de faire cette proportion: *la distance aphélie est à la distance perihélie comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne, est à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie.*

La distance SL de la planète au soleil se trouve aussi par une simple proportion, au moyen du triangle SLF, en disant: le sinus de l'équation du centre SLF est au double FS de l'excentricité, comme le sinus de l'anomalie moyenne LFS est au rayon vecteur SL. Cette manière de trouver le lieu d'une planète est fort commode; mais elle n'est pas assez exacte quand les orbites sont fort excentriques.

Hypothèse de Copernic. Le systême du mouvement de la terre autour du soleil, démontré par Copernic, Galilée, &c. attaqué par des théologiens ignorans, fut permis comme *hypothèse* par la cour de Rome, dans des tems plus éclairés. *Voy.* SYSTÈME.

Les astronomes font des *hypothèses*, pour lier ensemble des observations dont la loi n'est pas assez connue; par exemple, sur les densités de l'atmosphère, pour calculer les réfractions; sur les densités de la terre, pour calculer les degrés du méridien; l'on ne juge du mérite de ces *hypothèses* que par l'accord de leurs résultats avec les observations. (*D. L.*)

ICA

ICARE, (*Astron.*) nom que porte quelquefois la constellation du Bouvier ou Bootès. (*D. L.*)

ICHNOGRAPHIE, sub. f. (*Mathém.*) Ce mot signifie proprement le plan ou la trace que forme, sur un terrein, la base d'un corps qui y est appuyé.

Ce mot vient du grec ἴχνος, *vestigium*, trace, & de γράφω, *scribo*, je décris; l'*ichnographie* étant véritablement une description de l'empreinte ou de la trace d'un ouvrage.

En perspective, c'est la vue ou la représentation d'un objet quelconque, coupé à sa base ou à son rez-de-chaussée par un plan parallèle à l'horizon.

L'*ichnographie*, *en Architecture*, est une section transverse d'un bâtiment, qui représente la circonférence de tout l'édifice, des différentes chambres & appartemens, avec l'épaisseur des murailles, les distributions des pièces, les dimensions des portes, des fenêtres, des cheminées, les saillies des colonnes & des pieds-de-roi, en un mot, avec tout ce qui peut être vu dans une pareille section.

En fortification, le mot *ichnographie* signifie le *plan* ou la *représentation* de la longueur & de la largeur des différentes parties d'une forteresse, soit qu'on trace cette représentation sur le terrein ou sur le papier. *V.* FORTIFICATION. (*E*)

C'est aussi, dans la même science, le plan ou le dessin d'une forteresse coupée parallèlement & un peu au-dessus du rez-de-chaussée. *Voyez* PLAN.

L'*ichnographie* est la même chose que ce que nous appellons *plan géométral*, ou simplement *plan*. L'*ichnographie* est opposée à la *stéréographie*, qui est la représentation d'un objet sur un plan perpendiculaire à l'horizon, & qu'on appelle autrement *élévation géométrale*. *V.* PLAN.

ICONANTIDIPTIQUE, nom que l'on avoit donné à une lunette appellée ensuite *diplantidienne*.

ICOSAEDRE, f. m. (*Géom.*) c'est un corps ou solide régulier terminé par vingt triangles équilatéraux & égaux entr'eux.

On peut considérer l'*icosaèdre* comme composé de vingt pyramides triangulaires, dont les sommets se rencontrent au centre d'une sphère, & qui ont par conséquent leurs hauteurs & leurs bases égales; d'où il suit qu'on aura la solidité de l'*icosaèdre*, en multipliant la solidité d'une de ces pyramides par 20, qui est le nombre des bases. (*E*)

IDENTIQUE, (*Alg.*) On appelle équation *identique*, celle dont les deux membres sont les mêmes, ou contiennent les mêmes quantités, sous

la même ou sous différentes formes ; par exemple, $a = a$, ou $aa - xx = (a + x) \times (a - x)$, sont des équations *identiques*. Dans ces équations, si on passe tous les termes d'un même côté, on trouve qu'ils se détruisent mutuellement, & que tout se réduit à $o = o$, ce qui n'apprend rien. Ces sortes d'équations ne servent à rien pour la solution des problèmes, & il faut prendre garde, dans la solution de certains problèmes compliqués, de tomber dans les équations *identiques*; car on croiroit être parvenu à la solution, & l'on se tromperoit : c'est ce qui arrive quelquefois ; par exemple, on veut transformer une courbe en une autre; on croit avoir résolu le problème, parce qu'on est parvenu à une équation qui, en apparence, diffère de sa proposée, & on n'a fait quelquefois que transformer les axes. (*O*)

IDES, terme du calendrier romain, qui exprime le 15 du mois, en mars, mai, juillet & octobre, & le 13 dans les autres mois. Les 7 jours précédens étoient aussi comptés comme *ides*.

IMA

IMAGE, s. f. *en Optique*, est la peinture naturelle & très-ressemblante qui se fait des objets, quand ils sont opposés à une surface bien polie. *V.* MIROIR.

Image signifie plus généralement le spectre ou la représentation d'un objet que l'on voit, soit par réflexion, soit par réfraction. *V.* VISION.

C'est un des problèmes des plus difficiles de l'Optique, que de déterminer le lieu apparent de l'*image* d'un objet que l'on voit dans un miroir, ou à travers un verre. *Voyez* ce que nous avons dit sur ce sujet aux *articles* APPARENT, MIROIR, DIOPTRIQUE, *&c.*

IMAGINAIRE, adj. on appelle ainsi, en *Algèbre*, les racines paires de quantités négatives. La raison de cette dénomination est, que toute puissance paire d'une quantité quelconque, positive ou négative, a nécessairement le signe +, parce que + par +, ou — par —, donnent également +. *Voyez* QUARRÉ, PUISSANCE, NÉGATIF & MULTIPLICATION. D'où il s'ensuit que toute puissance paire, tout quarré, par exemple, qui a le signe —, n'a point de racine possible (*voyez* RACINE), & qu'ainsi la racine d'une telle puissance est impossible ou *imaginaire*. Les quantités *imaginaires* sont opposées aux quantités *réelles*. *V.* RÉEL & EQUATION.

Non-seulement toute racine paire d'une quantité négative, comme $\sqrt[2]{-aa}$, est *imaginaire*, mais encore, si on y joint une quantité réelle b, le tout devient *imaginaire*; ainsi, $b + \sqrt[2]{-aa}$ est *imaginaire*, ce qui est évident ; car, si $b + \sqrt[2]{-a}$ étoit égal à une quantité réelle c, on auro $\sqrt[2]{-aa} = c - b$, ce qui est impossible.

Les quantités composées de réel & d'*imaginaire* s'appellent *mixtes imaginaires*, & les autres *imaginaires simples*.

J'ai démontré le premier, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1746, & même dans un ouvrage antérieur, envoyé à l'Académie de Berlin au commencement de 1746, que toute quantité *imaginaire* donnée à volonté, & de telle forme qu'on voudra, peut toujours se réduire à $e + f\sqrt{-1}$, e & f étant des quantités réelles. M. Euler a démontré depuis cette même proposition, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin 1749; mais il est aisé de voir que sa démonstration ne diffère en aucune façon de la mienne. Pour s'en convaincre, on peut comparer la page 273 des Mémoires de Berlin de 1749, avec l'article 79 de ma Dissertation sur les vents.

J'ai démontré de plus, dans les mêmes Mémoires de 1746, que toute racine *imaginaire* d'une équation quelconque pouvoit toujours se réduire à $e + f\sqrt{-1}$, e & f étant des quantités réelles. M. Euler a donné, de son côté, dans les Mémoires de 1749, une démonstration de cette proposition, qui diffère entièrement de la mienne, & qui ne me paroît pas aussi simple. On peut voir les démonstrations des deux propositions dont je viens de parler, dans le Traité de M. de Bougainville, sur le calcul intégral.

Un corollaire de cette proposition, qui est démontré fort simplement dans les Mémoires de Berlin 1746, c'est que, si $e + f\sqrt{-1}$ est une des racines d'une équation, $e - f\sqrt{-1}$ en sera une autre; & voilà pourquoi les racines *imaginaires* des équations vont toujours en nombre pair. *Voyez* RACINE.

Deux quantités *imaginaires* jointes ensemble peuvent former une quantité réelle; par exemple, $\sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}}$ est une quantité réelle. *V.* CAS IRRÉDUCTIBLE. (*O*)

IMMERSION (*Astron.*), commencement d'une éclipse; quelquefois on s'en sert pour désigner le tems où un astre est si proche du soleil, qu'on ne peut la voir, parce qu'elle est comme enveloppée dans ses rayons. *Voyez* COUCHER HÉLIAQUE.

Immersion, se dit plus ordinairement pour signifier le commencement d'une éclipse d'étoile, quand elle est cachée par la lune; on s'en sert aussi pour les éclipses de lune : l'*immersion* est le moment où la lune commence à être toute obscurcie, ou plongée dans l'ombre de la terre.

Comme la lune n'est jamais entièrement cachée dans ses éclipses, mais qu'elle conserve une couleur rougeâtre, le moment précis de son *immersion*, ou de son entrée dans l'ombre, n'est pas aisé à déter-

miner par observation; il en est de même du moment précis de l'émersion. Au contraire, dans les éclipses d'étoiles, le moment de l'*immersion*, ou le commencement de l'éclipse est instantané & très-remarquable; dans les éclipses de soleil, on peut juger du commencement de quelques secondes près.

Immersion, se dit aussi en parlant des satellites de jupiter, dont les observations ont été d'une grande utilité pour la détermination des longitudes. On appelle *immersion* d'un satellite, le moment auquel cette petite planète nous paroît entrer dans l'ombre de jupiter; & *émersion* le moment auquel elle paroît en sortir.

On observe les *immersions* depuis la conjonction de jupiter avec le soleil jusqu'à son opposition, & les émersions depuis son opposition jusqu'à sa conjonction. La commodité de ces observations consiste en ce qu'on les peut faire plusieurs fois chaque mois, excepté pendant deux mois de l'année.

L'*immersion* des satellites de jupiter, dans l'ombre de cette planète, est beaucoup plus aisée à déterminer avec précision que l'*immersion* de la lune, parce que ces satellites étant fort petits, s'obscurcissent & disparoissent plus promptement. C'est ce qui fait que les éclipses des satellites de jupiter donnent la longitude avec plus de justesse que les éclipses de lune. Mais les *immersions* d'étoiles, quand elles sont éclipsées, valent beaucoup mieux. *V.* LONGITUDE. (*O*)

1. IMPAIR, adj. (*Arith.*) c'est ainsi qu'on nomme, par opposition à *pair*, un nombre qui ne se peut exactement diviser par 2.

2. Tout nombre *impair* est essentiellement terminé vers la droite par un chiffre *impair*, & c'est de ce chiffre seul qu'il prend son nom; car ceux qui précèdent étant tous des multiples de $10 = 2 \times 5$, sont conséquemment divisibles par 2; & jusques-là le nombre reste pair.

3. Il est évident que l'obstacle, qui se rencontre à la division exacte d'un chiffre simple par 2, ne réside que dans une unité qui s'y trouve de trop ou de trop peu. Tout chiffre *impair* devient donc pair par l'addition ou la soustraction de l'unité, & par une suite (*n.*° 2), le nombre même qu'il termine.

4. Un *impair* étant combiné avec un autre nombre quelconque *b*.

Si c'est par *addition* ou par *soustraction*, la somme ou la différence sont d'un nom différent de celui de *b*.

Si c'est par *multiplication* ou par *division* (on suppose celle-ci exacte), le produit ou le quotient sont de même nom que *b*.

S'il s'agit d'*exaltation* ou d'*extraction*, une racine exprimée par un nombre *impair*, donne une puissance de même nom, & réciproquement.

5. Telles sont les principales propriétés du nombre *impair* pris en général; mais le caprice & la superstition lui en ont attribué d'autres bien plus importantes. Il fut en grande vénération dans l'antiquité payenne. On le croyoit par préférence agréable à la divinité: *numero Deus impari gaudet.* C'est en nombre *impair* que le rituel magique prescrivoit ses plus mystérieuses opérations; *necte tribus nodis ternos*, &c. Il n'étoit pas non plus indifférent dans l'art de la Divination ni des augures. Ne s'est-il pas assujetti jusqu'à la Médecine? L'année *climatérique* est, dans la vie humaine, une année *impaire*; entre les jours critiques d'une maladie (*voyez* CRISE), les *impairs* sont les jours dominans, soit par leur nombre, soit par leur énergie. Au reste, en rejettant ce qu'il y a de chimérique dans la plupart de ces attributions, nous ne laissons pas de reconnoître en certains *impairs* des propriétés très-réelles, mais numériques, c'est-à-dire, du genre qui leur convient; & nous en ferons mention dans leur article particulier. *V.* entr'autres NEUF & ONZE.

6. Si l'on conçoit les nombres *impairs* rangés par ordre à la suite l'un de l'autre, il résulte une progression arithmétique indéfinie, dont le premier terme est 1, & la différence 2: c'est ce qu'on nomme *la suite des impairs.*

Cette suite a une propriété remarquable relative à la formation des puissances; mais qui n'a jusqu'ici, du moins que nous sachions, été connue ni développée qu'en partie. La voici dans toute son étendue.

7. A toute puissance numérique d'une racine *r* & d'un exposant *e* quelconques, répond, dans la suite générale des *impairs*, une suite subalterne des termes consécutifs, dont la somme est cette puissance même.

Il s'agit d'en déterminer généralement le premier terme *p*, & le nombre des termes *n*.

8. A l'égard des puissances d'un *exposant pair*, la chose a déjà été exécutée. On s'est apperçu que le premier terme de la progression subalterne ne diffère point de celui de la suite principale, & que le nombre des termes est exprimé par la racine seconde de la puissance cherchée; c'est-à-dire, que pour ce cas-là .... $p = 1$.
Faut-il élever 5 à la quatrième puissance, on a .... $n = r^{\frac{e}{2}}$

$p = 1$, $n = 25$ } dernier terme 49, somme des extrêmes 50; somme totale $625 = 5^4$.

9. Quant aux puissances d'un *exposant impair*, il n'a jusqu'ici rien été déterminé. Le premier terme de la progression subalterne dont elles sont la somme, est enfoncé plus ou moins dans la profondeur de la suite principale: mais il en sera toujours tiré, & comme montré au doigt par cette formule .... $p = \overline{\overline{r - 1} \times \overline{r^{\frac{e-1}{2}}}} + 1$.
& le nombre des termes par cet autre $n = r^{\frac{e-1}{2}}$.

S'agit-il d'élever 3 à la septième puissance, on trouve,

$$\left.\begin{array}{l} p = \overline{2 \times 27} + 1 = 55 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots = 27 \end{array}\right\}$$ dernier terme 107; somme des ext. 162; somme totale $2187 = 3^7$.

10. Les choses considérées sous ce point de vue, élever une racine quelconque à une puissance donnée, ce n'est que chercher la somme d'une progression arithmétique, dont, avec la différence constante 2, on connoît le premier terme & le nombre des termes (variables l'un & l'autre, mais déterminés par les formules).

Pour faciliter l'opération, comme en toute progression arithmétique, qui a 2 pour différence (*voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE), la somme est $\overline{2p + 2n - 2} \times \frac{n}{2} = \overline{p + n - 1} \times n$; en substituant, au lieu de p & de n, leurs valeurs indiquées par les formules, le résultat sera la puissance demandée.

Si $p = 1$, $\overline{p + n - 1} \times n$ se réduit à $n \times n = n^2$: mais (n.° 8) quand l'exposant est pair, on a $p = 1$. Donc, quand l'exposant est pair, la somme de la progression subalterne (égale à la puissance cherchée) est le quarré du nombre même de ses termes.

En effet, dans le premier exemple ci-dessus, $n^2 = \overline{25}^2 = 625 = 5^4$.

11. Il n'est pas besoin de faire observer que, quand $r^{\frac{e}{2}}$ ou $r^{\frac{e-1}{2}}$ (qui expriment le nombre des termes), sont des puissances elles-mêmes trop élevées, on peut les former par la même méthode, & rabaisser tant qu'on voudra de l'un en l'autre l'exposant de r, jusqu'à le réduire à l'unité.

12. Au reste, il est facile de rappeller les puissances de l'une & de l'autre classe à une formule commune, qui aura même sur celles qu'on vient de voir cet avantage, qu'outre la solution de tous les cas possibles, elle donnera de plus toutes les solutions possibles de chaque cas. (Car, dès que $e > 3$, le problème devient indéterminé; c'est-à-dire, qu'il y a, dans la suite générale des *impairs*, plusieurs suites subalternes, dont la somme est la puissance cherchée).

m, dans la nouvelle formule ci au-dessous, est un nombre quelconque $< e$ pair, dans les puissances d'un exposant pair, où il peut même être o, & *impair* dans celles d'un exposant *impair*. Autant que m aura de valeurs, autant le problème aura de solutions; & m aura autant de valeurs que $\frac{e}{2}$ (pour les puissances de la première classe), ou $\frac{e-1}{2}$ (pour celles de la seconde), expriment d'unités.

$$\left.\begin{array}{l} p = \overline{\overline{r^{m}-1} \times r^{\frac{e-m}{2}}} + 1. \\ n = r^{\frac{e-m}{2}}. \end{array}\right\{$$ On pourroit même absolument supprimer la formule de n, dont la valeur se produit toujours dans la formule de p, où elle est le second facteur du premier terme.

13. Plus simplement encore, & sans l'attirail d'aucune formule, partagez e en deux parties à volonté, & donnez à r chacune de ces deux parties pour exposant; vous aurez deux puissances de r. Leur différence, augmentée de l'unité, sera la valeur de p; celle des deux qu'on soustrait de l'autre, sera la valeur de n.

14. Si les deux parties, dans lesquelles e se trouve partagé, sont le moins inégales qu'il se puisse; ou (ce qui revient au même) si, faisant usage de la formule, on y donne à m la plus petite valeur qu'elle puisse avoir, en sorte qu'elle soit o pour les puissances d'un exposant pair, & 1 pour celles d'un exposant *impair*, on verra naître les formules des numéros 8 & 9.

15. Reprenant les exemples que nous avons donnés sous ces deux articles, pour former la quatrième puissance de 5.

$$\left\{\begin{array}{l} m = o \text{ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.} \\ m = 2 \text{ donne } \begin{array}{l} p = \overline{24 \times 5} + 1 = 121 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 5. \end{array} \text{ d'où } \overline{p + n - 1} \times n = 125 \times 5 = 625 = 5^4. \end{array}\right.$$

Pour former la septième puissance de 3.

$$\left\{\begin{array}{l} m = 1 \text{ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.} \\ m = 3 \text{ donne } \begin{array}{l} p = \overline{26 \times 9} + 1 = 235 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 9 \end{array} \text{ d'où } \overline{p + n - 1} \times n = 243 \times 9 = 2187 \\ m = 5 \text{ donne } \begin{array}{l} p = \overline{242 \times 3} + 1 = 727 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 9 \end{array} \text{ d'où } \overline{p + n - 1} \times n = 729 \times 3 = 2187 \end{array}\right\} = 3^7.$$

16. Si l'on vouloit une démonstration, on peut s'en procurer une fort simple. Pour cela, qu'on prenne, dans celle qu'on voudra des formules, l'expression de p & de n pour le premier terme & pour le nombre de termes d'une progression arithmétique dont la différence soit 2, & qu'on

se donne la peine d'en faire la somme, on trouvera pour dernier résultat r^e, c'est-à-dire, la puissance cherchée.

17. Ce qu'on connoissoit jusqu'à présent de cette propriété de la suite des *impairs*, ne pouvoit être d'un grand secours, & ne dispensoit pas de recourir à la pratique usitée pour former les puissances même d'un exposant pair, toutes les fois que $\frac{e}{2}$ exprimoit un nombre *impair*. Ayant à former, par exemple, la dixième puissance de 7, il falloit préalablement trouver 7^5, qui indique le nombre des termes dont la somme est 7^{10}. En un mot, on ne pouvoit se passer de la méthode ordinaire que dans le seul cas (assez rare) où e est une puissance de 2.

De plus, on ne soupçonnoit pas que la progression subalterne, dont la somme est la puissance d'un exposant pair cherchée, se trouvât ailleurs qu'à l'origine de la suite principale. On tenoit, il est vrai, une solution de cette partie la plus exposée en vue du problème; mais on ne s'avisoit pas qu'il y en eût d'autres : or il y en a, comme on l'a vu, autant que $\frac{p}{2}$ exprime d'unités.

18. Nommant s le nombre des termes qui précèdent p dans la suite générale des *impairs*, & qu'il faut sauter vers l'origine pour monter jusqu'à lui, on aura (par la nature des progressions) $2s + 1 = p$: & substituant cette valeur dans $\overline{p + n - 1} \times n$, on trouvera la somme de la progression, ou $r^e = \overline{2s + n} \times n$. Mais on a aussi, comme il est évident, $r^e = r^{\frac{e+m}{2}} \times r^{\frac{e-m}{2}}$; & d'ailleurs (n.° 12) $n = r^{\frac{e-m}{2}}$: donc $\overline{2s + n} = r^{\frac{e+m}{2}}$; c'est-à-dire, que,

« Si, au nombre des termes de la suite subalterne, dont la somme est une puissance quelconque r^e, on ajoute le double du nombre de ceux qui en précèdent le premier dans la suite générale, il en résulte une puissance complète de r, dont l'exposant est invariablement $\frac{e+m}{2}$. »

Théorême assez singulier ! car il ne s'agit nullement ici de la valeur même des termes, mais simplement de leur nombre.

Dans l'exemple du n.° 6 $n = \ldots\ldots\ldots\ldots 27$; $s = \frac{55 - 1}{2} = 2s$; d'où $27 = 54$: or $27 + 54 = 81 = 3^4 = 3^{\frac{7+1}{2}}$.

(*Par M.* Rallier des Ourmes.)

IMPRESSION (*centre d'*) *Hydraulique*. Quand un fluide s'échappe d'un vase par un orifice horizontal ou vertical très-petit, relativement à la hauteur de son niveau sur cet orifice, sa vitesse est la même sensiblement pour tous les points de l'orifice, & égale à celle qu'un corps pesant acquerroit en tombant du niveau sur l'orifice. Mais, si l'orifice est de grandeur sensible & vertical, il n'en est pas ainsi. Cependant on peut toujours imaginer une hauteur, telle que, si toutes les parties du fluide étoient animées d'une vitesse dûe à cette hauteur, il sortiroit, dans le même tems, une quantité de fluide égale à celle qui sort avec les vitesses effectives. C'est le point de l'orifice où répondroit cette hauteur comptée du niveau, que quelques auteurs d'Hydraulique ont appellé *centre d'impression*.

IMPULSION ; c'est la force d'un corps qui agit sur un autre avec une vitesse finie, pendant un tems infiniment petit, ou au moins inappréciable. Si vous enfoncez un clou avec un marteau, le coup de marteau sera une force d'*impulsion*.

I N A

INACCESSIBLE, (*Géom.*) Une hauteur ou une distance *inaccessible*, est celle qu'on ne peut mesurer immédiatement, à cause de quelqu'obstacle, telle que l'eau ou autre chose semblable.

INCIDENCE, s. f. *en Méchanique*, exprime la direction suivant laquelle un corps en frappe un autre.

On appelle ordinairement, en Optique, *angle d'incidence*, l'angle compris entre un rayon incident sur un plan, & la perpendiculaire tirée sur le plan au point d'*incidence*.

. Par exemple, si l'on suppose que *A B* (*pl. Opt. fig.* 26) soit un rayon incident qui parte du point rayonnant *A*, & tombe sur le point *d'incidence B*, & *HB* une perpendiculaire sur *D E* au point d'*incidence*, l'angle *A B H*, compris entre *A B* & *H B*, sera l'angle d'*incidence*.

Quelques auteurs appellent *angle d'incidence*, le complément de ce dernier angle; ainsi, supposant que *A B* soit un rayon incident, & *H B* une perpendiculaire comme ci-devant, l'angle *A B D*, compris entre le rayon & le plan réfléchissant ou rompant *D E*, est appellé, par ces auteurs, l'*angle d'incidence* ; mais la première dénomination est la plus usitée, sur-tout dans la Dioptrique.

Il est démontré en Optique, 1.° que l'angle d'*incidence A B H* (*fig.* 26) est toujours égal à l'angle de réflexion *H B C*, ou l'angle *A B D* à l'angle *C B E*. *V.* Réflexion.

2.° Que les sinus des angles d'*incidence* & de réflexion sont toujours l'un à l'autre en raison constante, à quelques exceptions près, comme l'a très-bien démontré M. d'Alembert dans son Traité d'*Hydrodynamique*.

3.°. Que, dans le passage des rayons de l'air dans le verre, le sinus de l'angle d'*incidence* est au sinus de l'angle de réfraction comme 300 à 193, ou à-peu-près comme 14 à 9; au contraire, que, du verre dans l'air, le sinus de l'angle d'*incidence* est à celui de l'angle de réfraction comme 193 à 300, ou comme 9 à 14.

INCLINAISON, (*Astron.*); c'est l'angle que forme, avec l'écliptique, l'orbite d'une planète. Cet angle est donc mesuré au centre du soleil, qui est à l'intersection & au centre de tous les cercles de la sphère, de l'écliptique & de toutes les orbites planétaires; ainsi, pour déterminer l'*inclinaison* par observation, il faut connoître la latitude héliocentrique de la planète ou la déduire de la latitude géocentrique observée; la plus grande de toutes les latitudes héliocentriques, celle qui a lieu à 90° des nœuds, est nécessairement l'*inclinaison* de l'orbite; mais, pour éviter l'inconvénient de cette réduction au soleil, on choisit, quand on le peut, le tems où le soleil est dans le nœud de la planète; c'est-à-dire, nous paroit au degré de longitude que la planète traverse quand elle est dans son nœud. Soit S le soleil (*fig.* 98 *des planches d'Astron.*), APN l'orbite d'une planète, la terre en T sur son orbite & sur la ligne des nœuds NST; dans ce cas, la détermination de l'*inclinaison* est fort simple. Commençons par établir un principe sur l'*inclinaison* des plans : soit un plan $ABCD$, *fig.* 94, qui soit incliné sur un autre plan $ABEF$, en sorte que AB soit leur commune section, & que les lignes EB, CB soient perpendiculaires sur la section AB, elles feront entr'elles un angle CBE, que l'on prend pour la mesure de l'angle d'*inclinaison* de ces deux plans. Si l'on prenoit deux autres lignes BO & BH, faisant, avec la section AB des angles aigus, l'angle OBH, compris entre ces deux lignes, seroit toujours plus petit que l'angle CBE, & il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'angle des deux plans.

Ainsi, dans la *figure* 98, les lignes PR & LR perpendiculaires sur la commune section NRT, font un angle égal à l'*inclinaison* de l'orbite de la planète sur l'écliptique.

Supposons que la planète se trouve pour lors au point A de son orbite, de manière qu'ayant abaissé la perpendiculaire AB sur le plan de l'écliptique ou de l'orbite de la terre prolongée jusques vers la planète, la ligne TB, qui marque son lieu, réduit à l'écliptique, soit perpendiculaire à la ligne TSN, dans laquelle se trouvent, & le soleil S, & le nœud de la planète; l'angle d'élongation BTS étant de 90°, les lignes AT & BT sont perpendiculaires à la commune section TN, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles font donc entre elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire, un angle égal à l'*inclinaison* que l'on cherche; or l'angle ATB n'est autre chose que la latitude même de la planète vue de la terre; donc la latitude observée sera elle-même l'*inclinaison* de l'orbite. Cependant, comme il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planète à 90° du soleil, & que d'ailleurs cette dernière condition ne se rencontre que dans les planètes supérieures, nous avons besoin d'une règle plus générale pour la détermination des *inclinaisons*.

Supposons qu'on ait observé la latitude d'une planète vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud de la planète ou à-peu-près; soit P la planète en un point quelconque de son orbite, la terre étant toujours en T dans la ligne des nœuds TSN, on abaisse la perpendiculaire PL du lieu de la planète sur le plan de l'écliptique; on tire des points P & L les perpendiculaires PR & LR sur la commune section des deux plans; l'angle PRL de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire, à l'*inclinaison* de l'orbite sur le plan de l'écliptique. L'angle LTP sera égal à la latitude géocentrique de la planète, l'angle RTL égal à l'élongation de la planète; alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes, tels que RTL & PTL rectangles en R & L, donnera les deux proportions suivantes, suivant les élémens de la trigonométrie rectiligne, en nommant R le sinus total ou le rayon :

$TL : RL :: R :$ sin. RTL;

$TL : PL :: R :$ tang. LTP.

Donc $RL : PL ::$ sin. $RTL :$ tang. LTP.

Mais, dans le triangle PRL rectangle en L, on a cette autre proportion $RL : PL :: R :$ tang. PRL; donc, en comparant la troisième proportion avec cette dernière, on aura sin. RTL : tang. $LTP :: R :$ tang. PRL; c'est-à-dire, que le sinus de l'élongation observée est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique est à la tangente de l'*inclinaison* que l'on cherche.

On emploie souvent des observations qui ne sont pas faites dans les circonstances que nous venons d'expliquer, afin d'avoir un plus grand nombre de déterminations des *inclinaisons*.

C'est après avoir calculé un nombre considérable d'observations de toutes les planètes, que j'ai déterminé leurs *inclinaisons* de la manière indiquée dans la table que l'on trouvera au *mot* PLANÈTE.

Mais ces *inclinaisons*, qui sont les latitudes vues du soleil, sont ordinairement fort différentes des latitudes géocentriques que nous observons; celle de mercure ne va jamais pour nous à la moitié de l'*inclinaison*, & celle de vénus va presqu'au triple.

Variations des inclinaisons. Les calculs de l'attraction, par lesquels j'ai recherché les mouvemens des nœuds des planètes produits par leurs attractions réciproques, m'ont fait remarquer, en 1761, que les *inclinaisons* des orbites sur l'écliptique ne sauroient

sauroient être constantes, à cause du déplacement des nœuds, produit par les attractions réciproques des planètes. J'ai trouvé que l'angle d'*inclinaison* de mercure diminue de 7" par siècle; celle de venus de 3"; celle de mars diminue de 29". L'*inclinaison* de jupiter diminue de 8", & celle de saturne augmente de 9". *Voyez les Mémoires* de 1783.

Les *inclinaisons* des satellites de jupiter ont des variations beaucoup plus considérables, plus singulières & plus rapides; les astronomes n'en soupçonnoient pas même la cause, lorsque j'ai fait voir, en 1764, que ces changemens d'*inclinaisons* provenoient du mouvement des nœuds produits par les attractions réciproques des satellites.

Soit *AB*, *fig.* 125, l'orbite de la planète troublante, & *AC* l'orbite de la planète troublée, dont le nœud retrograde de *A* en *a*; l'*inclinaison* mutuelle des deux orbites ne change pas. Ainsi, l'angle *A* & l'angle *a* sont égaux; &, vers ce point-là, les cercles *AC*, *ac*, sont parallèles. Ils vont se rencontrer en un point *D*, éloigné de 90 degrés du point *A*; car deux grands cercles de la sphère, pris à 90° de leur intersection, deviennent sensiblement parallèles sur un espace très-petit. Dans le triangle *DCc*, on voit évidemment que l'angle *c* est plus petit que l'angle *DCE*, puisque celui-ci est l'angle extérieur du triangle *DCc*, & que le cercle *Dc* est plus couché que le cercle *DC*. Il en est de même dans la figure 127, parce que le nœud *B* de la planète troublante sur l'écliptique, est également plus avancé que le nœud *C* de la planète troublée. Ainsi, quand le nœud ascendant de la planète troublante est plus avancé que celui de la planète troublée, l'*inclinaison* de celle-ci est diminuée, pourvu que l'excès ne soit pas de 180°, ou à-peu-près. Cette règle est aisée à appercevoir, en figurant les positions de differens orbites les unes par rapport aux autres. Par conséquent, si l'on dispose les planètes dans l'ordre des longitudes de leurs nœuds ascendans, en commençant par celle dont le nœud est le moins avancé, nous aurons l'ordre suivant: mercure, mars, vénus, jupiter & saturne. Cela nous indiquera que mercure contribue à augmenter les *inclinaisons* de toutes les planètes, & que saturne les diminue toutes; mars diminue l'*inclinaison* de mercure; mais il augmente celles de vénus, de jupiter & de saturne, dont les nœuds sont plus avancés, & ainsi des autres.

Ces considérations, que personne n'avoit encore faites, m'ont donné l'explication des inégalités observées dans les *inclinaisons* du second & troisieme satellite : inégalités si singulières, qu'on en doutoit presque, malgré l'observation, ou du moins qu'on n'en soupçonnoit pas la raison. (*D.L.*)

INCLINÉ, adj. *plan incliné*, en *termes de Méchanique*, est celui qui fait un angle oblique avec l'horizon.

Il est démontré qu'un corps, tel que *D* (*pl. Méc. fig.* 91), qui est appuyé sur un *plan incliné*, perd toujours une partie de sa pesanteur; & que la puissance, ou force *L* nécessaire pour le soutenir dans une direction *AC* parallèle au plan, est à la pesanteur de *D*, comme la hauteur *BA* du plan est à sa longueur *CA*. Cette proposition se démontre aisément, en décomposant l'effort absolu de la pesanteur du corps *D*, suivant *QF* en deux efforts *QG*, *QE*, dont l'un *QG* est détruit par la résistance du plan auquel il est perpendiculaire; & l'autre *QE*, parallèle au plan, est à l'effort total, comme *QE* est à *QF*, c'est-à-dire, comme *AB* est à *AC*, à cause des triangles semblables *EQF*, *ABC*; d'où il suit que l'inclinaison du plan peut être si petite, qu'il ne faille qu'une force extrêmement petite pour soutenir dessus un poids considérable.

La force avec laquelle un corps pesant descend le long d'un plan *incliné*, est à la force avec laquelle il descendroit perpendiculairement, comme le sinus de l'angle de l'inclinaison du plan est au rayon; car le sinus de l'inclinaison est au rayon, comme *AB* à *AC*. *V.* DESCENTE.

Supposons que l'on connoisse la pesanteur d'un corps, & qu'il soit question de trouver la puissance *P* nécessaire pour le soutenir sur un plan *incliné* *D*. J'appelle le poids *V*, & la puissance *P*. J'ai, par la règle précédente, sin. tot. sin. incl. comme *V* à *P*, c'est-à-dire, comme le rayon est au sinus d'inclinaison, ainsi le poids est à la puissance que l'on cherche; & comme les trois premiers termes sont donnés, il s'ensuit que le quatrième l'est aussi.

Les loix du mouvement des corps qui descendent sur des plans *inclinés*, sont absolument les mêmes que celles du mouvement des corps qui descendent perpendiculairement; avec cette seule différence, que la pesanteur doit être diminuée dans la raison de la hauteur du plan à sa longueur. C'est pourquoi, si on appelle *g* la pesanteur absolue, *h* la hauteur du plan, *l* sa longueur, il faudra mettre $\frac{gh}{l}$, au lieu de *g* dans les calculs, qui du reste seront absolument les mêmes. *Voyez* les *articles* ACCÉLÉRATION, DESCENTE, FORCE, & l'*article* PLAN, où les loix, dont il s'agit, seront détaillées.

INCOMMENSURABLE, adj. (*Alg. & Géom.*) Il se dit de deux quantités qui n'ont point de mesure commune, quelque petite qu'elle soit, pour mesurer l'une & l'autre. *V.* MESURE.

Le côté d'un quarré est *incommensurable* avec sa diagonale, parce que le côté étant représenté par 1, la diagonale est représentée par $\sqrt{2}$; mais le côté est *commensurable* en puissance avec la diagonale, parce que le quarré de la diagonale contient deux fois le quarré fait sur le côté.

On dit aussi que des surfaces sont *incommensu-*

rables en puiſſance, lorſqu'elles ne peuvent être meſurées par une ſurface commune. (*E*)

*On a démontré aux *mots* FRACTION & DIVISEUR, que, ſi deux nombres a, b, n'ont point de diviſeur commun, autre que l'unité, leurs quarrés aa, bb, leurs cubes a^3, b^3, *&c.*, & ainſi du reſte, n'auront point de diviſeur commun, autre que l'unité; d'où il s'enſuit que le quarré, le cube, *&c.* d'une fraction $\frac{a}{b}$ eſt toujours une fraction; j'entends ici par fraction toute quantité dans laquelle a ne ſe peut diviſer exactement par b, ſoit que a ſoit plus petit ou plus grand que b. Donc tout nombre entier, comme 2, 3, 5, 6, *&c.*, qui ne ſauroit avoir, pour racine quarrée, un nombre entier, ne ſauroit avoir, pour racine quarrée, un entier, plus une fraction; donc on ne ſauroit exprimer en nombre la racine quarrée de ces ſortes de nombres; ainſi, la racine quarrée de 2, par exemple, eſt *incommenſurable* à l'unité; & en général on appelle *incommenſurable* la racine du degré m de tout nombre entier p, dont on ne peut trouver la racine du degré m en nombres entiers; car il eſt démontré que cette racine ne ſauroit être exprimée par quelque nombre que ce puiſſe être.

A plus forte raiſon, les racines des *incommenſurables* ſont *incommenſurables*, comme le ſeroit, par exemple, la racine de la racine de 2.

Il y a cette différence entre les *incommenſurables* & les imaginaires; 1.° que les *incommenſurables* peuvent ſe repréſenter par des lignes (comme la diagonale du quarré), quoiqu'ils ne puiſſent s'exprimer exactement par des nombres; au lieu que les imaginaires ne peuvent ni ſe repréſenter, ni s'exprimer. *Voyez* IMAGINAIRE. 2.° Qu'on approche des *incommenſurables* autant qu'on veut par le calcul, *voyez* APPROXIMATION; ce qu'on ne peut faire des imaginaires; *voyez* EQUATION. (*O*)

INCOMPLEXE, (*Arithm.*) On appelle ainſi tout nombre concret ou abſtrait qui n'eſt pas compoſé de pluſieurs eſpèces réductibles à une ſeule. Ainſi, 18th, 35^{s}, 42 jours, ſont des nombres *incomplexes*; ... au contraire, 18th 6^{s} 8^{d}, 35^{t} 5^{p} 4^{p}, 42^{j} 7^{h} $16'$, ſont des nombres complexes.

INCONNUE, adj. *pris ſubſtantivement.* (*Alg.*) On appelle ainſi la quantité qu'on cherche dans la ſolution d'un problème. *Voyez* EQUATION, PROBLÈME. (*O*)

INCRÉMENT, dans la *Géométrie*, ſe dit de la quantité dont une quantité variable augmente ou croît; ſi la quantité variable décroît ou diminue, ſa diminution ou ſon décroiſſement s'appelle encore alors *incrément*; mais l'*incrément* eſt négatif. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

M. Taylor a appellé *incrémens* les quantités différentielles. *Voyez* ſon ouvrage, intitulé: *Methodus incrementorum*, *&c.* (*O*)

IND

INDEFINI. *V.* INFINI.

INDÉTERMINÉ, adj. (*Mathémat.*) ſe dit d'une quantité ou choſe qui n'a point de bornes certaines & preſcrites.

On appelle en Mathématiques, *quantités indéterminées* ou *variables*, celles qui peuvent changer de grandeur, par oppoſition aux quantités données & conſtantes, dont la grandeur reſte toujours la même; dans une parabole, par exemple, les co-ordonnées x & y ſont des *indéterminées*, & le paramètre eſt une quantité conſtante. (*O*)

Un problème *indéterminé* eſt celui dont on peut donner un nombre infini des ſolutions différentes. *Voyez* PROBLÈME, COURBE, LIEU, *&c.*

On demande, par exemple, un nombre qui ſoit multiple de 4 & de 5; ce nombre peut être 20, 40, 60, *&c.* à l'infini, & ainſi du reſte.

On regarde ordinairement le problème comme *indéterminé*, lorſqu'il renferme plus d'inconnues que d'équations, parce qu'alors on ne peut jamais réduire les équations à une ſeule qui ne contienne qu'une inconnue. Cependant il eſt certains problèmes qui, par leur nature, ſont déterminés, quoiqu'ils renferment moins d'équations que d'inconnues. Un exemple éclaircira & prouvera en même tems ce que nous avançons. Suppoſons que l'on partage 40 ſols à 20 perſonnes, hommes, femmes, & enfans, en donnant aux hommes 4 ſols, aux femmes 2 ſols, aux enfans 1 ſol. On demande combien il y avoit d'hommes, de femmes & d'enfans. Il eſt certain qu'il y a ici trois inconnues, x, y, z, & que l'on ne peut trouver que ces deux équations $x+y+z=20$; & $4x+2y+z=40$. La première donne $z=20-x=y$, & $4x+2y+20-x-y=40$, ou $3x+y=20$, & $x=\frac{20-y}{3}$. Or il ſemble d'abord que l'on puiſſe prendre pour y tout ce qu'on veut; mais on fera réflexion que, comme y exprime un certain nombre de perſonnes, auſſi-bien que x, il faut que y & x ſoient chacun des nombres entiers poſitifs. D'où il s'enſuit que y doit être un nombre entier plus petit que 20, & que $20-y$ doit être diviſible exactement par 3. On fera donc ſucceſſivement $20-y$ égal à tous les multiples de 3; ſavoir, $20-y=3$, $20-y=6$, $20-y=9$, $20-y=12$, $20-y=15$, $20-y=18$; & l'on ne ſauroit aller plus loin, parce que, ſi on prennoit $20-y=21$, on auroit $y=-1$: c'eſt pourquoi on aura toutes les ſolutions poſſibles de ce problème dans la table ſuivante:

$y = 17. x = 1. z = 2.$
$y = 14. x = 2. z = 4.$
$y = 11. x = 3. z = 6.$
$y = 8. x = 4. z = 8.$
$y = 5. x = 5. z = 10.$
$y = 2. x = 6. z = 12.$

ce qui fait en tout six solutions possibles. (*O*)

INDÉTERMINÉ, (*fonctions indéterminées*). On appelle quelquefois de ce nom des fonctions, qui, cependant, ne sont pas toujours *indéterminées*, mais qui, pour se servir de l'expression de M. Euler, paroissent le devenir dans quelques cas. Une telle fonction peut toujours être représentée par une fraction dont le numérateur & le dénominateur, fonctions d'une même variable, deviennent chacun *o* pour une certaine valeur de cette variable. Par exemple, la fraction $\frac{a^2 - x^2}{a - x}$ devient $\frac{o}{o}$ quand $x = a$: cette fraction n'est pas *indéterminée*; car, si on divise le numérateur par le dénominateur, on trouve $a + x = 2a$ pour le cas de $x = a$. La fonction paroissoit donc *indéterminée*, parce qu'un facteur inutile, qui affectoit à-la-fois le numérateur & le dénominateur, est devenu *o* dans le cas de $x = a$; on peut donc résoudre ces espèces de fractions, en divisant le numérateur & le dénominateur par le facteur inutile.

Cette division s'est faite sans difficulté dans l'exemple cité, & généralement se fera, sans beaucoup de peine, toutes les fois que le numérateur & le dénominateur de la fraction seront rationnels. Mais, si les termes de la fraction, ou même un seul, contenoit des quantités, soit radicales, soit transcendantes, il faudroit, pour faire la division, réduire le terme ou les termes qui ne sont pas rationnels en suites infinies, ordonnées suivant les puissances du facteur. Cette réduction sera inévitable, quand on voudra trouver l'expression générale de la fraction, débarrassée du facteur commun, qui la rendoit *indéterminée*.

Mais, le plus souvent, on n'a pas besoin de cette expression générale, & on veut connoître la fraction, pour le cas où elle paroit *indéterminée*. Alors,

Soit *y* cette fraction, *M* son numérateur, & *N* son dénominateur, fonctions de *x*, on aura $y = \frac{M}{N}$; changeant *x* en $x + \Delta x$ (Δ est la caractéristique des différences finies), on $y + \Delta y = \frac{M + \Delta M}{N + \Delta N}$; &, si *M* & *N* deviennent *o* en même tems pour le cas de $x = a$, on a $(y) + (\Delta y) = \frac{(\Delta M)}{(\Delta N)}$ (les crochets sont ici pour distinguer les nouvelles fonctions de leurs correspondantes quelconques). Enfin, passant des différences finies aux différences nulles, on aura $(y) = \frac{(d\,M)}{(d\,N)}$.

Règle générale. *Divisez la différentielle du numérateur par celle du dénominateur; changez x en a après les différentiations, & vous aurez la quantité demandée; si la nouvelle fraction étoit encore indéterminée, il faudroit passer aux différences secondes, & ainsi de suite.*

INDÉTERMINÉS, *problêmes indéterminés.* (*Alg. Analyse.*) Le premier auteur qui ait donné un ouvrage sur cette matière est Diophante, mathématicien de l'école d'Alexandrie. *Voyez* DIOPHANTE. Cette partie de l'analyse fit peu de progrès jusqu'au commencement du dix-septième siècle, où Bachet de Mézériac, un des premiers membres de l'Académie Françoise, célèbre par son érudition dans la langue Grecque, a donné un savant commentaire de Diophante, ouvrage excellent dans ce genre. Fermat, Descartes, Frénicle, en France, & Wallis, en Angleterre, se proposèrent réciproquement plusieurs problêmes de cette espèce. Le fils de Fermat recueillit les solutions de son père, & plusieurs beaux théorêmes dont elles lui avoient fourni l'occasion, dans une édition de Diophante qu'il a donnée; mais les géomètres paroissoient avoir oublié ces questions & même les mépriser comme inutiles, lorsque M. Euler, qui n'a laissé aucune partie des mathématiques sans l'avoir approfondie & perfectionnée, a réveillé l'attention des géomètres par de très-belles recherches ajoutées à celles de Fermat, & par des démonstrations générales de théorêmes qu'on n'avoit trouvés que par induction. M. de la Grange s'est occupé ensuite des mêmes objets, & non-seulement il a résolu des problêmes plus généraux & plus difficiles, mais il a trouvé des méthodes plus directes, plus analytiques; car jusqu'à lui les analystes n'avoient qu'une espèce de tâtonnement & de divination, pour ainsi dire; & c'étoit en partie pour cela que plusieurs, ou les avoient dédaignées, ou n'avoient osé s'y livrer. Le second volume de la *traduction françoise des Elémens d'Algèbre*, de M. Euler, renferme un Traité Elémentaire, &, avec les additions de M. de la Grange, une théorie presque complète de cette partie de l'Algèbre. Cet article ne sera qu'un extrait de cet ouvrage.

Problêmes indéterminés du premier degré. Ces problêmes se réduisent à trouver les valeurs en nombres entiers que peuvent avoir *x* & *y*, lorsque ces quantités sont données par l'équation $ax - by = c$, *a*, *b*, *c* étant des nombres entiers positifs ou négatifs.

Bachet est le premier qui ait donné une solution complète de ce problême : on la trouve dans ses récréations mathématiques, intitulées : *Problêmes amusans.*

Soit $x = a'$, $y = b'$ une solution de l'équation ci-dessus, on aura $a'a - b'b = c = ax - by$;

donc $\frac{x-a'}{y-b'}=\frac{b}{a}$; or, puisque (hypothèse) toutes ces quantités sont des nombres entiers, & que par conséquent a & b ne peuvent avoir un diviseur commun qui ne divise également c, & par conséquent tous les termes, on pourra regarder $\frac{b}{a}$ comme une fraction réduite à ses plus simples termes, & l'on aura $x-a'=mb$, $y-b'=ma$, m étant un nombre entier positif ou négatif; donc $x=a'+mb$, $y=b'+ma$; donc, connoissant une solution, on aura toutes les autres; donc, m pouvant être ou positif, ou négatif, à volonté, on aura une valeur de x entre $-\frac{b}{2}$ & $\frac{b}{2}$, & une de y entre $\frac{a}{2}$ & $-\frac{a}{2}$.

Mais, puisque $ax-by=c$ soit fait $x=\pm x'c$, & $y=\pm y'c$, nous aurons $ax'-by'=\pm 1$; donc, résolvant cette équation & prenant $x=x'c$ & $y=y'c$, nous aurons une valeur de x & de y, & par celle-là toutes les autres.

L'équation $ax'-by'=\pm 1$ est toujours résoluble, puisque, réduisant $\frac{a}{b}$ en fraction continue (*voyez* FRACTIONS CONTINUES), prenant les valeurs approchées successives pour $\frac{a}{b}$, &, appelant $\frac{a'}{b'}$ la plus approchée, nous aurons $ab'-a'b=\pm 1$; ainsi, $x=\pm ca'$ & $y=\pm cb'$ seront une des valeurs cherchées de x & de y.

Problêmes indéterminés dont l'équation est telle qu'une des variables ne monte qu'au premier degré. La condition de ces problêmes est de trouver pour & y des nombres entiers, lorsque

$$y=\frac{a+bx+cx^2+dx^3, \&c.}{f+gx+hx^2, \&c.}$$

donc nous aurons

$$a+bx+cx^2\ldots\ldots\ldots\ldots=Ay$$
$$f+gx+hx^2\ldots\ldots\ldots\ldots=A$$

éliminant x, nous aurons une équation de la forme $C+AB$, où C est une quantité donnée en a, b, c & f, g, &c. & où B est une fonction rationnelle & entière des mêmes coëfficiens de y & de A; donc C doit être divisible par A; donc, prenant pour A un des diviseurs de C, & l'équation $A-f-gx\ldots=0$, les racines rationnelles de cette équation, si elle peut en avoir, feront les valeurs de x qui satisferont au problême.

Si l'on avoit l'équation $y=\frac{a+bx+cx^2}{f}$, &c. & que $x=A$ fût une des solutions, il est aisé de voir que $A+mf$ en seroit une autre, m étant un entier quelconque: or on peut supposer que $A\pm mf$ soit entre $\frac{f}{2}$ & $-\frac{f}{2}$, dont, essayant tous les nombres entiers contenus dans ces limites, on aura toutes les solutions premières desquelles il sera aisé de déduire toutes les autres.

3. Soit la fonction homogène $\frac{ay^m+by^{m-1}x\ldots}{f}$ que je suppose égale à un entier.

D'abord il est aisé de voir que, si l'on fait $x=ny-fQ$, le numérateur deviendra de la forme $(a+bn+cn^2\ldots)y^m+Bf$, qui doit être divisible par f; donc $(a+bn+cn^2\ldots)$ y^m sera divisible par f, soit $f=f'.f''.f'''\ldots$; f', f'', f'''... étant des nombres premiers, il faudra que $a+bn+cn^2\ldots$ soit divisible ou par f', ou par f'', ou par $f'f''$, &c. ou par f, parce que y ne peut être supposé divisible par f; ainsi, nous cherchons d'abord n tel que $\frac{a+bn+cn^2}{f'.f''f'''}$ soit un entier, & les valeurs de n trouvées, nous donnerons les valeurs de y premières à f, & les autres suppositions nous donneront les autres jusqu'à y, divisible par f, qui donne y^m, divisible par f.

Voilà les seules équations qu'on a pu résoudre jusqu'ici pour un degré quelconque. Je vais maintenant parler de celles du deuxième degré qu'on a résolues en général.

Des équations du second degré. On observera d'abord que, par l'algèbre ordinaire, on réduira la solution de ces équations, soit en nombres seulement rationnels, soit en nombres entiers, à la recherche de $\sqrt{Ay+B}$, égale à une fonction rationnelle ou a un entier.

Pour le premier cas, nous observons que (*voyez* DIOPHANTE), si A ou B sont quarrés ou égaux à l'unité, le problême se résout par la méthode de Diophante; ainsi, c'est à rappeller la formule proposée à ce cas qu'il faut s'appliquer. Soit donc Ay^2+B qui doit être un quarré, A & B n'ayant point de facteurs quarrés; car, s'ils en avoient, il n'y auroit qu'à diviser A & B par les facteurs a^2, b^2, & résoudre la question pour $\frac{AQ^2}{a^2}+\frac{B}{b^2}$ égal à un quarré, & faire $y=\frac{aQ}{b}$.

Je fais $y=\frac{p}{q}$, p & q étant des nombres entiers premiers entr'eux, $A\frac{p^2}{q^2}+B$ sera donc un quarré, & l'équation $Ap^2+Bq^2=Q^2$ sera resoluble en nombres entiers. De ce que p & q sont premiers entr'eux, q & B le seront aussi; autrement il faudroit que le diviseur rBq^2 fût divisible par r^2, & B ne l'étant que par r, ce qui est impossible. Je ferai donc $Q=nq-Aq'$, où n & q' sont de nouvelles *indéterminées*, il en résulte que tous les termes ont A pour facteur, excepté q^2 qui a n^2-B; donc n^2-B doit être divisible par A; ainsi, toutes les fois que $n<\frac{A}{2}$

ne donne pas $n^2 - B$ diviſible par A, le problême n'eſt pas réſoluble.

Mais, ſi $\frac{n^2 - B}{A} = A'$, alors ſubſtituant, dans l'équation en p, q, Q, ci-deſſus, la valeur de Q, on aura une fonction $B y'^2 + A'$, qui devra être à un quarré. Si $A' < B$, nous aurons avancé la ſolution, ſinon, mettant ſous cette forme $A' y^2 + B'$ égal à un quarré, & la traitant comme la propoſée, nous aurons $\frac{n'^2 - B''}{A''} = A$; & ſi $n' < \frac{A''}{2}$ donne une ſolution à cauſe de $B < A'$, nous aurons $A'' = \frac{n'^2 - A'}{B} < A'$, & on cherchera $B''' y^2 + A'''$ égal à un quarré; continuant toujours ainſi, il eſt clair que l'on trouvera néceſſairement une équation impoſſible, ou des équations dont deux des termes aient ou zéro, ou l'unité pour coëfficiens : équations dont on connoît la ſolution; l'on voit que toutes les ſubſtitutions étant linéaires, la ſolution générale de la derniere équation donnera celle de la propoſée.

Des ſolutions en nombres entiers. On trouvera, en faiſant les mêmes ſubſtitutions que dans l'article précédent, que, pour que $Q^2 - A y^2 = B$, il faut que $\frac{n^2 - A}{B}$ ſoit égale à un nombre entier $n < \frac{B}{2}$, & enſuite il faudra que $C' A' y^2 - 2 B' Q y + C' Q^2 = 1$: tous ces nombres étant entiers, ſi cette équation avoit des facteurs rationnels, il n'y auroit pas de difficulté : ſinon, pour ſatisfaire à cette derniere condition, on cherchera la plus petite valeur, en nombres entiers de la fonction égalée à l'unité; & ſi cette valeur eſt un, le problême ſera poſſible, ſinon il ne le ſera pas. Maintenant, pour trouver ces valeurs qui rendent la fonction ci-deſſus la plus petite, on verra que ſoit $+ y^m + B y^{m-1} x \ldots + Q x^m$, qui doit être une quantité moindre, elle ſera $y - a x \times y - b x \ldots\ldots \times y - (C + e\sqrt{-1}) x \times y - (C - e\sqrt{1}) x$, &c. $= y - a x \times y - b x \ldots \times y^2 - C^2 + e^2 x^2 \ldots\ldots$ donc il faudra que $y - a x$, $y - b x$ ſoient moindres que $y' - a x'$, $y' - b' x'$, y' & x' étant des nombres $< y$ & x; il faudra donc ſavoir, a étant un nombre donné non rationnel, quelles valeurs de y & de x donnent à $y - a x$ cette propriété; pour cela, on ſuppoſera que, ſoit $p - a q$ une fonction, & $s p \pm q r = \pm 1$, on aura en général $r < p$, & $s < q p - a q < r - a s$, & $<$ que toute fonction $a - a y$ ou x eſt entre p & r, & y entre q & s; faiſant donc $\frac{p}{q} = a$, & réduiſant en fractions continues, on aura les fractions $\frac{p}{a}$, $\frac{r}{s}$ &c. qui jouiront de la propriété ci-deſſus; donc, ſi les fractions $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{-}$, &c. ou les fonctions $p - a q \times p' - a' q' \ldots\ldots$ qu'on ſuppoſe devenir *minimum*, ſont en nombres finis, on connoitra le vrai *minimum*, & c'eſt ce qui arrive toutes les fois que a eſt rationnel, ou que la fonction eſt du ſecond degré. *V.* FRACTIONS CONTINUES.

Connoiſſant une ou pluſieurs valeurs de Q, de y, on trouvera que les autres ſeront données par l'équation $t^2 - A u^2 = 1$, A étant une fonction des valeurs connues de Q & de y : or cette équation admet une infinité de ſolutions, ſi A eſt négatif ou eſt quarré, & n'en admet qu'une ſeule, ſi A eſt poſitif & non quarré. Connoiſſant y & Q & toutes leurs valeurs, comme nous avons les quantités cherchées égales à des fonctions linéaires de y & de Q, nous n'aurons à réſoudre que des équations *indéterminées* linéaires, & l'on trouvera que, pour le cas où il y a un nombre infini de valeurs de Q, & ſatisfaiſant au problême, il ſuffira de voir ſi la ſolution eſt poſſible pour un certain nombre de valeurs, & qu'on pourra, d'après cela, juger des autres.

Je me ſuis borné à indiquer la ſolution de ce dernier problême, dont les détails demandent des opérations très-épineuſes.

Je m'arrêterai peu aux degrés ſupérieurs, parce qu'à l'exception de ceux qui ſe réſolvent par la même méthode que ceux de Diophante, il n'y a encore qu'un très-petit nombre d'équations particulieres qui aient été réſolues par des méthodes indirectes. La plus ſuſceptible de généraliſation eſt celle de M. Euler, qui conſiſte à trouver ſucceſſivement qu'il doit y avoir des ſolutions en nombres plus petits, juſqu'à ce qu'on tombe à des équations que les ſuppoſitions les plus ſimples doivent réſoudre; c'eſt ainſi qu'il démontre qu'on ne peut avoir $x^4 + y 4 = Q^2$, $m x^4 - y^4 = Q^2$, ni $x^3 \pm y^3 = Q^3$. *Voyez le tome II de l'Algebre* de M. Euler déjà cité. (*M. D. C.*)

Méthode des coëfficiens indéterminés. On regarde Deſcartes comme l'inventeur de cette méthode. Voici en quoi elle conſiſte. Il faut d'abord connoître la forme générale à laquelle doit ſe réduire néceſſairement, ſoit l'équation cherchée, ſoit une équation d'une nature donnée, qui doit avoir lieu en même tems qu'une équation connue. Enſuite on ſuppoſe égale à zéro une fonction indéfinie de cette forme, & on fait en ſorte qu'en y ſubſtituant la valeur d'une des variables, tirée de l'équation donnée, le reſte ſoit identiquement égal à zéro, ou bien que l'équation indéfinie ſatisfaſſe aux conditions du problême. On a enſuite, entre les coëfficiens, des équations qui ſervent à le déterminer & à marquer le point où la fonction indéfinie s'arrête; par-là tous les problêmes ſe réduiſent à connoître la forme dont eſt ſuſceptible l'équation définitive qu'on cherche. On voit de-là combien cette méthode de Deſcartes a généraliſé les problêmes de l'analyſe. En effet, la recherche de cette forme générale eſt d'une très-grande géné-

ralité, & il y a toujours une infinité d'équations à qui elle convient ; au lieu qu'avant cette méthode, on ne pouvoit connoître *à priori*, ni la réunion de tous les problèmes de la même classe, ni l'étendue de la méthode qu'on employoit à les résoudre chacun en particulier. Cette détermination de la forme générale, dont est susceptible l'équation cherchée, & la réduction de chaque problème à la méthode des coëfficiens *indéterminés*, deviendra d'autant plus d'importance dans l'analyse, que celle-ci deviendra plus étendue. A la fin, les géomètres seront obligés de s'y arrêter dans bien des problèmes compliqués ; & il en naîtra une sorte d'algèbre, aussi supérieure en généralité à l'algèbre ordinaire, que celle-ci l'est à l'arithmétique. (*O*)

Séparation des indéterminées. On appelle *équation séparée*, celle où on a une des variables égale à une fonction donnée des autres, ou une fonction d'une des variables, aussi égale à une fonction des autres. Toute équation séparée, différentielle du premier ordre, est intégrable par les quadratures. Aussi toutes les méthodes d'intégrer de Jean Bernoulli, tendent-elles à faire des substitutions, telles qu'on puisse séparer les *indéterminées* dans l'équation transformée. Cette méthode n'est pas générale, si l'on se borne à des substitutions algébriques. Il y a d'ailleurs des équations qui ne sont pas intégrales étant séparées, & dont on peut avoir cependant l'intégrale algébriquement. *Voyez*, dans les *Mémoires de Turin, tom. I V*, ceux de M. de la Grange.

Quelle que soit une équation finie entre x, y, z, on peut toujours regarder z comme une fonction de x, y : mais, lorsque l'équation contient des transcendantes, il y a une infinité de cas où l'on ne peut exprimer cette fonction par un nombre fini de termes. Et lorsqu'on a deux équations entre trois variables, il peut arriver, dans le même cas, qu'il soit impossible d'en éliminer une sans différentier. Cela vient de ce qu'appellant $V=o$, $V'=o$, les deux équations, & Z la fonction, qui, après l'élimination, feroit égalée à zéro, on a toujours Z égal à une fonction de V & de V'. Mais l'élimination n'est possible que lorsque cette fonction de V & V' est exprессible en termes finis; c'est-à-dire, lorsque l'équation en Z, V, V' est séparable ; lorsqu'elle ne l'est pas, & que dV, dV' sont algébriques, on peut supposer que $AdV + A'dV'$ soit une différentielle exacte, telle que, l'égalant à zéro, on puisse en tirer z en x, y ; & par conséquent, en substituant dans les équations $V=o$, ou $V'=o$, avoir l'équation cherchée en x, y, on auroit, par les mêmes moyens, l'équation qui a lieu en x, z & en y, z, lorsqu'elle est possible en termes finis. *Voyez l'article* INTÉGRAL, & les *Mémoires de l'Académie*, pour les années 1770 & 1772. (*M. D. C.*)

INDEX, s. m. (*Arith.*) C'est la même chose que la caractéristique ou l'exposant d'un logarithme. *Voyez* LOGARITHME.

L'*index* est ce qui montre de combien de chiffres le nombre absolu, qui appartient au logarithme, consiste, & de quelle nature il est, soit qu'il soit un nombre entier ou une fraction.

Par exemple, dans ce logarithme, 2,521293, le nombre qui est au côté gauche du point est appellé *index* ; &, comme il vaut 2, il montre que le nombre absolu, qui lui appartient, doit avoir trois chiffres : car il vaut toujours un de plus que l'*index*, à cause que l'*index* de 1 est 0 ; celui de 0, 1 ; & celui de 100, 2 *&c.* comme dans cet exemple,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

où les nombres de dessus sont les *index* de ceux de dessous. C'est pourquoi, dans les petites tables des logarithmes de Brigg, où l'*index* est omis, il faut toujours le suppléer avant d'opérer.

Lorsque le nombre absolu est une fraction, l'*index* du logarithme est un signe négatif, & on le marque ainsi $\bar{2}$. 562293 : ce qui montre que le nombre correspondant est une fraction décimale de trois chiffres; savoir, 1. 365.

Il y a une manière particulière de marquer ces *index*, quand ils expriment des fractions, qui est fort en usage aujourd'hui. Elle consiste à prendre, au lieu du vrai *index*, son complément arithmétique à 10. Voici comme on écrit le logarithme dont nous venons de parler. 8. 562293.

Voyez, au mot LOGARITHME, combien il est nécessaire d'ajouter ou de retrancher des *index*.

INDICTION, période de 15 ans, usitée dans le calendrier ecclésiastique. L'année 1783 a 1 d'*indiction*. *V.* CYCLE.

INDIEN, (*Astron.*) constellation méridionale, située au-dessous du sagittaire, du nombre de celles que les pilotes formèrent peu après la découverte du cap de Bonne-Espérance & de l'Amérique : elles étoient faites grossièrement ; mais l'abbé de la Caille, dans son catalogue des étoiles australes, les a réformées. On y voit que, pour la principale étoile α de l'*indien*, qui est de troisième grandeur, l'ascension droite, en 1750, étoit de 304° 57′ 57″, & la déclinaison australe de 48° 8′ 15″. (*D. L.*)

INDIVISIBLE, adj. (*Géométrie.*) On entend par ce mot, en *Géométrie*, ces élémens infiniment petits, ou ces principes dans lesquels quelques géomètres ont supposé qu'un corps, ou une figure quelconque, pouvoit être décomposé. *Voyez* INFINI.

Ils prétendent qu'une ligne est composée de points, une surface de lignes parallèles, & un solide de surfaces parallèles & semblables ; &, comme ils supposent que chacun de ces élémens

est *indivisible*, si, dans une figure quelconque, l'on tire une ligne qui traverse ces élémens perpendiculairement, le nombre des points de cette ligne sera le même que le nombre des élémens de la figure proposée.

Suivant cette idée, ils concluent qu'un parallélogramme, un prisme, un cylindre, peut se résoudre en élémens ou *indivisibles*, tous égaux entr'eux, parallèles & semblables à la base; que pareillement un triangle peut se résoudre en lignes parallèles à sa base, mais décroissantes en proportion arithmétique, & ainsi du reste.

On peut aussi résoudre un cylindre en surfaces courbes cylindriques de même hauteur, mais qui décroissent continuellement à mesure qu'elles approchent de l'axe du cylindre, ainsi que le sont les cercles de la base sur laquelle s'appuient ces surfaces courbes.

Cette manière de considérer les grandeurs s'appelle *la Méthode des indivisibles*. Elle n'est, au fond, que l'ancienne méthode d'exhaustion déguisée, dont on prend les conclusions comme principes, sans se donner la peine de les démontrer. *V.* EXHAUSTION.

Ce qui a gagné des partisans aux *indivisibles*, c'est que, par leur moyen, on abrège merveilleusement les démonstrations mathématiques; on peut en voir un exemple dans le fameux théorème d'Archimède, qu'*une sphère est les deux tiers du cylindre qui lui est circonscrit*.

Ils emploient leur méthode, même dans le cas où celle d'exhaustion est inutile. Par exemple, est-il question de mesurer la surface d'un rectangle? Ils regardent ce rectangle comme composé d'une infinité d'élémens *indivisibles* parallèles à sa base; ils supposent qu'il y a autant de ces élémens que de points dans sa hauteur; ils représentent le nombre de ces points par la hauteur, & concluent de-là que le rectangle est égal au produit de sa base par sa hauteur. D'abord il est évident que cette méthode est défectueuse, ou du moins obscure; car, si ces élémens sont des lignes, comment concevoir qu'une somme de lignes puisse donner une surface? si ce sont des surfaces, il falloit commencer par les mesurer. Je dis de plus que cette méthode est inutile, & donne peut-être une idée peu exacte de la mesure des surfaces. Effectivement, quand on propose de mesurer une surface, on propose de la comparer à une autre qu'on prend pour terme de comparaison. Ainsi, la réponse doit dépendre, non-seulement des dimensions de la surface, mais encore du terme de comparaison. Si ce terme de comparaison est le pied quarré, & si vous demandez la surface d'un rectangle, je dois vous dire combien ce rectangle contient de pieds quarrés. J'affirmerai donc que, si vous multipliez le nombre entier ou fractionnaire des pieds linéaires de la base par le nombre des pieds de la hauteur, le nombre produit exprimera combien ce rectangle contient de pieds quarrés, & il n'y a besoin, pour cela, ni de la méthode des *indivisibles*, ni même de celle d'exhaustion. Il en est ainsi de toutes les figures rectilignes. Je dois remarquer de plus que, quand les géomètres disent qu'un rectangle, ou plus généralement une surface quelconque, est égal au produit de deux lignes, il ne faut entendre ces termes que dans le sens précédent. C'est à quoi les partisans des *indivisibles* n'ont pas fait assez d'attention.

Nous ne saurions mieux terminer cet article que par ces mots de Neuton, que l'on ne soupçonnera pas d'avoir parlé sur cette matière d'une manière inconsidérée *contractiores*, dit-il, *redduntur demonstrationes per methodum* indivisibilium; *sed quoniam durior* indivisibilium *hypothesis*, & *propterea methodus illa minus geometrica censetur, malui*, &c. *Voyez la sect. prem. du prem. liv. des Princ.* de M. Neuton, *au schol. du lem. xj.*

Au reste, Cavalleri est le premier qui ait introduit cette méthode dans un de ses ouvrages, intitulé : *Geometria indivisibilium*, imprimé en 1635. Torricelli l'adopta dans quelques-uns de ses ouvrages, qui parurent en 1644; & Cavalleri lui-même en fit un nouvel usage dans un Traité publié en 1647, & aujourd'hui même un assez grand nombre de mathématiciens conviennent qu'elle est d'un excellent usage pour abréger les recherches & les démonstrations mathématiques. *V.* GÉOMÉTRIE. (*E*)

INDUCTION, (*terme de Mathématiques.*) La signification de ce terme s'entendra très-bien par un exemple. On a $(a+b)^m = a^m + m a^{m-1} b + \frac{m(m-1)}{1\cdot 2} a^{m-2} b^2 + \frac{m(m-1 \quad m-2)}{1\cdot 2\cdot 3} a^{m-3} b^3 +$, &c. *Voyez* BINOME. Celui qui, sans connoître la manière exacte & générale de démontrer cette formule, la concluroit pour l'avoir vérifiée dans les cas de $m=1$; $m=2$; $m=3$, &c. jugeroit par *induction*. Il ne faut donc se servir de cette méthode qu'à défaut de plus exacte, encore, dans ce cas, ne faut-il l'employer qu'avec beaucoup de circonspection; car quelquefois on arriveroit à des conclusions fausses.

INEGALITÉ, s. f. terme fort en usage dans l'*Astronomie*, pour désigner toutes les irrégularités qu'on observe dans le mouvement des planètes. Première inégalité, seconde inégalité. *V.* LUNE, PLANETE, ÉQUATION.

Inégalité optique, celle qui ne dépend que de la distance; on la nomme ainsi pour la distinguer de l'*inégalité* réelle.

INFINI, (*Géom.*) *Géométrie de l'infini*, est proprement la nouvelle Géométrie des infiniment petits, contenant les règles du calcul différentiel & intégral. M. de Fontenelle a donné au public, en 1727, un ouvrage, intitulé : *Elémens de la Géométrie de l'infini*. L'auteur s'y propose de don-

rer la métaphysique de cette géométrie, & de déduire de cette métaphysique, sans employer presqu'aucun calcul, la plupart des propriétés des courbes. Quelques géometres ont écrit contre les principes de cet ouvrage; *voyez le second volume du Traité des Fluxions* de M. Maclaurin. Cet ouvrage attaque, dans une note, le principe fondamental de l'ouvrage de M. de Fontenelle; *voyez aussi la Préface de la traduction de la Méthode des Fluxions* de Neuton, par M. de Buffon.

M. de Fontenelle paroît avoir cru que le calcul différentiel supposoit nécessairement des quantités infiniment grandes actuelles, & des quantités infiniment petites. Persuadé de ce principe, il a cru devoir établir, à la tête de son livre, qu'on pouvoit toujours supposer la grandeur augmentée ou diminuée réellement à l'*infini*, & cette proposition est le fondement de tout l'ouvrage; c'est elle que M. Maclaurin a cru devoir attaquer dans le traité dont nous avons parlé plus haut : voici le raisonnement de M. de Fontenelle, & ce qu'il nous semble qu'on y peut opposer. « La grandeur étant » susceptible d'augmentation sans fin, il s'ensuit, » dit-il, qu'on peut la supposer réellement augmen- » tée sans fin; car il est impossible que la gran- » deur susceptible d'augmentation sans fin soit » dans le même cas que si elle n'en étoit pas » susceptible sans fin. Or, si elle n'en étoit pas » susceptible sans fin, elle demeureroit toujours » finie; donc la propriété essentielle qui distingue » la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, » de la grandeur qui n'en est pas susceptible sans » fin, c'est que cette derniere demeure toujours » finie, & ne peut jamais être supposée que finie; » donc la premiere de ces deux especes de gran- » deurs peut être supposée actuellement *infinie*. » La réponse à cet argument, est qu'une grandeur qui n'est pas susceptible d'augmentation sans fin, non-seulement demeure toujours finie, mais ne sauroit jamais passer une certaine grandeur finie; au lieu que la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, demeure toujours finie, mais peut être augmentée jusqu'à surpasser telle grandeur finie que l'on veut. Ce n'est donc point la possibilité de devenir *infinie*, mais la possibilité de surpasser telle grandeur finie que l'on veut (en demeurant cependant toujours finie), qui distingue la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, d'avec la grandeur qui n'en est pas susceptible. Si l'on réduisoit le raisonnement de M. de Fontenelle en syllogisme, on verroit que l'expression : *n'est pas dans le même cas*, qui en feroit le *moyen terme*, est une expression vague, qui présente plusieurs sens différens, & qu'ainsi ce syllogisme peche contre la regle, qui veut que le moyen terme soit *un*. *Voyez l'article* DIFFÉRENTIEL, où l'on prouve que le calcul différentiel, ou la géométrie nouvelle, ne suppose point à la rigueur & véritablement de grandeurs qui soient actuellement *infinies* ou infiniment petites.

La quantité *infinie* est proprement celle qui est plus grande que toute grandeur assignable; &, comme il n'existe pas de telle quantité dans la nature, il s'ensuit que la quantité *infinie* n'est proprement que dans notre esprit, & n'existe dans notre esprit que par une espece d'abstraction, dans laquelle nous écartons l'idée de bornes. L'idée que nous avons de l'*infini* est donc absolument *négative*, & provient de l'idée du fini, & le mot même négatif d'*infini* le prouve. *Voyez* FINI. Il y a cette différence entre *infini* & *indéfini*, que, dans l'idée d'infini, on fait abstraction de toutes bornes, & que, dans celle d'*indéfini*, on fait abstraction de telle ou telle borne en particulier. Ligne *infinie* est celle qu'on suppose n'avoir point de bornes; ligne *indéfinie* est celle qu'on suppose se terminer où l'on voudra, sans que sa longueur, ni par conséquent ses bornes soient fixées.

On admet en Géométrie, du moins par la maniere de s'exprimer, des quantités *infinies* du second, du troisieme, du quatrieme ordre; par exemple, on dit que, dans l'équation d'une parabole, $y = \frac{x^2}{a}$; si on prend x *infinie*, y sera *infinie* du second ordre, c'est-à-dire, aussi *infinie* par rapport à l'*infinie* x, que x l'est elle-même par rapport à a. Cette maniere de s'exprimer n'est pas fort claire; car, si x est *infinie*, comment concevoir que y est infiniment plus grande? voici la réponse. L'équation $y = \frac{x^2}{a}$ représente celle-ci, $\frac{y}{x} = \frac{x}{a}$, qui fait voir que le rapport de y à x va toujours en augmentant à mesure que x croît, en sorte que l'on peut prendre x si grand, que le rapport de y à x soit plus grand qu'aucune quantité donnée : voilà tout ce qu'on veut dire, quand on dit que x étant *infini* du premier ordre, y l'est du second. Cet exemple simple suffira pour faire entendre les autres. *V.* INFINIMENT PETIT.

Arithmétique des infinis, est le nom donné par M. Wallis à la méthode de sommer les suites qui ont un nombre *infini* de termes. *Voy.* SUITE *ou* SÉRIE & GÉOMÉTRIE. (*O*)

INFINIMENT PETIT, (*Géom.*) On appelle ainsi, en Géométrie, les quantités qu'on regarde comme plus petites que toute grandeur assignable. Nous avons assez expliqué, au *mot* DIFFÉRENTIEL, ce que c'est que ces prétendues quantités, & nous avons prouvé qu'elles n'existent réellement ni dans la nature, ni dans les suppositions des géometres. Il nous reste à dire un mot des *infiniment petits* de différens ordres, & à expliquer ce qu'on doit entendre par-là. Prenons l'équation même $y = \frac{x^2}{x}$, que nous avons déjà considéré au *mot* INFINI; on dit ordinairement, en géométrie, que, quand x est *infiniment petit*, y est *infiniment peti*

Infiniment petit du second ordre, c'est-à-dire, aussi *infiniment petit* par rapport à x, que x l'est par rapport à a; l'explication de cette manière de parler est la même que nous avons déjà donnée au mot INFINI : elle signifie que plus on prendra x petit, plus le rapport de y à x sera petit, en sorte qu'on peut toujours les rendre moindre qu'aucune quantité donnée. *Voyez* LIMITE, *&c.* (*O*)

INFLEXION, s. f. *en Optique*, est la même propriété des rayons de lumière, qu'on appelle autrement & plus communément *diffraction*. *Voyez* DIFFRACTION.

Point d'inflexion d'une courbe, en *terme de Géométrie*, est le point où une courbe commence à se courber, ou à se replier dans un sens contraire à celui dans lequel elle se courboit d'abord; c'est-à-dire, ou de concave qu'elle étoit vers son axe, elle devient convexe, ou réciproquement.

Si une ligne courbe, telle que *A F K* (*pl. de Géom. fig.* 100), est en partie concave & en partie convexe vers quelque ligne droite que ce soit, comme *A B* : le point *F*, qui sépare la partie concave de la partie convexe, est appellé le *point d'inflexion*, lorsque la courbe, étant continuée au-delà de *F*, suit la même route; mais, lorsqu'elle revient vers l'endroit d'où elle est partie, il est appellé *point de rebroussement*. *V.* REBROUSSEMENT. (*O*)

INFLEXION, (*Astron.*) C'est le nom que les astronomes donnent à un phénomène qui paroît constaté depuis quelques années; savoir, le changement de direction des rayons de lumière qui rasent le bord de la lune. Les rayons se rompent dans l'atmosphère de la terre, & cette réfraction est d'environ 32 minutes; si la lune a une atmosphère, & que les rayons y soient rompus, cette réfraction doit produire un effet sur les éclipses; & pour peu qu'elle soit sensible, elle doit en changer la durée.

L'*inflexion* des rayons qui rasent les bords de la lune, paroît indiquée par les observations de l'éclipse de 1764, que M. du Séjour a discutées dans plusieurs savans Mémoires, *Acad. des Scienc.* 1767, 1775 : il la trouve d'environ 3 secondes & demie, & il l'attribue à une petite réfraction de l'atmosphère de la lune. Ayant comparé d'abord les distances des cornes de l'éclipse de soleil à divers instans, que Short avoit observées à Londres, il vit qu'on ne pouvoit les concilier. La réfraction dans l'atmosphère de la lune, & les causes physiques d'*inflexion* dont la Hire, M. Euler & M. le Monnier, *&c.* avoient parlé, lui firent naître l'idée de calculer les mêmes phases avec une formule, dans laquelle entroit une supposition d'une *inflexion*, dont la valeur pouvoit se déterminer ensuite, en comparant la formule avec les observations; & il trouva qu'il falloit, pour concilier toutes ces observations, faire l'*inflexion* d'environ $3\frac{1}{2}$ secondes. C'est à-peu-près le même effet, quant au commencement & à la fin des éclipses, que si l'on diminuoit de 7" le diamètre de la lune. Mais il y a des cas où l'effet est différent de celui d'une diminution dans le diamètre de la lune. *Mém. de l'Ac.* 1775, *p.* 356. (*D. L.*)

INFLUENCE *des astres*; on n'y croit plus aujourd'hui, si ce n'est tout au plus à l'*influence* de la lune sur les saisons & sur les variations de l'atmosphère. *Connoissance des tems de* 1765, *p.* 161. M. Toaldo, *Saros Météorologique*. *V.* LUNE. (*D. L.*)

INFORMES, (*Astron.*) nom que les astronomes ont donné assez mal-à-propos aux étoiles *sparsiles*, *sporades*, ou dispersées, qui n'entrent point dans la forme des grandes constellations. Plusieurs de ces étoiles étoient aussi brillantes que les autres; mais, étant trop éloignées de celles qui faisoient la masse des constellations, elles ne pouvoient s'y rapporter facilement sans rendre les figures difformes : on aima mieux laisser ces étoiles, sans dénominations, sous le nom d'*informes*. Celles des anciens catalogues ont été employées, pour la plupart, à former des constellations nouvelles; mais, celles-ci n'ayant pu remplir tous les interstices, il est encore resté des étoiles *informes*. Telles sont celles du quadrilatère, situé au-dessus des poissons, dont les astronomes font souvent usage, parce qu'elles sont fort près de l'écliptique. (*D. L.*)

INS

INSCRIT, adj. on dit, *en Géométrie*, qu'une figure est *inscrite* dans une autre, quand tous les angles de la figure *inscrite* touchent la circonférence de l'autre. *V.* CIRCONSCRITE.

Hyperbole *inscrite* est celle qui est entièrement renfermée dans l'angle de ses asymptotes, comme l'hyperbole ordinaire. *V.* HYPERBOLE *&* COURBE. *Chambers.* (*E*)

INSTRUMENT *balistique*, (*Méch. Artill.*) C'est ainsi que M. Daniel Bernoulli a nommé une petite machine de son invention, très-propre à exercer ceux qui se vouent au service de l'artillerie, & dont je lui ai vu faire un emploi si avantageux dans un petit cours expérimental sur le jet des bombes, que j'ai lieu de croire qu'on en verra avec plaisir ici une description, avec quelques remarques, tant de pratique que de théorie, propres à en faciliter l'usage.

A B & *C D* (*fig* 1, *pl. II de Méchanique*), sont deux planches de bois, dont les dimensions se proportionnent à la force de la machine. Sur la pièce *A B* est couché, dans une coulisse, un tube de cuivre qui doit être bien poli en dedans & d'un calibre parfaitement égal. Il est attaché à la planche par deux bandes de cuivre en deux endroits *o*, *o*. On introduit, dans cette espèce de canon ou de mortier, un fil d'acier, tourné en spirale; il formera un ressort propre à lui donner une charge plus ou moins grande : on bande ce ressort par le moyen d'un poids accroché à un fil

de fer ou de laiton, qui va de l'extrêmité *I* jusqu'en *A*, où il est vissé dans une petite pièce de bois ou de cuivre faite en forme de tampon, sur laquelle on met une balle. A la planche *CD*, qui tient à l'autre par une charnière, est fixé en *F* un quart de cercle de cuivre divisé en degrés, & qu'on arrête avec une vis *H*, à telle inclinaison qu'on veut donner au canon. Cette pièce *CD* doit être posée verticalement, & attachée à une table ou un établi bien solide, en différens endroits, comme *m*, *m*, &c. pour éviter un ébranlement dans le tems qu'on fait partir le coup. Tout le méchanisme, au reste, de cette décharge, consiste à couper promptement le fil par lequel on suspend le poids au fil d'archal en *I*; mais voici à présent plusieurs autres remarques qu'il est bon de ne pas perdre de vue.

Le calibre du canon le plus convenable, est de 4 jusqu'à 6 lignes; on perdroit plus qu'on ne gagneroit en le faisant plus grand, & on auroit peine à se procurer un ressort tel qu'il le faudroit: le tube dont mon oncle se servoit, & qui étoit de verre, n'avoit qu'entre 3 & 3½ lignes de diamètre; & en bandant le ressort avec une livre, nous jettions une balle de plomb à 10 piés sous un angle de 45°.

L'*instrument* doit être d'une solidité proportionnée aux poids dont on peut charger le ressort jusqu'à sa plus forte compression. Les planches auront donc environ 1 pouce d'épaisseur & 2 de largeur. Comme la charnière sur-tout, qui joint les deux planches l'une à l'autre, souffre beaucoup, tant de la pression de la vis *H* (cette pression devant vaincre tout le poids *P*), que des ébranlemens de la machine quand on coupe le fil, on fera bien de faire appuyer la vis sur un ressort plat, & de faire passer le fil sur une poulie détachée de la machine. Il est fort essentiel que le ressort se lâche avec la plus grande promptitude; il faut couper le fil adroitement, soit avec des ciseaux bien tranchans, soit en le brûlant avec un fer rougi au feu. Il faut tâcher d'éviter les frottemens, tant en graissant d'huile l'intérieur du canon, qu'en obtenant que la poulie tourne librement sur son axe. On fera bien, avant l'observation, de donner de petits coups de doigt au tuyau pour obtenir le vrai point d'équilibre, & même de prendre le poids avec la main pour le mettre tantôt un peu au-dessus, & tantôt au-dessous du point cherché; enfin il est bon de pincer le fil avec les doigts à l'endroit où on veut le couper, & de prendre cet endroit assez près du poids. Il y a encore quelques autres frottemens qu'il faut chercher à éviter; il importe, par exemple, que la direction du fil, sur la poulie, soit exactement dans une même ligne avec l'axe de la petite ouverture par laquelle passe par le fil d'archal. Il faut faire attention que la base soit bien ronde, & qu'elle coule librement dans le tuyau. On ne fera pas mal de donner au tampon, sur lequel la balle repose, un petit rebord d'environ 3 lignes de hauteur, mais en ménageant au reste la matière autant que sa destination le permet. Quant à la longueur du canon, elle n'est pas non plus indifférente; pour éviter plusieurs petites corrections à faire dans le calcul des expériences, si on lui donnoit plus de longueur qu'il n'en faut, on se contentera de faire cette longueur égale à celle du ressort dans l'état naturel, augmentée du diamètre de la balle. Je ferai remarquer enfin que l'espace *IK* doit être exactement divisé en pouces & lignes, ou en d'autres parties égales, pour qu'on puisse toujours mesurer les raccourcissemens du ressort.

Venons à la théorie de l'*instrument* dont il s'agit. On s'appercevra facilement que le rapport, entre les forces du ressort & ses raccourcissemens, est un des principaux élémens de cette théorie; & voici une expérience fondamentale qui déterminera ce rapport: qu'on dresse le canon verticalement; qu'on observe avec exactitude le point de la planche auquel répond l'extrêmité du fil d'archal, & qu'on examine toujours de combien le point *I* descend quand on attache successivement au fil les poids *p*, 2*p*, 3*p*, 4*p*, &c. en commençant par un poids peu considérable, qui ait seulement la force de raccourcir très-peu le ressort. On connoîtra, de cette manière, le rapport qu'on cherchoit; mais, quant à la charge du canon, autre élément important, ce ne sont pas ces poids sans doute qui l'expriment; on le trouvera au moyen du théorême suivant:

Soient p, 2 p, 3 p, 4 p, *&c. les poids qu'on pend au ressort; que* p *fasse descendre le point I de la quantité* a, *& qu'ensuite l'espace que le point* I *parcourt à chaque augmentation du poids, ou bien que chaque nouveau raccourcissement du ressort soit indiqué respectivement par* b, c, d, *&c. la charge sera exprimée par* $p.a, + 2p.b + 3p.c + 4p.d +$, *&c. en continuant jusqu'au point pour lequel on veut savoir la charge.* Moyennant ce théorême, les principales questions de la théorie de l'*instrument balistique* pourront facilement être résolues. Qu'il s'agisse, par exemple, de trouver la montée verticale de la balle pour une charge donnée, soit cette hauteur *S*, la charge $= C$, & la masse de la balle $= m$, on aura $ms = C$; donc $C s = \frac{s}{m}$.

Cela suppose à la vérité qu'il n'y ait point de frottement, ni aucune autre résistance étrangère, & que le ressort soit sans poids, de même que le tampon sur lequel repose la balle: mais voici comment on pourra corriger de beaucoup la hauteur trouvée, pour mettre ensuite, sur le compte des divers frottemens, toute la différence qui se trouvera entre les résultats des expériences & ceux que donnent les formules. D'abord on sait que le ressort a autant d'inertie qu'en auroit le tiers de son poids mis à l'extrêmité immédiatement devant la balle; en second lieu, le tampon est pareille-

ment une masse qui se trouve à la même extrêmité du ressort; si l'on nomme donc ϖ le poids du tampon, & φ celui du ressort, la hauteur s devra être multipliée par $\frac{m}{m+\varpi+\frac{1}{3}\varphi}$. On pourroit encore considérer aussi la petite augmentation de la charge causée par le poids de la balle; mais, pour s'en épargner la peine, on la compensera en estimant la hauteur de la montée verticale depuis l'extrêmité du ressort libre, au lieu de la prendre depuis celle du ressort bandé.

La même suite, qu'on a vu exprimer la charge, sert à doubler, tripler, *&c.* la charge; car ayant sommé, par exemple, les quatre premiers termes de la suite pour déterminer la charge simple, pour le poids $4\,p$, il suffira d'ajouter autant de termes suivans qu'il en faut, jusqu'à ce que l'on trouve une somme double ou triple de la première.

Ces principes suffisent pour qu'on soit en état d'approfondir l'exactitude de l'*instrument* balistique, & de se guider dans le calcul des expériences qui doivent en déterminer le degré; j'ajouterai seulement que plusieurs expériences que j'ai faites, m'ont appris qu'on peut supposer aussi les raccourcissemens proportionnnels aux poids suspendus; au moyen de quoi, si le raccourcissement entier pour un certain poids P est $=a$, on trouve la hauteur du jet vertical exprimée simplement par $\frac{Pa}{2m}$. Quant aux expériences mêmes qu'il s'agira de faire pour apprendre à connoître l'*instrument*, & pour montrer l'application dans les cours sur le jet des bombes, on sent bien qu'on peut les varier extrêmement. J'indiquerai donc seulement les principales : lorsqu'on aura observé quels sont les raccourcissemens à mesure qu'on augmente le poids qui tend le ressort, en allant, par exemple, depuis $\frac{1}{4}$ de ℔, $\frac{2}{4}$ de ℔, *&c.* jusqu'à 20 ou 24 quarts de livre, on en formera une table, dans laquelle on fera entrer aussi une colonne pour les produits des poids multipliés, avec les différences des raccourcissemens qui répondent à ces poids, & une autre colonne qui indique les charges ou les sommes des termes de la colonne précédente. Après cela, on pourra commencer par une suite des jets verticaux, en mettant une perche graduée à côté du canon, & voir si, en doublant, triplant, *&c.* la charge, la hauteur devient double, triple, *&c.* de ce qu'elle est avec le poids qu'on aura employé pour la charge simple prise pour base. Ces exercices demanderont qu'on calcule d'avance, de la manière que je l'ai dit, les poids qui sont requis pour doubler, tripler, *&c.* la charge. Il sera bon aussi de voir si les montées observées répondent par elles-mêmes à celles que donnent, tant la théorie pure que la théorie corrigée par la formule $\frac{m}{m+\varpi+\frac{1}{3}\varphi}$. Pour cet effet, il faudra calculer les hauteurs auxquelles les différens poids employés auront dû faire monter la balle. Si on veut ensuite passer aux jets obliques, on pourra commencer par examiner si, sous un angle de 45°, les amplitudes sont doubles des hauteurs observées précédemment. Il est à remarquer sur-tout, que des expériences faites avec une balle d'ivoire ou de bois, serviront, à cause de la légèreté de ces balles, à éclaircir quelques points essentiels touchant l'art de bien servir l'artillerie. Mais, pour ne pas rendre cet article trop long, je vais le finir, en expliquant encore l'usage d'une pièce fort utile, quand on veut appliquer l'*instrument* aux jets des boulets de canon ou des balles de mousquet, qu'on considère comme presque rectilignes : je la nommerai *la mire*; elle est représentée par la *fig. 2*; AB est un petit cylindre de cuivre qui traverse la planche AB (*fig. 1*) en n; CB & AD sont deux montans du même métal, garnis chacun au bas d'un cylindre de plomb p, & tournant librement autour de la traverse AB, afin que la mire prenne une situation verticale, quelque inclinaison que l'on donne au canon; CD est une autre traverse, dans laquelle se meut une lame de cuivre EF, divisée en parties égales; on peut la monter & la baisser, & l'arrêter à telle hauteur qu'il convient par une vis O: le centre de la partie ronde qui la termine, est percée d'un petit trou par lequel on vise : la hauteur de cette lame peut être d'environ 4 pouces.

Pour expliquer l'usage de ces *instrumens*, on supposera les règles de la théorie exactement observées. Un corps jetté avec force aura toujours un mouvement composé, l'un uniforme dans la direction du canon, en ligne droite, l'autre uniformément accéléré & vertical. De ce double mouvement, résulte l'arc parabolique, qui ne diffère pas beaucoup de la ligne droite, si le corps est jetté avec force, & si on ne prend que des distances médiocres. Cela posé, on considérera d'abord le ressort que le canon renferme, comme tendu dans toutes les expériences avec la même force. Il sera bon de commencer les essais par des jets horizontaux. Supposons le petit canon couché horizontalement à la hauteur c, depuis le plancher ou quelque autre plan, & que cette hauteur soit de 6 pouces, on fait partir le coup, & un autre observe l'endroit du plan où la balle sera tombée. Si la distance a, entre cet endroit & la bouche du canon, est $\lambda = 6$ piés, la balle aura décrit, par un mouvement uniforme horizontal, un espace de 6 piés, dans le même tems que, par sa pesanteur, elle sera tombée de la hauteur de 6 pouces. Ce tems sera égal à-peu-près à $\frac{2}{11}$ seconde, & la balle sera partie avec une vitesse à faire 33 piés dans une seconde de tems. Le principal est de savoir, par cette expérience réitérée, que la distance horizontale est douze fois plus grande que le baissement; & il faudra donc,

pour pointer exactement la machine balistique; hausser la mire de la douzième partie de la distance, qui est entre le petit trou de la mire & une visée qu'on appliquera au bout du canon. La mire, ainsi placée, servira pour toutes les distances de 6 piés, à quelque hauteur ou profondeur que se trouve le but, parce que, se tenant toujours verticalement par le moyen des contre-poids *p*, & parallèlement au mouvement vertical accéléré de la balle, il y aura toujours deux triangles semblables; la balle baissera toujours de 6 pouces: c'est ici un des grands avantages de la machine balistique; &, suivant ces règles, nous avons souvent réussi à donner contre une balle suspendue en l'air, à une distance donnée depuis la bouche du canon, pourvu que cette distance ne fût que d'un petit nombre de piés. Mais il reste à faire voir où il faudra placer la mire, lorsque la distance du but *x* n'est pas précisément de 6 piés.

Soit donc *nx* une autre distance quelconque, il est clair (par la théorie de la chûte des corps qui tombent) que la balle baissera dans sa route de la quantité *nn*6, parce que les tems sont ici comme 1 : *n*; donc le baissement de la balle sera à la route directe, ou à-peu-près à la distance du but, comme *nn*6 à *nx*, ou comme *n*6 à *x*; d'où il suit que les haussemens du vrai point de la mire sont en raison des distances du but. Soit, par exemple, la distance entre la mire & la visée de 8 pouces, le haussement de la mire sera de 8 lignes, lorsque le but est éloigné de 6 piés; mais, si cette distance n'étoit que de 3 piés, il ne faudroit plus hausser la mire que de 4 lignes. (*J. B.*)

INSTRUMENS *d'Astronomie*, sont les lunettes, cercles, ou machines de toute espèce, dont les astronomes se servent pour observer les astres, & mesurer leurs mouvemens. On en trouvera la description, dans ce livre, au mots *Anneau astronomique*, *Arbalête*, *Armilles*, *Astrolabe*, *Equatorial*, *Gnomon*, *Héliomètre*, *Lunette*, *Lunette méridienne ou Instrument des Passages*, *Lunette parallatique*, *Méridienne*, *Micromètre*, *Mural*, *Pendule*, *Planétaire*, *Quart-de-cercle*, *Quartier de reflexion*, *Réticule*, *Secteur*, *Sphère*, *Télescope*.

Nous décrirons l'*instrument* des passages au *mot* LUNETTE MÉRIDIENNE, & l'*instrument* de Hadley, au *mot* QUARTIER DE RÉFLEXION.

La seule chose que nous ayons à traiter dans cet article général, est la division des *instrumens* d'astronomie. Une des plus grandes difficultés est de pouvoir distinguer sur un quart-de-cercle, non-seulement les degrés & les minutes, mais encore les secondes. On a imaginé, pour ces subdivisions, deux sortes de méthodes que nous allons expliquer; savoir, les *Transversales* & le *Vernier*.

La division par transversales droites est fort ancienne; elle tire son origine de l'échelle géométrique dont on ignore l'auteur. Tycho-Brahé nous apprend qu'avant lui on s'en servoit pour diviser les flèches ou arbalêtes. Thomas Digges, *Alæ seu scalæ Mathem.* 1573, l'attribue à un nommé *Cantzler*. Tycho, qui en parla, pour la première fois, dans son *Traité sur la comète de* 1577, dit qu'il la tenoit d'un habile professeur de Léipsick, nommé *Homelius*, qui l'employoit dans son échelle géométrique. Tycho s'en servit dans presque tous ses *instrumens*; mais, en 1572, il ne l'avoit pas encore employée.

Quant aux transversales circulaires, Hevelius attribuoit cette invention à Benoît Hedræus, auteur suédois, qui la donna, en 1643, dans un livre, intitulé: *Nova & accurata Astrolabii geometrici structura*, imprimé à Leyde; mais Morin, dans son livre, intitulé: *Longitudinum cœlestium atque terrestrium scientia*, imprimé dès 1634, l'avoit attribuée à Jean Ferrier, artiste industrieux. On ne sait pas si c'est le même dont parle Clavius dans la préface d'un petit *Traité* qui est à la fin des huit livres de sa *Gnomonique*. Celui-ci étoit espagnol, & avoit imaginé une méthode nouvelle & très-ingénieuse pour tracer les cadrans solaires.

Quoi qu'il en soit la méthode des transversales s'emploie encore dans quelques muraux & dans les quarts-de-cercle mobiles, lorsqu'on n'a ni alidade ni micromètre. Soit *ALDE* (*planches d'Astr. fig.* 173,) une portion du limbe d'un quart-de-cercle; *AL*, une portion du rayon, ou de l'alidade qui porte la lunette du mural; *LB* ou *AC*, un arc de 5 minutes, qu'il s'agit de diviser de 10 en 10 secondes, c'est-à-dire, en 30 parties; on voit assez qu'en divisant la diagonale ou transversale *AB* en 30 parties, à commencer du point *A*, l'alidade *AL* tombera sur la première division, lorsque le point *L* aura parcouru la 30ᵉ partie de l'arc *LB* ou 10″, & ainsi des autres portions de l'arc qu'il s'agit de diviser.

Ce que nous disons de l'alidade *AL*, se doit dire du fil à-plomb dans un quart-de-cercle mobile: ce fil tombe d'abord sur 4° 0′, c'est-à-dire, sur les points *A* & *L*, en supposant le quart-de-cercle dirigé à 4° de hauteur; il coupera la transversale *AB* sur le milieu *H* de sa hauteur, quand le fil à-plomb *AL* sera sur le milieu de l'arc *LB* ou *AC*. C'est ainsi qu'on substitue des divisions d'une ligne *AB*, qui a 2 pouces de long, à celles d'une petite ligne *LB*, qui, à cause de son extrême petitesse, ne pourroit se diviser facilement.

La hauteur *AB* devant être divisée en parties égales, aussi-bien que tous les rayons, tels que *ED*, &c. on se sert, dans les quarts-de-cercles mobiles, de plusieurs cercles concentriques & parallèles à *CE* & à *BD*; mais, dans un mural, il est bien plus commode de ne diviser que la seule alidade *AL*, comme on le voit dans la *figure*: elle peut être divisée, sur sa hauteur, en

30 parties; ce qui est très-facile, en lui donnant 15 à 20 lignes de hauteur, ainsi qu'au limbe du quart-de-cercle. Les transversales *A B* de l'*instrument* étant tirées de 5 en 5', l'alidade *A L*, en parcourant l'espace *B L* de 5 minutes, rencontrera la transversale *B A* successivement dans les points 1, 2, 3, 4; lorsqu'elle sera au point 1, elle aura fait une minute ou un cinquième de l'espace qu'il y a de *L* en *B*, & ainsi des autres minutes. On voit même que chaque intervalle d'une minute étant divisé en 6 parties égales sur l'alidade, on pourra appercevoir si l'alidade *A L*, au lieu de rencontrer la transversale *A B* au point 1, ne la rencontre qu'à un sixième de l'intervalle qu'il y a depuis *A* jusqu'en 1, c'est-à-dire, si elle est à $\frac{1}{30}$ de l'intervalle qu'il y a de *A* en *C*.

Les transversales *A B*, à la rigueur, ne doivent pas être divisées en parties égales, parce que *A C* est plus petit que *B L*, étant une partie d'un cercle de moindre rayon. Cette inégalité est sensible dans la pratique; car, si le point *H* de la ligne *A B* est celui qui répond à la moitié de *L B*, la partie *A H* doit être plus petite que *H B* d'une quantité égale, seulement à la moitié de *A B* multipliée par $\frac{LB - AC}{LB + AC}$; ce qui seroit aisé à démontrer.

La division, qui est aujourd'hui la plus employée, est appellée, dans plusieurs auteurs, *division de Nonius*, quoique Nonius n'en soit pas l'auteur; il en avoit imaginé une autre qui eut beaucoup de célébrité, & qui a semblé être l'origine de celle que nous avons aujourd'hui. Elle consistoit à diviser plusieurs cercles concentriques, l'un en 90°, l'autre en 91, & ainsi de suite. *Voyez* son Traité *de Crepusculis*, imprimé en 1542, & la *Géometrie* de Clavius. L'auteur de notre division, dans son état actuel, est Pierre VERNIER, châtelain de Dornans en Franche-Comté, qui la publia dans un petit ouvrage imprimé à Bruxelles en 1631, intitulé: *la Construction, l'usage & les propriétés du cadran nouveau*. Voyez une *dissertation* du P. Pézenas, qui renferme beaucoup de choses curieuses sur les *instrumens* de mathématiques, *Mémoires rédigés à l'observatoire de Marseille*, année 1655, seconde partie, & les *notes* de Benjamin Robins, sur l'*Optique de Smith*. Je crois donc qu'il est juste de rétablir le véritable auteur dans ses droits, & d'appeller *Vernier* au lieu de *Nonius*, la pièce qui forme la division dont il s'agit; c'est ce que font les astronomes depuis quelque tems. Pour entendre le principe du *vernier*, il faut considérer que, si l'on prend une ligne *a f* (*pl. d'Astron. fig.* 199), divisée en cinq parties aux points *b*, *c*, *d*, *e*, & qu'on place au-dessous une ligne égale *α ε*, divisée en 4 parties seulement aux points *β*, *γ*, *δ*; le point *δ* sera à gauche du point *e* d'un quart de l'intervalle *e f*; le point *γ* sera à gauche du point *d* de deux quarts; le point *β* à gauche du point *c* de trois quarts du même intervalle *e f*; ainsi, en faisant avancer vers la droite la ligne inférieure *α ε* d'un quart de l'intervalle, on fera coïncider les divisions *e*, *δ*, & ainsi des autres.

Le vernier est une pièce de cuivre *E F*, *fig.* 159 (c'est la petite portion *k k* de la *fig.* 188, détachée de la lunette, & représentée séparément & en grand). On voit que la longueur entière *p q* du vernier est divisée en 10 parties égales; mais elle est placée sous une portion du limbe du quart-de-cercle, qui contient 11 divisions, c'est-à-dire, qu'on a pris la longueur de 11 divisions du quart-de-cercle, & qu'on a divisé cette longueur en 10 parties seulement. Ainsi, la première division du vernier, après le zéro, laquelle est marquée *m*, est un peu en arrière ou à droite de la première division *n* du limbe, & cela de la 10e partie d'une des divisions de 5 minutes du limbe; ce qui fait 30". La seconde division du vernier est à gauche de la seconde division du limbe, & cela du double de la première différence, ou d'une minute, & ainsi de suite, jusqu'à la 10e & dernière division *p* du vernier, où les dix différences qui font chacune de la 10e partie d'une division du limbe, font une division entière; ainsi, ce point *p* du vernier se trouve exactement d'accord avec la 11e division du limbe du quart-de-cercle.

Il faudra donc pousser l'alidade d'une 10e partie de division ou de 30" à droite, pour faire concourir la première division du vernier avec une des divisions du limbe; de même, en la poussant de deux 10es ou de 1 minute, il faudra regarder la seconde division de l'alidade, & ce sera celle qui concourra avec une division du limbe. Ainsi, l'on jugera que le commencement *q* du vernier, qui est toujours l'index ou la ligne de foi, a avancé de deux divisions ou d'une minute à droite, quand on verra que c'est la seconde division, marquée 1 sur le vernier, qui correspond exactement à une des lignes du quart-de-cercle.

Par le moyen d'un vernier fait avec soin, l'on distingue aisément un 100e de ligne; & sur le limbe du quart-de-cercle de trois piés, divisé de 5 en 5', l'on voit aisément 15"; l'on estime ensuite, à la vue, jusqu'à 2 ou 3". J'ai vu un *instrument* de 18 lignes de rayon, où l'on distinguoit les minutes. Cette méthode est aujourd'hui généralement adoptée comme la plus parfaite de toutes, & on l'emploie en angleterre, même pour les quarts-de-cercles mobiles, à la place du micromètre dont on se sert en france pour subdiviser les intervalles du limbe.

M. Bailly (*Hist. de l'Astron.*) regarde la division de Vernier comme étant celle de Nonius perfectionnée. Je ne suis pas de son avis; c'étoit une idée très-neuve que celle de mettre un seul petit arc à la place de 20 grandes circonférences, & une seule petite division à la place de plusieurs centaines de divisions; enfin l'idée de mettre cette division sur l'alidade mobile, est une découverte

précieuse, à laquelle personne que Vernier ne doit avoir de prétention ; & ce qui le prouve encore plus, c'est que l'idée de la division mise sur l'alidade, a un mérite indépendant de celui des nombres de Nonius, puisque M. Megnié, habile artiste, croit qu'il vaut encore mieux les abandonner, & se contenter d'un grand nombre de parties égales & aliquotes de celles du limbe, mises sur l'alidade; en sorte que ce qu'il a emprunté de Vernier n'a plus aucun rapport avec les nombres de Nonius, & il ne laisse pas de conserver à Vernier la gloire de la première idée, en appellant comme nous cette petite division un VERNIER. M. Megnié n'a besoin que d'une seule division du limbe, par exemple, de 5′ : il la partage sur son vernier en 50 parties égales, par le moyen d'une machine à diviser. Quant à la méthode pratique pour bien diviser les *instrumens* au compas ou à la machine, il faut consulter l'ouvrage du duc de Chaulnes, publié parmi les arts de l'Académie des Sciences, & le *Mémoire* de Bird, publié en anglois par ordre du bureau des longitudes, qui a acheté le secret de sa méthode pour diviser.

M. Ramsden, en angleterre, & M. Megnié, en france, ont fait des machines à diviser, avec lesquelles on est assuré d'avoir une égalité parfaite entre les plus petites parties d'un arc ou d'une ligne droite. J'ai vu des divisions faites par M. Megnié sur du verre avec sa machine, où l'étendue d'une ligne étoit divisée en cent parties actuelles & visibles au microscope. (*D. L.*)

INT

INTÉGRAL, adj. (*Math. transf.*) : le calcul *intégral* est l'inverse du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

Il consiste à trouver la quantité finie dont une quantité infiniment petite proposée est la différentielle; ainsi, supposons qu'on ait trouvé la différentielle de x^m, qui est $m x^{m-1} dx$. Si on proposoit de trouver la quantité dont $m x^{m-1} dx$ est la différentielle; ce seroit un problême de calcul *intégral*.

Les géomètres n'ont rien laissé à desirer sur le calcul différentiel; mais le calcul *intégral* est encore très-imparfait. *V.* DIFFÉRENTIEL.

Le calcul *intégral* répond à ce que les Anglois appellent *méthode inverse des fluxions. Voyez* FLUXIONS.

Le calcul *intégral* a deux parties, l'intégration des quantités différentielles qui n'ont qu'une variable, & l'intégration des différentielles qui renferment plusieurs variables. On n'attend point de nous que nous entrions ici dans aucun détail sur ce sujet, puisque ce ne sera jamais dans un ouvrage tel que celui-ci, que ceux qui voudront s'instruire du calcul *intégral*, en iront chercher les règles. Nous nous contenterons d'indiquer les livres que nous jugeons les meilleurs sur cette matière, dans l'ordre à-peu-près dans lequel il faut les lire.

On commencera par les leçons de M. Jean Bernoulli sur le calcul *intégral*, imprimées, en 1744, à Lausanne, dans le *tome II du Recueil de ses Œuvres*. On continuera ensuite par la seconde partie du *tome II du Traité anglois des fluxions* de M. Maclaurin. Après quoi, on pourra lire la *quadrature des courbes* de M. Newton, & ensuite le *Traité* de M. Cotes, intitulé : *Harmonia mensurarum*, imprimé à Londres en 1716. On trouvera, dans les actes de Léipsick de 1718, 1719, *&c.* & dans le *tom. VI des Mém. de l'Ac. de Péterfbourg*, des Mémoires de MM. Bernoulli & Herman, qui faciliteront beaucoup l'intelligence de ce dernier traité. On peut aussi avoir recours à l'ouvrage de Dom Walmesley, qui a pour titre : *Analyse des rapports*, *&c.* & qui est comme un commentaire de l'ouvrage de M. Cotes. Dans ces ouvrages, on ne pourra guère s'instruire que de la partie du calcul *intégral*, qui enseigne à intégrer ou à réduire à des quadratures les quantités qui ne renferment qu'une seule variable. Tout ce que nous avons sur la seconde partie, c'est-à-dire, sur l'intégration des différentielles à plusieurs variables, ne consiste qu'en des morceaux séparés, dont les principaux se trouvent épars dans le Recueil des Œuvres de M. Bernoulli, & dans les Mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin & de Péterfbourg. M. Fontaine, de l'Académie Royale des Sciences, a composé, sur cette matière, un excellent ouvrage, qui n'est encore que manuscrit, & qui est rempli des recherches les plus belles, les plus neuves & les plus profondes. C'est le témoignage qu'en a porté l'Académie dont il est membre. *Voyez l'Histoire de cette Académie*, 1742.

Au reste, sans avoir recours aux différens écrits dont nous avons fait mention plus haut, on peut s'instruire à fond du calcul *intégral* dans l'ouvrage que M. de Bougainville le jeune a publié, sur cette matière, en deux volumes *in*-4.° Il y a recueilli avec soin tout ce qui étoit épars dans les différens ouvrages dont nous avons parlé; il a expliqué ce qui avoit besoin de l'être, & a réuni le tout en un seul corps d'ouvrage, qui doit faciliter beaucoup l'étude de cette partie importante des Mathématiques. Mademoiselle Agnesi, savante mathématicienne de Milan, avoit aussi déjà recueilli les règles de calcul *intégral* dans un ouvrage italien, intitulé : *Instituzioni analitiche*, &c. mais l'ouvrage de M. de Bougainville est encore plus complet. (*O*)

§. INTÉGRAL (*Calcul*), *Math. transf.* J'ai tâché de rassembler ici, & dans les articles auxquels je renverrai dans le courant de celui-ci, ce

que les géomètres ont fait jusqu'à présent de plus général & de plus important sur cette partie de l'analyse. J'ai indiqué avec soin les sources où l'on trouvera le développement de ce que je ne fais qu'indiquer. J'ai cherché à être à-la-fois clair pour les commençans, & intéressant pour les géomètres consommés. Enfin j'ai voulu traiter cette matière de manière que, si tous les livres, qui en parlent, étoient un jour perdus, & qu'il ne restât que l'*Encyclopédie*, des hommes de génie pussent en peu de tems réparer cette perte, & remettre la sci[illegible] au point où elle est maintenant.

Histoire abrégée du calcul intégral. Neuton & Léibnitz en sont les inventeurs : mais, depuis Archimède jusqu'à eux, on s'étoit occupé de problèmes particuliers que nous résolvons par ce calcul, & qu'on résolvoit alors par des équivalens. Archimède avoit découvert le rapport de la sphère au cylindre, quarré la parabole, trouvé le centre de gravité des espaces paraboliques & circulaires, & donné des valeurs approchées du rapport du diamètre à la circonférence du cercle. Cette partie de l'analyse ne fit aucun progrès, dans dix-huit siècles, entre Archimède & Descartes. Mais ce restaurateur des sciences, ses disciples ou ses contemporains quarrèrent ou rectifièrent quelques autres courbes, déterminèrent des surfaces de solides, & des centres de gravité, soit d'une manière rigoureuse, soit par approximation ; les méthodes de Wallis & de Pascal sont très-générales : ils touchoient à l'invention du *calcul intégral*, comme Barrou touchoit à celle du calcul différentiel. La règle fondamentale pour les puissances simples, la manière d'intégrer par parties pour les quantités composées, se trouvent dans ces deux géomètres. La méthode de Pascal est le passage de l'analyse des anciens aux nouveaux calculs ; & celle de Wallis, le passage de l'analyse de Descartes au calcul *intégral* : aussi l'ouvrage de Pascal, devenu inutile depuis qu'on connoît des méthodes plus simples, sera-t-il toujours précieux comme un monument singulier de la force de l'esprit humain, & comme liant ensemble Archimède & Neuton. Neuton n'employa le calcul *intégral*, proprement dit, que dans son ouvrage sur la quadrature des courbes. *Voyez* QUADRATURE. Et, dans ses *Principes*, il préféra souvent la méthode des anciens à celle qu'il avoit lui-même inventée. Mais Jean Bernoulli employa toujours le calcul *intégral* : il ajouta aux découvertes de Neuton des méthodes particulières pour des cas très-étendus (*Voyez* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, SÉPARATION, SUBSTITUTION), & des principes généraux sur la nature des fonctions différentielles. Alors il ne fut plus question, dans le continent, de l'analyse des anciens. MM. Euler & d'Alembert ont été les disciples de Jean Bernoulli, & sur-tout les héritiers de son génie. Ils ont donné des méthodes plus générales pour des cas plus difficiles, & perfectionné beaucoup la théorie du calcul. M. Fontaine s'est presque uniquement occupé de cet objet ; il a partagé, avec M. Euler, la première découverte des équations de condition (*Voyez* l'article *équations possibles*, au *mot* POSSIBLE) ; éclairci & développé la vraie théorie des constantes arbitraires, & connu le premier le nombre d'équations *intégrales* de chaque ordre que peut avoir une même équation des ordres supérieurs. *Voyez*, ci-dessous, *Théorie du calcul intégral.* On trouvera, aux *articles* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, RICATI, SÉPARATION, SUBSTITUTION, une autre exposition des principales méthodes particulières connues jusqu'ici : j'ai donné, à l'*article* POSSIBLE, les moyens de reconnoître si une équation d'un ordre quelconque est possible ou non. Il ne me reste plus qu'à exposer une méthode générale pour intégrer une équation quelconque, c'est-à-dire, pour trouver son *intégrale*, en termes finis, toutes les fois que cette *intégrale* existe. Je ne parlerai que d'une équation à deux variables, & j'appellerai *fonction de l'ordre n*, *équation de l'ordre n*, une fonction ou une équation qui contiendront $d^n y$, $d^n x$: ce degré d'une équation est celui où montent, dans cette équation, les plus hautes différences.

Soit donc une équation différentielle entre x, y, dx, dy . . . . $d^n x$, $d^n y$, & qu'on sache qu'il y a une équation finie, qui a lieu en même tems que la proposée ; il s'agit de trouver cette équation finie.

1.° J'appelle Z la fonction finie, qui, étant égalée à zéro, est l'*intégrale* cherchée. Il est clair que la proposée est produite par la comparaison des équations $Z=0$, $dZ=0$, $d^2Z=0$ . . . $d^nZ=0$. Ces équations sont au nombre de $n+1$; &, comme chacune d'elles contient de nouvelles différences, on ne peut éliminer, par ce moyen, que n constantes, qui par conséquent ne se trouvent plus dans la proposée, & sont arbitraires dans l'*intégrale*.

2.° Soit C la première de ces arbitraires, qu'on puisse faire évanouir, en sorte qu'on ait n équations sans C : on voit que, si on ajoute à C la somme d'un nombre indéfini de fonctions logarithmiques, ou qu'on multiplie la même quantité C par le produit d'un nombre indéfini d'exponentielles, telles que la différentielle des exposans soit algébrique, les logarithmes, ou les exponentielles, disparoîtront en même tems que C ; & il ne restera plus, dans les équations, que la différence, soit des exposans, soit des fonctions logarithmiques ; soit C' la seconde constante qu'on puisse faire disparoître pour avoir $n-1$ équations, on trouvera, 1.° que C' peut se trouver dans les différences des fonctions disparues avec C ; 2.° qu'il peut être multiplié, comme C, par un produit d'exponentielles, ou ajouté à une somme de logarithmes, sans qu'il reste autre chose de ces fonc-

tions, après l'élimination, que la différentielle des logarithmes ou des expoſans.

3.° La propoſée peut toujours être miſe ſous la forme $AZ + BdZ + Cd^2Z \ldots + Qd^nZ = 0$. $A, B, C, \ldots Q$, ne devenant point infinis lorſqu'on y fait $Z = 0$, on peut donc ſuppoſer que la propoſée eſt de la forme $P. dA'Z + B'dZ \ldots + Q'd^{n-1}Z = 0$. En effet, comparant terme à terme cette forme avec la précédente, on a autant de cœfficiens indéterminés que d'équations.

4.° Parmi les équations ſans C du *n.°* 2, il y en a une du premier ordre, une du ſecond.... une du n^e : & parmi les équations ſans C & C', il y en a une du ſecond ordre, une du troiſième, une du n^e, & ainſi de ſuite. Puiſqu'on a une valeur de C' en la ſubſtituant dans celle de C, on aura une valeur de C ſans C'; de même, ſubſtituant la valeur de C'' dans celles de C & de C', on aura une valeur de C ſans C' ni C'', & de C' ſans C'', & ainſi de ſuite; on aura donc des valeurs de chaque arbitraire $C, C', C'', \ldots$ telles que les autres arbitraires ne s'y trouvent point, non plus que les fonctions logarithmiques ou exponentielles qui peuvent leur avoir été ajoutées ou les avoir multipliées. Dans les équations qui donnent cette valeur de chacune des conſtantes arbitraires, on peut ſuppoſer qu'elle eſt multipliée par une fonction exponentielle, ou qu'elle eſt ajoutée à une fonction logarithmique, ces fonctions pourront être de l'ordre $n - 1$. La différentielle de ces logarithmes ou des expoſans, ſera algébrique; en ſorte que chacune de ces équations étant différenciée, pourra produire la propoſée. La propoſée aura donc un nombre n d'*intégrales* de l'ordre $n - 1$, contenant chacune une logarithmique, & telle qu'éliminant les différences, on en déduiſe l'*intégrale* finie.

5.° Si la propoſée eſt du premier degré, & ne contient pas de radicaux, le facteur, qui peut la rendre une différentielle exacte, peut être ſuppoſé ne point contenir de termes de la forme P^m, $m\,P$ étant rationnel, & un nombre incommenſurable. En effet, dans ce cas, la propoſée ne contenant pas P^m, il faudroit que le coëfficient de P^m fût arbitraire. Or, ſi ce coëfficient eſt arbitraire, repaſſant dans l'*intégrale* des logarithmes aux nombres, on verra qu'il y aura toujours une autre valeur du facteur, qui ne contiendra point P^m : il n'en eſt pas de même des radicaux commenſurables, parce que, quoique le coëfficient du $p^{\frac{1}{2}}$, qui pourroit reſter dans la différentielle exacte, ſoit arbitraire, cependant, comme P & ſes puiſſances s'y peuvent trouver auſſi, ſans que leurs coëfficiens ſoient arbitraires, il ne s'enſuit pas que celui de $p^{\frac{1}{2}}$, le ſoit dans l'*intégrale*.

6.° Toute équation du premier degré aura un facteur de l'ordre $n - 1$, qui la rendra une différentielle exacte : le facteur ſera algébrique, ſi l'équation propoſée ne contient point de tranſcendantes; &, ſi elle en contient, il ne pourra contenir que ces mêmes tranſcendantes, & ſera une fonction algébrique des variables & des tranſcendantes. Puiſque la propoſée a n *intégrales* différentes de l'ordre $n - 1$, il eſt aiſé de voir que ce facteur algébrique a une infinité de valeurs, mais qu'on peut en trouver n qui donnent n différentielles exactes, dont on puiſſe tirer n *intégrales* différentes, & éliminer les différences qui y reſtent, afin d'avoir l'*intégrale* finie.

7.° D'après l'article 5, le fa[illegible] peut contenir un radical commenſurable, qu[illegible]même la propoſée ſeroit du premier degré; mais ce radical ne ſe trouvant pas dans la propoſée, chacune des racines de l'équation, qui donne ce radical, doit donner une valeur du facteur : or, comme le facteur ne doit avoir que n valeurs réellement différentes, l'équation, qui donnera le radical, ne devra pas non plus en donner un plus grand nombre. Si $m < \text{ou} = n$, & qu'on ait le facteur par une équation de ce degré qui ait tous ſes termes, on aura à-la-fois, en réſolvant l'équation au facteur, m différentielles exactes, dont chacune donnera une *intégrale* de la propoſée. Si la propoſée, miſe ſous une forme linéaire, par rapport aux plus hautes différences, contient des radicaux, ce que je viens de dire a lieu également; mais ces radicaux entrent alors, comme de nouvelles variables, dans l'équation au facteur, n étant toujours l'ordre de l'équation; on voit qu'en général on pourra ſuppoſer l'équation algébrique au facteur du degré pn; mais ne contenant que des puiſſances p du facteur p, peut être quelconque.

8.° L'*intégrale* finie, outre x, y peut encore contenir la variable z dont la différence eſt conſtante. Cela arrive lorſque, faiſant $dy = A\,dx$, $dA = B\,dx$, $dB = E\,dx$, &c., la propoſée ne devient pas $V\,dx$, ou bien, lorſqu'après avoir ſuppoſé, dans la propoſée, dx conſtant, & complété l'équation qui en réſulte, en remettant au lieu de $\frac{ddy}{dx}$ $d\,\frac{dy}{dx}$, $d^2\,\frac{dy}{dx}$ au lieu de $\frac{dddy}{dx^2}$, &c., on retrouve une équation différente de la propoſée. Dans ce cas, un des facteurs qui rend la propoſée différentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur, la rend en même tems de la forme ddB, B étant une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & peut même, dans quelque cas, la rendre de la forme d^3B', B' étant une fonction de l'ordre $n - 3$, & ainſi de ſuite; mais, ſi V étant la propoſée & A le facteur, $AV = ddB$, zAV eſt une différentielle &, ſi $AV = d^3B$, z^2AV eſt encore une différentielle exacte. Si x avoit eu ſa différence conſtante, alors on auroit A, xA, x^2A, qui ſeroient également les facteurs de la propoſée. Cela poſé, ſi on fait, dans la propoſée, dx conſtant, & qu'on intègre enſuite, on aura ce que devient l'*intégrale* de la propoſée, lorſque $z = x$, & par conſéquent,

conféquent, pour avoir la vraie *intégrale*, il n'y aura qu'à mettre z, au lieu de x, dans toutes les fonctions $ax + b$, a & b étant arbitraires.

Ces principes pofés, il n'y a point d'équation qu'on ne réfolve en faifant les opérations fuivantes.

Première opération. Quelque nombre de tranfcendantes & de radicaux que contienne la propofée, on la réduira à être une équation algébrique & du premier degré, en la différentiant une fois de plus qu'elle ne contient de tranfcendantes. Il faut en effet une différentiation pour chaque tranfcendante, & une feule fuffit pour tous les radicaux.

Cette première opération ne feroit néceffaire que lorfque les plus hautes différences entreroient dans les tranfcendantes, autrement on pourroit intégrer, en regardant les radicaux & les tranfcendantes comme de nouvelles variables; mais j'ai cru devoir préférer ici la méthode la plus fimple.

Deuxième opération. La propofée, qui a fubi la première, étant de l'ordre n, on fuppofera qu'étant multipliée par un facteur A, elle devient une différentielle exacte; on mettra, dans les équations de condition, à la place des différences entières ou partielles de A, leurs valeurs tirées de l'équation $a + bA^m + cA^{2m} + eA^{3m}$, &c., ou a, b, c, e, &c., font des fonctions rationnelles & entières de x, y, dy, dx, ddy, ddx, &c. $d^{n-1}y$, $d^{n-1}x$, ou feulement de x, y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$. Si dx a été fuppofé conftant, on fuppofera enfuite que l'équation hypothétique en A admette l'équation ou les équations qui naiffent après la fubftitution précédente, & cela fuffira pour déterminer les coëfficiens dans a, b, c, e, &c., & le degré où monte A. Si la propofée eft du premier ordre, comme elle ne doit avoir qu'une *intégrale*, l'équation en A fera de la forme $a + pA^m = 0$; fi elle eft du fecond, l'équation fera $a + pA^m + qA^{2m} = 0$, & ainfi de fuite; en forte qu'elle fera toujours pour chaque ordre d'un degré déterminé, & pourra être fuppofée, ou de ce degré, ou d'un degré inférieur.

Troifième opération. La propofée étant devenue une différentielle exacte d'une fonction de x, y, dx, dy, ... $d^{n-1}x$, $d^{n-1}y$, ou bien de x, y, $\frac{dy}{dx}$, ... $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & d'un nouveau radical de la forme convenable, on la mettra fous la forme $\frac{dB}{dx}dx + \frac{dB}{ddx}ddx + \frac{dB}{ddy}ddy$, ... & on aura (par l'*art.* POSSIBLE) les valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{dy}$, &c. Si on avoit fait dx conftant, on ne pourroit avoir, par cet article, que $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dE}{d \cdot dy}$, &c.; & pour avoir $\frac{dB}{dx}$, il faudroit retrancher de la propofée la fonction connue $\frac{dB}{dy}dy + \frac{dE}{d \cdot \frac{dy}{dx}} d. \frac{dy}{dx}$, ... & divifer le refte par dx.

Quatrième opération. On cherchera, par la méthode, d'autres différences exactes, jufqu'à ce qu'on en ait n qui donnent des *intégrales* différentes. Cela pofé, il faut remarquer, 1.° que, fi on a une *intégrale* algébrique, toute fonction de cette *intégrale* étant multipliée par le premier facteur, devient elle-même un nouveau facteur qui rend la propofée différentielle exacte; mais les deux *intégrales* ne font pas différentes. Si donc on connoît deux facteurs qui rendent la propofée une différentielle exacte, & qu'on veuille favoir fi ces deux différentielles donnent deux *intégrales* différentes, fans s'être donné la peine d'intégrer en pure perte, après avoir fait l'opération troifième, on verra fi les deux valeurs, qu'on a de $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dB}{d \cdot dy}$, ou $\frac{dB}{d \cdot \frac{dy}{dx}}$, &c., font proportionnelles aux deux facteurs; lorfque cela arrive, on aura l'*intégrale* immédiatement, en égalant à une conftante arbitraire un des facteurs divifé par l'autre. 2.° Si on connoît deux facteurs qui donnent deux *intégrales* différentes, & qu'on veuille favoir fi un troifième facteur en donne une différente, on pourra d'abord voir fi, en comparant la troifième différentielle complète avec chacune des deux autres, elle n'eft pas dans le cas dont je viens de parler; enfuite, après avoir fait la troifième opération, on verra fi la première différentielle exacte, ajoutée à la feconde multipliée par la conftante n, ne donne pas la troifième; fi elle la donne, il faut alors chercher un nouveau facteur; finon, après avoir trouvé les deux *intégrales* qu'on fait devoir être différentes, & en avoir tiré, fi cela eft poffible, une *intégrale* algébrique, la troifième différentielle exacte donnera une nouvelle *intégrale*, ou fera la différentielle exacte d'une des *intégrales*, plus une fonction de l'*intégrale* algébrique, ou d'une fonction des deux *intégrales*, fi toutes deux font algébriques; ce qu'on pourra connoître après avoir fait la troifième opération, fans avoir intégré la troifième différentielle exacte.

En général, il faudra vérifier fi la différentielle exacte, dont l'*intégrale* doit être différente, n'eft pas différentielle exacte de la fomme des *intégrales* logarithmiques, multipliées par des coëfficiens indéterminés par une fonction quelconque des

intégrales algébriques ; ce qu'on pourra faire sans avoir intégré la différentielle exacte qu'on veut examiner, & par conséquent on pourra se dispenser de faire des intégrations en pure perte de différentielles dont les *intégrales* rentrent les unes dans les autres.

Si dx n'avoit pas été supposé constant, & qu'on eût une *intégrale* algébrique, où il faudroit ajouter la constante $N dz$, ce qu'on connoît sans l'intégration, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z, rendroit encore la proposée différentielle exacte ; &, si l'on devoit avoir l'arbitraire $N z dz$, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z^2, auroit cette même propriété, & ainsi de suite.

Cinquième opération. Puisqu'on n'a plus à intégrer que des différentielles exactes, des fonctions du premier ordre & de $n+1$ ou $2n$ variables, selon que x est ou n'est pas constant, on aura les *intégrales* par la méthode des quadratures. *Voyez l'art.* QUADRATURE.

En effet, si le facteur ne contient pas des radicaux, on aura l'*intégrale* par la méthode connue pour les fractions rationnelles ; s'il en contient, ou on suivra celle que j'ai proposée à l'*article* QUADRATURE, ou bien, différentiant après avoir fait évanouir le radical du facteur, on aura une équation entre $n+1$ ou $2n$ variables : elle sera du second ordre, & on pourra supposer sans radicaux le nouveau facteur qu'il faudra chercher ; lorsqu'il sera trouvé, on n'aura plus que des différences rationnelles à intégrer. On observera ici que le facteur étant donné par une équation qui en produit plusieurs valeurs, cela diminue le nombre des facteurs qu'il faut chercher ; & que, dans le dernier moyen que je propose pour intégrer les différentielles exactes qui contiennent les radicaux, l'*intégrale*, qui reste à trouver pour l'équation du second ordre, donne tous les *intégrales* qui répondent aux différentes valeurs du facteur, en y faisant les substitutions convenables.

Sixième opération. Par le moyen des n *intégrales* différentes, il faut trouver l'*intégrale* finie, ce qui ne peut se faire qu'en éliminant les différences ; il faut donc que les n *intégrales* soient telles que cette élimination soit possible ; & si celles qu'on a trouvées ne satisfont point à cette condition, il faudra en chercher de nouvelles ; mais il ne sera plus question d'examiner si elles seront différentes. On pourroit se dispenser de la cinquième opération, en cherchant d'abord un facteur tel que la proposée devienne une différentielle exacte & qu'on puisse en tirer la valeur de $\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$, ou $d^{n-1} y$, ensuite, en cherchant une différentielle exacte telle qu'après avoir mis dans l'*intégrale* pour $\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$ ou $d^{n-1} y$ leur valeur, on puisse en tirer la valeur de $\frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}}$ ou $d^{n-2} y$, & que, dans ce dernier cas, $d^{n-1} x$ ne s'y trouve plus, & ainsi de suite ; & c'est ce qu'on pourra toujours faire, même sans avoir intégré les différentielles exactes qu'on veut assujettir à ces nouvelles conditions ; il suffira de faire la troisième opération, & l'on évitera encore ici l'inconvénient d'avoir intégré en pure perte. Mais, si on veut, dans les cinquième & sixième opérations, prendre toujours l'*intégrale* des différentielles exactes, à mesure qu'on les trouve, il sera très-facile de distinguer celles qu'on doit employer & celles qu'on doit rejetter.

Septième opération. L'*intégrale* finie étant ainsi trouvée, le problème est résolu, si dx étoit constant dans la proposée, ou ne l'a point été supposé dans l'intégration ; mais, si, dx étant variable, on l'a supposé constant pour intégrer avec plus de facilité, il faut, dans les fonctions $ax+b$, ax^2+bx+c, &c. a, b, c étant arbitraires, mettre à la place de x une variable quelconque z dont la différence est arbitraire.

L'*intégrale* ainsi trouvée ne contient pas toujours toutes les solutions possibles de la proposée, il y en a encore de particulières.

M. Euler a remarqué le premier, qu'il y avoit des équations qui satisfaisoient à une équation différentielle, sans cependant être comprises dans son *intégrale* générale. Voici quelques réflexions sur la cause de ce paradoxe, c'est ainsi que M. Euler l'a appellé.

1. Soit $A dZ + B Z^m = 0$ une équation différentielle, il est clair que $z=0$ y satisfera ; mais l'équation, sous cette forme, est égale à la différentielle exacte de l'*intégrale* multipliée par un facteur, donc il peut arriver que $z=0$ satisfasse à la proposée, sans satisfaire à la différentielle exacte de son *intégrale*. Il suffit, pour cela, qu'elle satisfasse au facteur, & que $z y$ soit à une puissance positive plus grande que la plus petite puissance de z dans le dénominateur de la différentielle exacte.

2. Une équation *intégrale* étant supposée $Q + C = 0$, ou C est une constante arbitraire, les équations qui rendent $Q=0$, ou $Q=\infty$, satisfont également à $Q+C=0$, les unes répondant à l'hypothèse de $C=0$, & les autres à celle de $C=-\infty$; donc, pour que la solution $Z=0$ satisfasse à la proposée sans satisfaire à l'*intégrale*, il faut que non-seulement elle multiplie le facteur sans satisfaire à la différentielle exacte, mais qu'elle ne puisse pas rendre l'*intégrale* infinie.

3. Soit $\frac{Z^n}{V}$ le facteur, l'*intégrale* sera $\int A V Z^{-n} dZ + BZ^{m-n}$, & elle est égale à $\int A V Z^{-n} dZ$ prise en regardant Z seulement comme variable plus à un terme indépendant de Z; il faudra donc ici que $\int A V Z^{-n} dZ$ prise par rapport à Z, ne soit point infinie lorsque $Z = 0$; donc (comme M. Euler l'a enseigné dans le chapitre de son *calcul intégral*, où il traite de ces solutions particulières) il faut que n soit entre 0 & l'unité; mais il faut aussi que BZ^{m-n} ait un terme sans Z, sans quoi Z se trouveroit à tous les termes de l'*intégrale*, ce qui est contre l'hypothèse; donc $m = n$; donc m est entre zéro & l'unité.

4. Donc, si on a une équation différentielle d'un ordre quelconque, elle ne pourra avoir des solutions particulières non comprises dans l'*intégrale*, à moins qu'elle ne renferme des radicaux $\sqrt[n]{Z}$, & que ces radicaux ne s'y trouvent pas multipliés à tous les termes par des puissances de Z; & les radicaux, qui feront dans le cas & qui résolveront la proposée, donneront les solutions particulières.

5. Soit l'équation $AdZ + A dy + C dy Z^m = 0$, à laquelle $Z = 0$ satisfait, & que cette équation n'ait pas d'*intégrale* générale, il est clair que toutes les fois que m n'est pas entre zéro & l'unité, $Z = 0$ satisfait à l'équation de condition, comme pour l'intégrabilité de ces équations, & que, lorsque m est entre zéro & l'unité, $z = 0$ n'y satisfait pas; donc on pourra avoir, dans ce cas, pour solutions particulières de la proposée, non-seulement l'équation de condition, mais encore les quantités qui se trouveront dans la proposée sous le signe radical avec la même condition que ci-dessus, & il sera facile d'appliquer le même raisonnement aux équations de tous les ordres, pour lesquelles j'ai donné les équations de condition.

M. Euler a remarqué, dans les *Mémoires* de Pétersbourg, où il recherche la courbe que décrit un point attiré par deux centres fixes, que ces solutions particulières, non comprises dans l'équation générale, ne pouvoient être employées à la solution des problèmes. Ainsi, lorsque l'on a su par des substitutions ou autrement, qu'une certaine équation satisfait à une équation différentielle, il faut, avant de l'employer, examiner si elle n'est pas dans le cas de nos solutions particulières, c'est-à-dire, si la fonction égalée à zéro, dans cette équation, ne se trouve pas dans la proposée sous le signe radical avec la condition ci-dessus.

7. La cause de ce nouveau paradoxe, remarqué encore par M. Euler, se peut découvrir en examinant la manière dont, pour chaque problème, on parvient à une équation différentielle; en effet, on verra qu'elles sont formées par la comparaison des valeurs successives des y, des x, & en sorte que, si, au lieu de $y + dy$, on mettoit y, & x au lieu de $x + dx$, elles doivent demeurer identiques; or il est aisé de voir que, si dans $AdZ + \sqrt{ZB} = \sqrt{AZ + dZ} - AZ + \sqrt{ZB}$, on met Z au lieu de $Z + dZ$, elle ne devient pas identique.

On voit que, dans le cas de $AdZ + BZ = 0$. la même substitution ne rend pas la proposée identique, aussi $Z = 0$ n'est pas même, dans ce cas, une véritable solution de la proposée, elle ne peut l'être que dans le cas particulier où elle se trouve être la même que ce que devient alors la solution générale. En effet, soit une équation $ay + bx^2 - bc^2 = 0$, a étant arbitraire, on ne peut pas dire que l'équation $x = c$ soit une solution de cette équation, puisqu'il y a une infinité de cas où elle ne résout pas; & si on avoit eu l'équation $\frac{d(bx^2 - bc^2)}{y} = 0$, on n'auroit pas pu dire que $x = c$ résout le problème qui a conduit à cette équation, parce qu'il y a une infinité de cas du problème qu'elle ne peut résoudre. Ainsi, les solutions, contenues dans l'*intégrale*, résolvent non pas le problème proposé, mais quelques cas de ce problème, & les autres solutions de l'équation différentielle non contenues dans l'*intégrale* n'en résolvent aucun.

8. Dans les cas des équations absurdes, on trouvera que, si ces équations étant entre x, y & z, on cherche les valeurs de z répondant à $y = X$ (X est une fonction de x), les solutions de la proposée contenues dans l'équation de condition deviendront, en y mettant X pour y, des solutions contenues dans l'*intégrale* de l'équation en z & x. Au lieu que celles qui ne seront pas contenues dans l'équation de condition, ne donneront pas non plus de solutions contenues dans l'*intégrale* de l'équation en z & x.

M. de la Place s'est occupé particulièrement de cet objet, sur lequel il a fait un très-beau Mémoire, qui doit être inséré dans le *Recueil de l'Académie des Sciences de Paris*.

Si on a différentié la proposée par la première opération, l'*intégrale* trouvée sera trop générale, & il y aura une partie des constantes arbitraires qu'il faudra déterminer; on y emploiera la proposée, qui d'ailleurs donnera immédiatement autant d'*intégrales* qu'on aura différentié de fois. Ce qui dispensera d'en chercher d'autres toutes les fois que l'on pourra les employer à l'élimination successive des plus hautes différences, & alors les arbitraires ne seront plus qu'au nombre nécessaire.

Il n'y a point, pour un plus grand nombre de variables, d'autre difficulté, que plus de longueur dans le calcul.

Si on a m' équations entre m variables ($m > m'$), on pourra les intégrer sans éliminer, en supposant, 1.° qu'elles ont subi l'opération première; 2.° que chacune étant multipliée par un facteur, comme dans la seconde opération, leur somme est une différentielle exacte; 3.° en prenant m u *intégrales* différentes; 4.° en faisant en sorte que non-seulement les différences, mais m' variables quelconques puissent s'éliminer. *V.* Séparation.

Telle est la méthode générale que j'ai proposée pour intégrer les équations différentielles. On en trouvera le détail dans mes *Essais d'analyse*, dans les *Mémoires de Turin*, *t. IV*, & dans ceux de l'*Académie des Sciences*, *année 1770*.

J'ai déjà prévenu que cette méthode ne donnoit que les *intégrales* des équations qui étoient susceptibles d'avoir des *intégrales* finies. Or il n'est pas sûr que toutes les équations possibles soient dans ce cas en effet (*voyez* l'article *Equations possibles* au mot Possible); les équations de condition peuvent avoir lieu, pourvu qu'il y ait une *intégrale* possible, même en série infinie.

La méthode précédente ne peut donc être regardée comme vraiment générale, que si on a un moyen de s'assurer (le nombre de formes dont une *intégrale* finie est susceptible étant connu) si les fonctions rationnelles, qui entrent dans ces formes, se terminent à un nombre fini de termes.

On y parviendra toujours par la méthode suivante, que j'applique seulement ici au cas où la fonction n'a qu'une seule variable x. Soit A une fonction donnée par une équation quelconque, & que je cherche si A peut avoir une valeur rationnelle finie. Je remarque d'abord que, pour cela, il faudroit que A, réduit en série, fût égal à une série récurrente; 2.° que le terme général d'une série récurrente est $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n}$, &c. où R est l'exposant de x, A_1, B_1 des constantes arbitraires, & f, f', &c. les racines d'une équation d'un degré égal à l'exposant de la plus haute puissance du dénominateur de la fraction A; 3.° que, si l'équation en f avoit deux racines égales, & que f fût cette racine, il faudroit prendre $A_1 n e^{fn} + B_1 e^{fn}$, &c. & de même pour un systême quelconque de racines égales. Cela posé, soit A réduit en série, & la substitution faite, au lieu de A, dans l'équation qui le donne, il est clair d'abord que, si cette équation est linéaire, j'aurai le terme général de la série qui exprime A par une équation aux différences finies entre ce terme & n; donc, pour que A puisse être une fonction rationnelle finie, il faut que, mettant $A_1 e^{fn}$ au lieu de ce terme général, cette substitution satisfasse à l'équation: cette condition servira alors à trouver les valeurs de f.

Si l'équation en A n'étoit pas linéaire, alors on observeroit que soit $A = \frac{P}{Q} P$, & Q étant des fonctions entières $A^m = \frac{P^m}{Q^m}$, $A^m\, dA\, p = \frac{P'}{Q^{m+2}\, p}$, & ainsi de suite; donc la série, qu'il faudra substituer pour A^m ou $A^m\, dA\, p$, sera encore une série récurrente, mais dont le dénominateur sera Q^m ou $Q^{m+2}\, p$; donc, si le terme général de la série A est $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n}$ ...., celui de la série A^m, ou $A^m\, dA\, p$ sera:

$$(A_{11}\, a^{m-1} + A_{111}\, n^{m-2}, \&c.)\, e^{fn} +$$

$$(B_{11}\, n^{m-1} + B_{111}\, n^{m-2}, \&c.)\, e^{f'n} \ \&c.$$

$$\text{ou } (A_{11}\, n^{m+2q-1} + A_{111}\, n^{m+2q-2}, \&c.)\, e^{fn} +$$

$$(B_{11}\, n^{m+2q-1} + B_{111}\, n^{m+2q-2}, \&c.)\, e^{f'n} \ \&c.$$

Substituant donc, dans l'équation proposée, au lieu de A & de ses puissances, des séries infinies, on aura une équation entre les termes généraux de ces séries: on y substituera, au lieu de ces termes généraux, leur valeur hypothétique, & on déterminera f, ou bien la fonction A ne sera pas susceptible d'une forme rationnelle & finie.

Connoissant toutes les valeurs possibles de f, on aura le dénominateur de A; mais il n'en résulte pas nécessairement que A soit susceptible d'une forme finie, car il faut encore que le numérateur soit aussi fini.

Pour y parvenir, soit P ce numérateur, on aura P par une équation quelconque. Je fais $P = \frac{1}{P'}$, j'ai P', dont je cherche le dénominateur de la même manière que j'ai cherché celui de A, & je n'ai plus qu'à voir, en lui supposant pour numérateur ou l'unité, ou un facteur du dénominateur trouvé, si je satisfais à l'équation.

On pourroit aussi, pour déterminer cette possibilité, supposer $P = a\, x^m$; car il est clair que, si P a une valeur entière & finie, le coëfficient du plus haut terme de l'équation rationnelle & entière en P & x doit être nul.

J'ai traité cette matière avec beaucoup de détail dans les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*, *année 1772*. Ce que j'en dis ici, suffit pour en faire connoître l'esprit & la méthode, & mettre en état de l'appliquer aux fonctions à plusieurs variables.

Lorsque l'on a une équation, soit du premier ordre, qui n'admette aucune *intégrale* en termes finis, soit une équation du second ordre qui n'ait

pas, ou d'*intégrale* du premier ordre en termes finis, ou qui n'en ait qu'une, ou qui en ait deux, mais dont on ne puisse pas éliminer la différentielle, ni parvenir à l'*intégrale* finie, & ainsi de suite pour les autres ordres; il est clair que l'on ne peut avoir de valeur de l'*intégrale* en fonctions finies, si l'on ne regarde comme telles que les fonctions algébriques, les transcendantes algébriques connues, ou, ce qui revient au même, celles qui naissent de la quadrature du cercle, ou de celle des courbes algébriques.

Mais voici une maniere d'avoir ces *intégrales* en séries la plus propre à pénétrer dans la nature de ces équations, & que je donne seulement ici pour le premier ordre. Soit $B\,dx + Q\,dy$ une équation en x & y, je fais $x = A + z$ & $y = B + u$; A est une valeur de x & B celle de y qui y répond; par la méthode d'approximation, j'ai une série en z & u, qui représente l'*intégrale* cherchée, je mets dans cette série x au lieu de A, y au lieu de B, Δx au lieu de z, & Δy au lieu de u, & j'ai une fonction en série & aux différences finies. *Voyez*, sur ce sujet, les *Mémoires de l'Académie, année 1772*.

Depuis l'impression de l'*article* INTÉGRAL du *Dictionnaire raisonné des Sciences, &c.* M. Fontaine & M. Euler ont donné un recueil de ce qu'ils ont fait de plus important sur cette matière. Les PP. Jacquier & Lesueur ont publié, en 1768, une collection des principales méthodes connues jusqu'alors, & qu'ils ont souvent exposées d'une manière qui leur est propre. Cette collection est plus complete que l'ouvrage de M. de Bougainville, qui auroit à présent besoin d'une continuation où on exposeroit les progrès qu'a fait, depuis 1756, la théorie générale du *calcul intégral*, & ce que M^rs d'Alembert, Euler & de la Grange ont donné de méthodes ou de réflexions importantes, depuis la même époque, & qu'on trouve dispersées dans les Mémoires des Académies de Paris, Berlin, Pétersbourg & Turin, *&c.*

Applications du calcul intégral. Les applications qu'on a faites du *calcul intégral* sont de trois sortes; les unes ont pour objet l'analyse pure; d'autres la science du mouvement; d'autres enfin la connoissance des phénomènes de la nature. La mesure des courbes des espaces qu'elles renferment, des surfaces & des solides qu'elles terminent, est le premier objet à quoi l'on ait pensé appliquer le *calcul intégral*, M. Euler l'a employé à perfectionner la théorie des suites infinies; M. d'Alembert s'en est servi pour celle des imaginaires. *Voyez* les articles QUADRATURE, IMAGINAIRE, *l'ouvrage de M.* de Bougainville, *& le calcul intégral de M.* Euler.

La *théorie* des *maximum*, que j'ai exposée à cet article, est une des plus brillantes & des plus fécondes applications du *calcul intégral*.

C'est par le *calcul intégral* qu'on a déterminé, avec la plus grande généralité, le centre de gravité, d'oscillation, ou de percussion des corps curvilignes.

La théorie du mouvement curviligne d'un point ou d'un solide, une partie de celle du mouvement des fluides n'a été perfectionnée que par le *calcul intégral*. M. d'Alembert est le premier qui ait donné d'une manière rigoureuse & indépendante de toute hypothèse arbitraire, les loix du mouvement des corps dont chaque partie est animée de forces différentes, & qui conserve toujours sa figure, & celles du mouvement ou de l'équilibre des corps fluides, qui, conservant toujours la même masse, conservent encore le même volume, ou en changent selon une loi donnée. *Voy. l'art.* PRINCIPES.

Dès l'année 1686, Newton avoit publié sa Théorie du mouvement des planètes dans des orbites elliptiques, & ébauché le calcul des perturbations & des changemens que pouvoit produire la non sphéricité des corps célestes, & depuis ce tems jusqu'en 1747, que M^rs d'Alembert, Euler & Clairaut trouvèrent leurs solutions analytiques du problême des trois corps, la connoissance du système du monde fit très-peu de progrès. Jean Bernoulli ne s'en occupa que pour le combattre, il ne voulut pas être, en philosophie, le disciple de Newton, dont il étoit l'égal en mathématiques. Il dédaigna d'asservir son génie à calculer d'après les principes d'un autre, & le tems qu'il employa à opposer des chimères à la théorie de la gravitation, fut perdu pour les sciences & pour sa gloire; heureusement ses successeurs ont bien réparé cette perte; le flux & reflux de la mer, le mouvement des satellites, des planètes principales qui s'attirent, des comètes qui s'en approchent, l'effet de la résistance de l'éther sur tous ces corps, la figure de la terre & de planètes, la précession des équinoxes, la nutation de l'axe de la terre, la libration de la lune, les vibrations des cordes, les oscillations de l'air sonore, les causes des vents ont été traités d'après des principes nouveaux & plus certains, & des méthodes directes d'intégrer par approximation, plus exactes & moins sujettes à des erreurs. *Voyez l'article* MÉTHODE, *(Math.)*

Tel est l'ouvrage immense qu'ont élevé, à l'aide du *calcul intégral*, & que perfectionnent encore tous les jours les géomètres qui ont remplacé Newton, & rendu au continent de l'europe, & sur-tout à la france, la supériorité que Newton avoit donnée à l'angleterre. *(O)*

INTÉGRAL, *(calcul intégral des équations en différences finies)*. Les principes de ce calcul & leur application sont expliqués avec clarté au *mot* DIFFÉRENCE *de ce Dictionnaire*, dans la seconde partie de cet article, qui a pour titre : *Calcul inverse des différences.* Nous y renvoyons le lec-

tenr, & nous le ſuppoſerons au fait de ce qui eſt contenu dans cet article.

Les équations, ou pour mieux dire, les fonctions, intégrées dans l'article cité, furent à-peu-près les ſeules connues juſqu'en 1760, tems auquel M. de la Grange fit voir que le terme général d'une ſuite récurrente quelconque dépendoit toujours d'une équation en différences finies, trouva cette équation & l'*intégra*.

Soient $p + 2q$ l'échelle de relation d'une ſuite récurrente, a & b les deux premiers termes, $\Phi(x)$ le terme général de cette ſuite, c'eſt-à-dire, celui qui occupe le rang x, on aura $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1) + p\Phi(x)$, équation en différences finies du ſecond degré, dans laquelle $\Delta x = 1$, & qu'il eſt queſtion d'intégrer.

Pour y parvenir, ſoit $\Phi(x) = A m^x$; A & m ſont des conſtantes indéterminées. Cette ſuppoſition donne $\Phi(x+1) = A m^x . m$ & $\Phi(x+2) = A m^x . m^2$; ſubſtituant dans la propoſée, & diviſant par m^x, on aura $m^2 = 2qm + p$, ce qui détermine m, de manière qu'il faudra faire $m = q + \sqrt{q^2 + p}$, ou $m = q - \sqrt{q^2 + p}$. Mais A reſte indéterminé, & on pourra faire $\Phi(x) = A(q + \sqrt{q^2 + p})^x$, ou $\Phi(x) = B(q - \sqrt{q^2+p})^x$, B étant auſſi quelconque; d'où je conclus qu'on peut faire plus généralement $\Phi(x) = A \ldots\ldots (q + \sqrt{q^2 + p}) + B(q - \sqrt{q^2 + p})^x$, comme on s'en aſſurera facilement par la ſubſtitution; & cette équation eſt la ſeule qu'on puiſſe regarder comme intégrale complète de la propoſée, parce qu'elle contient deux conſtantes indéterminées; mais, comme les deux premiers termes de la ſuite ſont a & b, on a $a = A(q + \sqrt{p + q^2}) + B(q - \sqrt{p + q^2})$ & $b = A(q + \sqrt{p + q^2})^2 + B(q - \sqrt{p + q^2})^2$, d'où on tirera A & B; ſi $\sqrt{p + q^2}$ devenoit o, la valeur de $\Phi(x)$ deviendroit $\frac{0}{0}$: pour trouver, dans ce cas, cette fonction, *voyez* (INDÉTERMINÉES (*fractions*)): & ſi le radical devient imaginaire, $\Phi(x)$ ſe préſentera ſous une forme imaginaire, mais ſera réductible en ſinus ou coſinus d'arcs réels. (*Voyez* SINUS).

Si un terme de la ſuite récurrente étoit égal à la ſomme d'un certain nombre de termes précédens, multipliés par des coëfficiens conſtans, plus à une fonction donnée du rang du terme, l'équation différentielle contiendroit un terme donné en x, & ſeroit, dans notre exemple, $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1) + p\Phi(x) + X$, X étant ce terme donné. Il y a pluſieurs méthodes pour intégrer cette claſſe d'équations. Voici celle que donne M. de la Grange dans les *Mémoires de Berlin pour l'année* 1775.

Il intègre l'équation, comme ſi X étoit o, enſuite il fait varier les arbitraires introduites dans l'intégration, avec ces conditions que les valeurs de $\Phi(x+1)$, $\Phi(x+2)$, $\Phi(x+k-1)$ (ſi k eſt le degré de l'équation) ſoient les mêmes que ſi les arbitraires n'avoient pas varié; c'eſt-à-dire, qu'il ſuppoſe o la partie de la différence de ces fonctions, qui vient de la variation des arbitraires; ce qui lui donne $k - 1$ équations entre les k premières différences de ces arbitraires; enſuite il égale à la fonction donnée X, la partie de la différence de $\Phi(x+k)$, qui vient de la variation des arbitraires. Ce qui donne l'équation qu'il falloit encore pour les déterminer.

Pour éclaircir ceci par un exemple, rappellons l'intégrale trouvée précédemment $\Phi(x) = A(q + \sqrt{p + q^2})^x + B(q - \sqrt{p + q^2})^x = A m^x + B n^x$ pour abréger. Si on fait varier A & B, on aura $\Phi(x+1) = A m^{x+1} + B n^{x+1} + m^{x+1}\Delta A + n^{x+1}\Delta B$; & pour remplir les conditions ci-deſſus preſcrites $m^{x+1}\Delta A + n^{x+1}\Delta B = 0$, on aura $\Phi(x+2) = A m^{x+2} + B n^{x+2} + m^{x+2}\Delta A + n^{x+2}\Delta B$; & pour remplir les conditions $m^{x+2}\Delta A + n^{x+2}\Delta B = X$; ce qui donne $(m-n)\Phi(x) = m^{x-1} \Sigma \frac{X}{m^x} - n^{x-1} \Sigma \frac{X}{n^x}$.

Ces équations s'appellent *équations linéaires*. Si on en avoit pluſieurs exiſtantes enſemble d'un degré quelconque, avec autant de variables, ſans compter la variable principale, dont la première différence eſt ici ſuppoſée conſtante; on pourroit toujours les réduire à une ſeule, de même eſpèce, par l'élimination. Mais, dans pluſieurs cas, il ne faudra pas employer ce moyen, & il vaudra mieux les intégrer en les combinant toutes enſemble, & en les multipliant par des coëfficiens indéterminés, comme M. d'Alembert l'a enſeigné pour les équations en différences infiniment petites, dans les *Mémoires de Berlin, pour l'année* 1748.

La ſolution du problême ſuivant ſervira à-la-fois à prouver ce que je viens d'avancer, & à faire voir l'uſage du calcul des différences finies pour les problêmes de ſituation.

PROBLÊME. *Deux caſes étant données ſur l'échiquier, on demande en combien de manière la tour jouant x coups, peut arriver de l'une de l'autre.*

SOLUTION.

Il convient de diſtinguer trois cas; le premier, celui où la tour doit revenir au point de départ; le ſecond, celui où la tour peut aller de l'une des caſes à l'autre en un coup, le troiſième, celui où les deux premiers n'ont pas lieu. Soit la fonction cherchée $F(x)$ pour le premier cas,

$\Phi(x)$ pour le second, & $\Psi(x)$ pour le troisième.

Cela posé, la tour jouant $x+1$ coups, dans le premier cas, pourra jouer son premier coup de 14 manières différentes, tombant toutes, dans le second cas, de x coups; ainsi, on aura $F(x+1)=14\,\Phi(x)$.

La tour jouant $x+1$ coups, dans le second cas, pourra jouer son premier coup de 14 manières différentes, desquelles une tombera, dans le premier cas, de x coups, six dans le second, & sept dans le troisième; ainsi, on aura

$$\Phi(x+1)=F(x)+6\Phi(x)+7\Psi(x).$$

La tour jouant $x+1$ coups, dans le troisième cas, pourra jouer son premier coup de 14 manières différentes, desquelles deux tomberont dans le second cas, de x coups, & 12 dans le troisième; ainsi, on aura $\Psi(x+1)=2\,\Phi(x)+12\,\Psi(x)$.

Pour intégrer ces équations, il faut multiplier la seconde par μ, la troisième par ν, & les ajouter toutes trois ensemble; ce qui donnera $F(x+1)+\mu\Phi(x+1)+\nu\Psi(x+1)=\mu\left(F(x)+\frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}\Phi(x)\frac{+7\mu+12\nu}{\mu}\Psi(x)\right)$; ensuite on supposera $\mu=\frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}$, & $\nu=\frac{7\mu+12\nu}{\mu}$; ce qui donnera cette équation pour trouver μ, $\mu^3-18\mu^2+44\mu+168=0$: les racines sont $\begin{matrix}\mu=6\\ \mu'=14\\ \mu''=-2\end{matrix}$, & les trois valeurs de ν correspondantes sont $\begin{matrix}\nu=-7\\ \nu'=49\\ \nu''=1\end{matrix}$.

Enfin, intégrant, on aura,

$$F(x)+\mu\Phi(x)+\nu\Psi(x)=\mu^x;$$
$$F(x)+\mu'\Phi(x)+\nu'\Psi(x)=\mu'^x;$$
$$F(x)+\mu''\Phi(x)+\nu''\Psi(x)=\mu''^x.$$

Je fais les constantes introduites par l'intégration égale l'unité, parce qu'elles satisfont au cas de $x=1$, comme il est évident; substituant pour μ, μ', μ'', & ν, ν', ν'' leur valeur, puis résolvant les équations linéaires, on aura,

$$F(x)=2^{x-6}(7^x+14.3^x+49\text{ cos. }x\pi);$$
$$\Phi(x)=2^{x-6}(7^x+6.3^x-7\text{ cos. }x\pi);$$
$$\Psi(x)=2^{x-6}(7^x-2.3^x+\text{cos. }x\pi).$$

C. Q. F. T.

On a regardé pendant long-tems les arbitraires qui entrent dans l'*intégrale* des équations en différences finies, comme des constantes absolues; ce qui suffit pour des équations semblables à celle qui vient d'être résolue, & généralement toutes les fois qu'en nommant g une valeur donnée de la variable principale, on a besoin (entre toutes les valeurs que peuvent avoir les autres variables) de celles seulement qui répondent aux valeurs g, $g+\Delta g$, $g+{}^2\Delta g+\Delta^2 g+$, &c. Dans la question précédente, il falloit connoître les fonctions pour les valeurs de $x=0, 1, 2, 3$, &c., & nullement pour les valeurs fractionnaires $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. Mais, si on avoit besoin de toutes les valeurs des variables, il faudroit prendre, pour arbitraires, les fonctions les plus générales de la variable principale, qui peuvent avoir leur différence nulle, suivant le système de différentiation qu'on a suivi pour former l'équation en différences finies. M. Euler a fait le premier cette remarque, & il a pris, pour les arbitraires, des fonctions de sin. $\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$, x étant la variable principale, & $\Delta x=a$. Ces fonctions remplissent la condition prescrite. Au reste, quelque soit le système de différentiation, la composante des fonctions arbitraires pourra toujours être sin. $(2\pi X)$, ΔX étant $=1$ dans ce système de différentiation. Comme ces formes sont souvent embarrassantes, je proposai, il y a quelques années, une nouvelle composante des fonctions arbitraires, & une nouvelle forme d'intégration, dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences de Paris, & imprimé dans le tome *X* des Mémoires présentés à cette Académie. Voilà le précis de ce Mémoire.

Définitions. Soit le produit de k facteurs, tels que $x(x-1)..(x-k+1)$, je représenterai ce produit par $(x)^k$; je représenterai encore la fraction $\frac{1}{1.2..k}$ par $(o)^{-k}$;

je supposerai $\left.\begin{matrix}\overset{\mu}{y}\\ \overset{\mu}{y}\end{matrix}\right\}=\begin{matrix}x+\mu\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta^2 x+\&c.\\ y+\mu\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta^2 y+\&c.\end{matrix}$

Problème. Soit l'équation ${}^m y=\phi\left(x, y, {}^1y .. \overset{m-1}{y}\right)$, & $x+\Delta x=\lambda(x)$, on propose de la construire.

Solution. Menez les lignes AV & AT (*fig.* 7, *pl. d'Analyse*), perpendiculaires entre elles, qui feront les axes des coordonnées y & x, & la ligne AZ, qui divise l'angle droit en deux parties égales. Construisez sur l'axe AT la courbe $\underset{0}{D}\,\underset{2}{D}S$, telle que, pour une abscisse x, l'ordonnée correspondante soit $\lambda(x)$; prenez sur AT un point quelconque A, par lequel vous menerez l'ordonnée $\underset{0}{A}\,\underset{0}{D}$ à la courbe AS; par le point $\underset{0}{D}$, menez la parallèle à AT jusqu'à ce qu'elle rencontre AZ en $\underset{0}{K}$. Par $\underset{0}{K}$, menez la perpendiculaire $\underset{0}{K}\,\underset{1}{D}$ sur $\underset{0}{K}\,\underset{0}{D}$, jusqu'à la courbe $\underset{0}{D}S$; par le moyen de ce point $\underset{1}{D}$, vous déterminerez un point $\underset{1}{K}$, comme le point

K l'a été par le point D; &, procédant toujours de la même maniere, vous arriverez au point $\overset{m}{K}$, qui est ici $\overset{3}{K}$ (la figure n'étant faite que pour le troisieme degré). Par ce point, abaissez la perpendiculaire $\overset{m}{K}\ \overset{1}{A}$ sur AT, &, sur la portion $A\ \overset{1}{A}$, décrivez la génératrice quelconque $B\ \overset{1}{B}$, pourvu cependant que l'équation se vérifie au dernier point B. Ensuite, ayant pris un point P sur $A\overset{1}{T}$, axe des x, vous déterminerez les points $\overset{\circ}{H}, \overset{1}{H} .. \overset{m}{H}$ (ici le dernier point est H) par le moyen du point $\overset{\circ}{P}$, comme les points K ont été déterminés par le moyen du point ${}_{o}A$, & vous menerez la perpendiculaire $H\ P$. Or, comme les coordonnées ${}^{1}P\ M$, $\overset{1}{P}\ \overset{2}{M}$ & $P\ M$ sont données par la génératrice, & y par la proposée, on portera cette valeur de y sur la perpendiculaire $P\ H$ de P en M, & le point M sera à la courbe cherchée. Le point P fournit aussi un point $\overset{-1}{M}$ à la gauche de la génératrice. Pour le déterminer, il faut d'abord mettre la proposée sous cette forme $\overset{m-1}{y} = \delta\left(\overset{-1}{x}, \overset{-1}{y}, {}^{\circ}y .. \overset{m-2}{y}\right)$, d'où on tirera $\overset{-1}{y}$. Par le point ${}_{o}H$, on menera $\overset{-1}{H}\ D$ à la courbe DS, & par ce point D la perpendiculaire $\overset{-1}{D}\ \overset{-1}{P}$, sur laquelle on prendra $\overset{-1}{P}\ \overset{-1}{M} = \overset{-1}{y}$, & le point $\overset{-1}{M}$ appartiendra à la courbe qui précede la génératrice. On détermineroit de même tant d'autres points qu'on voudroit de la courbe cherchée.

Cette construction indique une méthode d'intégration. Il faut mettre la proposée sous la forme $\overset{m+\mu}{y} = \delta\left(\overset{\mu}{x}, \overset{\mu}{y}, \overset{\mu+1}{y} .. \overset{m+\mu-1}{y}\right)$, & intégrer, en regardant μ comme la variable principale, & faisant $\Delta\mu = 1$; ensuite prendre pour constantes, des fonctions arbitraires de x, qu'on pourra déterminer par le moyen de la génératrice.

Exemple. Soit ${}^{2}y = 2m\,{}^{1}y + n\,y$, on écrira $\overset{\mu+2}{y} = 2m\overset{\mu+1}{y} + n\overset{\mu}{y}$, &, intégrant, on trouvera $\overset{\mu}{y} = (m + \sqrt{m^2+n})^{\mu}\,\psi(x) + (m - \sqrt{m^2+n})^{\mu}\,\psi'(x)$, les lettres ψ désignent des fonctions arbitraires.

Soit $y = \theta(x)$ l'équation de la génératrice, on aura $\psi(x) + \psi'(x) = \theta(x)$, &...... $(m+\sqrt{m^2+n})\,\psi(x) + (m-\sqrt{m^2+n})\,\psi'(x) = \theta({}^{1}x)$, d'où on tirera les fonctions ψ & ψ'. Maintenant, puisque ${}^{1}x = \lambda(x)$ on a $\overset{\mu}{x} = \overset{\mu}{\lambda}(x)$, l'exposant μ indique combien de fois on doit répéter le signe λ; on tire de-là $x = \overset{-\mu}{\lambda}\left(\overset{\mu}{x}\right)$; ici l'exposant $-\mu$ indique combien de fois on doit renverser la fonction. Substituant & désignant les coordonnées quelconques par $x\ y$, on aura $y = (m+\sqrt{m^2+n})^{\mu}\,\psi\left(\overset{-\mu}{\lambda}(x)\right) + (m-\sqrt{m^2+n})^{\mu}\,\psi'\left(\overset{-\mu}{\lambda}(x)\right)$ pour l'*intégrale* complete de la proposée.

Il résulte de la construction, qu'on doit faire $\mu = 0$, quand $x =$ une valeur donnée g, & $\mu = k$, quand x est entre $\overset{k}{\lambda}(g)$ & $\overset{k+1}{\lambda}(g)$, y compris $\lambda^{k}(g)$.

Comme la valeur de $\overset{-\mu}{\lambda}[x]$ est toujours entre g & $\lambda[g]$, y compris g, il suit de-là que les fonctions ψ & ψ' doivent être données depuis l'abscisse g jusqu'à l'abscisse $\lambda[g]$. S'il arrive que ces fonctions soient discontinues, les courbes qui les représentent doivent être tracées. Les différentes formes de la fonction λ donnent lieu à différens cas; entre lesquels il y en a deux importans qu'il est utile de développer.

PREMIER CAS. La courbe ${}_{o}DS$ est toute au-dessus de la ligne AZ, & ne peut pas être coupée en plus d'un point par des paralleles à l'axe (*fig.* 7). Il est évident que la génératrice ${}_{o}B\ {}_{o}M\ {}_{1}B$ étant une fois donnée, la courbe *intégrale* sera absolument déterminée. Dans ce cas, les fonctions ψ & ψ', qui entrent dans l'équation *intégrale* ou les courbes qui les représentent, si elles sont discontinues, sont constantes, parce qu'alors il n'y a point de valeur de x, pour laquelle on ne puisse trouver le nombre correspondant μ. Par conséquent, si l'équation *intégrale* devoit appartenir à une polygone, on ne pourroit pas donner un nombre d'angles de ce polygone plus grand que l'exposant de l'équation.

SECOND CAS. La courbe ${}_{o}DS$ coupe AZ en plusieurs points (*fig.* 8), & ne peut pas être coupée en plus d'un point par des paralleles à l'axe. Si des intersections, B, C, *&c.*, on mène des perpendiculaires qui rencontrent l'axe de x aux points E, F, *&c.*, & si, sur un des intervalles compris entre deux intersections consécutives, par exemple, $E\ F$, on construit une génératrice, comme dans la figure septieme, il est clair que cette génératrice ne pourra donner aucun point de la courbe *intégrale* hors de l'espace $E\ F$, parce que tous les points ${}_{o}D$, ${}_{1}D$, ${}_{2}D$, *&c.* qu'on pourra former, seront tous entre E & F, fussent-ils en nombre

nombre infini. La courbe *intégrale* ne sera donc déterminée que sur l'étendue EF : ainsi, il faudra se donner autant de génératrices qu'il y aura d'intervalles. De plus, s'il y a des portions infinies à droite & à gauche, il faudra aussi, pour chacune de ces portions, une génératrice; de sorte que, si k est le nombre de ces intersections, $k+1$ sera le nombre des génératrices toutes indépendantes l'une de l'autre. Dans ce cas, les fonctions ψ & ψ', qui entrent dans l'équation *intégrale*, ou les courbes qui les représentent, si elles sont discontinues, ne sont pas constantes nécessairement, parce que la quantité g, à laquelle correspond $\mu=0$, étant une fois choisie, il y aura des valeurs de x pour lesquelles le nombre correspondant μ n'existera pas. Alors on doit résoudre l'équation $x=\lambda[x]$. Soient p, q, r les valeurs de x qui en résultent, rangées suivant leur ordre de grandeur, on fera $\mu=0$ quand $x=p$, & cette supposition servira depuis l'abscisse p jusqu'à l'abscisse q; comme la supposition de $\mu=0$, pour l'abscisse g, servoit pour toute la courbe dans le premier cas, les fonctions ψ & ψ' seront constantes dans cet intervalle. On supposera ensuite $\mu=0$ quand $x=q$, & cette supposition servira de q à r; on pourra prendre alors d'autres fonctions ψ & ψ' qui seront aussi constantes de q à r, & ainsi de suite. La raison de cela, c'est que, pour qu'une équation A, entre x & y, soit l'*intégrale* d'une équation B, il suffit que l'équation B se vérifie entre une certaine fonction de plusieurs y consécutifs, & de x données par l'équation A. Or, dans l'hypothèse présente, si on prend un de ces y entre p & q, par exemple, tous les autres antécédens & suivans seront aussi entre p & q, en situation (doit-on entendre) & non en quantité. Par conséquent, si l'équation *intégrale* appartenoit à un polygone, on pourroit se donner $(K+1)$ n angles de ce polygone, K étant le nombre des intersections, & n le degré de l'équation. Mais on n'en doit pas donner plus de n dans chaque intervalle.

Remarque. Si la fonction $\lambda(x)$ contenoit un paramètre, dont le changement, la diminution, par exemple, rapprochât continuellement la courbe de la ligne AZ, & enfin la fît tomber totalement sur cette ligne, dans le cas de ce paramètre $=0$, on conçoit qu'alors la ligne DS devroit être censée couper la ligne AZ au même point où elle la coupoit avant de se confondre avec elle, si les intersections étoient constantes & indépendantes de la variation du paramètre. Donc l'équation en différences infiniment petites, dans laquelle se change alors l'équation en différences finies, admettra aussi $(K+1)$ n constantes arbitraires aux mêmes conditions; ou, pour parler plus exactement, les n constantes, introduites dans l'intégration, pourront changer de valeur $K+1$ fois. Ainsi, quand on aura à traiter une équation en différences infiniment petites, il faudra régler le changement des constantes sur l'équation en différences finies, dont elle est limite, si une telle équation est donnée par le problême qui a conduit à l'équation différentielle. Si elle ne l'est pas, ce qui arrive presque toujours, il faut la supposer la plus générale possible. Par exemple, si on doit intégrer l'équation $ddy=0$, sans que l'équation en différences finies soit donnée, on écrira $y=G(\nu)+xF(\nu)$, ν étant un nombre entier qui change par saut d'une manière quelconque. (*T*)

Intégral (*Calcul intégral des équations en différences mêlées*); ce sont des équations qui contiennent à-la-fois des différences infiniment petites & des différences finies, & qui se rencontrent sur-tout dans la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les équations en différences partielles.

Je n'ai à offrir à mes lecteurs qu'un léger essai sur cette matière; il est contenu dans le problême suivant.

Problême. Etant donné l'équation $\Delta y = b\frac{dy}{dx}$, on propose d'en trouver l'*intégrale* complète $\Delta x=a$.

Solution. On a ${}^{1}y=y+b\frac{dy}{dx}$; donc il est permis de supposer ${}^{\mu}y=y+F(\mu,1)\frac{dy}{dx}+F(\mu,2)\frac{ddy}{dx^2}\ldots+F(\mu,\nu)\frac{d^{\nu}y}{dx^{\nu}}$, $F(\mu,\nu)$ représentant une fonction de μ & de ν qu'il est question de déterminer. Cela posé, comme on a ${}^{\mu+1}y={}^{\mu}y+b\frac{d^{\mu}y}{dx^{\mu}}$, si on met pour ${}^{\mu}y$ sa valeur, on aura une expression de ${}^{\mu+1}y$, dans laquelle le coëfficient de $\frac{d^{\nu}y}{dx^{\nu}}$ sera $F(\mu,\nu)+bF(\mu,\nu-1)$; il faudra faire ce coëfficient $=F(\mu+1,\nu)$, on aura, en intégrant, $F(\mu,\nu)=b^{\nu}(\mu)^{\nu}(0)^{-\nu}$. Par conséquent ${}^{\mu}y=y+b(\mu)^{\nu}(0)^{-1}\frac{dy}{dx}+b^{2}(\mu^{2})(0)^{-2}\frac{ddx}{dx^{2}}+$ &c.; ce qui donne, en multipliant & divisant le second membre de cette équation par $h^{\frac{x}{b}}b^{\mu}$, $y=\frac{b^{\mu}}{h^{\frac{x}{b}}}\frac{d^{\mu}\left(h^{\frac{x}{b}}y\right)}{dx^{\mu}}$; maintenant, prenant x & y pour les coordonnées quelconques, on aura $y=\frac{b^{\mu}}{h^{\frac{x-a\mu}{b}}}\frac{d^{\mu}(\psi[x-a\mu])}{dx^{\mu}}$;

quand μ sera négatif, le signe de différentiation deviendra signe d'intégration, & on aura $y = \frac{\int^{\mu} dx^{\mu} \psi(x - a\mu)}{b^{\mu} h^{\frac{a\mu - x}{b}}}$, h est le nombre dont le logarithme est 1. (I)

INTÉGRAL (*Calcul intégral des équations en différences partielles*). Soit u une fonction de x, y, z, &c. δ, d, D, &c., les caractéristiques de différentiation relativement à chacune de ces variables; une équation composée d'une manière quelconque des quantités.

$$x, y, z, \&c.$$
$$\frac{\delta u}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{Du}{dz}, \&c.$$
$$\frac{\delta\delta u}{dx^2}, \frac{d\delta u}{dxdy}, \frac{D\delta u}{dzdz}, \&c.$$
$$\frac{\delta du}{dxdy}, \frac{d^2 u}{dy^2}, \frac{dDu}{dydz}, \&c.$$

s'appelle équation en différences partielles, d'un degré égal à la plus haute dimension des caractéristiques. L'assemblage des principes & des méthodes qu'on emploie pour trouver des équations sans différence, ou au moins d'un degré inférieur, qui produisent des équations données en différences partielles, forme ce qu'on appelle *calcul intégral des équations en différences partielles.* M. d'Alembert est le premier qui ait intégré une équation de cette espece; il y a été conduit par la solution du problème des cordes vibrantes, si célèbre parmi les géometres (*Voyez* CORDES VIBRANTES, les *Mémoires de Berlin*, années 1747, 1748, 1750, 1763; le premier & le second volume des *Mémoires de Turin*, les *Opuscules* de M. d'Alembert).

Je vais donner à mon lecteur une idée de ce problème.

Soit AB (*fig.* 49) une corde attachée à deux points fixes A & B, élastique & un peu extensible; on pourra, en la pinçant, ou d'une maniere quelconque, l'écarter tant soit peu de son axe AB, avec lequel elle étoit tout-à-l'heure confondue, & lui faire prendre la figure courbe AMB; mais si peu différente de la ligne droite, que la ligne EM, perpendiculaire à l'axe, puisse être regardée comme perpendiculaire à la courbe au point M. La corde, abandonnée à elle-même, fera des oscillations au-dessus & au-dessous de son axe; à cause de son élasticité, on demande sa figure à chaque instant du mouvement.

Soit la tension de la corde qu'il faut regarder comme constante $= T$; $AP = x$, le tems du mouvement $= y$, & PM, ou la distance du point M à l'axe $AB = u$, le rayon de la développée au point M sera $-\frac{dx^2}{\delta\delta u}$, en faisant dx constant, parce que la courbe differe très-peu de son axe. Maintenant représentons les tensions égales chacune à T, qui tirent le point M de M en K, & de M en R, par les lignes MK, MR, égales chacune à dx; achevons le parallélogramme $KMRZ$. La force qui pousse le point M dans le sens MP, sera représentée par ML, & par conséquent $= \frac{TML}{dx} = \frac{T.dx}{\text{rayon devel}} = -\frac{T\delta\delta u}{dx}$. L'élément, dont la longueur est dx, doit être regardée comme la masse mise en mouvement. Si donc on nomme P la masse de la corde, & L sa longueur, la masse mise en mouvement sera $\frac{Pdx}{L}$; on aura donc, par le principe des forces accélératrices, $-\frac{Pdx}{L} ddu = -\frac{2T\delta\delta u}{dx} dy^2$. Je mets $-$ au premier membre, parce que la force est retardatrice. Faisant donc, pour abréger $\frac{2TL}{P} = a^2$, on aura l'équation $\frac{ddu}{dy^2} = \frac{a^2\delta\delta u}{dx^2}$, qui est évidemment en différences partielles infiniment petites.

M. d'Alembert, pour intégrer cette équation, suppose $du = pdx + qdy$; $dp = rdx + sdy$, & $dq = sdx + tdy$; on a donc $t = a^2 r$; donc $dq = sdx + a^2 rdy$; or $adp = ardx + asdy$; donc $adp + dq = (s + ar)(dx + ady)$; or $adp + dq$ est une différentielle complète; donc $(s + ar)(dx + ady)$ est aussi une différentielle complète; donc $s + ar$ doit être une fonction de $x + ay$, & par conséquent $ap + q$ une autre fonction de $x + ay$, que je représente par $\psi(x + ay)$; on trouvera de même $ap - q = \psi'(x - ay)$; donc $2adu = (dx + ady)\psi(x + ay) + (dx - ady)\psi'(x - ay)$; donc, en intégrant, $2au = \phi(x + ay) + \phi'(x - ay)$, équation intégrale, quelques soient les fonctions ϕ & ϕ; mais ces fonctions sont déterminées par les conditions du problème; car, soit $au = F(x)$ l'équation initiale de la corde (nous avons supposé qu'elle se confondoit avec l'axe, au commencement du mouvement; mais nous pouvions tout aussi bien supposer qu'elle formoit déjà une courbe donnée), il faudra qu'on ait $F(x) = \frac{\phi(x) + \phi'(x)}{2}$; de plus, comme les points A & B sont fixes, on doit aussi avoir $\phi(ay) + \phi'(-ay) = 0$, & $\phi(b + ay) + \phi'(b - ay) = 0$, en nommant b la longueur de la corde. Dans les Mémoires de Berlin, pour 1747, M. d'Alembert a fait plusieurs réflexions sur la forme que devoient avoir les fonctions ϕ & ϕ', pour satisfaire aux conditions; il a prétendu sur-tout que ces fonctions devoient être analytiques, & par conséquent soumises à une loi de continuité; c'est-à-dire, que la figure courbe devoit être analytique, & que, si elle ne l'étoit pas, la solution devoit être rejettée. Ce seroit une chose singulière, qu'une équation trouvée indépendamment de la figure initiale de

la corde, dût cependant être rejettée, pour quelque cas, de cette figure.

M. Euler a été frappé de ce paradoxe, &, dans les Mémoires de Berlin, pour 1748, il a donné une nouvelle solution du problème, où, en rendant à M. d'Alembert toute la justice qui lui étoit dûe, il a prétendu que la solution convenoit à une courbe initiale quelconque; &, pour le prouver, a donné la construction suivante:

Soit *AMB* (*fig.* 50) la courbe initiale, *PM* une ordonnée quelconque, il est question de trouver le lieu *N* du point *M*, après un tems quelconque *y*; répétez la courbe initiale le long de son axe prolongé à droite & à gauche, comme on le voit dans la figure, en faisant correspondre les mêmes extrémités; nommez *AP* x, & prenez $PQ = Pq = ay$; menez les ordonnées correspondantes *RQ*, *rq*, & prenez $PN = \frac{RQ + rq}{2}$, le point *N* sera le point cherché; car *RQ* & *rq* sont de certaines & mêmes fonctions des abscisses correspondantes $x + ay$ & $x - ay$; puisque, les abscisses étant données, ces lignes sont déterminées, on a donc $PN = \frac{\varphi(x + ay) + \varphi(x - ay)}{2}$, si on fait $y = 0$, *PN* devient *PM*; enfin, si on fait $x = 0$ ou $= b$, les lignes *RQ* & *rq* deviennent égales & de signe contraire, comme il suit évidemment de la description; donc, &c.

M. de la Grange s'est occupé depuis du même sujet, dans le premier volume des Mémoires de Turin. Il a résolu le problème par une méthode absolument neuve, en supposant d'abord la corde, toujours peu différente de la ligne droite, chargée de poids placés à des distances finies & égales; ensuite il a supposé que ces poids s'approchoient & augmentoient en nombre infini, ce qui est le cas de la corde vibrante ordinaire; aussi arrive-t-il à la même solution que les deux géomètres cités précédemment; mais il conclut, avec M. Euler, que la solution doit convenir à une corde de figure quelconque, même discontinue.

Enfin M. d'Alembert, qui avoit d'abord repliqué au Mémoire de M. Euler, critiqua aussi, dans le premier volume de ses Opuscules, celui de M. de la Grange, & tâcha d'établir, par plusieurs raisons, que la corde devoit être continue; mais il n'a pas ramené MM. Euler & de la Grange; & les Géomètres semblent maintenant s'être rangés du côté de ces derniers. Consultez, sur le calcul des différences partielles, les ouvrages déjà cités, & sur-tout le troisième volume du *Calcul intégral* de M. Euler.

Je terminerai cet article par quelques réflexions sur les formes discontinues. On entend communément, par ce mot, des formes qui ne résultent d'aucune loi de description, telles, par exemple, que celles d'un caillou brut; or je dis que, dans ce sens là, il n'y a point de formes réellement discontinues; car, ou ces formes sont le résultat de l'action mutuelle des différentes particules de la matière, sans le concours d'un être pensant ou animé, comme celle d'un caillou trouvé dans les entrailles de la terre, ou un être pensant est entré pour quelque chose dans la détermination de ces formes; telle est, par exemple, la courbe qu'un enfant décriroit sur le sable. Dans le premier cas, la recherche de la figure du caillou se réduit évidemment à un problème de méchanique, dans lequel il entre un nombre fini d'élémens; ainsi, cette figure est analytique & peut se concevoir traduite en langue analytique; mais la solution n'est pas en la puissance des hommes, soit parce qu'ils ne peuvent pas à beaucoup près en connoître tous les élémens, soit parce que, quand ils les connoîtroient, ces élémens seroient en si grand nombre, quoique fini, que l'esprit humain ne pourroit les comparer. C'est cette impossibilité de connoître les élémens, & cette impuissance de les comparer qu'on appelle discontinuité. Dans le second cas, on ne peut pas dire que la recherche de la courbe, décrite par l'enfant, se réduit à un problème ordinaire de méchanique; car sa volonté est un des élémens principaux de la description, & la liaison de cette volonté avec les corps environnans, & même avec l'organisation physique de l'enfant, n'est conçue que d'une manière très-incomplète; mais cette liaison n'en est pas moins nécessaire; donc, &c.

Si quelques personnes trouvoient ce raisonnement abstrait, on pourroit y suppléer de la manière suivante; une forme discontinue quelconque étant donnée, par exemple, une ligne courbe que je supposerai plane pour plus de simplicité; je pourrai supposer que son équation, entre des coordonnées rectangles, est $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + {}_3Ax^3 + \&c.$ Or on peut prendre, ou du moins concevoir le nombre de ces coëfficiens si grand, que la courbe, lieu de cette équation, comprise entre une abscisse donnée, différera de la proposée moins que d'une quantité donnée; ces coëfficiens se déterminent par les méthodes d'interpolation, & il y en a plusieurs (*Voy.* INTERPOLATION).

On pouvoit donc répondre à M. d'Alembert que toute courbe plane peut toujours être représentée par l'équation $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + \&c.$ la suite étant finie ou infinie, & par conséquent est réellement analytique.

Mais il y a une autre espèce de formes qu'on a nommé bien plus improprement discontinue. Ce sont celles dans lesquelles la loi semble avoir varié par saut, telle est celle d'un polygone rectiligne. J'ai fait voir ailleurs qu'on pouvoit toujours trouver une loi unique & générale, qui contînt autant de loix particulières qu'on voudroit (& pour conserver le même exemple); qu'un polygone rectiligne donné pouvoit toujours être regardé comme l'intersection d'une certaine surface analytique ordinaire par un plan. On m'a

nié cela, il faut que je l'avoue ; on a prétendu que l'interſection de la ſurface & du plan coïncidoit effectivement avec le polygone rectiligne ; mais devoit cependant en être diſtingué, parce que, diſoit-on, l'interſection étoit parcourue pluſieurs fois par le point décrivant, & le polygone ne l'étoit qu'une ſeule fois. Ainſi, lecteur, vous voyez qu'on regarde les lignes comme eſſentiellement décrites par des points, & comme dépendantes du nombre de fois qu'elles auront été parcourues par ces points. Ainſi, ſi vous aviez trouvé, par des opérations trigonométriques, que la diſtance du clocher *A* au clocher *B* eſt égale à celle du clocher *B* au clocher *D*, il faudroit bien vous donner garde de conclure que ces diſtances ſont égales, avant de vous être aſſuré que l'une d'elle n'a pas été parcourue plus ou moins de fois par le point décrivant. Les commençans ne doivent faire aucune attention à ces ſubtilités, qui leur donneroient des idées fauſſes de la géométrie & de l'analyſe ; ils ne doivent voir, dans les lignes & dans les ſurfaces, que des images, qui, quand elles coïncident, ne ſauroient être différentes ; ils ne doivent voir, dans l'analyſe, qu'une langue capable d'exprimer ces images, de manière que la formule $y^2 = 2ax - x^2$ donnera l'idée d'un cercle à celui qui entend cette langue, comme le mot *cheval*, prononcé, donnera l'idée de l'animal connu ſous le nom, à celui qui entend le françois. Je finirai ici ces réflexions, peut-être déjà trop longues. Ceux qui déſireront plus de détail pourront conſulter le dixième volume des *Mémoires* préſentés à l'Académie des Sciences de Paris. (*r*)

Intégrale, (*Intégrales particulières*) ; une équation ayant été intégrée complétement, ſi on donne à la conſtante ou à quelques-unes des conſtantes introduites dans l'intégration, une valeur déterminée, alors l'*intégrale* eſt appellée *particulière*. Exemple, ſoit l'équation différentielle $y = 2x \frac{dy}{dx} - y \frac{dy^2}{dx^2}$; l'*intégrale* complète eſt $y^2 = 4m(x - m)$; &, faiſant $m = 1$, $y^2 = 4(x - 1)$ eſt une *intégrale particulière*. Mais il y a une choſe importante à obſerver, c'eſt qu'une équation finie, ou d'un degré inférieur, ſatisfait quelquefois à une équation différentielle donnée, ſans être *intégrale* particulière, c'eſt-à-dire, ſans réſulter de l'*intégrale* complète par aucune valeur particulière de la conſtante ou des conſtantes. M. Clairaut a fait le premier cette remarque. L'équation ci-deſſus $y = \frac{2xdy}{dx} - \frac{ydy^2}{dx^2}$ nous fournit un exemple ; car l'équation finie $y = x$ ſatisfait, & cependant n'eſt point compriſe dans l'*intégrale* complète. Cette ſingularité, d'abord paradoxe, a été expliquée, par M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin*, pour l'année 1774, à-peu-près de la manière ſuivante :

L'*intégrale* d'une équation différentielle du premier degré entre deux variables, contient une conſtante arbitraire. Si on regarde les variables comme les coordonnées rectangles d'une ligne courbe, rapportées à des axes déterminés, il eſt clair qu'on pourra imaginer décrites autant de courbes différentes, toutes intégrales particulières de la propoſée, qu'on peut donner de valeurs différentes à la conſtante, c'eſt-à-dire, une infinité. Or, s'il arrive que ces courbes aient une conſtante commune, l'équation de cette tangente commune, droite ou courbe, doit ſatisfaire à l'équation différentielle, puiſqu'un élément quelconque de cette tangente ſe confond avec un élément de quelques-unes des courbes *intégrales* particulières. Mais cette tangente n'eſt aucune de ces courbes, & par conſéquent elle n'eſt point compriſe dans l'*intégrale* complète. Dans l'exemple ci-deſſus, imaginez une infinité de paraboles ayant pour directrice commune, l'axe des *y* & leurs ſommets ſur la ligne des *x* ; la droite menée par l'origine des coordonnées, ſous un angle de 45°, les touchera toutes, & l'équation de cette droite eſt évidemment $y = x$. Il y a bien d'autres choſes à dire ſur cette matière. Nous renvoyons le lecteur au Mémoire cité de M. de la Grange, digne d'être lu dans le plus grand détail.

Intégrale, ſ. f. (*Géom. Tranſ.*) On appelle ainſi la quantité finie & variable, dont une quantité différentielle propoſée eſt la différence. Ainſi, l'*intégrale* de dx eſt x ; celle de $mx^{m-1}dx$ eſt x^m. *V.* Différentiel & Intégral. (*O*)

INTÉGRER, v. act. (*Géom. Tranſ.*) ; c'eſt trouver l'intégrale d'une quantité différentielle propoſée. (*O*)

INTENSITÉ, ſ. f. eſt un terme fort uſité en Phyſique & en Méchanique, pour déſigner la force d'une action comparée à celle d'une autre action dans des circonſtances ſemblables. Ainſi, on dit, la lumière du ſoleil a plus d'*intenſité* que celle de la lune à la même diſtance ; la lumière d'un flambeau a plus d'*intenſité* que la lumière d'une ſimple bougie, à diſtances égales ; la réſiſtance d'un fluide a d'autant plus d'*intenſité*, toutes choſes d'ailleurs égales, que ce milieu eſt plus denſe, *&c.* (*O*)

INTERCALAIRE. Jour *intercalaire* eſt celui que l'on ajoute dans les années biſſextiles. Mois *intercalaire* eſt celui qu'on ajoute tous les trois ans aux années lunaires. *Voy.* Calendrier.

INTÉRÊT, ſ. m. (*Arith. & Algeb.*) 1. L'*intérêt* eſt le profit que tire le créancier du prêt de ſon argent (ou de tel autre meuble). Il varie ſuivant les conventions faites avec l'emprunteur.

2. Il y a deux manières d'énoncer l'*intérêt*, ſur leſquelles il eſt important de ſe faire des idées nettes.

On dit par an (ou tel autre terme), tantôt que l'*intérêt* eſt à tant pour $\frac{0}{0}$;
tantôt que l'*intérêt* eſt à tel denier.

Suivant la première manière, on entend aſſez qu'autant de fois que 100 eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire pour l'*intérêt* le nombre déſigné par *tant*.

Suivant la ſeconde, il faut entendre qu'autant de fois que le nombre, qui marque le denier, eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire *un* d'*intérêt*. Ainſi, le denier étant 18, l'*intérêt* eſt 1 pour 18.

3. Il eſt toujours facile de réduire l'une de ces expreſſions à l'autre. Pour cela, prenant 100 pour dividende conſtant des deux autres nombres (ſavoir, celui qui exprime à *combien* pour % eſt l'*intérêt* & celui qui exprime le denier), l'un étant le diviſeur, l'autre eſt le quotient; par exemple,

Si l'*intérêt* eſt à 4 pour %, le denier ſera $\frac{100}{4} = 25$.

Le denier étant 20, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{20} = 5$ pour %.

Si le diviſeur n'eſt pas ſouſmultiple de 100, il eſt clair que le quotient ſera une fraction. Ainſi,

l'*intérêt* étant à 3 pour %, le denier ſera $\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$.

Le denier étant 18, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{18} = 5\frac{5}{9}$ pour %.

4. On diſtingue deux ſortes d'*intérêts*; le *ſimple*, & celui que j'appelle *redoublé* ou *composé*.

Le premier eſt celui qui ſe tire uniformément ſur le premier capital, ſans pouvoir devenir capital lui-même, ni produire *intérêt*.

Le ſecond eſt quand l'*intérêt* échu paſſe en nature de capital, & produit lui-même *intérêt*.

5. Dans toutes les queſtions de l'un & de l'autre genre, il entre néceſſairement cinq élémens.

Le capital, que je nommerai .... a.
Le nombre (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe que ſe tire l'*intérêt* qui ſera déſigné par .... d.
L'*intérêt* qui ſe tire ſur ce nombre .... i.
Le tems que le capital a été gardé .... t.
Ce qui revient, tant en capital qu'*intérêt*, au bout du tems ſuppoſé .... r.

6. *De l'intérêt ſimple*. Pour avoir r.

1.° Faites ... $d . i :: a . \frac{ai}{d}$, c'eſt l'*intérêt* d'un terme.

2.° Multipliez par t, vient $\frac{ait}{d}$ ... c'eſt l'*intérêt* total.

3.° Ajoutez a ou $\frac{ad}{d}$, vous aurez $\frac{ad+ait}{d} = a \times \frac{d+it}{d}$.

Ainſi .... $r = a \times \frac{d+it}{d}$.

D'où l'on tire ... $\begin{cases} a = r \times \frac{d}{d+it}. \\ i = d \times \frac{r-a}{at}. \\ t = d \times \frac{r-a}{ai}. \end{cases}$

7. *Exemple I.* Un homme a prêté 1200 liv. à 3 pour % par an d'*intérêt*: à combien montent *intérêts* & principal au bout de 4 ans?

$a = 1200$ liv.
Faiſant $d = 100$, & ſubſtituant ... $r = 1200 \times \frac{112}{100}$
$i = 3$. $= \frac{134400}{100} = 1344$ liv.
$t = 4$.

Exemple II. Un homme ayant gardé 1200 liv. pendant un certain tems, rend 1344 liv. pour principal, & *intérêt* à raiſon de 3 pour %: combien l'argent a-t-il été gardé?

Subſtituant dans la quatrième formule, on trouvera $t = 100 \times \frac{1344-1200}{3600} = \frac{14400}{3600} = 4$.

Quant t eſt une fraction, cette circonſtance n'ajoute (en cette eſpèce d'*intérêt*) aucune difficulté réelle: le calcul en devient ſeulement un peu plus compliqué.

8. *De l'intérêt redoublé ou composé*. Les appellations reſtant les mêmes que ci-deſſus, pour avoir r, raiſonnez ainſi:

Le capital du premier terme étant a, l'*intérêt* ſera $\frac{ai}{d}$; à quoi ajoutant a ou $\frac{ad}{d}$, r pour ce premier terme ſera $\frac{ad+ai}{d} = \ldots\ldots a \times \frac{d+i}{d}$.

Le capital du ſecond terme étant $\frac{ad+ai}{d}$, l'*intérêt* ſera $\frac{aid+ai^2}{d^2}$; à quoi ajoutant le capital (réduit au dénominateur d^2)

l'r du 2.^d terme ſera $\frac{ad^2+2aid+ai^2}{d^2} = a \times \overline{\frac{d+i}{d}}\Big|^{2}$.

En procédant de la même manière, on trouvera pour l'r du troiſième terme

$\frac{ad^3+3aid^2+3ai^2d+ai^3}{d^3} = \ldots\ldots a \times \overline{\frac{d+i}{d}}\Big|^{3}$.

Sans aller plus loin, on voit que les divers réſultats trouvés & à trouver, forment une progreſſion géométrique, dont a eſt le premier terme, & $\frac{d+i}{d}$ (que, pour plus de briéveté, je nommerai p) l'expoſant. Le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 1, ſera l'r du tems 1; celui où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 2, ſera l'r du tems 2; &, en général, le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt t, ſera l'r de ce tems t. D'où naiſſent, pour toutes les manières différentes dont une même queſtion peut être retournée, les formules ſuivantes:

9. $r = ap^t$ ... ou bien $\overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\overline{\log. p} \times t}$.

$a = \frac{r}{p^t}$ .... $\overline{\log. a} = \overline{\log. r} - \overline{\overline{\log. p} \times t}$

$p = \sqrt[t]{\frac{r}{a}}$ .... $\overline{\log. p} = \frac{\overline{\log. r} - \overline{\log. a}}{t}$.

$t =$ .... $\frac{\overline{\log. r} - \overline{\log. a}}{\overline{\log. p}}$.

10. *Exemple I.* 1000 livres ont été prêtées à 6 pour % par an *d'intérêt* redoublé (& c'est ainsi qu'il faudra l'entendre dans tout le reste de cet article): combien sera-t-il dû au bout de 3 ans, tant en capital qu'*intérêts* ?

$$a = 1000 \text{ livres.}$$

Faisant $\left.\begin{array}{l} d = 100 \\ i = 6 \\ t = 3. \end{array}\right\} \frac{d+i}{d} = r = \frac{106}{100} = \frac{53}{50}$; & substituant, on trouve

$$r = 1000 \times \frac{148877}{125000} = \frac{148877}{125} = 1191 \text{ liv. } \frac{2}{125}.$$

Exemple II. On rend, au bout de 3 ans, 1191 livres $\frac{2}{125}$ pour 1000 livres prêtées à *intérêt*: quel étoit cet *intérêt*?

C'est p qu'il faut trouver. Or la troisième formule donne ... $\overline{\log. p} = \frac{\overline{\log. r} - \overline{\log. a}}{t}$.

Substituant .... $\overline{\log. p} = \frac{3.0759179 - 3.0000000}{3}$

$= \frac{0.0759179}{3} = 0.0253059$: puisque 0.0253059 est le logarithme de p ou de $\frac{d+i}{d}$, ajoutant le logarithme de d ou de 100, la somme 2.0253059 est le logarithme de $d + i$. Mais à ce logarithme répond, dans la table, le nombre 106 : donc $d + i = 106$; donc $i = 106 - d = 106 - 100 = 6$; donc l'*intérêt* étoit à 6 pour %.

Comme on peut se trouver embarrassé quand t est une fraction, j'ajoute un exemple pour ce cas-là.

Exemple III. 1000 livres ont été prêtées à $7\frac{1}{2}$ pour % par an d'*intérêt* : combien sera-t-il dû au bout de 3 ans sept mois 15 jours?

$$a = 1000 \text{ livres.}$$

$$\left.\begin{array}{l} d = 100 \\ i = 7\frac{1}{2} \end{array}\right\} \frac{d+i}{d} = p = \frac{107\frac{1}{2}}{100} = \frac{215}{200} = \frac{43}{40}.$$

$$t = \frac{1320}{365} = \frac{264}{73} \text{ années.}$$

(t a été réduit en la plus petite espèce, c'est-à-dire, en jours ou 365[es] d'année, & i la fraction résultante réduite elle-même à une plus simple par la division du numérateur, & du dénominateur par 5).

Le calcul (effrayant & presque impraticable par la voie ordinaire) devient très-simple & très-facile par les logarithmes ... $\overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\overline{\log. p} \times t}$. Substituant, on trouve .... $\log. r = 3.0000000 + 0.0314005 \times \frac{264}{73} = 3.0000000 + 0.1135869 = 3.1135869$. Or à ce logarithme répond, dans la table, le nombre $1298\frac{19}{20}$ ... c'est en livres la valeur de r.

11. Les questions ordinaires, qu'on peut faire sur l'*intérêt*, se résoudront toujours avec facilité par les règles qu'on vient de voir : mais on y pourroit mêler telles circonstances qui rendroient ces règles insuffisantes. Par exemple,

12. Un homme doit une somme *actuellement exigible* ; son créancier consent qu'il la lui rende en un certain nombre de paiemens égaux, qui se feront, le premier dans un an, le second dans deux, & ainsi de suite, & dans lesquels entreront les *intérêts* (sur le pied d'un denier convenu) à raison du retardement de chaque paiement : on demande quel sera chaque paiement égal?

(Cette question au reste n'est pas de pure curiosité ; cette manière de faire le commerce d'argent est, dit-on, fort d'usage en angleterre).

13. C'est l'égalité des paiemens qui fait ici toute la difficulté. Pour la lever (conservant d'ailleurs les appellations précédentes), à t qui désignoit le tems, je substitue n, qui exprimera le nombre des paiemens égaux.

Il est clair que le premier paiement trouvé, tout est trouvé. Or ce premier paiement est composé de deux parties ; l'une *connue*, c'est l'*intérêt* du capital entier sur le pied du denier donné ; l'autre *inconnue*, c'est une certaine portion du capital qu'il faut prendre pour compléter le paiement. Le capital étant écorné par le premier paiement, l'*intérêt* sera moins fort la seconde année, & conséquemment (vu l'égalité des paiemens) la portion qu'on prendra sur le capital sera plus grande, & ainsi de suite d'année en année. Ce qui donne deux suites, l'une décroissante pour les *intérêts*, l'autre croissante pour les diverses portions du capital, je m'attache à celle-ci ; & pour découvrir la loi qui y règne, je nomme z, y, x, &c. *dans le même ordre*, les portions du capital compétantes aux premier, second, troisième, &c. paiemens, de sorte que $z + y + x + \&c. = a$.

Le premier paiement sera .... $\frac{ai}{d} + z$.

Le second .... $\frac{ai - yi}{d} + y$.

Le troisième .... $\frac{ai - zi - yi}{d} + x$.

&c.

14. Comme ces paiemens sont supposés égaux, on en peut former diverses équations, comparant le premier avec le second, celui-ci avec le troisième, &c.

La première équation fait trouver ... $y = z \times \frac{d+i}{d}$.

La seconde .... $x = y \times \frac{d+i}{d}$, ou

(substituant au lieu de y sa valeur) .. $x = z \times \left(\frac{d+i}{d}\right)^2$.

Ce qui suffit pour donner à connoître que la suite en question est une progression géométrique, dont l'exposant est $\frac{d+i}{d} = p$: & dès-là le problème est résolu ; car, des cinq élémens qui entrent en toute progression géométrique (*Voyez* PROGRESSION), trois prix comme on voudra étant connus, donnent les deux autres. Or on connoît ici la somme

a, le nombre des termes n, & l'expofant p : on connoîtra donc les deux autres, & nommément le premier terme dont il s'agit ici principalement... il fera $a \times \frac{\overline{p-1}}{p^n - 1}$; à quoi ajoutant l'*intérêt* du capital entier, qui eft $a \times \overline{p-1}$, on aura $r = a \times \frac{\overline{p-1}}{p^n - 1} + p - 1$, ou (réduifant tout au dénominateur $p^n - 1$) $r = a \times \frac{p^{n+1} - p^n}{p^n - 1}$. Mais, comme cette expreffion de la valeur de r exige, dans l'application, des réductions pénibles, au lieu de p remettant $\frac{d+i}{d}$, qui lui eft égal, naît une nouvelle formule qui a cela de commode, que toutes les réductions y font faites d'avance, & qu'il n'y a qu'à fubftituer. On la voit ci-deffous avec celles qui en dérivent *d'une part*, & *vis-à-vis* les mêmes par les logarithmes.

$$15.\ r = \frac{ai}{d} \times \frac{\overline{d+i}^{\,n}}{\overline{d+i}^{\,n} - d^n} \;..\; \overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\log. i}$$
$$+ \overline{\log. \overline{d+i}} \times n - \overline{\log. d} - \log. \overline{\overline{d+i}^{\,n} - d^n}.$$

$$a = \frac{dr}{i} \times \frac{\overline{\overline{d+i}^{\,n} - d^n}}{\overline{d+i}^{\,n}} \;..\; \overline{\log. a} = \overline{\log. d} + \overline{\log. r}$$
$$+ \log. \overline{\overline{d+i}^{\,n} - d^n} - \overline{\log. i} - \log. \overline{d+i} \times n.$$

$$n = \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{\overline{\log. ar} - \log. \overline{dr - ai}}{\log. \frac{d+i}{d}}.$$

En vain reffafferoit-on ces formules pour en tirer une qui donnât directement la valeur de $\frac{d+i}{d}$ ou de p ; on fe trouve néceffairement renvoyé à une équation du degré n.

16. Comme z (ou la portion du capital qui entre dans le premier paiement) eft la feule vraie inconnue de cette queftion ; fi on veut l'avoir directement, de l'équation ci-deffus $z + y + x$ + &c. $= a$ (après avoir préalablement réduit tout en z), on tirera généralement,

$$z = a \times \frac{d^{n-1}}{d^{n-1} + d^{n-2} \times \overline{d+i} + d^{n-3} \times \overline{d+i}^{\,2} + \ldots + \overline{d+i}^{\,n-1}}$$

C'eft-à-dire, que, pour avoir z, il faut multiplier a par une fraction dont le numérateur étant d^{n-1}, le dénominateur eft la fomme des produits des puiffances fucceffives de d (depuis l'expofant $\overline{n-1}$ jufqu'à l'expofant o inclufivement), multipliées terme à terme, *mais dans un ordre renverfé*, par les puiffances pareilles de $d + i$.

17. Remarquez que cette dernière formule n'eft la formule particulière de z (*premier & plus petit terme* de la progreffion que forment entr'elles les diverfes portions du capital), que parce qu'on a pris pour numérateur de la fraction le *premier & plus petit terme* du dénominateur, favoir, d^{n-1}. Si (laiffant d'ailleurs tout le refte du fecond membre dans le même état) on eût pris pour numérateur le fecond terme du dénominateur, favoir, $d^{n-2} \times \overline{d+i}$, on eût eu la formule de y ; celle de x, fi on eût pris le troifième, &c. En un mot, la formule donnera la valeur du terme de la progreffion correfpondant (quant au rang) à celui du dénominateur qu'on aura pris pour numérateur de la fraction... Cette remarque trouvera plus bas fon application.

18. *Exemple*. Que la fomme prêtée foit 10,000 livres, l'*intérêt* à 4 pour %, & qu'il y ait 4 paiemens égaux.

$a = 10{,}000$ livres.

Faifant $\left.\begin{array}{l} d = 100 \\ i = 4 \\ n = 4 \end{array}\right\} \frac{d+i}{d} = \frac{104}{100} = \frac{26}{25}$; & fubftituant, on trouvera,

1.° Par la formule du n.° 15)

$$r = \frac{10000}{25} \times \frac{456976}{66351} = \frac{182790400}{66351} = 3754 \text{ liv. } \frac{59746}{66351}.$$

2.° Par celle du n.° 16.

$$z = 10{,}000 \times \frac{15625}{15625 + 16250 + 16900 + 17576} = \frac{156250000}{66351} = 2354 \text{ liv. } \frac{59746}{66351}.$$

Ajoutant 400 liv. pour l'*intérêt* de la 1re année, on a comme ci-devant... $r = 2754$ liv. $\frac{59746}{66351}$.

3.° Par les logarithmes, celui de r fe trouve 3.4401058 : or le nombre, qui répond à ce logarithme, eft entre 2754 & 2755, beaucoup plus près de ce dernier.

19. Dans la queftion qu'on vient de réfoudre (le capital, l'*intérêt*, le nombre & les *termes* des paiemens reftant d'ailleurs les mêmes), fi l'on fuppofoit que la dette originaire ne fut exigible que *dans un an*, au lieu de l'être *actuellement*, comme on l'avoit fuppofé n.° 12 : quel feroit alors chaque paiement égal ?

Ce qui rend l'efpèce du cas préfent différente de celle du précédent ; c'eft que le premier paiement, fe faifant au même terme que la dette originaire eût dû être payée, n'eft point fujet à *intérêts*, & fera pris en entier fur le capital. Procédant d'ailleurs comme ci-deffus, on retrouve encore entre les diverfes portions du capital z, y, x, &c. la progreffion géométrique dont l'expofant eft $\frac{d+i}{d}$; avec cette différence que z (qui en étoit là le premier & plus petit terme, parce qu'il étoit joint au plus fort *intérêt*) en eft au contraire ici

le dernier & plus grand, parce que l'*intérêt*, auquel est joint, est le moindre qu'il soit possible ou nul, & qu'il complète seul son paiement. Pour en avoir donc la valeur, il faut, conformément à la remarque, n.° 17, substituer (dans la formule du n.° 16) $\overline{d+i}^{\,n-1}$ au lieu de d^{n-1} pour numérateur de la fraction. Ce qui donnera, $z = r = 10000 \times \frac{17576}{66351} = \frac{175760000}{66351} = 2648$ l. $\frac{62552}{66351}$, comme on peut le vérifier.

Il seroit inutile de pousser plus loin cette spéculation.

20. Il est évident que le calcul de l'*intérêt* & celui de l'escompte (*Voyez* ESCOMPTE) sont fondés sur les mêmes principes & assujettis aux mêmes règles, avec quelque légère difference dans l'application, qui en produit d'essentielles dans les résultats. Que, dans la première formule du n.° 6, on renverse la fraction $\frac{d+it}{d}$, en sorte qu'elle devienne $\frac{d}{d+it}$, on aura la formule r pour l'*escompte simple*, & par elles les autres qui en dérivent. De même que, dans les formules du n.° 9, on prenne p non pour $\frac{d+i}{d}$, mais pour $\frac{d}{d+i}$, elles deviendront celles même de l'*escompte correspondante*. (*Par M.* RALLIER DES OURMES).

* On a vu ci-dessus que $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m$ est l'*intérêt* redoublé ou composé pour un nombre m d'années quelconque, en y comprenant le principal; & que $a\left(1+\frac{mi}{d}\right)$ est l'*intérêt* simple pour un nombre pareil d'années, en y comprenant de même le principal. Or il est aisé de voir, 1.° que, si m est un nom entier $>$ que l'unité, on a $\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > 1 + \frac{mi}{d}$; car $\left(1+\frac{i}{d}\right)^m = 1 + \frac{mi}{d} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}\frac{i^2}{d^2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\frac{i^3}{d^3} +$, &c. *Voyez* PUISSANCE BINOME; or cette quantité est évidemment égale à $1 + \frac{mi}{d} +$ une quantité réelle positive; donc elle est plus grande que $1 + \frac{mi}{d}$.

2.° Si $m = 1$, les deux quantités sont égales, comme il est très-aisé de le voir.

3.° Si $m = \frac{1}{p}$, on aura $\left(\frac{d+i}{d}\right)^{\frac{1}{p}} > 1 + \frac{mi}{d}$ ou $1 + \frac{i}{dp}$; car, en élevant de part & d'autre à la puissance p, on aura, d'une part, $\frac{d+i}{d}$; &, de l'autre, $1 + \frac{i}{d} +$ une quantité positive.

4.° De-là il est aisé de voir que, si m est un nombre fractionnaire quelconque plus grand que l'unité, on aura, en général, $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > 1 + \frac{mia}{d}$; & au contraire si m est un nombre fractionnaire quelconque plus petit que l'unité.

Donc en général, quand on emprunte à *intérêt* composé, la somme dûe est plus forte, s'il y a plus d'un an écoulé, qu'elle ne le seroit dans le cas de l'*intérêt* simple; & au contraire, s'il y a moins d'un an écoulé, la somme dûe est moins forte que dans le cas de l'*intérêt* simple.

Pour rendre sensible à tous nos lecteurs cette observation importante, supposons qu'un particulier prête à un autre une somme d'argent à 3 pour 1 d'*intérêt* par an; cette usure exorbitante ne peut sans doute jamais avoir lieu en bonne morale; mais l'exemple est choisi pour rendre le calcul plus facile: il est clair qu'au commencement de la première année, c'est-à-dire, dans l'instant du prêt, le débiteur devra simplement la somme prêtée 1; qu'au commencement de la seconde année, il devra la somme 4, & que, cette somme 4 devant porter son *intérêt* à 3 pour 1, il sera dû, au commencement de la troisième année, la somme 4, plus 12 ou 16; en sorte que les sommes 1, 4, 16, dûes au commencement de chaque année, c'est-à-dire, à des intervalles égaux, formeront une proportion qu'on appelle *géométrique*, c'est-à-dire, dans laquelle le troisième terme contient le second comme celui-ci contient le premier. Or, par la même raison, si on cherche la somme dûe au milieu de la première année, on trouvera que cette somme est 2, parce que la somme due au milieu de la première année, doit former aussi une proportion géométrique avec les sommes 1 & 4 dûes au commencement & à la fin de cette année; & qu'en effet la somme 1 est contenue dans la somme 2, comme la somme 2 l'est dans la somme 4. Présentement, dans le cas de l'*intérêt* simple, le débiteur de la somme 4 au commencement de la seconde année, ne devroit que la somme 7, & non 16 au commencement de la troisième: mais, au milieu de la première année, il devroit la somme 2 & $\frac{1}{2}$; car l'argent qui rapporte 3 pour 1 à la fin de l'année, dans le cas de l'*intérêt* simple, & 6, c'est-à-dire, le double de 3 à la fin de la seconde année, doit rapporter $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire, la moitié de 3 au milieu de la première année. Donc, dans le cas de l'*intérêt* composé, le débiteur devra moins avant la fin de la première année que dans le cas de l'*intérêt* simple. Donc, si l'*intérêt* composé est favorable au créancier dans certains cas, il l'est au débiteur dans d'autres cas; la compensation, il est vrai n'est pas égale, puisque l'avantage du débiteur finit avec la première année, & que celui du créancier commence alors, pour aller toujours en croissant à mesure que le nombre des années augmente: néanmoins il est toujours utile d'avoir fait

fait cette obſervation, ne fût-ce que pour montrer que l'*intérêt* ſimple, dans certains cas, eſt non-ſeulement moins favorable au débiteur, mais qu'il peut même être regardé comme injuſte, ſi la convention eſt telle que le débiteur ſoit obligé de s'acquitter dans le courant de l'année de l'emprunt.

Si on repréſente les ſommes dûes par les ordonnées d'une ligne courbe dont la premiere ordonnée (celle qui répond à l'abſciſſe $=o$) ſoit $=$ à la ſomme prêtée, & dont les ordonnées répondantes à chaque abſciſſe repréſentent les ſommes dûes à la fin du tems repréſenté par cette abſciſſe, il eſt aiſé de voir, 1.° que, dans le cas de l'*intérêt* ſimple, cette courbe ſera une ligne droite; 2.° que, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, elle tournera ſa convexité vers ſon axe; 3.° que, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, ſi on nomme a la premiere ordonnée, & $a+b$ l'ordonnée qui répond à une abſciſſe $=t$, l'ordonnée, qui répondra à une abſciſſe quelconque pt, ſera $\frac{(a+b)^p}{p-1}$; p étant un nombre quelconque entier ou rompu, plus grand ou plus petit que l'unité. *Voyez* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE. Donc en général la ſomme dûe au bout du tems pt ſera $a \times \left(1+\frac{a}{b}\right)^p$; & ſi on ſuppoſe p infiniment petit, la différence des quantités a & $a\left(1+\frac{a}{b}\right)^p$ ſera à la quantité a comme la quantité pt eſt à la ſoutangente d'une logarithmique, qui, ayant a pour premiere ordonnée, t pour abſciſſe, auroit $a+b$ pour l'abſciſſe correſpondante. Or la ſoutangente d'une telle logarithmique eſt facile à trouver. Car, nommant x cette ſoutangente, & c le nombre dont le logarithme eſt l'unité, on aura $ac^{\frac{t}{x}}=a+b$. *Voyez* LOGARITHMIQUE & EXPONENTIELLE. Donc $\frac{t}{x}$ log. $c+$ log. $a=$ log. $a+b$; ou $\frac{t}{x}=$ log. $a+b$, parce que log. $c=1$, (hyp.) & que log. $a=o$. Donc $x=\frac{t}{\text{log. } a+b}$. *Voyez* LOGARITHME. Par ce moyen, ſi on nomme d la quantité infiniment petite, qui eſt dûe pour l'*intérêt* à la fin de l'inſtant dt, on aura $d=\frac{a \times dt}{x}=\frac{a \times dt \text{ log. } a+b}{t}$. C'eſt ainſi que, dans le cas de l'*intérêt* compoſé, on trouve quel eſt l'*intérêt*, ſi on peut parler ainſi, à la naiſſance du tems; & cet *intérêt* équivaut à un *intérêt* ſimple, qui ſeroit a log. $a+b$, au bout du tems t. *Voyez*, aux *articles* ESCOMPTE & ARRÉRAGES, d'autres remarques ſur l'*intérêt*. On nous a fait, ſur cet *article* ARRÉRAGES, une imputation très-injuſte, dont nous croyons nous être ſuffiſamment juſtifiés par une lettre inſérée dans le mercure de décembre 1757. Nous y renvoyons le lecteur. (*O*)

INTERLUNIUM, (*Aſtr.*) tems où la lune ne paroît pas, c'eſt deux jours avant & après la conjonction.

INTERNE, (*Géom.*) les angles *internes* ſont tous les angles que forment les côtés d'une figure rectiligne, pris au-dedans de cette figure. *Voyez* ANGLE.

La ſomme de tous les angles *internes* d'une figure rectiligne quelconque, eſt égale à deux fois autant d'angles droits, moins quatre, que la figure a de côtés.

Dans un triangle tel que *KLM* (*Pl. Geom. fig.* 19), les angles *L* & *M* ſont dits *internes* & oppoſés, par rapport à l'angle *externe IKM* qui eſt égal à tous les deux enſemble.

On appelle encore angles *internes* ceux qui ſont formés, entre deux paralleles, par l'interſection d'une troiſieme ligne. Tels ſont les angles z, y, & x, s (*Pl. Géom. fig.* 35), formés entre les paralleles *OP*, *QR*, de chaque côté de la ſécante *ST*. Dans ces paralleles, la ſomme de deux angles *internes* du même côté, eſt toujours égale à deux angles droits.

Les angles *internes oppoſés* ſont les deux angles s & y (*pl. Géométr. fig.* 36), formés par la ligne qui coupe les deux paralleles. *Voyez* PARALLELE.

Ils ſont reſpectivement égaux aux angles *A*, *u*, qu'on appelle *angles externes oppoſés*. *Chambers.* (*E*)

INTERPOLATION, ſ. f. (*Mathématiques & Phyſique*); c'eſt la méthode de trouver une loi qui lie pluſieurs faits. Trente lieux d'une planete étant obſervés, trouvez une courbe analytique qui paſſe par ces trente lieux, & vous aurez interpolé les obſervations de la planete. Ainſi, le problême d'interpoler une ſuite d'obſervations données eſt indéterminé en général, puiſque, dans l'exemple cité, vous pouvez trouver une infinité de courbes analytiques de formes différentes, qui paſſent par trente points donnés; mais le but d'une *interpolation* eſt preſque toujours de ſuppléer à des obſervations qui manquent; ainſi, l'analyſte doit choiſir ſa formule telle qu'elle puiſſe repréſenter le mieux poſſible ces obſervations, qui, communément, ſont contenues dans des limites aſſez reſſerrées, connues par la queſtion.

Une régle aſſez bonne pour déterminer la meilleure formule d'*interpolation*, indépendamment des facilités que peut donner la nature de la queſtion, ſeroit d'interpoler les obſervations données, excepté une ou pluſieurs, ſuivant pluſieurs formules; alors on adopteroit comme la meilleure celle qui s'écarteroit le moins des obſervations non calculées. L'analyſte doit auſſi faire en ſorte que ſa formule ne ſoit pas trop compliquée; car plus elle ſera ſimple, plus le nombre des obſervations qu'il pourra interpoler ſera conſidérable, & réciproquement C'eſt donc une occupation digne d'un analyſte de chercher des formules d'*interpo-*

lation courtes, capables de s'accommoder facilement à un grand nombre d'observations, pour que, quelque cas important venant à se présenter, on ait d'autant plus de quoi choisir entre des formules simples & préparées; pour trouver celle qui convient à la circonstance.

J'ai fait ces recherches, & je les communiquai, il y a quelques années, à l'Académie des Sciences de Paris; la nature de cet ouvrage ne permet pas de les insérer ici avec tous les détails. Je me bornerai à ce qu'elles contiennent de plus simple. J'entre en matière.

Le phénomène est une fonction de x, que je représente par $\varphi(x)$, & on connoît $\varphi(0)$, $\varphi(1)$, $\varphi(2)\ldots\varphi(n-1)$. Cela posé, on pourra écrire:

$$\varphi(x)=\frac{{}_0p\,\varphi(0)\,f\,\pi x}{f\,{}_0p\,\pi x}+\frac{{}_1p\,\varphi(1)\,f\,\pi(x-1)}{f\,{}_1p\,\pi(x-1)}+\frac{{}_{n-1}p\,\varphi(n-1)\,f\,\pi(x-n+1)}{f\,{}_{n-1}p\,\pi(x-n+1)}.$$

π est la demi-circonférence, ${}_0p$, ${}_1p\ldots{}_{n-1}p$ sont des nombres quelconques, à cela près qu'en général ${}_rp$ ne peut pas être un entier ni une fraction rationnelle dont le dénominateur seroit moindre que $n-r$. Ces conditions étant remplies, il est évident que $\varphi(x)$ satisfera aux n observations supposées. Soit, par exemple, $x=2$ le coëfficient de ${}_2p\,\varphi(2)$ deviendra $\frac{0}{0}$, & se trouvera $\frac{1}{{}_2p}$, suivant les règles connues. Ainsi, le terme $\frac{{}_2p\,\varphi(2)\,f\,\pi(x-2)}{f\,{}_2p\,\pi(x-2)}$ se réduira à $\varphi(2)$; &, comme les numérateurs des autres fractions deviennent alors 0, sans que les dénominateurs le deviennent, il s'ensuit qu'on a alors $\varphi(x)=\varphi(2)$.

Remarque. Les quantités ${}_0p$, ${}_1p\ldots{}_{n-1}p$ étant presque arbitraires, on peut théoriquement satisfaire, par leur moyen, à n autres observations correspondantes à des valeurs fractionnaires ou radicales de x, pourvu que ces valeurs de p ne tombent pas dans les cas exclus ci-dessus; mais cela n'arrivera presque jamais (on ne pourroit pas satisfaire, par le moyen de ces lettres p, à des observations correspondantes à des valeurs de x entières & positives plus grandes que n, ou négatives; car la valeur de $\varphi(x)$ deviendra alors 0, ou plus généralement la somme d'un certain nombre d'observations primitives). Alors le calcul sera impraticable, ou les valeurs de p, qui en résulteront, rendront l'usage de la formule extrêmement pénible. Cependant on ne doit pas regarder cette indétermination comme absolument inutile; car, comme ces quantités augmentant continuellement, les dénominateurs qui en dépendent ne deviennent jamais plus grands que 1, il suit de-là que, si la valeur de $\varphi(x)$ se trouvoit trop éloignée de convenir avec d'autres observations, d'après certaine supposition pour les quantités p, on pourroit la rendre plus exacte en les diminuant ou augmentant en conséquence.

Au lieu des sinus dénominateurs, on pourroit prendre des quantités exponentielles; par exemple, au lieu de $f\,{}_\mu p\,\pi(x-\mu)$, on pourroit écrire $h^{{}_\mu p(x-\mu)}-1$, h étant le nombre dont le logarithme est 1, & alors on auroit,

$$\pi\varphi(x)=\frac{{}_0p\,\varphi(0)\,f\,\pi x}{h^{{}_0p\,x}-1}+\frac{{}_1p\,\varphi(1)\,f\,\pi(x-1)}{h^{{}_1p(x-1)}-1}+\frac{{}_{n-1}p\,\varphi(n-1)\,f\,\pi(x-n+1)}{h^{{}_{n-1}p(x-n+1)}-1}.$$

Enfin on pourroit, aux quantités exponentielles, substituer des quantités algébriques, & écrire ainsi:

$$\pi\varphi(x)=\frac{\varphi(0)\,f\,\pi x}{x}+\frac{{}_1p\,\varphi(1)\,f\,\pi(x-1)}{x^{{}_1p}-1}+\frac{{}_{n-1}p\,(n-1)^{{}_{n-1}p-1}\,\varphi(n-1)\,f\,\pi(x-n+1)}{x^{{}_{n-1}p}-(-1)^{{}_{n-1}p}}.$$

Il y a des remarques à faire, relativement aux quantités p, pour ces deux formules, analogues à celle qui a été faite pour la première. Si on n'y mettoit pas du choix à raison du phénomène dont on a des cas observés, la fonction φ pourroit encore s'écarter considérablement de la vérité.

Remarque. Si les observations du lieu de correspondre aux abscisses 1, 2, 3, *&c.* correspondoient à des multiples quelconques de l'unité, il est clair qu'on pourroit encore trouver $\varphi(x)$ par une formule semblable.

Définition. Je représenterai, comme M. Vandermonde, par $[\overset{m}{x}]$ le produit $x(x-1)(x-2)\ldots(x-m+1)$, & par $[\overset{-m}{0}]$ la fraction $\frac{1}{1.2.3\ldots m}$.

Cela posé, si on veut que la fonction φ soit algébrique, on pourra écrire

$\varphi(x)=F(0)+xF(1)\ldots+[\overset{n-1}{x}]\,F(n-1)$: les fonctions F indiquent des coëfficiens constans. Maintenant, si on fait $x=0$, on trouvera $F(0)=\varphi(0)$; ensuite, prenant les différences finies, & faisant $x=0$ après les différentiations, on trouvera $F(1)=\Delta\varphi(0)$, $F(2)=\Delta^2\varphi(0)[\overset{-2}{0}]$, & généralement $F(\mu)=\Delta^{\mu}\varphi(0)[\overset{-\mu}{0}]$; ainsi, on aura $\varphi(x)=\varphi(0)+x\Delta\varphi(0)+[\overset{2}{x}][\overset{-2}{0}]\Delta^2\varphi(0)\ldots+[\overset{n-1}{x}][\overset{-n+1}{0}]\Delta^{n-1}\varphi(0)$.

Mais $\varphi(0)=\varphi(0)$;

$\Delta\ \varphi(0)=\varphi(1)-\varphi(0)$;

$\Delta^2\ \varphi(0)=\varphi(2)-2\varphi(1)+\varphi(0)$;

$\overset{n-1}{\Delta}\ \varphi(0)=\varphi(n-1)-(n-1)\varphi(n-2)+[\overset{2}{n-1}][\overset{-2}{0}]\varphi(n-3)$ &c.

Or ces fonctions sont observées; tout est donc connu dans la fonction φ.

Cette formule s'accorde avec celle que Neuton a donnée, sans démonstration, dans le troisième Livre des Principes.

J'appliquerai cette méthode à des expériences faites par M. l'abbé Bossut, & rapportées dans le second volume de son Hydrodynamique, ouvrage où la théorie & la pratique sont rapprochées l'une de l'autre avec beaucoup de sagacité. L'auteur s'est proposé, dans ces expériences, de trouver la loi des quantités d'eau, fournies par plusieurs conduits de différens diamètres & de différentes longueurs, les hauteurs des réservoirs qui fournissent l'eau à ces conduits étant aussi différentes; mais, comme, dans les formules précédentes, la loi n'est exprimée que par une seule variable, je supposerai d'abord que le diamètre de la conduite & la hauteur du réservoir sont constans, & je ne ferai varier que la longueur de cette conduite; plus bas je donnerai des méthodes pour le cas le plus général. M. l'abbé Bossut a lui-même interpolé quelques-unes de ces expériences, en ne faisant varier que la longueur de la conduite; il en a choisi une, qui a 16 lignes de diamètre, la hauteur du réservoir étant un pié, & a observé les dépenses à l'origine de la conduite; ensuite, à 30 piés, 60, 90, 120, 150 & 180 de la même origine, les expériences donnent (les dépenses étant toutes réduites au même tems d'une minute),

$\varphi(0)=6330$ pouces $\varphi(3)=1587.\ \varphi(6)=1052$;
$\varphi(1)=2778.\qquad \varphi(4)=1351$;
$\varphi(2)=1957.\qquad \varphi(5)=1178$.

La quantité que j'ai appellée x, est ici le quotient de la longueur du tuyau par 30; mettant ces valeurs dans les équations précédentes, on aura,

$$\varphi(0)=+6330;$$
$$\Delta\ \varphi(0)=-3552;$$
$$\Delta^2\ \varphi(0)=+2731;$$
$$\Delta^3\ \varphi(0)=-2280;$$
$$\Delta^4\ \varphi(0)=+1963;$$
$$\Delta^5\ \varphi(0)=-1717;$$
$$\Delta^6\ \varphi(0)=+1526.$$

Substituant ces valeurs dans la formule précédente, on aura $\varphi(x)=6330-3552\,x+2731\,[\overset{2}{x}][\overset{-2}{0}]-2280[\overset{3}{x}][\overset{-3}{0}]+1963[\overset{4}{x}][\overset{-4}{0}]-1717[\overset{5}{x}][\overset{-5}{0}]+1526[\overset{6}{x}][\overset{-6}{0}]$.

M. l'abbé Bossut a pris pour la formule d'interpolation,

$$\varphi(x)=a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6,$$

qui doit être identique avec la précédente. La recherche de ces coëfficiens est assez pénible; cependant le calcul n'est pas impraticable. Pour le simplifier un peu, il faut remarquer qu'on a,

$bx=bx$;

$cx^2=cx+\ \ c[\overset{2}{x}]$;

$dx^3=dx+\ 3d[\overset{2}{x}]+\ \ [\overset{3}{x}].d$;

$ex^4=ex+\ 7e[\overset{2}{x}]+\ 6e[\overset{3}{x}]+\ \ [\overset{4}{x}].e$;

$fx^5=fx+15f[\overset{2}{x}]+25f[\overset{3}{x}]+10f[\overset{4}{x}]+\ f[\overset{5}{x}]$;

$gx^6=gx+31g[\overset{2}{x}]+90g[\overset{3}{x}]+65g[\overset{4}{x}]+15g[\overset{5}{x}]+g[\overset{6}{x}]$.

La loi de ces suites est facile à saisir. Pour avoir le coëfficient numérique d'un terme comme $[\overset{\mu}{x}]$ dans une suite quelconque, il faut multiplier par μ le coëfficient de $[\overset{\mu}{x}]$ dans la suite précédente, & ajouter à ce produit le coëfficient de $[\overset{\mu-1}{x}]$ dans la même suite précédente. Au reste, si on vouloit donner ce coëfficient d'une manière plus analytique, on pourroit dire que le coëfficient de $[\overset{\mu}{x}]$, dans $\overset{k}{x}$, est $\overset{\mu}{\Delta}\ \overset{k}{x}\ [\overset{-\mu}{0}]$, faisant $x=0$ après les différentiations. Maintenant, en identifiant cette formule avec la précédente, on a d'abord $a=6330$; & pour déterminer les autres coëfficiens,

$$b+c+\ d+\ e+\ \ f+\ \ g=-3552;$$
$$c+3d+7e+15f+31g=+2731\,[\overset{-2}{0}];$$
$$d+6e+25f+90g=-2280\,[\overset{-3}{0}];$$
$$e+10f+65g=\ \ 1963\,[\overset{-4}{0}];$$
$$f+15g=-1717\,[\overset{-5}{0}];$$
$$g=+1526\,[\overset{-6}{0}].$$

D'où on tire ces valeurs des inconnues, en commençant par la dernière:

$$g=+\frac{761}{2^3\cdot 3^2 5},$$
$$f=-\frac{461}{2\cdot 5},$$
$$e=+\frac{14581}{2^2\cdot 3^2},$$
$$d=-\frac{11091}{2\cdot 3},$$
$$c=+\frac{2713807}{2^2\cdot 3^2\cdot 5},$$
$$b=-\frac{329577}{2\cdot 3\cdot 5}.$$

Au reste, l'*interpolation* est presque la seule route qui soit ouverte au philosophe-géomètre, pour se conduire avec quelque certitude dans la recherche des loix de la nature; car les questions naturelles se réduisent toujours à déterminer une loi d'après certains faits observés.

Si la loi déterminée par un certain nombre d'observations, convient exactement à un grand nombre d'autres qui ne sont point entrés comme élémens dans sa détermination, elle est généralisée par induction, & étendue aux faits même pour lesquels elle n'est pas vérifiée. On peut citer en exemple la gravitation universelle. Neuton soupçonna que la pesanteur étoit la force qui retenoit la lune dans son orbite; il chercha quelle devoit être sa quantité, & trouva qu'il falloit la supposer décroissante depuis la terre jusqu'à la lune, en raison des carrés des distances, augmentans. Il appliqua cette supposition aux planètes dont les élémens étoient les mieux connus, & trouva qu'elle se vérifioit assez, pour qu'on pût attribuer ce qui manquoit aux erreurs inévitables dans les observations; il généralisa donc cette loi par induction, & conclut que tous les corps s'attiroient mutuellement avec des forces qui étoient en raison directe des masses attirantes, & en raison inverse des carrés des distances.

On trouve rarement des loix si simples qui puissent cadrer exactement, ou presque exactement avec un très-grand nombre de faits. Communément la loi, qui doit en lier un très-grand nombre, est bien plus compliquée, & s'écarte plus ou moins des faits qui ne sont point entrés comme élémens dans la détermination. Tel seroit le cas où on voudroit connoître la courbe décrite dans un air très-dense par une bombe lancée avec une très-grande vîtesse, suivant une direction oblique à celle de la pesanteur; alors il faut nécessairement interpoler.

En choisissant cet exemple, je n'ignore pas qu'on a donné plusieurs solutions *à priori* de ce problème, d'après différentes suppositions; mais elles sont toutes insuffisantes. (*T*)

INTERPOLATION, (*Astronomie.*) méthode employée, sur-tout par les astronomes, pour remplir les intervalles d'une suite de nombres, d'observations, ou de calculs, dont la marche n'est pas égale, ni le progrès uniforme. Dans l'usage des observations & des tables astronomiques, on emploie continuellement des règles de trois, & des parties proportionnelles; parce qu'on suppose que les nombres croissent uniformément; cependant il y a presque toujours des cas où cette supposition est défectueuse; on est alors obligé d'avoir recours à la méthode des *interpolations*. Le problême général qu'il faut résoudre est celui-ci: étant données deux suites de nombres qui se répondent l'une à l'autre, suivant une certaine loi, & dont l'une s'appelle *la suite des racines*, & l'autre, *la suite des fonctions*, trouver un nombre intermédiaire, entre deux fonctions, qui réponde à un nombre intermédiaire donné entre deux racines. On peut voir cette matière traitée, dans toute sa généralité, par des formules algébriques, dans Neuton, dans Côtes, dans Stirling, dans Mayer, *Mémoires de Pétersbourg*, & dans l'*Astronomie* de la Caille. Le P. Boscovich a fait voir qu'on pourroit, par ces méthodes, dresser des tables, même des inégalités de saturne produites par l'attraction. Mais, dans l'usage de l'astronomie, on traite les *interpolations* d'une manière plus limitée, par le moyen des différences premières & secondes, ou tout au plus des troisièmes.

Je suppose une suite de nombres 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c. dont les différences soient inégales, mais d'une inégalité constante & régulière; par exemple, 1, 2, 3, 4, 5, &c. en sorte que les secondes différences soient constantes, par exemple, égales à 1; si l'on ne prend les mêmes nombres que de deux en deux; par exemple, 0, 3, 10, 21, les différences feront, 3, 7, 11, & leur inégalité ou leur seconde différence sera de 4, c'est-à-dire, quatre fois plus grande qu'auparavant, parce qu'en doublant les intervalles, l'on a pour différence première, d'un côté, la somme de 1 & 2, de l'autre, la somme de 3 & 4; en sorte que la seconde différence a augmenté à raison de la différence qu'il y a entre 2 & 3, & de celle qu'il y a entre 1 & 4, qui est trois fois plus grande? Si l'on prenoit les nombres de trois en trois, on trouveroit la seconde différence 9.

Ainsi, en général, les différences secondes croissent comme les carrés des intervalles des nombres. De-là je vais tirer une règle générale pour remplir les intervalles d'une suite de nombres qui suivroient la même loi.

Je suppose quatre nombres, comme seroient quatre longitudes, observées de 12 heures en 12 heures, dont les trois différences soient 78, 222, 366, en sorte que l'inégalité de leur marche, ou de leur progrès, soit 144, c'est-à-dire, que la différence seconde, ou la différence des différences soit constamment de 144. Les nombres 0, 78, 300, 666, ne croissent pas uniformément, puisque leurs différences 78, 222, sont inégales, mais du moins l'uniformité est telle que ces différences augmentent également. Tel est le cas le plus simple des *interpolations*; mais ce cas est suffisant dans l'usage de l'astronomie, même pour le mouvement de la lune, qui est la planète la plus irrégulière de toutes.

Heures.	*Nombres.*	*Différences.*	*Secondes différences.*
0	0		
		78	
12	78		144
		222	
24	300		144
		366	
36	666		

Connoissant ces nombres, ou ces longitudes de 12 heures en 12 heures, on peut facilement les avoir de 6 heures en 6 heures, en les assujettissant à cette règle des secondes différences constantes; il ne s'agit que d'interpoler un nombre dans chacun des intervalles; car on a vu que leur seconde différence doit être quatre fois moindre que 144, c'est-à-dire, 36; il suffira donc de faire une suite de nombres dont la seconde différence soit 36. Pour avoir la différence première, on prendra la moitié de la différence, 78, c'est-à-dire, 39, & l'on en ôtera la moitié de la seconde différence 36, c'est-à-dire, 18, il restera 21; or, ayant cette première différence 21, il suffira de l'augmenter successivement de la seconde différence 36 pour avoir toutes les autres différences; en effet, la première différence jointe à la seconde, doit faire 78, & ces deux différences doivent différer de 36; or, quand on a la somme & la différence de deux nombres, il suffit, pour trouver le premier, de retrancher la demi-différence de la demi-somme.

Si, au lieu d'avoir un nombre à interpoler dans chacun des intervalles de 0, 78, 300, on en vouloit interpoler 2 dans chaque intervalle, on prendroit la 9.e partie de la seconde différence pour former celle de la nouvelle suite, & le tiers de la différence première, dont on ôteroit une fois la seconde différence trouvée; car les trois différences que l'on cherche doivent faire 78 dans l'exemple précédent, & elles doivent différer de la valeur de la seconde différence trouvée; or, quand on a la somme de trois quantités, & leur différence, on trouve la plus petite quantité par la règle que je viens d'indiquer.

En général, pour interpoler un nombre n de termes entre deux termes d'une suite donnée, on divisera la seconde différence de la suite donnée par le carré de $n+1$: pour avoir la seconde différence de la nouvelle suite, on divisera la différence première par $n+1$, & l'on ôtera du quotient la seconde différence de la nouvelle suite multipliée par $\frac{n}{2}$, il faudroit l'ajouter si les différences premières alloient en décroissant. C'est ainsi qu'on trouvera la première des différences premières qui doivent avoir lieu dans le nouvel ordre des termes que l'on cherche; les suivantes se trouvent en ajoutant successivement la différence seconde, trouvée pour la nouvelle suite.

La seule considération des secondes différences supposées égales, est suffisante dans bien des calculs astronomiques, sur-tout pour construire des tables. Sharp, qui calcula, en 1695, les tables d'ascension droite, & de déclinaison pour chaque degré de longitude & de latitude, qu'on trouve dans l'histoire céleste de Flamsteed, ne les calcula par la trigonométrie que de 5° en 5°, & il les étendit à chaque degré par la méthode des *interpolations*. Mouton, chanoine de Lyon, qui calcula les déclinaisons du soleil, pour chaque minute de longitude, en secondes & en tierces, ne les calcula que pour chaque degré par la trigonométrie, & chercha les autres nombres par la méthode des secondes différences.

Il suffit, dans ces cas-là, de calculer rigoureusement assez de termes pour que leurs secondes différences soient à-peu-près égales, ou varient insensiblement. J'ai publié, dans la *Connoissance des tems*, 1771, une table fort commode pour abréger ces sortes d'opérations, il y en a une plus étendue dans le *Recueil des Tables* de Berlin.

On se sert aussi des secondes différences pour corriger des calculs, ou limiter des observations, c'est-à-dire, les ramener à une marche régulière & uniforme. Quand on trouve une seconde différence qui est trop grande ou trop petite par rapport à la précédente & à la suivante, il faut corriger le nombre qui répond à cette seconde différence du tiers seulement de l'erreur qu'on a remarquée dans la différence seconde. Cette correction est de même espèce que celle de la seconde différence elle-même, si le progrès est de différente espèce dans les nombres & dans les premières différences.

En procédant ainsi par induction, il est aisé de trouver une formule pour corriger, d'une manière générale, l'inégalité des secondes & même des troisièmes différences; comme je les ai données dans les *Mémoires* de l'Académie, pour 1761. Au sujet des *interpolations* considérées plus généralement, *Voy.* SÉRIE & SUITE (*D.-L.*)

INTERPOSITION, (*Astron.*) situation d'un astre entre deux autres, de manière à former une éclipse.

L'éclipse de soleil ne se fait que par l'*interposition* de la lune entre le soleil & nous, & celle de la lune par l'*interposition* de la terre entre le soleil & la lune; celles des satellites de Jupiter par l'*interposition* de Jupiter entre ces satellites & le soleil. *Chambers.* (*O*)

INTERSECTION, s. f. *terme de géométrie*: on appelle ainsi le point où deux lignes, deux plans, *&c.* se coupent l'un sur l'autre. *V.* LIGNE & PLAN.

L'*intersection* mutuelle de deux plans est une ligne droite: le centre d'un cercle est dans l'*intersection* de deux de ses diamètres; le point central d'une figure régulière ou irrégulière de quatre côtés, est le point d'*intersection* de ses deux diagonales. *Chambers.* (*E*)

I N V

INVERSE, ou CONVERSE, s. f. (*Logique & Mathématiques.*) C'est ainsi que les logiciens

nomment une proposition qui résulte d'un échange de fonctions entre le sujet, l'attribut d'une proposition quelconque qu'ils conçoivent comme *directe*.

Ils ont observé que la vérité de la directe n'emportoit pas toujours celle de sa *converse*; & ils ont donné là-dessus quatre règles, relatives à autant d'espèces de propositions. Je ne rapporterai & ne développerai ici, que celles qui concernent les propositions universelles affirmatives, parce qu'elles sont presque les seules qui aient lieu dans les sciences exactes, & que les mêmes réflexions pourront s'appliquer aux trois autres espèces, à l'aide de quelques changemens aisés à suppléer.

Cette règle porte : que de telles propositions ne peuvent se *convertir* universellement, que quand le sujet est aussi étendu que l'attribut.

On a élevé dans plusieurs livres élémentaires de mathématique, différentes questions sur les *converses*, suivies de décisions, souvent opposées, & appuyées de part & d'autre sur des exemples mal développés. La source de ces embarras, dans une matière aussi susceptible de clarté, est sans doute l'impatience avec laquelle les auteurs, qui en ont traité occasionnellement, ont voulu tirer des conséquences avant que de s'être donné la peine de remonter aux principes, qui sont ici la *nature* & les *parties* des propositions de mathématique pure. Ces propositions sont toutes conditionnelles; c'est-à-dire, que leur attribut ne convient au sujet que sous une certaine condition, différente de ce sujet envisagé plus abstraitement. Il y a donc trois parties très-distinctes dans l'énoncé de toute vérité mathématique : le *sujet* qui est un être exprimé d'une manière trop universelle pour que l'attribut de la proposition puisse lui convenir dans tous les cas possibles, mais auquel il ne manque, pour cet effet, que d'être rendu plus particulier par une seule qualité déterminante : l'*hypothèse*, par où l'on doit entendre cette condition qui manquoit au sujet; & la *thèse* enfin ou la qualité qu'on assure convenir au sujet dès que l'hypothèse l'a rendu assez particulier pour cela.

Qu'il me soit permis d'illustrer cette sous-division, que j'exige dans la première partie de toute proposition, par l'exemple de celle que mettent les métaphysiciens dans la cause complète de tout effet. Un effet est toujours exactement simultané à sa cause complète, c'est-à-dire, à la collection de tout ce qui est requis pour qu'il parvienne à l'existence : & si l'on a accoutumé de regarder l'effet comme postérieur à sa cause, c'est parce qu'on entend communément, par ce dernier terme, une cause incomplète, à laquelle il manque encore, pour être accompagnée de son effet, une qualité qu'on nomme *condition*, ou *occasion*, & qu'on distingue expressément du reste. Cette comparaison est d'autant plus légitime, que, même dans la géométrie, dont les objets sont des quantités coexistentes, on est en usage de commencer souvent l'hypothèse des théorèmes par des adverbes de tems, tels que ceux-ci, *quand*, ou *lorsque*; & de mettre quelquefois la thèse au futur, *alors on aura*, &c.

Mais voici une considération qui fera mieux sentir encore la nécessité de distinguer trois parties dans toute proposition hypothétique. Si l'on fait choix de deux pareilles propositions visiblement *converses* l'une de l'autre, & qu'on les distribue seulement en deux parties, l'hypothèse & la these, on ne pourra jamais obtenir l'une de ces propositions, à l'aide d'un simple renversement de l'autre; & il faudra toujours conserver dans leurs deux hypothèses quelque chose qui leur est commun, & qui ne peut passer ni dans la thèse de l'une, ni dans celle de l'autre. Ce sont ces qualités communes aux deux hypothèses, que j'en détache, pour former ce que je nomme le *sujet*.

Nous sommes à présent en état de rectifier la définition qui est à la tête de cet article, & de dire, que, quand deux propositions ont un même sujet, mais que l'hypothèse & la thèse de l'une font une échange mutuel de leurs fonctions pour former l'autre proposition, elles sont dites *converses* l'une de l'autre; & que la plus importante des deux, ou bien celle que l'on met la première, parce qu'elle peut se démontrer plus aisément sans le secours de l'autre, que celle-ci ne peut être prouvée indépendamment de celle-là, se nomme quelquefois la *directe*. Voici donc la forme à laquelle je réduis les énoncés de toutes les propositions & de leurs *converses*.

Sujet commun. Tout ce qui a les qualités *A*, *B*, *C*, &c.

Directe. { *Hyp.* S'il possède encore la qualité *R*. *Thèse.* Il possédera aussi la qualité *S*. }

Converse. { *Hyp.* S'il possède encore la qualité. *S*. *Thèse.* Il possédera aussi la qualité *R*. }

Je serai à présent beaucoup plus aisément compris dans ce que j'avois à observer sur les différentes questions dont on a embrouillé cette matière, & sur quelques autres règles contre lesquelles pèchent la plupart des élémens qu'on met entre les mains des jeunes-gens.

Première question. Tout théorème a-t-il une *converse*?

Je me croirois dispensé d'une réponse, si des auteurs très-applaudis d'ailleurs, n'avoient pas prétendu le contraire, en s'appuyant, par exemple, de la 32[e] d'Euclide; que, par cette raison, je vais exprimer ici à ma manière : *dans toute figure rectiligne, où il y a précisément trois côtés,*

La somme des angles vaut deux droits. La *converse* en est à présent aisée à trouver : *dans toute figure rectiligne, où la somme des angles vaut deux droits, il y a précisément trois côtés.*

On voit ici que, pour avoir mes trois parties, j'ai été obligé de substituer la définition au défini, parce que ce dernier renfermoit, sous un seul mot, les qualités qui devoient appartenir au sujet, avec celle qui constituoit l'hypothèse. C'est ce que l'on est souvent obligé de faire, & c'est-là sans doute ce qui a empêché jusqu'à présent les auteurs d'appercevoir cette distinction.

Seconde question. Tout théorème universellement vrai, a-t-il une *converse* universellement vraie?

Oui, pourvu que l'hypothèse soit aussi étendue que la thèse. Un des principaux auteurs qui ont soutenu la *négative*, s'étant fait fort sur-tout de l'exemple d'une diagonale qui coupe en deux également son parallélogramme, sans que pour cela toute droite qui coupe un parallélogramme en deux également en soit la diagonale : je ferai peut-être plaisir à ses lecteurs, en leur indiquant trois manières de rendre ce théorème universellement *convertible*. Premièrement, en *généralisant l'hypothèse*, c'est-à-dire, en l'étendant à toutes les droites qui passent par le point d'intersection des deux diagonales, ou en *particularisant la thèse*, ce qui auroit lieu si on disoit que le parallélogramme est coupé en deux parties égales & semblables, ou seulement en deux triangles; ou enfin en *décomposant* l'idée de diagonale, comme nous avons décomposé, dans la première question, l'idée de triangle, ce qui donneroit l'énoncé que voici : *Toute droite qui passe par le sommet d'un des angles d'un parallélograme, si elle passe aussi par le sommet de l'angle opposé, elle coupera ce parallélograme en deux parties égales.* On me proposa une fois l'exemple suivant à convertir : *Tout polygone inscriptible au cercle, s'il est équilatéral, il est aussi équiangle*; & je le rendis *convertible* en généralisant l'hypothèse, c'est-à-dire, en disant : *si ces côtés alternatifs sont égaux.* On remarquera, en passant, que c'est seulement dans les théorèmes dont la thèse n'est pas plus étendue que l'hypothèse, qu'on peut donner le nom de *propriété* à la qualité que renferme cette thèse.

Je dois aussi un mot à ceux qui donnent dans l'excès opposé, & qui répondent à la question présente par l'affirmative, sans y mettre aucune restriction sur l'étendue de la thèse relativement à l'hypothèse; mais qui croient y suppléer en distinguant les vérités mathématiques de celles qui ont un autre objet que la quantité. Les savans de tous les siècles ayant pris plaisir à rendre leurs propositions aussi universelles qu'il leur étoit possible, & ayant trouvé plus de facilité à le faire dans les mathématiques que dans quelque autre science que ce fût, il en est arrivé que presque toutes les propositions de cette science ont eu des hypothèses aussi étendues que leurs thèses, & par conséquent des *converses* aussi vraies qu'elles; ce qui a porté quelques esprits peu profonds à conclure par une induction précipitée, qu'il suffisoit qu'une proposition certaine eût pour objet quelque branche des mathématiques, pour que sa *converse* fût certaine aussi; & quand ils ont rencontré, dans leurs lectures géométriques, des théorèmes dont la *converse* étoit fausse, ou ils n'y ont pas fait attention, ou ils ont attribué cette fausseté à la malhabileté de l'auteur, qui avoit pris pour *converse* d'une proposition, ce qui ne l'étoit pas précisément. Une conséquence naturelle de leur opinion a été, qu'on ne pouvoit se dispenser entièrement de démontrer les *converses*; erreur qui leur est commune avec toutes les personnes qui, n'ayant pas naturellement l'esprit net, n'y ont pas un peu suppléé par l'étude de la philosophie.

Troisième question. La même proposition a-t-elle plusieurs *converses* toutes aussi vraies qu'elle?

Je répondrai encore une fois en distinguant : le choix des qualités dont on veut composer l'hypothèse & la thèse étant une fois déterminé, il n'est plus possible de *convertir* la proposition de plus d'une manière; mais, si l'on n'avoit encore déterminé que la qualité qui doit former la thèse de la directe, on pourroit varier de plusieurs manières l'expression de cette directe, & par conséquent l'expression & le fond même de sa *converse*; savoir, en tirant du sujet pris selon l'acception commune, tantôt une qualité & tantôt une autre, pour en former ce que j'appelle l'*hypothèse*. A présent, si l'on me demande quelles règles doit suivre un auteur dans le choix de la qualité qu'il destine à former l'hypothèse de la directe, je répondrai, en général, qu'il doit préférer celle qui, devenue thèse à son tour, formera la *converse* la plus utile & la plus élégante. Mais voici une règle plus particulière : quand on a une classe de théorèmes, qui ne diffère qu'à un seul égard, on doit choisir pour hypothèse la qualité qui constitue cette différence, de sorte que le sujet soit absolument le même dans toutes ces propositions & dans toutes leurs *converses*. Outre l'uniformité qui résulte de l'observation de cette maxime, ce qui offre plus de commodité à l'attention & à la mémoire, on en retirera encore l'avantage de pouvoir toujours, sans aucune étude, démontrer les *converses* de ces sortes de propositions, par une méthode générale qui sera expliquée plus bas. On aura un exemple de ce que je préfère, si, dans celui que j'ai allégué à l'occasion de la première question, à la place des nombres *trois* & *deux*, dont l'un est dans l'hypothèse & l'autre dans la thèse, on met les nombres 4 & 4, ou 5 & 6, ou 6 & 8, ou 7 & 10, *&c.* ou généralement a & $2a-4$; ce qui fournira des théo-

rêmes sur la somme des angles d'un quadrilatère, d'un pentagone, & généralement d'un polygone quelconque.

Quatrième question. Convient-il de faire suivre chaque théorême par une *converse?*

La symmétrie le demanderoit : mais, premièrement, comme les mathématiques s'étendent tous les jours, sans qu'il en arrive autant à la vie de ceux qui s'y appliquent, il faut, dans ce siècle sur-tout, sacrifier cet avantage à celui de la briéveté, quand on prévoit que ces *converses* n'auroient aucune utilité considérable : nous devons imiter la sage retenue d'Euclide, qui, quoiqu'il vécût dans un temps où l'objet des mathématiques étoit mille fois moins vaste qu'à présent, a su cependant se borner aux *converses*, dont il avoit besoin pour démontrer ses principaux théorêmes, sans qu'on ait lieu de soupçonner un si grand génie d'avoir agi de la sorte par incapacité. En second lieu, on est bien forcé, sur-tout dans les mathématiques mixtes, d'abandonner souvent le projet d'insérer certaines *converses* dans un traité, faute de pouvoir en donner la démonstration. Il est bien plus aisé de descendre des causes aux effets, que de remonter des effets aux causes. Le nombre des causes combinées dont on cherche le résultat, étant arbitraire, ce nombre est connu & aussi petit que l'on veut; au lieu que celui des effets devant être puisé dans la nature, sous peine de se perdre dans des conclusions chimériques, ce nombre nous est souvent inconnu par l'imperfection de nos sens, & même il est souvent trop considérable pour les forces de notre entendement : sans ces deux obstacles, rien n'empêcheroit que nous ne pussions acquérir, sur les causes physiques, des lumières aussi certaines que celles dont nous jouissons à l'égard de la géométrie pure; savoir, en employant la voie d'exclusion pour découvrir les *converses* en physique, comme on le fait ordinairement en géométrie pour les démontrer; mais comment mettre en usage cette méthode, quand on ne peut pas avoir des énumérations complètes, & que la réjection de chaque membre de cette énumération exige des calculs dont nous avons à peine les élémens ? Ceci nous mène tout naturellement à la question suivante.

Cinquième question. Quelle méthode doit-on mettre en usage pour la démonstration des *converses?*

On peut les démontrer d'une manière qui n'ait aucun rapport avec celle qu'on aura employée pour leurs directes, lorsqu'on est assez heureux pour trouver sans efforts un moyen considérablement plus abrégé ou plus élégant que celui sur lequel on a fondé la certitude de ces directes; mais voici deux méthodes générales, dont peuvent faire usage ceux qui n'ont pas le génie ou le loisir nécessaire pour faire mieux; méthodes qui pourront plaire d'ailleurs aux amateurs de l'uniformité, vu la relation qu'elles mettent entre les démonstrations des propositions *converses* l'une de l'autre.

Pour rendre la première méthode applicable à un théorême donné, il faut, à ce théorême, en joindre un autre dont le sujet soit le même, mais dont l'hypothèse & la thèse soient précisément l'opposé de celles de ce premier. Cette seconde directe étant démontrée, ce qui est ordinairement fort aisé à celui qui a déjà démontré la première, il faut démontrer la *converse* de cette première, en disant simplement que, si elle n'avoit pas lieu, la seconde directe seroit fausse, & démontrer la *converse* de la seconde, en avertissant seulement que, si elle n'étoit pas vraie, la première directe ne le seroit pas non plus. Quoique cette méthode soit fort connue, j'espère qu'on me pardonnera d'en rapporter ici la formule, en considération de la règle que j'ai donnée en répondant à la troisième question, vu que cette règle en deviendra plus intelligible encore, ce qui arrivera aussi aux réflexions que je joindrai à la formule.

Première directe. Dans tout sujet qui a les qualités *A*, *B*, *&c.* si la quantité p est égale à la quantité q, la quantité r sera égale à la quantité s.

Seconde directe. Dans tout, *&c.* si p n'est pas égal à q, r ne sera pas égal à s.

Première converse. Dans tout, *&c.* si r est égale à s, p sera égal à q.

Démonstration. Si p & q étoient inégaux, r & s le seroient aussi par la seconde directe; mais r & s sont supposées égales, donc p & q ne sauroient être inégaux.

Seconde converse. Dans tout, *&c.* si r n'est pas égale à s, p ne sera pas égal à q.

Démonstr. Si p & q étoient égaux, r & s le seroient aussi par la première directe; mais r & s sont supposées inégales, donc p & q ne sauroient être égaux.

Pour éviter l'idée négative qu'offre l'inégalité prise abstraitement, & les raisonnemens négatifs qu'elle exige quelquefois, on la distribue souvent en deux cas, celui de *majorité* & celui de *minorité*; ce qui donne à la vérité trois directes & trois *converses* au lieu de deux : *Si*, dit-on, $p=q$, *on aura* $r=s$; si $p>q$, *on aura* $r>s$; *&* $p<q$, *on aura* $r<s$, *& réciproquement.*

On peut même diviser l'inégalité d'une manière plus déterminée encore, & en quelque façon plus positive, en lui substituant séparément différentes égalités, comme on peut s'en éclaircir par l'exemple des diverses valeurs de la somme des angles des divers polygones : cette méthode fournit un grand nombre de directes, quelquefois une infinité qu'on doit démontrer sur un même modèle & d'une manière précise; mais dont toutes les *converses* se démontrent dans un instant

inſtant par l'idée indéterminée d'inégalité : c'eſt ainſi qu'Euclide auroit ſans doute démontré en un ſeul mot la *converſe* du théorême favori de Pythagore, en la plaçant après les propoſitions 12ᵉ & 13ᵉ du ſecond livre, dont il auroit pu auſſi démontrer les *converſes* en même temps dans un trait de plume, s'il n'avoit pas imaginé cette autre démonſtration plus directe & plus indépendante, par laquelle il termine ſon premier.

Par rapport à la ſeconde méthode que j'ai annoncée, elle conſiſteroit à donner, dès le commencement du traité, la *converſe* de chaque axiome, & à démontrer enſuite la *converſe* de chaque théorême par la même chaîne de conſéquences qu'on auroit employée pour démontrer le théorême direct, en ſubſtituant à chaque conſéquence ſa *converſe*, & en y faiſant des *converſes* précédentes le même uſage qu'on vient de faire de leurs directes pour démontrer la dernière directe. C'eſt encore ainſi qu'Euclide auroit pu démontrer cette même 48ᵉ propoſition dont nous venons de parler, en citant la 13ᵉ propoſition & un corollaire de la 38ᵉ au lieu de la 14ᵉ & de la 41ᵉ, auxquelles il avoit renvoyé dans la démonſtration de la 47ᵉ.

Si je n'ai point fait mention, dans tout ceci, des *converſes problêmes*, c'eſt que j'ai préſumé qu'on préféreroit une ſeule règle générale, quoique plus embarraſſante dans l'exécution, à l'ennui de lire autant de remarques particulières ſur les problêmes, que j'en ai déjà fait ſur les théorêmes. Cette règle eſt aiſée à imaginer & à retenir ; réduiſez le problême que vous avez en main ſous la forme du théorême, appliquez-lui alors les préceptes que nous avons donnés ſur ceux-ci, tant pour les convertir que pour en démontrer les *converſes*, & preſentez enfin ces *converſes* ſous la forme de problêmes. *Cet article eſt de M. Le Sage, fils, citoyen de Genève, dont il a déjà été parlé au mot* Gravité.

INVERSE, adj. (*Algèbre & Arith.*) on applique ce mot à une certaine manière de faire la règle de trois ou de proportion, qui ſemble être renverſée, ou contraire à l'ordre de la règle de trois directe. *Voyez* Règle.

Dans la règle de trois directe, les termes étant rangés ſuivant leur ordre naturel, le premier terme eſt au ſecond, comme le troiſième eſt au quatrième, c'eſt-à-dire, que, ſi le ſecond eſt plus grand ou plus petit que le premier, le quatrième eſt auſſi plus grand ou plus petit que le troiſième dans la même proportion. Mais, dans la règle *inverſe*, le quatrième terme eſt autant au-deſſus du troiſième, que le ſecond eſt au-deſſous du premier. Exemple. On dit dans la *règle de trois* directe : ſi trois toiſes de bâtiment coûtent vingt livres, combien en coûteront

t. l. t. l.

ſix, c'eſt-à-dire, 3 : 20 :: 6 : x ? on trouvera quarante livres ; mais, dans l'*inverſe*, on dit : ſi vingt ouvriers font dix toiſes de bâtiment en quatre jours, en combien de temps quarante les

ouv. ouv. jours. jours.

feront-ils, c'eſt-à-dire, 20 : 40 :: x : 4 ? on trouvera en deux jours. *Voyez* Règle de trois. *Chambers.* (*E*)

Méthode *inverſe* des Fluxions, eſt ce qu'on appelle plus communément *calcul intégral. Voy.* Intégral.

Raiſon & proportion *inverſe. Voyez* Raison & Proportion.

IRR

IRRADIATION, (*Aſtron. Optique.*) expanſion ou débordement de lumière qui environne les aſtres en forme de couronne ou de frange, & qui forme l'extenſion apparente de ces objets lumineux, provenante de l'abondance de lumière.

A la vue ſimple, cette *irradiation* eſt ſi grande, que Tycho-Brahé eſtimoit le diamètre de vénus douze fois plus grand qu'il ne paroît réellement dans les lunettes, & Kepler ſept fois trop grand. Après la découverte des lunettes d'approche, & ſur-tout du micromètre de Huygens, on a eu, ſur la grandeur apparente des aſtres, des idées beaucoup plus exactes ; mais on n'a pas connu, pour cela, l'effet de l'*irradiation* : Caſſini & Flamſteed, dans le dernier ſiècle, faiſoient le diamètre apogée du ſoleil de 31′ 40″ ; il a été diminué ſucceſſivement par Halley, par la Caille, par Bradley & par moi. A meſure qu'on a employé des lunettes plus longues & plus parfaites, on a trouvé le diamètre de plus en plus petit ; ce qui ſemble indiquer que ces lunettes, en terminant & circonſcrivant mieux les objets, diminuent la largeur de la couronne d'aberration, ou la quantité de l'*irradiation*. Cependant vénus, paroiſſant ſur le ſoleil & meſurée avec ſoin, n'a pas paru avoir un diamètre ſenſiblement plus petit que quand on l'obſerve hors du ſoleil, comme je l'ai remarqué en comparant les obſervations de Short avec les miennes, *Mémoires de l'Académie*, 1762 ; mais M. du Séjour trouve, par les éclipſes de ſoleil, qu'il faut diminuer de 3 à 4 ſecondes les demi-diamètres apparens du ſoleil & de la lune, *Mémoires de l'Académie* 1770, *p.* 271. 1775, *p.* 365 ; & j'ai trouvé une pareille diminution pour le ſoleil par les paſſages de vénus ſur le ſoleil, *Mémoires de l'Académie*, 1770, *p.* 403. Ainſi, l'on ne peut encore prononcer ſur la quantité abſolue & véritable de l'*irradiation*. (*D. L.*)

IRRATIONNEL, adj. (*Arith. -Alg.*) Les nombres *irrationnels* ſont les mêmes que les nombres ſourds & incommenſurables. *V.* Incommensurable, Sourd & Nombre. (*E*)

IRRÉDUCTIBLE, ſ. f. (*Alg.*) *V.* Cas irréductible.

IRRÉGULIER, (*Géom.*) ; les corps *irréguliers*

sont ceux qui ne sont point terminés par des surfaces égales & semblables. *V.* CORPS & SOLIDES. (*E*)

ISA

ISAGONE, adj. (*Géom.*), terme dont on se sert quelquefois, mais rarement dans la Géométrie, pour exprimer une figure composée d'angles égaux. (*E*)

ISIS, (*Astronomie.*) c'étoit chez les Egyptiens, selon quelques auteurs, la lune; selon d'autres la constellation ou le signe de la vierge. (*D. L.*)

ISOCHRONE, adj. (*Méch. & Géom.*) se dit des vibrations d'une pendule, qui se font en tems égaux. *Voyez* PENDULE & VIBRATIONS.

Les vibrations d'une pendule sont toutes regardées comme *isochrones*, c'est-à-dire, comme se faisant toutes dans le même espace de tems, soit que l'arc que le pendule décrit soit plus grand ou plus petit : car, quand l'arc est plus petit, le pendule se meut plus lentement, & quand l'arc est plus grand, le pendule se meut plus vîte: cependant il est bon de remarquer que les vibrations ne sont pas *isochrones* à la rigueur, à moins que le pendule ne décrive des arcs de cycloïde; mais, quand il décrit des petits arcs de cercles, on peut prendre ces petits arcs pour des arcs de cycloïde, parce qu'ils n'en different pas sensiblement. *Voyez* OSCILLATIONS, CYCLOÏDE & TAUTOCHRONE, &c.

Ligne isochrone, est celle par laquelle on suppose qu'un corps descend sans aucune accélération; c'est-à-dire, de maniere qu'en tems égaux, il s'approche toujours également de l'horizon, au lieu que, quand un corps tombe en ligne droite par sa pesanteur, il parcourt, par exemple, 15 piés dans la premiere seconde, 45 dans la seconde, &c. de sorte que, dans des tems égaux, il ne parcourt pas des parties égales de la ligne verticale. *Voyez* DESCENTE, ACCÉLÉRATION & APPROCHE.

M. Léibnitz a donné dans les actes de Léipsick, pour le mois d'avril de l'année 1689, un écrit sur la ligne *isochrone*, dans lequel il montre qu'un corps pesant avec un degré de vîtesse acquise par sa chûte de quelque hauteur que ce soit, peut descendre du même point par une infinité de lignes *isochrones*, qui sont toutes de même espece, & qui ne different entr'elles que par la grandeur de leurs parametres : ces courbes sont des paraboles appellées *secondes paraboles cubiques*. Il montre aussi la maniere de trouver une ligne par laquelle un corps pesant venant à descendre, s'éloignera ou s'approchera uniformément d'un point donné.

M. Léibnitz a résolu ces problèmes synthétiquement sans en donner l'analyse : elle a été donnée depuis par Mrs Jacques Bernouilli & Varignon; par le premier, dans *les Journaux de Léipsick de* 1690, & par le second, dans *les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris en* 1699. Ce dernier a, selon sa coutume, généralisé le problème de M. Léibnitz, & a donné la maniere de trouver les courbes *isochrones* dans l'hypothèse que les directions de la pesanteur soient convergentes vers un point, & de plus il a enseigné à trouver des courbes dans lesquelles un corps pesant s'approche de l'horizon, non pas également en tems égaux, mais en telle raison des tems qu'on voudra. (*O*)

ISOCHRONISME, s. m. (*Géom. & Méch.*) égalité de durée dans les vibrations d'une pendule, ou en général d'un corps quelconque. *Voy.* ISOCHRONE.

Il y a cette différence entre *isochronisme* & *synchronisme*, que le premier se dit de l'égalité de durée entre les vibrations d'une même pendule; & le second de l'égalité de durée entre les vibrations de deux pendules différens. *Voy.* SYNCHRONE. *Voyez* aussi TAUTOCHRONE. (*O*)

ISOMÉRIE, s. f. (*Alg.*), maniere de délivrer une équation de fraction. *V.* FRACTION, EQUATION & EVANOUIR; ce terme n'est en usage que dans les anciens auteurs. (*G*)

ISOPÉRIMETRE, adj. (*Géom.*) : les figures *isopérimetres* sont celles dont les circonférences sont égales. *V.* CIRCONFÉRENCE.

Il est démontré, en Géométrie, qu'entre les figures *isopérimetres*, celles-là sont les plus grandes qui ont le plus de côtés ou d'angles. D'où il suit que le cercle est de toutes les figures, qui ont la même circonférence que lui, celle qui a le plus de capacité.

Cette proposition peut se démontrer aisément, si on compare le cercle aux seuls poligones réguliers. Il est facile de voir que, de tous les poligones réguliers *isopérimetres*, le cercle est celui qui a la plus grande surface. En effet, supposons, par exemple, un cercle & un octogone régulier, dont les contours soient égaux, le cercle sera au poligone comme le rayon du cercle est à l'apothème du poligone. Or l'apothème du poligone est nécessairement plus petit que le rayon du cercle : car, s'il étoit égal ou plus grand, alors, en plaçant le centre de l'octogone sur celui du cercle, l'octogone se trouveroit renfermer entierement le cercle, & le contour de l'octogone seroit plus grand que celui du cercle, ce qui est contre la supposition. *Voy.* CERCLE, &c.

De deux triangles *isopérimetres* qui ont même base, & dont l'un a deux côtés égaux, & l'autre deux côtés inégaux; le plus grand est celui dont les côtés sont égaux.

Entre les figures *isopérimetres*, qui ont un même nombre de côtés, celle-là est la plus grande qui est équilatérale & équiangle.

De-là résulte la solution de ce problème, *faire que les haies qui* renferment un arpent de

terre, ou telle autre quantité déterminée d'arpens, servent à enfermer un nombre d'arpens de terre beaucoup plus grand. *Chambers.* (*E*)

Car, si une portion de terre, par exemple, a la figure d'un parallélogramme, dont un des côtés soit de 20 toises & l'autre de 40, l'aire de ce parallélogramme sera de 800 toises quarrées; mais si on change ce parallélogramme en un quarré de même circonférence, dont l'un des côtés soit 30, ce quarré aura 900 toises quarrées de superficie.

La théorie des figures *isopérimètres* curvilignes est beaucoup plus difficile & plus profonde que celle des figures *isopérimètres* rectilignes.

M. Jacques Bernoulli a été le premier qui l'ait traité avec exactitude; il proposa le problème à son frère Jean Bernoulli, qui le résolut assez promptement; son Mémoire est imprimé parmi ceux de l'*Académie des Sciences de* 1706; mais il manquoit quelque chose à sa solution, comme ce grand géomètre en est convenu depuis la mort de son frère, dans un nouveau Mémoire imprimé parmi ceux de l'*Académie de* 1718; & dans lequel le problème, qui consiste à trouver les plus grandes des figures *isopérimètres*, est résolu avec beaucoup de simplicité & de clarté.

M. Euler a aussi publié sur cette matière plusieurs morceaux très profonds dans les *Mémoires de l'Académie de Pétersbourg*, & on a imprimé à Lausanne, en 1744, un ouvrage fort étendu du même auteur sur ce sujet. Il a pour titre : *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes. Sive solutio problematis* isoperimetrici *in latissimo sensu accepti*. On peut lire, dans les *tomes I & II des Œuvres* de M. Jean Bernoulli, les différens écrits publiés par lui & par son frère sur ce problème. M. Jean Bernoulli, dans son premier écrit, n'avoit considéré que deux petits côtés consécutifs de la courbe; au lieu que la vraie méthode de résoudre ce problème, en général, demande qu'on considère trois petits côtés, comme on peut s'en assurer en examinant les deux solutions. *Voyez* MAXIMUM.

On trouve aussi, dans les *Mém. de Berlin de* 1752, un Mémoire de M. Cramer, qui mérite d'être lu, & dans lequel il se propose de démontrer en général ce qu'on ne démontre, dans les élémens de Géométrie, que pour les seules figures régulières; savoir, que le cercle est la plus grande de toutes les figures *isopérimètres* rectilignes régulières ou non. *Voyez* VARIATION. (*O*)

ISOSCELE, adj. (*Géom.*) le triangle *isoscèle* est celui qui a deux côtés égaux. *Voyez* TRIANGLE.

Dans tout triangle *isoscèle F, D, E*, (*Pl. Géom. fig.* 69), les angles *y*, *u*, opposés aux côtés égaux sont égaux; & une ligne tirée du sommet *F* sur la base, de manière qu'elle la coupe en deux parties égales, est perpendiculaire sur cette même base. *Chambers.* (*E*)

IXION nom que l'on a donné à la constellation d'*hercule* & à celle de la couronne australe.

JAL

JALON, s. m. (*Géom. prat.*) c'est un bâton droit, de cinq à six pieds de longueur, dont un des bouts est terminé en pointe, pour être enfoncé dans la terre; tandis que l'autre est destiné à présenter un morceau de papier blanc étendu, au moyen d'une fente que l'on y pratique à cet effet.

On fait usage de *jalons*, quand on mesure un terrein, pour déterminer les alignemens dont on a besoin; on les emploie dans le nivellement, en y joignant un petit rectangle de carton blanc; ils servent à tracer l'emplacement d'une route; ils fournissent le moyen d'orienter une planchette. (*Voyez* LEVÉE *des Plans*).

Lorsqu'on veut mesurer une base, pour fonder le calcul d'une suite de triangles, on fait planter des *jalons* sur toute sa longueur, à intervalles convenables, en les plaçant de manière que le premier couvre à l'œil la file de tous les autres, & qu'ils soient par conséquent tous dans une même ligne droite.

Dans les marches des armées, on fait reconnoître d'avance les chemins que doivent suivre les colonnes, & l'on en fait jalonner les directions avec de simples perches dont le sommet est garni d'une touffe de paille.

Les *jalons* que l'on fait établir à demeure sur des hauteurs, lorsqu'il est question de lever une carte topographique, sont de petits arbres entiers, tels que des sapins, au haut desquels on fait attacher un morceau de toile blanche, assez large pour être apperçu aisément de loin. On les appelle alors des *signaux*. (*M.* JOLI, *Ingénieur-Géographe.*)

JANUS (*Astron.*) nom de la constellation du Bouvier; il présidoit à l'ouverture de l'année, c'étoit l'ame du monde, l'esprit moteur du ciel, exprimé par une constellation qui se levoit à minuit au solstice d'hiver. Le Bouvier porte en effet le bâton ou le sceptre comme *Janus*, & la faux des moissons. (*D. L.*)

JANVIER, (*Astron. & Hist. anc.*) mois que les Romains dédièrent à *Janus*, & que Numa mit au solstice d'hiver.

Quoique les calendes de ce mois fussent sous la protection de Junon, comme tous les premiers jours des autres mois, celui-ci se trouvoit consacré particulièrement au dieu *Janus*, à qui l'on offroit ce jour-là le gâteau, nommé *janual*, ainsi que des dattes, des figues & du miel, fruits dont la douceur faisoit tirer d'heureux prognostics pour le cours de l'année. *Voy.* JANUAL & JANUALES.

Ce même jour tous les artistes & artisans ébau-

choient la matière de leurs ouvrages; dans l'opinion que, pour avoir une année favorable, il falloit la commencer par le travail. C'est, dit Ovide, le dieu Janus qui le prescrivoit en ces termes :

Tempora commisi nascentia rebus agendis,

Totus ab auspicio, ne foret annus iners.

Cette idée étoit bien plus raisonnable que celle des anciens chrétiens, qui jeûnoient le premier de *janvier* pour se distinguer des Romains, parce que ceux-ci se régaloient le soir en l'honneur de Janus.

Les consuls désignés prenoient possession ce jour-là de leur dignité, depuis le consulat de Quintus Fulvius Nobilior, & de Titus Annius Luscus, l'an de la fondation de Rome 601. Ils montoient au capitole accompagnés d'une grande foule de peuple, tous habillés de neuf, & là, au milieu des parfums, ils immoloient à Jupiter Capitolin deux taureaux blancs, qui n'avoient pas été mis sous le joug.

Les flamines faisoient des vœux, pendant ce sacrifice, pour la prospérité de l'empire & pour le salut de l'empereur, après lui avoir prêté le serment de fidélité. Ces vœux & ce serment étoient faits pareillement par tous les autres magistrats. Tacite nous dit, dans ses Annales, *liv. XVI*, qu'on fit un crime à Thrasea d'avoir manqué de se trouver au serment & aux vœux de la magistrature, pour le salut de l'empereur. Ovide vous dira plus distinctement toutes ces cérémonies.

Dans ce même jour, les Romains se souhaitoient une heureuse année, & prenoient garde de laisser échapper quelque propos qui fut de mauvais augure. Enfin les amis avoient soin d'envoyer des présens à leur amis, qu'on appelloit *strenæ*, des étrennes. *Voyez* ETRENNES.

Parcourons maintenant les autres jours de ce mois, & ses diverses fêtes.

Le second jour étoit estimé malheureux pour la guerre, & appellé par cette raison *dies ater*, jour funeste.

Le troisième & le quatrième étoient jours comitiaux.

Le cinquième jour des nones étoient jours plaidoyable.

Le sixième passoit pour malheureux.

Le septième on célébroit la venue d'Isis chez les Romains.

Le huitième étoit d'assemblée.

Le neuvième des ides de ce mois, on fêtoit les agonales en l'honneur de Janus.

Le dixième étoit un jour mi-parti, marqué ainsi dans l'ancien calendrier, E. N.

L'onzième, ou le iij. des ides, arrivoient les *carmentales* pour honorer la déesse Carmenta, mère d'Evandre. *Voyez* CARMENTALES. On célébroit ce même jour la dédicace du temple de Juturne dans le champ de Mars

Le douzième étoit jour d'assemblée, quelquefois on y faisoit la fête des compitales ou des carrefours.

Le treizième, jour des ides, consacré à Jupiter, se marquoit dans le calendrier par ces deux lettres, N. P. *Nefastus primâ parte diei*, pour dire qu'il étoit seulement fête le matin; on sacrifioit au souverain des dieux une brebis appellée *ovis idulis*.

Le quatorzième, semblable au dixième, étoit coupé moitié fête, moitié jour ouvrier.

Le quinzième on solemnisoit, pour la seconde fois, les carmentales, nommées par cette raison *carmentalia secunda*.

Au seizième arrivoit la dédicace de ce grand & superbe temple de la Concorde, qui fut voué & dédié par Camille, & que Livia Drusilla décora de plusieurs statues, & d'un autel magnifique.

Depuis le seize jusqu'au premier février, étoient des jours comitiaux, ou d'assemblée, si vous en exceptez le dix-sept, où l'on donnoit les *jeux palatins*; le vingt-quatre, où l'on célébroit les féries sémentines pour les semailles; le vingt-sept, où l'on fêtoit la dédicace du temple de Castor & Pollux à l'étang de Juturna, sœur de Turnus; le vingt-neuvième, où se donnoient les *équiries*, *equiria*, c'est-à-dire, les jeux de courses de chevaux dans le champ de Mars; & finalement le trentième, qui étoit la fête de la paix, où l'on sacrifioit une victime blanche, & où l'on brûloit quantité d'encens.

Dans ce mois de *janvier*, que les Grecs appelloient Γαμηλιών, ils solemnisoient la fête des gamélies, en l'honneur de Junon, fête instituée par Cécrops, au dire de Favorin. *Voy.* GAMÉLIES.

Les Ioniens célébroient aussi, dans ce mois, les lénées. *Voyez* LÉNÉES. Et les Egyptiens fêtoient la fête d'Isis de Phénicie.

Si l'on vouloit des preuves de tout ceci, ou de plus grands détails encore, on pourroit consulter Ovide dans *ses fastes*, Varron, Festus, Hospinien *de Origine festorum*, Meursius, Pitiscus, Danet, & les *Antiquités greq. & romaines*. Le soleil entre dans ce mois au signe du verseau. *V.* CALENDRIER. (*D. J.*)

JASIDES, (*Astron.*) nom de la constellation de CÉPHÉE.

JAU

JAUGE, s. f. (*Géom. prat.*); c'est, en général, un instrument qui sert à faire connoitre une étendue proposée, & sur-tout la solidité d'un corps de figure quelconque.

JAUGEAGE, s. m. (*Géom. prat.*); c'est une partie des Mathématiques, qui a pour objet la

stéréométrie ou la mesure des corps solides, & par conséquent une opération qui consiste à réduire à une mesure cubique connue la capacité inconnue de toutes sortes de vaisseaux, laquelle mesure est fixée par la loi ou par l'usage.

JAUGER, v. act. (*Géom.*); c'est l'art de mesurer la capacité ou la continence des vaisseaux, quelque soit l'espèce de conoïde; soit cylindrique, conique, ellipsoïde, paraboloïde, sphéroïde, cubique & prismatique, en général, en ayant seulement égard à la formule qui leur convient.

I. Dans un pays où les droits levés sur les boissons & autres fluides, sont une partie considérable des revenus publics, il est indispensable d'établir, par une loi, une méthode générale de *jauger* les vaisseaux. Plus cette méthode est simple, exacte, plus l'impôt est proportionnel, plus il est à l'abri de toute évaluation arbitraire.

Il est donc de l'équité du gouvernement de proscrire une méthode de *jauger* établie, aussi-tôt qu'il en connoît une plus parfaite; conserver l'ancienne est en quelque sorte se rendre complice des injustices qu'elle fait commettre.

Les conditions auxquelles on doit desirer qu'une méthode de *jauger* puisse satisfaire, sont, 1.° que cette méthode donne, pour les différentes espèces de vaisseaux usités dans le commerce, une mesure de leur continence suffisamment exacte, en n'employant, pour tous ces vaisseaux, qu'un même instrument & une même formule de calcul; 2.° que la mesure soit assez exacte, dans tous les cas, pour qu'on ne soit jamais autorisé à rien ajouter arbitrairement à ce que la méthode donne immédiatement; 3.° que la méthode soit assez simple pour que les commerçans intéressés puissent, avec les connoissances arithmétiques nécessaires à leurs états, se mettre à portée de voir par eux-mêmes s'ils sont lésés ou non.

La méthode employée jusqu'ici n'a aucun de ces avantages. Malgré un très-grand nombre de jauges & de formules de calculs différens, cette méthode ne s'étend pas à tous les vaisseaux; on est toujours obligé d'y ajouter arbitrairement, & elle est tellement compliquée, qu'elle est demeurée un secret pour les commerçans, quelques intérêts qu'ils aient de la connoître.

L'une des parties de la géométrie-pratique des plus difficiles, est la mesure des solides, lorsque la génératrice des surfaces, qui les renferme, est inconnue ou bien transcendante, tel que le tonneau, par exemple, & qu'il est important de savoir mesurer, sur-tout lorsque les besoins de la vie s'y trouvent intéressés; alors il faut que l'évaluation du solide, qu'on demande, dépende d'une méthode facile, & dont l'usage soit à la portée du commun des hommes, qui ne sont, pour l'ordinaire, ni géomètres ni calculateurs. Ainsi, une méthode générale, simple & précise d'avoir la capacité des vaisseaux, est donc fort utile. La jauge que l'on donne ici, & qui est construite d'après cette méthode, remplit non-seulement ces conditions, mais elle a encore un autre avantage, c'est d'être très-expéditive dans la pratique, & que toute personne peut en faire usage en quelques heures de tems.

Les fermiers du roi se servent de bâtons, de veltes, de règles pithométriques, de verges, de cannes, de baguettes, de rubans, *&c.* enfin d'un grand nombre de jauges différentes à 4, 6 & 8 faces, chargées chacune de nombre d'échelles toutes construites d'après des méthodes différentes & fautives. En effet, pour ne rapporter que quelques cas, ils considèrent le tonneau comme un ellipsoïde tronqué, qui est une forme très-défectueuse, en ce que, dans ce solide, les extrémités sont la partie la plus courbe; au lieu que, dans le tonneau, la plus grande courbure est au milieu; ils considèrent encore le tonneau comme un cylindre dont le diamètre est la demi-somme de ceux des deux bases opposées d'un tronc de cone de même hauteur; ou bien encore comme deux troncs de cones opposés par leurs plus grandes bases: dans le premier cas, la capacité est beaucoup trop forte, & dans les autres elle est beaucoup trop foible; & cependant c'est sur ces principes vicieux que toutes leurs jauges sont construites; aussi les équations arbitraires qu'on y ajoute continuellement exigent une infinité de modifications; &, malgré cela, elles ne peuvent mesurer que les vaisseaux semblables à celui sur lequel ces jauges ont été construites, & nullement ceux dont on ignore la fabrique ou la province d'où ils sont construits, & sur-tout aucune espèce de vaisseaux, qui n'ont pas les mêmes longueurs marquées sur toutes ces jauges; c'est pourquoi cette multitude d'instrumens exigent nombre d'années d'apprentissage; aussi les erreurs, multipliées en ce genre, deviennent très-préjudiciables au commerce, & même souvent ruineuses, soit pour l'acheteur, soit pour le vendeur: on n'en veut d'autre preuve que ce qui est arrivé au sieur Bruni, riche négociant de Marseille, à qui les erreurs du jaugeage en plus, ont causé quarante mille francs de perte sur des huiles venant du levant. On peut encore rapporter un cas tout récent, qui, quoique moins considérable en apparence, n'en est pas moins important, puisqu'il en résulte les plus grands inconvéniens: c'est celui d'un baril d'eau-de-vie, que je fis venir d'Orléans en 1783, contenant 58 pintes seulement, mais dont le jaugeage, aux entrées de Paris, fut porté à 76 pintes, ce qui fait une différence de 18 pintes en plus, & de droits de trop perçus sur un aussi petit vaisseau: cette lésion a été constatée par un procès-verbal fait contradictoirement avec la quittance du paiement du droit d'entrée, fait aux barrières, le tout enrégistré au bureau des entrées, le 15 janvier 1783. Qu'on juge, d'après cela, des erreurs commises sur de grands objets, puisque leurs machines forcent souvent les mesures de plus des $\frac{1}{14}$

du total; ce qui prouve la nécessité d'établir des correcteurs instruits, pour faire droit aux réclamations journalieres du public, qui sont sans nombre, pour surveiller ces sortes de commis-jaugeurs des Fermes du Roi, & rectifier leurs erreurs. Je pourrois citer & prouver un grand nombre de faits à-peu-près semblables, ainsi que beaucoup de réclamations contre des excédens de jaugeage toujours au désavantage du public; ce qui prouve combien une réforme, dans cette partie, est importante dans une ville comme Paris sur-tout, où l'on amène de tous les pays des liqueurs dans des vaisseaux de figures différentes, & où les droits d'entrées, sur les fluides seulement, monte à plus de trente millions de livres tournois par an.

Depuis long-tems, l'un des objets des géomètres a été de chercher une méthode générale, simple & précise d'avoir la capacité des vaisseaux; mais leurs résultats a toujours différé entr'eux, à cause de la différence des courbures supposées aux douves des tonneaux très-difficiles à trouver par l'expérience; c'est pourquoi j'ai pris le parti de choisir, parmi toutes les figures possibles, celle qui convient le mieux à la forme que les tonneaux affectent réellement, d'en tirer une formule simple & commode dans la pratique, & de la comparer ensuite à l'observation: j'ose assurer que la méthode que je donne ici remplit ces conditions, d'après un grand nombre d'expériences faites devant la cour des Aides, le 22 février 1776, & dont plusieurs ont été faites sous les yeux de MM. les commissaires de l'Académie Royale des Sciences; cette méthode, d'après leurs rapports, a été adoptée par le gouvernement, sous le ministère de M. Turgot, d'heureuse mémoire, alors contrôleur-général, & l'usage de la jauge, construite d'après cette méthode, a été ordonné par lettres-patentes du 22 décembre 1775, portant aussi réglement & établissement d'une commission royale du jaugeage, joint au Mémoire y annexé, imprimé à l'imprimerie royale en 1776 & en 1777.

II. Le conoïde ou la figure mixtiligne qu'affecte les tonneaux, & qui approche le plus possible de la véritable, est que les douves ont la courbure d'une tête de parabole dans la partie moyenne, qui répond à la moitié de la longueur du tonneau dont le sommet est au bouge ou bondon, & les bouts ou parties restantes des mêmes douves sont droites ou tangentes aux extrêmités de l'arc parabolique.

Je considère donc (*pl. géom.*) le tonneau comme engendré par la révolution d'un arc de parabole mBM (*fig.* 101) à son sommet, terminé par les tangentes MF, mK, autour de l'axe de révolution Hh, les droites perpendiculaires MQ, mq, à cet axe divisant les lignes HC & hc chacune moitié de cet axe, en deux parties égales; de-là, si on nomme b le diametre BD du bouge ou milieu; f le diametre FN du fond ou bout; l, la longueur intérieure Hh, & m le rapport de la circonférence au diametre, on trouvera (par la théorie du mouvement des centres de gravités des deux trapèzes rectilignes $MQHF$, $mqhk$, & du trapèze mixtiligne $MQqmM$ autour de Hh), pour la solidité du tonneau, ou, ce qui revient au même, pour la quantité de fluide qu'il contient, l'expression (*C*). $m\,l.\left(\frac{64b^2+37bf+34f^2}{540}\right)$: ayant comparé cette formule aux résultats d'un grand nombre d'expériences faites sur des vaisseaux de toutes les especes connues, elle y a toujours répondu avec la plus grande précision; mais, comme ce calcul en est assez compliqué, & qu'il est absolument impraticable pour les personnes chargées ordinairement de *jauger* les tonneaux, j'ai cherché à la rendre d'un usage très-facile, & c'est à quoi je suis parvenu de la manière suivante; j'observe, pour cela, que la différence du diametre du bouge à celui du fond, est ordinairement très-petite: nommons donc α cette différence, en sorte que l'on ait $\alpha = b - f$; substituant la valeur de f dans l'expression (*C*), j'ai trouvé qu'elle pouvoit se réduire, sans erreur sensible, à la suivante: $\frac{1}{4}\,m\,l.\,(b-\frac{3}{8}\,\alpha)^2$, ou (*D*), $\frac{1}{4}\,m\,l.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}\right)^2$.

En effet, on trouve facilement que la différence des deux formules (*C*) & (*D*), est seulement $\frac{1}{4}\,m\,l.(0.11122.\alpha - 0{,}02777.b).\alpha$; si l'on suppose $\alpha = \frac{1}{10}\,b$, ce qui est le cas le plus défavorable que l'on puisse craindre, & ce qui est extrêmement rare, on trouvera que la différence est à peine $\frac{1}{500}$ de la capacité du tonneau.

La formule (*D*) approche très-près de la vérité, & elle est aussi très-simple & facile à calculer, comme l'on voit; mais il faut la réduire en pratique, & construire une jauge par son moyen; c'est ce que je fais de cette manière.

III. Pour construire une jauge d'après la formule (*D*) ci-dessus, il faut nécessairement avoir deux échelles principales, dont l'une (*L*) (*fig.* 102), que je nomme *échelle des longueurs*, serve à mesurer l, l'autre (Δ) (*fig.* 103), que je nomme *échelle des diamètres*, serve à mesurer le facteur $\frac{1}{4}\,m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}\right)^2$, parce qu'alors, pour avoir le nombre des mesures que renferme un vaisseau, il suffira de multiplier l'un par l'autre les nombres donnés par les deux échelles. Or, b & f étant donnés (par les dimentions d'un vaisseau quelconque en pouces & lignes), il s'agit de construire une échelle qui représente $\frac{1}{4}m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}\right)^2$.

Considérons pour cela (*fig.* 104) le cylindre APC d'une mesure quelconque S prise pour unité de mesure, & supposons le diametre $AP = a$, & la hauteur $NC = h$, on aura $S = \frac{1}{4}\,m\,h.\,a^2$; présentement, si on veut construire une échelle, au moyen de laquelle le diametre d'un cylindre quelconque,

dont la hauteur est h, étant donnée, on puisse déterminer sur-le-champ le rapport de la solidité à S, il est plus simple de résoudre le problème inverse; c'est-à-dire, de supposer la solidité connue, & de construire une échelle, au moyen de laquelle on puisse conclure le diamètre. Pour cela, on formera un angle droit APZ (*fig.* 103), tel que l'on ait $AP = a$; soit $P1^\circ = a = AP$; $P1^\circ$ sera le diamètre d'un cylindre dont la hauteur étant h, la solidité est S. Pour avoir le diamètre d'un cylindre, qui, ayant une même hauteur, ait une solidité double; on tirera l'hypothénuse $A1^\circ$, & l'on prendra $P2^\circ$ égal à $A1^\circ$; alors $P2^\circ$ sera le diamètre de ce cylindre; ce qui est visible, car les cylindres de même hauteur sont comme les quarrés de leurs diamètres: or $(P2^\circ)^2 : (P1^\circ)^2 :: 2 : 1$; Pareillement, si l'on tire l'hypothénuse $A2^\circ$, & que l'on prenne $P3^\circ = A2^\circ$, alors $P3^\circ$ sera le diamètre d'un cylindre triple; si l'on tire de même l'hypothénuse $A3^\circ$, & que l'on prenne $P4^\circ$, $P4^\circ$ sera le diamètre d'un cylindre quadruple, *&c.* & ainsi de suite.

Pour trouver maintenant, en général, les diamètres des cylindres égaux à un nombre fractionnaire de mesure S plus grand ou moindre que l'unité, on s'y prendra de la manière suivante: je suppose qu'il s'agisse de trouver le diamètre d'un cylindre égal à $\left(n + \frac{1}{q}\right).S$, n & q étant des nombres entiers. Sur la droite $n^\circ(n+1)^\circ$ (*fig.* 103), comme diamètre, je décris la demi-circonférence $n^\circ M(n+1)^\circ$; je fais ensuite $n^\circ H$ égal à la q^e partie de la droite $n^\circ(n+1)^\circ$; &, menant l'ordonnée HM du point P comme centre, & du rayon PM, je décris un arc de cercle Mq, la droite Pq sera le diamètre du cylindre égal à $\left(n + \frac{1}{q}\right).S$; j'omets ici la démonstration de cette construction, parce que les géomètres la suppléront aisément. Au reste, il me paroît plus commode, dans la pratique, de faire usage du calcul arithmétique pour cette construction, en observant que le diamètre égal à $\left(n + \frac{1}{q}\right).S$, est $a\sqrt{n + \frac{1}{q}}$; c'est-à-dire (*fig.* 3), qu'on a en général $Pn^\circ = a\sqrt{n}$, & $Pq = a\sqrt{n + \frac{1}{q}}$.

IV. Si l'on suppose $a = 14$ pouces, & $h = 2$ pouces & demi, on aura $S = 385$ pouces cubiques, ce qui n'excède que d'un pouce cube le setier de Paris. On peut donner toute autre valeur aux grandeurs a & h, suivant l'unité de mesure ou l'étalon en usage dans un lieu ou une province quelconque.

On peut donc, sans erreur sensible, en prenant le setier pour unité de mesure, prendre les dimensions ci-dessus, qui sont plus commodes que toute autre; pour construire une jauge conforme à l'usage reçu de compter par setiers dans la pratique, suivant l'ordonnance du Roi, qui fixe la jauge du muids à 36 setiers, le setier de 8 pintes, mesure de Paris, & la pinte de 48 pouces cube.

V. *Construction de la matrice.*

1.° Cela posé, pour avoir une matrice des quatre échelles nécessaires, on marquera (*fig.* 105), suivant AB, sur la face $MNHK$, d'une règle de cuivre de forme parallélipipède, & de 5 piés de longueur environ, des divisions égales, chacune d'un pouce, que je nomme *échelle* (p) *des pouces*, & on les divisera chacune en 4 parties égales seulement.

2.° On portera, suivant PQ, sur la même face, *l'échelle* (d) *des diamètres*, formée suivant la méthode de l'article précédent, mais en sorte que la première partie $P1^\circ$ soit à 14 pouces de l'extrémité P; les autres divisions $P2^\circ$, $P3^\circ$, $P4^\circ$, *&c.* étant formée suivant la règle donnée dans l'article III, on divisera chaque partie $P1^\circ$, $1^\circ 2^\circ$, $2^\circ 3^\circ$, $3^\circ 4^\circ$, *&c.* en 8 parties, selon la méthode du même article, parce que chacune grande partie $P^\circ 1^\circ$, $1^\circ 2^\circ$, $2^\circ 3^\circ$ étant des setiers, chacune des 8 petites parties sera des pintes. Au moyen de cette échelle, le diamètre d'un cylindre (dont la longueur est de deux pouces & demi, par exemple), étant donné, on connoîtra facilement combien il renfermera de setiers, puisqu'il suffira de regarder à quelle division de cette échelle répond la longueur du diamètre.

3.° On construira sur la même face, & suivant BK, *une échelle* (L) *des longueurs*, dont chaque division soit de deux pouces & demi, chacune de ces divisions, étant partagée en huit parties égales. Alors, pour mesurer un cylindre quelconque, il faudra, sur l'échelle des diamètres, voir à quel numéro répond celui du cylindre, & sur l'échelle des longueurs, voir à quel numéro répond celle de ce cylindre; on multipliera ensuite ces deux nombres l'un par l'autre, & ce produit sera le nombre de setiers que renferme ce cylindre: il est facile, cela posé, de mesurer la solidité d'un tonneau quelconque, puisque la formule (D) de l'article II réduit cette mesure à celle d'un cylindre, qui a pour longueur celle du tonneau, & pour diamètre la moitié de la somme des diamètres du bouge & du fond, plus la huitième partie de leurs différences.

Par exemple, je suppose $b = 33\frac{1}{2}$ pouces, $f = 28\frac{1}{2}$ pouces, & $l = 42\frac{1}{2}$ pouces, ou de 17 parties de l'échelle (L) des longueurs; alors $\frac{b+f}{2} + \frac{1}{8}\overline{b-f} = 31\frac{5}{8}$ pouces; cherchant ensuite, sur la jauge, le numéro de l'échelle des diamètres, auquel 31 pouc. $\frac{5}{8}$ (pris sur l'échelle des pouces) répond, on trouvera que ce numéro est $5\frac{3}{8}$; multipliant donc $5\frac{3}{8}$ par 17 (au moyen de l'échelle dez-iéme, comme on verra ci-après), on aura

87 setiers & demi, ou 697 pintes pour la quantité de liqueur contenue dans le tonneau.

Telle est la nouvelle méthode que je donne de *jauger* les vaisseaux, & qui a été reçue par le gouvernement, pour la substituer à celles qui sont en usage; elle est générale & beaucoup plus simple, & de plus elle ne demande à être modifiée dans aucun cas. Elle est d'ailleurs infiniment plus exacte, comme il est prouvé par le Mémoire de Mathématiques que j'ai donné sur cette matière, & d'après la vérification faite en présence de l'Académie Royale des Sciences. *Voyez* les *Mémoires de cette Académie, pour la partie des savans étrangers*, année 1773, tom. VII, pag. 383, & le *Rapport des Commissaires* du 23 Décembre 1774.

4.° On décrira sur la même face, sur la ligne *DZ*, plusieurs parties principales, suivant une certaine loi de nombres artificiels, correspondans à une suite de nombres naturels, en sorte que la première partie *D* 1°, à commencer de l'extrémité, soit de 301 parties d'une échelle de 1000 parties égales, & de 22 ½ pouces de long environ depuis 0 jusqu'à 1000 (*fig.* 107), ou de *A* à *B*, la seconde 1° 2°, de 477 parties de la même échelle; la troisième 2° 3°, de 602 parties; la quatrième 3° 4°, de 698; la cinquième 4° 5°, de 778, *&c.*; on mettra ensuite les nombres ou numéros 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, *&c.* aux points de ces divisions, que l'on partagera alors chacune en 8 parties égales, ce qui suffira. Cette ligne, ainsi divisée, se nomme *échelle* (*A*) *dez-iene*, qui est, j'ose dire, assez ingénieuse, & de la plus grande utilité pour faire les calculs d'une matière méchanique & promptement.

VI. *Description de la Jauge.*

Cette jauge (*fig.* 108) est un parallépipède ou règle *BCDH* d'environ huit lignes de largeur, sur sept d'épaisseur, & 4 ou 5 piés de longueur. A l'une des extrémités *CD* est un crochet fixe à angle droit, dont l'un des côtés est perpendiculaire à la jauge, & l'autre lui est parallèle. Vers l'autre extrémité de l'instrument, est un crochet semblable à celui ci-dessus, mais fixé sur une boëte mobile dans laquelle entre la jauge, & qui peut glisser librement le long de cet instrument: ces deux crochets servent à prendre exactement avec la jauge la longueur du tonneau extérieurement d'un fond à l'autre.

1.° On prendra (sur la matrice) l'échelle (*p*) des pouces que l'on portera sur la face latérale *BCNK* de cette jauge, de manière qu'elle commence à 0 pouce, vis-à-vis le bout *I* du crochet fixé au bout de la jauge, comme on le voit par la figure.

2.° On prendra (sur la même matrice) l'échelle (*d*) des diamètres, que l'on portera sur l'autre face latérale opposée *ADQH*, de manière que le premier numéro ou point principal 1° de division, qui marque le premier setier, soit placé vis-à-vis le nombre 14 pouces de l'échelle des pouces. On peut se passer de cette échelle sur cette jauge, au moyen du bouge suivant.

On mettra aussi ces deux échelles (*p*) & (*d*) des pouces & des diamètres à côté l'une de l'autre, sur la même face d'une règle quarrée (*fig.* 9) de quatre piés de longueur environ, & chaque face d'un demi-pouce de largeur. Cette règle, qui se nomme *bouge*, sert, en particulier, pour mesurer les diamètres des vaisseaux; ce qui est plus commode dans la pratique, qui exige sur-tout de plonger l'échelle des diamètres dans la liqueur pour avoir celui du *bouge*. On adapte à ce bouge une boëte de cuivre mobile avec un index à charnière, laquelle peut glisser librement jusqu'à ce que l'index *pq* soit dans le vaisseau, & qu'on relève alors avec le doigt, ce qui donne exactement le diamètre, & même l'épaisseur de la douve marquée sur la boëte par des divisions de 3 en 3 lignes. Il faut que l'échelle des pouces commence à 2 pouc. seulement du bout *A* (c'est-à-dire, que le premier numéro marqué 1 pouce, soit à trois pouces du bout), parce que la hauteur *CD* de la boëte mobile étant de deux pouces, elle se trouve ajoutée au diametre que l'on fixe au point *D* supérieur, ce qui ajoute les 2 pouces $= AB$ d'ôté du bout: à l'égard du premier n.° 1° de l'échelle (*d*) des diametres, il sera toujours mis ici, comme sur la jauge, à 14 pouces de l'échelle (*p*) des pouces. L'index *pq* (*fig.* 11) sert aussi à déterminer très-exactement le diamètre des fonds, en le dirigeant dans l'angle que fait le jable avec le fond.

3.° On prendra (sur cette matrice) l'échelle (*L*) de longueurs, que l'on portera (*fig.* 108) sur le bord *fNSr* de la face du dessus de la jauge, à côté de la rainure, de sorte que le nombre, ou premier numéro 1°, commence vis-à-vis du nombre 2 ½ pouc. de l'échelle des pouces.

4.° On prendra (sur la même matrice) l'échelle dez-iène (*A*), que l'on portera sur l'autre bord *Atgh* de la rainure, en sorte que le nombre 3 seulement commence à 2 ½ pouces environ de l'extrémité *A* de la jauge; on terminera cette échelle au n.° 20° à-peu-près. On supprime les n.os 1 & 2 comme inutiles.

Sur le milieu *rſgt* de la même face de dessus la jauge, on a fait une rainure *rmnt* de 34 ou 35 pouces environ de longueur, dans laquelle est logée une coulisse ou règle mobile *abcd*, qu'on peut faire glisser librement & à volonté. On portera la même échelle dez-iène (*A*) sur le dessus *abcd* de cette coulisse, en sorte que le premier numéro 1° commence à l'extrémité *cd* de cette coulisse, & l'on terminera cette échelle au n.° 10 ou 12 seulement, ce qui suffit. Cette échelle se trouvera dans un ordre renversé à celui de la même échelle, qui est sur le bord de la rainure, comme l'on voit.

On

On prendra encore cette même échelle dez-iène (δ), que l'on portera sur le côté latéral *ap dq* de la même coulisse, en sorte que son numéro, ou nombre 3, étant au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de la coulisse se trouve vis-à-vis le n.° 3 de la rainure; alors le n.° 4, pris aussi sur ce côté latéral de la coulisse, étant mis de même au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de cette coulisse, se trouvera à côté du nombre 4 pris sur la rainure. De même le nombre 5 de ce côté latéral étant au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de la coulisse sera à côté de 5 sur la rainure, *&c.* On supprime aussi, sur ce côté latéral, les deux premiers n.os 1 & 2. Cette échelle peut être poussée, sur ce côté latéral, jusqu'au n.° 120 environ.

En conséquence de ces trois échelles dez-iènes, si on rapporte les parties de l'échelle des longueurs au même numéro qui se trouve sur le bord de la rainure, & rapportant aussi les parties de l'échelle des diamètres au même nombre qui se trouve sur la règle mobile, ces parties ou nombres étant mis vis-à-vis l'un de l'autre, leurs produits se trouveront, sur le côté latéral de la coulisse, au point *t*, qui répond au bout de la jauge, & qui est la solidité ou continence du vaisseau.

Cette manière méchanique & prompte de faire les opérations de l'arithmétique au moyen de cette échelle dez-iène, est de la plus grande utilité pour abréger le tems, & mettre à l'abri des fautes de calculs de tête qu'il faudroit faire sans cela, & qui, vu la célérité qu'exige le jaugeage, occasionneroient souvent des erreurs très-préjudiciables.

On peut donc, au moyen de cette échelle dez-iène (δ), faire toutes les principales opérations de l'arithmétique, avec une simplicité & une promptitude étonnante, sans y mettre la plus légère application, comme on voit par les exemples suivans.

1.° Pour multiplier deux nombres quelconques entiers ou fractionnaires l'un par l'autre, tel que $17\frac{3}{4}$ par $5\frac{1}{3}$; on les placera vis-à-vis l'un de l'autre (sur le bord de la rainure & sur la coulisse mobile), & le produit $94\frac{4}{6}$ se trouvera alors vis-à-vis l'extrémité *t* de l'instrument, sur le bord latéral de la coulisse, ainsi que vis-à-vis de l'unité, qui est au bout *cd* de cette règle mobile.

2.° Pour diviser un nombre par un autre, tel que $18\frac{3}{4}$ par $4\frac{1}{2}$; on met le dividende $18\frac{3}{4}$ vis-à-vis de l'unité au bout de la coulisse (ou bien encore on met le dividende au bout de la jauge, lequel se trouve sur le bord latéral de la coulisse), & le quotient $4\frac{1}{6}$ se trouve écrit vis-à-vis du diviseur $4\frac{1}{2}$.

3.° Pour avoir la racine quarrée d'un nombre quelconque, tel que $115\frac{9}{16}$, par exemple; on mettra l'unité vis-à-vis ce nombre (ou bien on peut mettre encore ce nombre, qui est sur le côté latéral de la coulisse, ou bout de la jauge), & le nombre $10\frac{3}{4}$, qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, est la racine quarrée de ce nombre; en effet, si on multiplie $10\frac{3}{4}$ par lui-même, on trouve son quarré $115\frac{9}{16}$.

4.° Pour avoir la racine quarrée du produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre, tel que $6\frac{3}{4}$ & $8\frac{1}{3}$, dont le produit est $56\frac{1}{4}$; il faut placer ces deux nombres vis-à-vis l'un de l'autre, ou bien mettre le nombre $56\frac{1}{4}$ au bout de l'instrument qui se trouve sur le côté de la coulisse, & le nombre qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, qui est ici $7\frac{1}{2}$, est la racine quarrée de $56\frac{3}{4}$. En effet, $7\frac{1}{2}$ multiplié par lui-même, donne $56\frac{1}{4}$, ou $\sqrt{6\frac{3}{4} \times 8\frac{1}{3}} = 7\frac{1}{2}$.

VII. *Usage ou Pratique de la Jauge.*

La figure *MFNO* (*fig.* 110) est le profil d'un tonneau coupé suivant sa longueur; *BD* est le diamètre du milieu ou du bouge; *FN* & *MO* sont les diamètres des bouts ou fonds; & *QH* la longueur prise intérieurement; *HV* & *IQ* l'épaisseur des fonds, qui est ordinairement la même que celle qu'a la douve à l'endroit *B* du bouge ou bondon, qu'il est toujours facile d'avoir; *MBF* est la douve; *Fh* & *Mg* sont les jablos ou l'excédent de la douve au-delà des fonds, & inutile à considérer ou à connoître, suivant notre méthode. Il est toujours facile d'avoir les diamètres exactement avec le bouge ou échelle des diamètres (*fig.* 109); voici la manière d'avoir la longueur intérieure avec l'échelle des longueurs.

On portera la jauge *PK* bien horizontalement sur le milieu *B* de la douve, de manière que le crochet *KOI*, fixé au bout, touche le fond en *I*; ensuite on fait mouvoir le crochet mobile *RLT* de l'autre bout, jusqu'à ce qu'il touche l'autre fond en *V*, & le nombre, sur la jauge, où répond la boëte mobile en *R*, est la longueur exacte *RN* ou *IV* du tonneau extérieurement d'un fond à l'autre. Pour diminuer l'épaisseur des fonds de cette longueur, après avoir enlevé la jauge, on fait glisser la boëte mobile jusqu'en *X*, par exemple, & jusqu'à ce que *RX* soit égal au double de l'épaisseur de la douve, & on a alors exactement, pour le restant, la longueur intérieure *XY* ou *QH*, & sans avoir nullement égard à la diminution des jables.

Pour *jauger* une pièce ou tonneau quelconque, il faut examiner, 1.° si les deux fonds sont bien ronds ou circulaires & de même diamètre : on prend alors le diamètre d'un des fonds seulement; 2.° Si les diamètres des deux fonds, quoique circulaires, sont différens, on prendra la moitié de leur somme pour avoir un milieu ou un diamètre moyen; 3.° si les fonds ne sont pas circulaires ni égaux même, on prendra un milieu entre le plus grand & le plus petit diamètre de chaque fond, pour avoir celui d'un des fonds; alors la moitié de la somme des deux diamètres moyen, sera le diamètre commun qu'il faut prendre.

Il arrive souvent que les pièces sont irrégulières;

c'est-à-dire, que les fonds sont rentrant ou bien saillant; que les douves ne sont pas de même largeur & mal raccordées ou rabattues, ou qu'elles font des angles entr'elles : voilà de légers inconvéniens qu'il est difficile de sauver dans la pratique, mais qui arrivent aussi très-rarement. Cela posé :

Il faut trouver la surface de la base d'un cylindre de même capacité que le tonneau, & qui ait la même longueur. Pour cela, on mesurera en pouces (avec l'échelle (p) qui se trouve sur le bouge, ou échelle (d) des diamètres (*fig.* 109), le diamètre du bouge & celui du fond; ensuite on ajoutera à la moitié de la somme des deux diamètres la huitième partie de leurs différences; ou ce qui est plus simple dans la pratique (& *suivant* cette formule $f + \frac{b-f}{2} + \frac{1}{4} \cdot \overline{\frac{b-f}{2}}$, on ajoutera au diamètre du fond la moitié de la différence de ces deux diamètres, convertie en lignes, joint au quart de cette même moitié de différence; alors la somme de ces trois quantités, réduite en pouces, sera le diamètre moyen ou *réduit* de ce cylindre. Cherchant alors ce diamètre réduit sur l'échelle des pouces, on trouvera vis-à-vis & sur l'échelle des diamètres un nombre qui représentera le quarré de ce diamètre moyen ou base du cylindre qui représentera des setiers. L'usage a appris qu'en convertissant ainsi en ligne & de tête, la différence de ces deux diamètres est simple, très-expéditive, & rend les erreurs de calculs (s'il y en a) douze fois moindre par cette pratique. Multipliant ensuite ce nombre par celui trouvé sur l'échelle (L) des longueurs, au moyen des échelles dez-iènes, on aura la continence du vaisseau.

Exemple I.er *sur une grosse pièce.* On a le diamètre du bouge de 28 pouces 3 lignes, celui du fond de 24 pouces deux lignes; la différence est donc de $4^p\ 1^l$ ou 49^l, dont la moitié $24^l \frac{1}{2}$, ajoutée avec le quart, qui est $12^l \frac{1}{4}$, font $36^l \frac{3}{4}$ ou $3^p\ 1^l$, qui, joint au fond de $24^p\ 2^l$, donne $27^p\ 3^l$, qui répond sur l'échelle des diamètres au nombre $3 \frac{6}{8}$ très-approchés. Si, de la longueur extérieure $46^p\ 3^l$, on en retranche $2^p\ 2^l$, qui est le double de l'épaisseur d'un des fonds, il reste $44^p\ 1^l$ pour la longueur intérieure, qui répond sur l'échelle des longueurs au nombre $17 \frac{5}{8}$, qu'il faut multiplier par $3 \frac{6}{8}$: pour cela, on tirera la coulisse mobile jusqu'à ce que le nombre $3 \frac{6}{8}$, qui est sur son échelle *dez-iène*, soit vis-à-vis le nombre $17 \frac{5}{8}$, qui est sur le bord de la rainure où est aussi la même échelle; on trouvera sur le côté latéral de la coulisse, qui répond au bout de la jauge, le produit 66 setiers, ou 528 pintes pour la continence du vaisseau : tous les petits calculs ci-dessus se font à la vue simple & avec les doigts sur l'échelle (p) des pouces de la jauge, &c.

Exemple II, *sur un baril.* Soit $b = 15^p\ 10^l$, $f = 13^p\ 2^l$, & $l = 22^p$ (épaisseur des fonds diminué), ce nombre répond sur l'échelle des longueurs, au n.° $8 \frac{5}{8}$ environ; on a donc $\frac{1}{2} \overline{b-f} = 1^p\ 4^l = 16^l$; & $\frac{1}{4} \cdot \frac{b-f}{2} = 4^l$; d'où $\frac{1}{2} \cdot \overline{b-f} + \frac{1}{4} \cdot \frac{b-f}{2} + f = 14^p\ 19^l$ est le diamètre réduit qui répond, sur l'échelle des diamètres, au numéro ou nombre $1 \frac{3}{8}$, qu'il faut multiplier par $8 \frac{5}{8}$, en faisant glisser la coulisse jusqu'à ce que $1 \frac{3}{8}$ se trouve vis-à-vis $8 \frac{5}{8}$, qui est sur le bord de la rainure; alors on trouvera le produit $9 \frac{1}{8}$ sur le côté latéral de la coulisse au bout de la jauge; c'est-à-dire, 78 pintes pour la quantité de liqueur de ce baril ou quarteau.

J'ai une jauge (conforme à la *fig.* 108) très-bien faite, & qui peut servir de modèle pour en construire de semblable : elle est faite en bois de poirier, pour que les chiffres ou numéros y soient bien gravés ou estampés avec un coin ou poinson, afin d'y rendre bien visible les quatre échelles, des *pouces*, des *diamètres*, des *longueurs*, & celle *logarithmique* ou *dez-iène*.

VIII. *Méthode pour avoir la longueur intérieure d'un tonneau, lorsqu'il y a double fond à chaque extrémité; c'est-à-dire, la manière de reconnoître l'existence d'un double fond, & celle d'avoir le diamètre de ce fond intérieur ou invisible.*

Il y a quelquefois des particuliers qui font mettre deux fonds à chaque bout d'un tonneau, ou immédiatement contigus, ou assez éloignés l'un de l'autre, en sorte que la liqueur se trouve logée entre les deux fonds renfermés dans le corps du vaisseau : mais on voit bien que la liqueur contenue dans le tonneau change alors de longueur, & que le diamètre des fonds invisible ne peut non plus se mesurer immédiatement : voici cependant une méthode (très-approchée) d'avoir ces dimensions, & par conséquent la continence du vaisseau, afin que l'acheteur ne soit pas la dupe du vendeur, ni trompé par les receveurs d'impôts ou maltotiers.

Les droites EH & NF (*fig.* 111) sont les deux premiers fonds ordinaires & visibles; OG & RT sont les deux seconds fonds intérieurs & non visibles; LQ ou ID est la distance du premier fond au second fond; LD est la longueur ordinaire du tonneau, & QI est la longueur de la liqueur comprise entre les deux fonds non visibles, & qu'il faut trouver; BO est la distance oblique depuis l'endroit B du bondon, jusqu'à l'angle que fait le second fond avec la douve dans l'endroit le plus bas ou le plus éloigné en O, & qu'il faut mesurer avec l'échelle des pouces, qui se trouve sur le bouge. En conséquence, soit les quantités connues $BA = b$; $EH = f$; $BO = e$; $CL = \frac{1}{2} l$; & les quantités inconnues $CQ = \frac{1}{2} L$, &

$GO = F$: on aura $L = \sqrt{(2c+b+f) \times (2c-\overline{b+f})} = \sqrt{4c^2 - (b+f)^2}$; $F = b - (b-f) \times \frac{L}{l}$, ensuite $LQ = \frac{1}{2} \times (l - L)$, distance entre les deux fonds immédiatement voisins, & $F-f$, ou $GO - HE = \left(\frac{L}{l} - 1\right) \times (b-f)$, différence des diamètres des deux fonds immédiatement voisins. J'omets ici la démonstration qu'on trouvera, si on s'y prend bien : ainsi, on a donc,

1.° La longueur intérieure *QI* du tonneau, comprise entre les deux fonds invisibles, est donc égale à la racine quarrée du produit, fait du double de la distance oblique du bondon au second fond dans l'endroit le plus bas, joint à la somme des deux diamètres ordinaires du bouge & du premier fond visible, multiplié par la différence des deux mêmes quantités ; ou, ce qui est la même chose, ôtez le quarré fait de la somme des diamètres du bouge & d'un des fonds extérieurs, du quadruple du quarré de la distance oblique du bouge au second fond invisible, & prenez la racine quarrée du reste.

2.° Le diamètre *G O* du fond intérieur & invisible, est égal au diamètre du bouge, moins la différence du diamètre du bouge à celui du fond extérieur, multipliée par la longueur comprise entre les deux fonds intérieurs, divisée par la longueur ordinaire du tonneau.

EXEMPLE I. Supposons qu'on a trouvé la distance oblique $BO = C$ du milieu du bouge à l'extrêmité d'un des fonds, de 32 pouces 6 lignes ; le diamètre *b* du bouge, de $31^p\ 1^l$; le diamètre *f* du fond extérieur de $21^p\ 9^l$; alors on a $53^p\ 3^l$ pour la somme $b+f$ du diamètre du bouge & de l'un des fonds, dont le quarré est $2835\frac{1}{2}$, qu'il faut retrancher de 4225, qui est le quadruple $4c^2$ du quarré de la distance oblique BO, le reste est $1389^p\ 4^l$, dont la racine quarrée est $37\frac{1}{2}^p$ pour la longueur *L* cherchée entre les deux fonds invisibles.

II. Je suppose qu'on a trouvé la longueur ordinaire *l* du tonneau de 48^p, alors on multipliera $9^p\ 4^l$ (différence entre le bouge $31^p\ 1^l$, & le fond $21^p\ 9^l$, donnée ci-dessus) par la longueur *L* comprise entre les fonds intérieurs ; ce qui donne 350, qui, étant divisé par 48, donne le quotient $7^p\ 3^l$, lequel, étant retranché de $31^p\ 1^l$, donne $23^p\ 10^l$ pour le diamètre *F* du fond intérieur ou non visible. Avec ces nouvelles dimensions *L* & *F*, on opérera, comme à l'ordinaire, pour avoir la continence du tonneau.

On voit que la différence $l-L$ des deux longueurs entre les fonds extérieurs & intérieurs, étant de $10^p\ 6^l$, la moitié $5^p\ 3^l$ est la distance entre les deux fonds immédiatement voisins.

On trouve aussi que la différence $F-f$ des deux diamètres immédiatement voisins est $2^p\ 1^l$.

Enfin la capacité du tonneau, dans le cas où il n'y auroit pas de double fond, est de 73 setiers ou 584 pintes ; &, dans le cas où il a double fond, elle est de 61 setiers ou 488 pintes ; la différence des deux cas est donc de 12 setiers ou 96 pintes.

IX. *Méthode très-simple pour la vérification du jaugeage par le calcul.*

Les commerçans exigent quelquefois la vérification du jaugeage par le calcul, lorsqu'il y a des doutes sur les opérations faites avec la jauge, ou bien lorsqu'il y a contradiction entre les mesures données par deux jaugeurs différens. Voici alors la formule de calcul qu'il faut suivre d'après la formule $T = \frac{(5b+3f)^2 \times l}{31280}$, que j'ai trouvée pour la continence *T* du tonneau, en conséquence de notre théorie.

Après avoir mesuré (avec l'échelle (*p*) des pouces) le diamètre du bouge, celui du fond & la longueur du tonneau, on ajoutera cinq fois le diamètre du bouge avec trois fois le diamètre du fond ; on multipliera le quarré de cette somme par la longueur du tonneau, & l'on divisera toujours le produit par le nombre 31280 ; alors le quotient sera le nombre de setiers contenus dans le vaisseau. Cette opération (en terme de jaugeurs) s'appelle *cuber la pièce*.

EXEMPLE. Soit le diamètre *b* du bouge de $26^p\ 10^l$; celui *f* du fond de $24^p\ 2^l$, & la longueur *l* de $28^p\ 1^l$; alors 5 fois $26^p\ 10^l$ donne $134^p\ 2^l$, qui, ajouté avec 3 fois $24^p\ 2^l$ ou $72^p\ 6^l$, donne en tout $206^p\ 8^l$; si on multiplie ce nombre par lui-même, on a son quarré $42711^p\ 1^l\frac{1}{3}$, lequel, étant multiplié par la longueur $28^p\ 1^l$, donne le produit $1199470^p\ 5^l$, qui, étant divisé par 31280, donne enfin le quotient 38 setiers 2 pintes pour la continence du vaisseau. Cette méthode, qui est fort exacte, est très-simple & expéditive, comme l'on voit.

X.

J'ai encore trouvé (*fig.* 114) une méthode rigoureuse & très-simple, fondée sur notre théorie, pour avoir la vuidange des vaisseaux, ou bien le nombre des mesures du restant de liqueur, lorsqu'il y a du vide dans un tonneau : ce qui est important de savoir mesurer dans une capitale comme Paris sur-tout, où les droits d'entrées, sur toutes les espèces de liqueurs seulement, monte à trente millions par an, environ.

Il s'y trouve communément beaucoup de vaisseaux en vuidange, soit aux entrées des barrières ou sur les ports des grandes villes, soit sur les passages qui doivent des droits, soit enfin dans les halles ou dépôts publics quelconques, & dont il est juste de ne payer les droits que de la quantité de fluide restant dans les tonneaux.

Quelques Employés dans les aides ont dépoté par sections un petit nombre de tonneaux, &, ayant introduit une baguette par le bouge, ils ont marqué à chaque section, sur cette baguette ou sur un petit livret, la quantité de liqueur de chaque segment restant dans le vaisseau. Quelques autres ont fait, par le dépotement, chaque section la vingtième partie de toute la capacité du tonneau, & ils ont marqué, sur une échelle, la hauteur de chaque segment vide; ensuite, par un calcul fort compliqué, très-long & sans principe, ils déterminent la continence de chaque segment: mais on voit bien que toutes ces méthodes grossières se trouvent à chaque instant en défaut, parce que tous les tonneaux ne sont ni semblables, ni de même espèce; c'est-à-dire, que les diamètres de tous les tonneaux n'ont pas le même rapport que ceux du tonneau qui a servi d'échantillon, puisqu'il y en a une infinité qui ont d'autres dimensions que le tonneau d'expériences. C'est ainsi que, jusqu'à présent, on s'est contenté d'évaluer arbitrairement la continence de la partie vide. J'ai trouvé pour cela une méthode générale & rigoureuse pour avoir la solidité de chaque segment, & qui est presqu'aussi simple, dans la pratique, que celle dont a besoin pour *jauger* les vaisseaux pleins, mais que je ne dois donner que lorsque j'en serai requis par le gouvernement.

XI. *Dimensions de la jauge & de toutes les parties qui servent à sa construction, en conséquence de notre théorie renfermée dans les dix articles précédens.*

Quoiqu'une seule jauge, telle que celle *BCDH* (*fig.* 108), soit suffisante, on peut cependant en avoir deux de différentes longueurs pour plus de commodité, afin de s'en servir au besoin pour les très-longues & les moyennes pièces ou futailles, mais toujours graduées suivant le même principe.

La grande jauge (*fig.* 108) peut avoir 60 pouces de longueur, & sa coulisse mobile *a b c d*, 36 pouces, & de même longueur que sa rainure *t r m n*.

La moyenne jauge (*fig.* 108) peut avoir 45 pouces de longueur, & sa coulisse mobile *a b c d*, 27 pouces, qui est aussi la longueur de sa rainure *t r m n*.

Sur la grande jauge, l'échelle dez-iène (*A*) commencera sur la coulisse mobile au n.° 3 jusqu'au n.° 10, & sur la rainure *A t g h*, elle commence dans un ordre renversé au n.° 10 jusqu'au n.° 25, environ.

Sur la moyenne jauge, l'échelle dez-iène (*A*) commence sur la coulisse mobile au n.° 1 jusqu'au n.° 8, & sur la rainure, elle commence aussi dans un ordre renversé au n.° 3 jusqu'au n.° 16 seulement, ce qui suffit.

Enfin les produits que donne la multiplication de deux nombres de ces deux échelles mis vis-à-vis l'un de l'autre, donne une échelle semblable, qui se trouve sur le côté latéral *a p d q* de la coulisse, laquelle se forme en mettant successivement le n.° 1, qui est au bout *cd* de la coulisse, vis-à-vis les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, &c. qui sont sur le bord de la rainure, en marquant à chaque fois, au bout *t* de la jauge, une barre sur le côté latéral de la coulisse, ou l'on mettra à côté les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, &c. qui seront les produits: c'est ainsi, par exemple, que, pour avoir le produit 25 sur ce côté latéral, qui se trouvera toujours au bout *t* de la jauge, il faudra mettre les deux numéros ou facteurs 2 & 12 $\frac{4}{8}$, ou 4 & 6 $\frac{2}{8}$ vis-à-vis l'un de l'autre. De même, si on met 8, qui est sur la coulisse, vis-à-vis 7 $\frac{1}{8}$, qui est sur le bord de la rainure, ou 3 vis-à-vis 19, on aura le produit 57 au bout *t* de la jauge, qu'on marquera sur le côté latéral de la coulisse: enfin, si on oppose 8 à 13 $\frac{1}{8}$, ou 7 à 15, ou 5 $\frac{2}{8}$ à 20, on aura le produit 105, & ainsi des autres, que l'on trouvera & marquera aisément avec un peu d'intelligence.

Les bases des deux boëtes *P Q M* & *L F G R* fixe & mobile sont de mêmes dimensions que la jauge, pour qu'elles puissent l'embrasser; mais la longueur *Q M* de la boëte fixe, égal à sa largeur environ, peut être enlevée, au besoin, au moyen d'une vis d'arrêt; $QO = FT = 4$ pouces, hauteur du crochet; & $OI = TV = 3\frac{1}{2}$ pouces, longueur du crochet.

On a (*fig.* 112, n.ºs 1 & 2) *f d d f* pour le profil transversal de la jauge *B D C H*, où l'on voit aussi le profil de la rainure *h b a c c a b h*, laquelle a pour longueur *t r m n*, *fig.* 108.

On a (n.° 2) *h b a c c a b h* pour le profil transversal de la règle ou coulisse mobile *a b c d* qui entre dans la rainure de la jauge, qui est de même moule, avec un peu de jeu seulement pour couler assez librement.

On a pour les dimensions de ces profils $fh =$ 2 lignes, bords supérieurs de la rainure; $hh = bb = 3$ lignes, largeur supérieure de la rainure, & intérieure où se loge la coulisse; $ab = \frac{1}{2}$ ligne; $cc = aa = 4$ lignes, largeur inférieure & intérieure de la rainure où se loge la coulisse; $ac = 1\frac{1}{2}$ ligne; $aq = dn = cn = 1\frac{1}{2}$ l.; $qd = an = 3$ lig.; $fq = hb = 3\frac{1}{2}$ lig.; d'où $fd = 7\frac{1}{2}$ lig., épaisseur de la jauge, & $ff = 7^{l}$, largeur & dessus de la jauge, où sont marquées trois échelles, comme on a vu ci-dessus (art. VI, *n.*^{os} 3 & 4).

La *fig.* 109 est le bouge ou échelle pour prendre les diamètres des fonds & du milieu, comme il est décrit ci-dessus (art. VI, *n.*° 2); l'épaisseur de la petite mentonière de la boëte mobile $cr =$ 4 lignes environ; & $rK = 12$ lignes, divisé en 4 parties égales, de 3 en 3 lignes; & $KD = 12^{l}$

aussi, & $CN = 14^{l}$ environ, côté du quarré de la base; $pq = 2^{p}$, index mobile; *KIBS* échelle (*p*) des pouces, & *HKSE* échelle (*d*) des diamètres.

La *figure* 113 est l'élévation de la jauge & de la coulisse mobile, ou son profil longitudinal, avec ses crochets & la vis d'arrêt à l'une de ses extrémités.

Remarque. Je peux assurer, d'après l'examen le plus scrupuleux & l'expérience la plus suivie pendant plus de quinze ans, que toutes les théories & les pratiques du jaugeage des tonneaux, qu'on trouve dans tous les ouvrages faits sur cette matière, que j'ai bien vues, sont absolument vicieuses & fautives; c'est pourquoi je n'indique ici aucun de ces ouvrages, comme pouvant immanquablement induire en erreur. (*M. Dez, Professeur de Mathématiques à l'Ecole Royale Militaire*).

XII. *Jaugeage pour la Marine.*

Dans la marine, on estime la charge des navires par un certain nombre de tonneaux chacun d'un poids déterminé; par conséquent, la méthode qu'il faut suivre pour le jaugeage des navires ou des vaisseaux en général, trouve naturellement sa place, & doit être une suite de la manière de *jauger* les tonneaux, que nous avons donnée dans les onze articles précédens: ainsi, le jaugeage des vaisseaux, comme celui des tonneaux, est l'art de mesurer des capacités vuides, en déterminant combien elles peuvent contenir de fois une certaine unité de mesure de convention.

Un vaisseau étant chargé de son leste & pourvu de ce qui lui est nécessaire pour le voyage, il s'enfonce dans l'eau jusqu'à une certaine quantité, & l'endroit à fleur d'eau se nomme *ligne d'eau;* si on le charge ensuite de toutes les marchandises qu'il peut porter commodément ou sans péril, il s'enfonce jusqu'à une nouvelle ligne à fleur d'eau, qu'on appelle *ligne du fort.* Comme les Souverains lèvent des droits sur les marchandises, c'est donc le *segment* ou la partie submergée (par la charge de ces marchandises sujettes à ces droits), comprise entre les deux plans horizontaux qui passent par la *ligne d'eau* & la *ligne du fort*, qu'il faut mesurer, & la distance perpendiculaire entre cette dernière ligne & celle qui passe par la plus grande largeur du vaisseau, est, dans plusieurs cas, d'environ un pié, parce que le vaisseau est à-peu-près suffisamment chargé, quand il a *calé* à près d'un pié au-dessous de la *ligne du fort*, ou de sa plus grande largeur: ainsi, le jaugeage ou le port d'un navire, consiste à mesurer la partie de la carène, qui fait la différence des deux enfoncemens, ou de prendre en général le poids du solide d'eau, que sa charge lui fait déplacer, lequel est toujours d'un poids égal à celui de cette charge; par conséquent, si on multiplie le nombre des piés cubiques du solide de ce *segment*, compris entre la coupe faite à la ligne d'eau & la ligne du fort, par 72, qui est le poids d'un pié cube d'eau de mer, on aura le poids total des marchandises seulement. Voilà le fondement ou le principe de la méthode, il ne s'agit plus que d'avoir, par une formule, la solidité de ce *segment.*

La différente espèce & le différent gabari des bâtimens, apporte une variation infinie à la règle de *jauger* la continence par la capacité, en faisant changer continuellement le rapport de la figure ou poids du volume d'eau qu'elle peut contenir. Il y a cependant des occasions, mais qui arrivent très-rarement, où le jaugeur a pour objet la capacité ou le volume plutôt que le poids: par exemple, lorsque le vaisseau est chargé de marchandises légères, comme dans la cargaison, où le tonneau de 2000 liv. poids en biscuit, occupe un espace de 90 piés cubiques, tandis que celui en plomb occupe $2\frac{1}{2}$ piés cubiques seulement; ou lorsque, par la mauvaise façon des vaisseaux, ils ne sauroient arrimer ou contenir commodément la cargaison qu'ils pourroient porter; enfin lorsque des vaisseaux ne sont pas dans le cas du réglement, & qu'il faut *jauger* tout chargé en partant & en arrivant au port; mais ce sont des cas particuliers qui ne doivent pas empêcher d'établir une méthode générale, ni de proscrire la multiplicité des méthodes & des pratiques particulières, qui sont non-seulement vicieuses, mais sur-tout des occasions de fournir à l'ignorance ou à la mauvaise foi des personnes intéressées dans la jauge. Pour éviter la difficulté de *jauger* les vaisseaux tout chargés dans le port, il faudroit ordonner de sculpter ou graver sur un endroit fixe & visible du navire, incontinent après sa construction, la charge ou le nombre des tonneaux que donne le jaugeage.

La petitesse des tonneaux, par exemple, leurs figures presque constantes & régulières, en comparaison de celle des navires, & la commodité d'avoir à en mesurer toujours la capacité entière, & assez rarement une partie seulement, rend l'opération beaucoup plus facile que celle pour les navires, & ne permet pas aux jaugeurs des tonneaux de se dispenser d'avoir égard à leurs courbures; mais toutes ces circonstances n'ayant pas lieu pour les vaisseaux, qui sont toujours d'un très-grand volume, on peut négliger leurs courbures rigoureuses ou convexités, & considérer les coupes horizontales faites à flotaison de la *ligne d'eau* & de la *ligne de fort*, comme des polygones rectilignes d'un assez grand nombre de côtés; ce qui suffit, parce que la différence des capacités entre ces deux cas, est à peine la 200.e partie de la charge du vaisseau, encore cette légère erreur est-elle à l'avantage du public: d'ailleurs la facilité & la promptitude, dans l'expédition, mérite qu'on sacrifie quelque chose à la justesse rigoureuse.

J'ai vu avec attention toutes les méthodes usitées de tous les tems en France pour le jaugeage dans

la marine; j'ai lu tous les ouvrages faits sur cette matière; j'ai bien examiné tous les desseins de toutes les sortes de bâtimens, & ensuite la forme réellement des vaisseaux de toutes les grandeurs; enfin, lors de mon dernier voyage en angleterre en 1774, j'ai voulu avoir un objet de comparaison de la forme des vaisseaux de la marine angloise avec ceux de la nôtre; & en conséquence, j'ai pris les mesures convenables, dans tous les sens, pour déterminer la vraie courbure qu'affectent leurs vaisseaux, & cela dans les différens ports de mer que j'ai parcourus, tels qu'à Douvres, à Plimouth, à Bristol, à Dublin, même à Londres, & sur-tout à Portsmouth, où il y en arrive de toutes les nations du monde. J'ai consulté les personnes du métier, les officiers de marine, les constructeurs, les professeurs d'hydrographie, les ingénieurs de ports; &, après nombre de vérifications & l'examen le plus scrupuleux, tout m'a confirmé que la méthode de M. Hocquart, commissaire de la marine françoise, présentée en 1717, rectifié par M. de Mairan, de l'Académie des Sciences, que j'ai beaucoup simplifiée ici, & qui est fort en usage en france depuis quelque tems, & même adoptée en partie en angleterre & en hollande, est la meilleure de toute, parce qu'elle est assez simple, expéditive & aussi exacte qu'on peut l'espérer dans la pratique.

Il y a environ 90 ans, qu'il en coûta quatre cens mille livres aux Hollandois pour payer des Mathématiciens chargés de trouver une méthode de *jauger* les vaisseaux, aussi sûre qu'il est possible, en évitant les grands calculs; mais, malgré leurs recherches, dont le résultat consiste à prendre immédiatement la mesure de la capacité du vaisseau par ses principales dimensions, cette méthode, qu'ils adoptèrent alors, n'a pas à beaucoup près les avantages de celle ci-jointe, qu'on peut adopter comme une règle certaine & uniforme de *jauge*, qui convient à toutes sortes de vaisseaux, quelque soit leurs différens gabaris, aux bâtimens à un ou plusieurs ponts, aux vaisseaux frégatés, ainsi qu'à ceux qui ne le sont pas; enfin aux vaisseaux marchands comme aux vaisseaux de guerre.

Soit (*fig.* 115) $ABCD$ le vaisseau; GH la *ligne d'eau*; EF la *ligne du fort*.

$SXTxS = A$, la surface inférieure à fleur d'eau du segment solide $FHGE$, prise en dehors des bordages sans charge, & dont le profil est représenté par la ligne d'eau GH (qu'on marque ordinairement sur la ceinture intérieure des bordages).

$RNIinR = B$, la surface supérieure à fleur d'eau du même segment $FGHE$, prise aussi en dehors de bordages avec la charge, & dont le profil est représenté par la ligne du fort EF.

$pq = H$, la hauteur perpendiculaire ou distance entre les deux surfaces parallèles A & B, ou coupe du solide $FHGE$.

Régle. Il faut multiplier la moitié de la somme de ces deux coupes ou surfaces $SYTxS$ & $RNIinR$, faites à la *ligne d'eau* & à la *ligne du fort*, réduites en piés quarrés, par le nombre des piés de la perpendiculaire pq, ou distance entr'elles; ce qui donnera la solidité du segment ou tranche $FHGE$ en piés cubiques, qu'on multipliera ensuite par 72, pour avoir le poids ou la charge du navire; enfin, si on divise cette dernière quantité par 2000, qui est le poids d'un tonneau fixé par la loi, on aura en tonneau la charge du navire. On auroit encore le même nombre de tonneaux, en divisant la solidité du segment réduit en piés cubes, par $27\frac{7}{9}$ piés cubiques, qui pèsent aussi 2000 liv. poids de marc.

Première Méthode. On divisera la longueur ST de la coupe de la *ligne d'eau*, depuis l'entrave S jusqu'à l'étambot T en 4 parties; savoir, d'abord en deux parties MQ & ML, de part & d'autre du maître-bau, ou l'endroit le plus large du navire, jusqu'aux façons Q de l'avant, & L de l'arrière; & puis en deux autres parties QS & LT, où commencent les façons Q & L, jusqu'à l'entrave S & l'étambot T: on menera ensuite des perpendiculaires sur ST aux points M, Q & L, qui partageront les coupes A & B en deux polygones sensés rectilignes; savoir, celle inférieure A en un octogone, composé de deux trapèzes $XxyY$ & $XxvV$, & deux triangles YSy, VTv; & celle supérieure B, en un ennéagone, composé de trois trapèzes $NZ\zeta n$, $NOon$, $OI\iota o$, & d'un triligne parabolique $ZR\zeta$; ce qui donne,

$$\begin{cases} A = (MX + QY) \times LQ + (QS + LT) \times QY, \\ B = (MN + QZ) \times LQ + (QZ + KI) \times LK + \frac{4}{3} QZ \times QR. \end{cases}$$

On a donc $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H$ pour la solidité du segment, & par conséquent $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H \times 72$, ou $(A + B) \times 36H$ pour le poids de la charge: ensuite $\frac{\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H \times 72}{2000}$, ou $\frac{(A+B) \times 2H}{111}$ pour le nombre des tonneaux ou la charge du navire.

C'est-à-dire, 1.° que, si l'on multiplie la moitié de la somme des deux surfaces ou coupes A & B par l'épaisseur ou hauteur H du segment, on aura la solidité du segment; 2.° si on multiplie la somme des deux mêmes surfaces A & B par 36 fois la même épaisseur H de cette tranche solide, on aura le poids; 3.° enfin, si on multiplie la somme de ces deux surfaces A & B par le double de la hauteur H du solide, & qu'on divise par 111, on aura le nombre des tonneaux.

Exemple. Soit $MX = \frac{1}{2} Xx = 14$ piés; $QY = \frac{1}{2} Yy = 12$ piés; $LQ = 60$ piés; $QS =$ 23 piés; $LT = 33\frac{1}{3}$ piés; $MN = \frac{1}{2} Nn = 15$ piés;

$QZ = \frac{1}{2} Z\zeta = 14\frac{2}{3}$ piés; $KI = 9$ piés; $LK = 36$ piés; $QR = 25\frac{1}{3}$ piés; $pq = H = 7$ piés. Ce qui donne $A = 2238$ piés quarrés; $B = 3087\frac{1}{3}$ piés quarrés, & par conséquent $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H = 2662\frac{2}{3} \times 7$ ou $18638\frac{2}{3}$ piés cubiques pour la solidité; ensuite $(A+B) \times 36\,H = 5325\frac{1}{3} \times 36 \times 7$, ou 1341984 livres poids de marc, ou $\frac{1341984}{100} = 13420$ quintaux pour la charge. Enfin $\frac{(A+B) \times 2H}{111} = \frac{5325\frac{1}{3} \times 2 \times 7}{111}$, ou 671 tonneaux pour la charge du navire.

Remarque. On doit faire attention que, quand on mesure le vaisseau par le dedans, il faut y ajouter les épaisseurs ou la ceinture de bois comprise entre les deux sections horizontales *A* & *B*, ou bien il suffit de prendre tout de suite les mesures de dehors en dehors, où s'y trouvent aussi les bordages, autrement le jaugeage seroit vicieux, parce que c'est la surface extérieure du navire qui fait le déplacement d'eau.

Il faut aussi mesurer avec exactitude l'épaisseur *pq* ou *H* (*fig.* 116) du segment *FHGE*, ou immédiatement, ou par la pratique suivante, parce qu'un pouce d'erreur sur 30, par exemple, peut souvent en causer une d'environ la 30.e partie de toute la charge du navire. Pour avoir cette hauteur *pq* avec succès, on tendra de dessus le pont à angle droit, sur la quille, une ficelle *rdbt*, au bout des deux supports *ad*, *cb*, qui passera sur les crochets ou petites poulies *d* & *b*, qui, étant tendue au moyen de deux poids *r* & *t* attachés à ses extrémités, rasera les côtés du vaisseau en *f* & *e* dans sa plus grande largeur. On mesurera *bd*, qui donnera la largeur *ef* du vaisseau à la ligne de fort : si on ôte les distances *gk* & *hs* depuis la corde jusqu'aux bordages, on aura $bd - 2gk = hg$ pour la largeur à la ligne d'eau, & les parties *fs* & *ek* fera l'épaisseur *pq* ou *H* du solide cherché.

Je ne crois pas inutile de rapporter aussi une méthode de *jauger* les navires, qui est simple, assez exacte, & encore souvent en usage dans quelques ports, tel qu'à Marseille & à Bayonne, *&c.* parce qu'elle est fondée sur une sorte d'unité de mesure nommée *pans*, & unique dans ces sortes de ports; mais que j'ai rectifiée & rendue universelle & d'un usage facile pour tous les autres ports de France. Cette méthode consiste à mesurer en pieds-de-roi ou du Châtelet de Paris : 1.° la longueur *ST* du vaisseau depuis l'entrave *S* jusqu'à l'étambot *T*; 2.° la plus grande largeur *Nn* au maître-bau; 3.° la hauteur ou le creux *pm*, depuis la ligne de la plus grande largeur au maître-bau, jusqu'au fond de la cale en *m*. Si l'on fait le *produit* de ces trois dimensions, on aura la solidité du parallélépipède rectangulaire circonscrit à la carène : si l'on multiplie ensuite ce produit par 8, & qu'on divise par 675, on aura pour quotient le nombre des tonneaux de 2000 liv. poids de marc chacun. Mais, si on multiplie ce même produit par 32, &, puisqu'on le divise par 135, on aura le nombre des quintaux de 100 livres poids chaque.

J'ai trouvé que le principe de cette méthode est fondé sur l'hypothèse qui suppose le navire ellipsoïde, & par conséquent d'une solidité moindre d'environ $\frac{1}{4}$ du total, ou qu'on suppose la charge du bâtiment les $\frac{3}{4}$ de toute sa capacité intérieure; c'est pourquoi on prend alors le tonneau d'ordonnance, qui est de 42 piés cubes; ce qui redresse l'erreur ou la manière grossière dont on jauge dans les ports de commerce, où on donne tout à l'estime, parce qu'on y trouve ni géomètre, ni calculateur; & par-là, dis-je, on restitue la fausse hypothèse de la figure attribuée aux navires; car le tonneau de déplacement est généralement reçu à un peu moins de 28 piés cubes, c'est-à-dire, $27\frac{7}{9}$ piés cubiques, ou 2000 livres pesant. Cette fausse supposition de figure & de charge, revient à-peu-près à la véritable hypothèse, qui est de prendre les $\frac{1}{27\frac{7}{9}} \times \frac{1}{3\frac{1}{27}}$, ou les $\frac{8}{675}$ du produit de la multiplication des trois principales dimensions du vaisseau, parce que le produit de l'inverse du volume qu'occupe un tonneau de déplacement, multiplié par un peu moins que le tiers de la moyenne proportionnelle arithmétique entre le solide circonscrit à la carène, & la pyramide qui lui est inscrite, donne la charge du bâtiment en tonneaux.

Exemple I. On demande le port d'un bâtiment qui a 75 piés de longueur, 30 piés de largeur, & 12 piés de hauteur : on aura donc $75 \times 30 \times 12$, ou 27000 piés cubiques pour le solide circonscrit à la partie de la carène, plongée par la charge, & $\frac{27000 \times 8}{671}$, ou 320 tonneaux pour le port : ensuite $\frac{27000 \times 32}{135}$, ou 6400 quintaux pour le poids de la charge.

Exemple II. Supposons ici le même vaisseau que nous avons évalué par la première méthode, où l'on mesure le segment solide, qui est la différence des deux enfoncemens, dont le poids égal celui du solide d'eau déplacé, dont la longueur $ST = 116\frac{1}{2}$ piés, la largeur $Nn = 30$ piés, & la hauteur $pm = 16\frac{1}{6}$, on aura alors $116\frac{1}{2} \times 30 \times 16\frac{1}{6}$ ou $56502\frac{1}{2}$ piés cubiques, & $\frac{56502\frac{1}{2} \times 8}{675}$, ou 670 tonneaux; ensuite $\frac{56502\frac{1}{2} \times 32}{135}$, ou 14125 quintaux sera le poids ou la charge.

Je dois avertir, pour le bien du commerce, que la méthode de *jauger* les vaisseaux, qu'on trouve dans le Dictionnaire du Commerce, faisant partie de cette Encyclopédie Méthodique, est très-fautive, en ce qu'elle force les mesures de plus des $\frac{2}{11}$ du total, ou presque de moitié; c'est-à-dire, par exemple, qu'elle augmente la capacité d'en-

viron 46 mesures ou tonneaux sur 100 : lésion énorme, qui a cependant encore lieu dans quelques ports, & dont les droits trop perçus par les receveurs d'impôts, font souvent la ruine du négociant contre l'intention du roi : cette méthode erronée pour *jauger* les navires, ainsi que celle pour *jauger* les tonneaux qu'on trouve dans ce Dictionnaire Methodique, fondée l'une & l'autre sur de faux principes, sont copiées mot à mot sur celles qu'on trouve dans le vieux Dictionnaire du Commerce de Savary & de Ricard ; c'est pourquoi l'on doit être dans la plus grande défiance sur toutes les parties de l'*art*. JAUGEAGE seulement, qui se trouve dans ce Dictionnaire du Commerce de la nouvelle Encyclopédie Méthodique, depuis la page 665 jusqu'à celle 670 inclusivement.

Je dois encore faire connoître que, dans les discussions ou réclamations qui s'élèvent souvent dans les ports de mer sur le jaugeage, on commet quelquefois une grande injustice, en s'appuyant sur l'ordonnance qui suppose que la charge du navire est les deux tiers de sa capacité intérieure, quoiqu'elle n'est que d'un tiers & encore moins, & qu'en conséquence le pilote est souvent mal-à-propos convaincu d'avoir transporté furtivement la moitié de la charge du navire, & de s'être approprié environ la moitié du nolis ou du fret.

Nous avons pris jusqu'à présent 28 piés cubiques environ pour un tonneau de poids ou de déplacement pesant deux milliers, selon l'usage reçu pour unité de mesure, sans avoir égard au volume pour fixer l'étendue de la carène ou de la cale : mais on prend quelquefois le tonneau d'étendue ou d'arrimage, qui forme quatre bariques de Bordeaux, qui sont trois muids de Paris ou 864 pintes, de 48 pouces cubes chacune; lequel tonneau d'arrimage est estimé aussi deux milliers, & qui occupent 48 piés cubes, qui pèze, avec le fut, 2140 liv. Ainsi, par exemple, si l'armateur demande au constructeur un vaisseau dont la cale soit de 25000 piés cubiques, on aura $\frac{25000}{48} = 521$ tonneaux d'arrimage : c'est dans ce sens qu'on dit qu'une frégate de 50 canons, de 118 piés de long, 31 de large & 14 de creux, seroit de 308 tonneaux, suivant la jauge d'arrimage, parce que le produit de ces trois nombres 118, 31 & 14, multipliés l'un par l'autre, donne la solidité du parallélépipède rectangulaire circonscrit à la coupe horizontale faite à fleur d'eau, dont le $\frac{1}{3\frac{5}{11}}$ ou les $\frac{11}{38}$ donne la solidité de la carène en piés cubiques, ou le poids de l'eau qui rempliroit sa capacité, qui est égal à la charge que le navire peut porter, laquelle solidité étant divisée par 48 piés cubes, donne les tonneaux d'arrimage; c'est-à-dire, simplement qu'il faut mesurer en pied-de-roi la plus grande longueur intérieure du vaisseau, sa plus grande largeur & le creux, multiplier ces trois dimensions l'une par l'autre, en diviser le produit par 166, pour avoir le nombre des tonneaux d'arrimage : en effet, $\frac{118 \times 31 \times 14}{166} = \frac{51212}{166}$ donne 308 tonneaux.

Le jaugeage, pour le droit d'*Ancrage*, est seulement l'espace qu'un bâtiment occupe dans le port ou qu'il y embarrasse : comme la capacité intérieure de la cale est à-peu-près égal à la solidité de la carène, on peut prendre l'une pour l'autre dans ce cas. On règle donc le droit sur le solide du parallélépipède rectangulaire circonscrit au volume qu'occupe la carène du vaisseau, à commencer du maître-bau jusqu'à la quille, pour la hauteur; & par-là il est inutile d'avoir attention à la figure de la carène, & si c'est par le haut ou non que le navire occupe de la place dans le port.

Par exemple, soit la longueur de 122 piés de l'entrave à l'étambot; 34 piés dans sa plus grande largeur, & 17 piés de creux ou de hauteur : alors le solide circonscrit sera donc $122 \times 34 \times 17$, ou 70516 piés cubiques. On peut toujours supposer que le creux est à-peu-près la moitié de la plus grande largeur.

Enfin, pour rapprocher les objets, nous avons vu, par la manière d'évaluer les mesures, 1.° que la méthode de *déplacement*, qui consiste à trouver la solidité du segment, qui fait la différence des deux enfoncemens du vaisseau, compris entre les deux plans faits à la ligne d'*eau* & à la ligne de *fort*, suppose que le tonneau de déplacement occupe un espace de 27$\frac{7}{8}$ piés cubes, sans le fut; 2.° que la méthode d'*ordonnance* où l'on prend la mesure de la capacité du vaisseau par ses trois principales dimensions, dans le cas où l'on suppose la charge les $\frac{2}{3}$ de toute la capacité; que le tonneau d'*ordonnance* occupe un espace de 42 piés cubes; 3.° que la méthode d'*arrimage*, où l'on prend les $\frac{11}{38}$ du produit des trois principales dimensions, pour avoir la solidité de la carène; on suppose que le tonneau d'*arrimage* occupe un espace de 48 piés cubes, & quelquefois même avec raison de 56 piés cubiques, à cause des vides ou des espaces perdus; 4.° que la méthode d'*ancrage* consiste à trouver en piés cubiques seulement le solide entier circonscrit à la carène, sans nul espace évalué en tonneaux. Dans tous les cas, le tonneau est toujours supposé peser deux milliers poids de marc.

Je dois avertir que, dans ces quatre hypothèses différentes & reçues d'évaluer les mesures, il n'y a que la première & la quatrième méthode de *jauger*, qui est celle de *déplacement* & celle d'*ancrage* qui soient rigoureuses. Que la seconde, qui est celle d'*ordonnance*, a quelques avantages du côté de la simplicité; mais qu'elle se trouve assez souvent incertaine dans l'application, sur-tout lorsqu'elle est pratiquée par des personnes peu intelligentes, & qui n'ont pas l'attention de mesurer les dimensions du vaisseau avec la plus grande exactitude,

exactitude. Que la troisième méthode de *jauger*, sur-tout qui est celle d'*arrimage*, est souvent fautive, parce qu'elle n'est pas également applicable aux vaisseaux de guerre & aux vaisseaux marchands, à cause du poids de l'artillerie & des munitions dans les premiers, & que, dans les derniers, la fabrique est plus ou moins pesante, quoique la partie de la carène, qui plonge dans la mer, soit de même solidité; qu'enfin il n'y a de règle bien certaine & générale, pour avoir le poids de la charge, que de mesurer (suivant la première méthode) la capacité de la partie de la carène qui fait la différence des enfoncemens, qui seule est proportionnelle à la pesanteur de la charge. Voyez les deux *Mémoires* que j'ai donnés sur *la théorie du jaugeage*, & en conséquence une nouvelle *jauge*, reçus par l'*Académie Royale des Sciences* en 1773, & mis dans le *Recueil de ses Mémoires* pour la partie des savans étrangers, & dont l'usage est ordonné par lettres-patentes en 1775, qui se trouvent aussi dans la seconde édition d'un traité du Jaugeage du P. Pézenas, donnée, en 1778, par les soins de M. de la Lande, célèbre académicien, à qui les sciences, les lettres & les arts ont tant d'obligation. *Voyez* aussi le *Dictionnaire de la Marine*, par M. Vial de Clairbois, habile ingénieur de la marine, & sur-tout la pièce sur l'arrimage des vaisseaux, qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences, en 1765, par M. l'abbé Bossut, l'un des principaux auteurs de ce Dictionnaire de Mathématiques, & géomètre du premier ordre, connu de toute l'europe par ses découvertes, qui honorent l'esprit humain. (*M. Dez*, *Professeur de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire*).

JAUGER, (*Hydraulique*); c'est trouver, dans un tems donné, la quantité d'eau que fournit une source ou une pompe à bras, à cheval, à moulin, & en général la dépense d'eau nécessaire pour le service d'une machine hydraulique quelconque. *V.* MOULIN, POMPE & SOURCE.

JAUGEUR, subst. masculin, officier de ville ou bien commis par le roi, qui fait l'art & la manière de jauger les tonneaux ou futailles à liqueurs, ou celui qui a titre & pouvoir d'en faire le jaugeage.

Chaque *jaugeur* doit avoir sa jauge juste & de bon patron, suivant l'échantillon ou la *matrice* adoptée par le gouvernement, & déposée dans un lieu public pour y avoir recours au besoin, lorsque ces jauges sont altérées ou défectueuses par les copies faites les unes sur les autres.

Le *jaugeur* doit imprimer sa marque sur l'un des fonds du tonneau ou futaille qu'il a jaugé, avec une petite machine d'acier nommée *rouanette*, & y mettre la lettre *B*, si la jauge est bonne; la lettre *M*, si elle est trop foible ou moindre; & la lettre *P*, si elle est trop forte, avec un chiffre pour faire connoître la quantité de pintes qui s'y trouvent de plus ou de moins, ou, mieux encore, y marquer le nombre des mesures total.

Chaque *jaugeur*, ou vérificateur du jaugeage, doit avoir sa marque particulière, laquelle il doit figurer en marge du registre de sa réception, pour y avoir recours dans le besoin, en cas de fausse jauge; le *jaugeur* de la marque duquel la pièce ou le vaisseau se trouve marqué, demeurant responsable envers l'acheteur, si la jauge est moindre, & envers le vendeur pour l'excédent.

Il y a eu pendant 520 ans des officiers *jaugeurs* établis dans Paris pour rectifier les erreurs des mesures, faites par les commis *jaugeurs* des fermiers du roi sur les vins & autres liqueurs qui entrent dans cette capitale : cette commission des officiers *jaugeurs* fut supprimée, en 1772, par le crédit des fermiers-généraux; depuis cette époque, les commis des fermes étant seuls juges & parties dans les contestations, & les redevables des droits n'ayant plus d'arbitres, les commerçans & en général le public continuellement lésés, crient à l'iniquité & réclament envain justice : enfin, depuis la suppression de ces correcteurs si importans au bien public, j'ai la preuve en main de plus de dix mille réclamations d'excédent de jaugeage commis par les maltotiers de la ferme générale, sans jamais avoir pu obtenir restitution des exactions faites par ces receveurs d'impôts. Ces abus multipliés doivent monter à des sommes considérables dans une ville comme Paris, où les droits d'entrées, sur les fluides seulement, montent à plus de trente millions par an. (*M. Dez*, *Professeur de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire*).

JET

JET *d'eau* (*Hydraul.*), est une lance ou lame d'eau qui s'élève en l'air par un seul ajutage ou orifice qui en détermine la grosseur. Les *jets* croisés en forme de berceaux sont appellés *jets dardans*; quand l'ajutage est horizontal, le *jet* monte verticalement, & alors s'appelle *jet vertical*. Il s'éleveroit jusqu'au niveau de la source qui le produit, si plusieurs causes n'en empêchoient; ces causes sont, le frottement contre les bords de l'orifice, la résistance de l'air & la chûte de l'eau supérieure qui tombe sur celle qui la suit, quand le *jet* est bien vertical. Aussi on observe qu'en l'inclinant un peu il monte plus haut.

Il résulte des expériences faites par M. l'abbé Bossut (Voyez *le second volume de son Hydrodynamique*), que, quand le tuyau de conduite fournit les eaux avec une abondance suffisante, les gros *jets* s'élèvent à proportion plus que les petits; au contraire, les petits *jets* s'élèvent davantage, quand le tuyau de conduite est très-étroit; qu'on doit éviter de faire les ajutages coniques & sur-tout cylindriques, que ceux qui sont percés dans des minces parois sont les meilleurs.

Enfin il résulte des mêmes expériences, com

parées avec celles de M. Mariotte, que *les différences des hauteurs des jets verticaux aux hauteurs de leurs reservoirs, sont entr'elles sensiblement comme les quarres des hauteurs des jets.* Soit donc la hauteur du réservoir appartenante à un *jet* a, b sa hauteur effective ou observée, c la hauteur d'un réservoir dont on voudroit connoître la hauteur effective qu'on peut appeller x, on aura $a - b : c - x = b^2 : x^2$, & $x = \frac{-b^2 + b\sqrt{4ac - 4bc + b^2}}{2(a-b)}$; ceux qui desireroient plus de détail sur cette matiere, peuvent consulter l'ouvrage cité & les Œuvres de Mariotte.

Jet *des bombes*, est le nom qu'on donne à la partie des Mathématiques, qui traite du mouvement des bombes, de la ligne qu'elles décrivent dans l'air, de la maniere dont il faut disposer le mortier, pour qu'elles aillent tomber à un point donné, *&c.*

Si l'air étoit sans résistance, si la force de la poudre étoit bien connue, ces équations se résoudroient facilement de la maniere suivante.

Soit (*pl. méch. fig.* 200) AX la verticale passant par A, point de départ de la bombe, h la hauteur dûe à la vitesse initiale, AY la direction de cette vitesse, faisant, avec la verticale, l'angle $XAY = \phi$; θ le tems qu'un corps emploie à tomber d'une hauteur donnée a; M un point de la trajectoire. Si, par ce point, on mene la verticale jusqu'à ce qu'elle rencontre AY en P, le point P sera celui où la bombe seroit arrivée sans l'action de la pesanteur. Ainsi, le tems qu'elle eût employé à parcourir AP avec sa vitesse initiale, est le même que celui qu'elle eût employé à parcourir PM, si elle eût été abandonnée à la seule action de la pesanteur. Or le premier de ces tems est $\theta \frac{AP}{2\sqrt{ah}}$; le second est $\theta \sqrt{\frac{PM}{a}}$; donc $AP^2 = 4h . PM$. La trajectoire est donc une parabole qui a pour diametre la verticale passant par le point de départ A, & pour parametre de ce diametre, le quadruple de la hauteur dûe à la vitesse initiale.

Considérez maintenant le point M comme celui où la bombe rencontre le terrein représenté par la ligne AZ, faisant, avec la verticale AX, l'angle $ZAX = \Psi$. La distance AM s'appelle *amplitude du jet.* Mais $PM = AP \frac{\sin. (\Psi - \phi)}{\sin. \Psi}$; & substituant cette valeur dans l'équation de la trajectoire, vous trouverez $AP = 4h \frac{\sin. (\Psi - \phi)}{\sin. \Psi}$, donc l'amplitude $AM = 4h \frac{\sin. (\Psi - \phi) \sin. \phi}{(\sin. \Psi)^2} = 2h \frac{(\cos. (\Psi - 2\phi) - \cos. \Psi)}{(\sin. \Psi)^2}$. Cette formule apprend que, si on vouloit rendre l'amplitude la plus grande possible, l'inclinaison du terrein étant donnée, il faudroit faire $\phi = \frac{\Psi}{2}$.

L'amplitude du *jet* étant donnée avec l'inclinaison du terrein, l'angle de projection devient déterminé par le moyen de l'équation $\cos. (\Psi - 2\phi) = \frac{AM (\sin. \Psi)^2 + 2h \cos. \Psi}{2h}$. Mais il y a deux valeurs de $\Psi - 2\phi$, utiles pour la question; car, soit $\Psi - 2\phi = K$, on pourra faire aussi $\Psi - 2\phi = -K$, puisque $\cos. -K = \cos. K$; donc on peut faire $\phi = \frac{\Psi - K}{2}$, $\phi = \frac{\Psi + K}{2}$.

La théorie précédente seroit suffisante, si l'air étoit sans résistance, nous l'avons déjà dit; mais il n'en est pas ainsi; & l'air altere le mouvement des bombes à tel point, que la pratique ne s'accorde nullement avec cette théorie, sur-tout quand la vitesse de la bombe est considérable. Il faut donc avoir égard à la résistance; mais la détermination du mouvement devient alors très-difficile, & les calculs sont si compliqués, qu'ils ne sauroient trouver place dans ce Dictionnaire. Ceux qui desireront connoître ce qui a été fait de mieux sur cet objet, pourront consulter l'ouvrage de M. Benjamin Robins, intitulé : *Nouveaux Principes d'Artillerie*, commenté par M. Euler.

Il résulte du travail de M. Robins & de celui de Euler, qu'entre plusieurs circonstances, deux particuliérement rendent ce problême presque directement insoluble. La premiere, c'est que la loi de la résistance des fluides est très-peu connue, quand le choc se fait obliquement; la seconde, c'est que l'air étant un fluide compressible, il se condense devant la bombe, sur-tout quand la vitesse est considérable; & par conséquent, tant que cette vitesse se conserve, la bombe doit être censée se mouvoir dans un fluide d'une densité variable & augmentant prodigieusement. Cette condensation va si loin, qu'il y a des exemples d'hommes blessés griévement, par le passage d'un boulet en mouvement, dont ils n'avoient point été frappés. Ce fait m'a été attesté par un officier d'un mérite distingué. (*T*)

JOU

JOUER. *Voyez* Probabilité.

JOUR, Journal, (*Arpentage*) grande mesure des héritages : cette dénomination est fort en usage en Lorraine; on y dit, pour les terres labourables, *jours, journaux;* pour les prés fauchés & pour les forêts, *arpent :* ce n'est cependant qu'une même mesure; elle est communément dans ce pays de 250 toises de Lorraine. Cette toise a de longueur 10 piés de Lorraine, le pié 10 pouces, le pouce 10 lignes; ce qui fait environ huit piés neuf pouces dix lignes, mesure de roi.

Jour, durée de la révolution apparente du soleil, autour de la terre, d'orient en occident. Les astronomes distinguent le jour vrai du jour moyen. *Voyez* Equation du tems.

Jour de l'an, premier *jour* de l'année. *Voyez* ANNÉE.

Jours caniculaires. *Voyez* CANICULAIRES.

JOURDAIN, (*Astron.*) constellation boréale; elle est du nombre des constellations nouvelles formées en 1679, dans le catalogue d'étoiles & sur les cartes célestes, publiées par Augustin Royer, d'après Tycho, Bayer, Riccioli, & le P. Anthelme, chartreux de Dijon. Cette constellation s'étend depuis $8^s\ 27^d$ jusqu'à $11^s\ 1^d$ de longitude, entre 25^d & 52^d de latitude boréale; elle ne contient pas d'étoiles plus belles que celles de 4.e grandeur, elle n'est point sur les grandes cartes de Flamsteed. (*D. L.*)

JOVILABE, (*Astron.*) instrument propre à trouver les configurations ou les situations respectives apparentes des satellites de jupiter. Veidler en a donné l'explication dans une brochure imprimée à Wittemberg en 1727, & qui a pour titre: *Explicatio jovilabii Cassiniani*. Peiresc avoit eu autrefois l'idée de représenter ainsi, par des figures, le mouvement des satellites. Flamsteed décrit un instrument propre à cette usage dans les *Transactions philosophiques*, *n.°* 178, & Wisthon, dans le livre intitulé: *The longitude discovered*, 1738. Voici celui dont je me servois pour les configurations que je mettois chaque année dans la *Connoissance des tems*; il est représenté dans la *fig.* 147 *des planch. d'Astron.* On y voit quatre cercles divisés en jours, suivant la révolution de chacun des quatre satellites, & dont les diamètres sont proportionnés à ceux des quatre orbites. Une alidade transparente, que l'on peut faire de corne, représentée par *ACB*, tourne autour du centre *C*; elle se place sur le point *A*, où répond la longitude géocentrique de jupiter, qui doit être connue par une éphéméride, & cette alidade se fixe au moyen d'une pince marquée en *D*. La figure suppose la longitude de jupiter à $9^s\ 22^d$, telle qu'elle étoit le premier mai 1759. Les quatre cercles intérieurs sont des cercles de carton qui doivent être mobiles autour du centre *C*; ils représentent les orbites des quatre satellites, divisées en jours par les tables des moyens mouvemens des satellites qui se trouvent dans les tables de Cassini, ou dans mon *Exposition du calcul astronomique*. On calcule, par ces mêmes tables, la longitude jovicentrique ou vue du centre de jupiter pour chacun des quatre satellites, le premier jour du mois. On trouve, par exemple, pour le premier mai 1759, les longitudes suivantes: $0^s\ 24^d$ pour le quatrième satellite; $2^s\ 25^d$ pour le troisième; $3^s\ 11^d$ pour le second; $10^s\ 13^d$ pour le premier: on place le chiffre 1 de chaque cercle vis-à-vis de cette longitude calculée; on voit dans la figure que 1 de l'orbite du quatrième satellite répond à $0^s\ 24^d$, *&c.* alors la situation du point 1, par rapport à l'alidade *ACB*, fait voir la situation apparente de chaque satellite, par rapport à jupiter, le premier du mois pour un observateur qui est situé sur le prolongement de l'alidade *ACB*, le point *A* toujours dirigé vers la terre. La situation des points marqués 2 sur chacune des quatre orbites, fait voir la position des quatre satellites, le 2 à pareille heure; il en est de même de tous les autres jours du mois. Par ce moyen, l'on formera la configuration des quatre satellites, telle qu'on la voit sur la ligne *E F*, *figure* 148, pour le 4.e jour du mois; jupiter est supposé en *J*; le point 4 de l'orbite du troisième satellite étant de 8 lignes à la droite de l'alidade *A B*, m'apprend que l'on devoit voir le troisième satellite à 8 lignes de jupiter à gauche dans une lunette qui renverse, sur la ligne *E F*, désignée par les bandes ou lignes obscures qu'on apperçoit sur le disque de jupiter; cette ligne est dirigée sensiblement dans le sens de l'équateur de jupiter, *Voyez* ROTATION, & dans le plan des orbites des quatre satellites, qui, par conséquent, ne quittent jamais, si ce n'est d'une très-petite quantité, la ligne droite parallèle aux bandes de jupiter: on placera de même les trois autres, & l'on figurera ainsi jupiter, accompagné de ses quatre satellites, tel qu'il paroît dans une lunette astronomique où les objets sont renversés.

Les satellites 1 & 3 sont au-dessus de la ligne des bandes; parce qu'à cause de l'inclinaison des orbites, les satellites paroissent un peu vers le nord, dans un des demi-cercles de leurs révolutions. Tant que le satellite est entre $10^s\ 15^d$ & $4^s\ 15^d$ de longitude, ou au-dessus de la ligne des nœuds *N N*, il paroît toujours un peu plus septentrional que l'orbite de jupiter, & cela d'autant plus qu'il est plus éloigné des points *N*.

La position du chiffre qui accompagne chaque point sur la ligne de configuration, sert à marquer si le satellite s'approche ou s'éloigne de jupiter; par exemple, le chiffre 4, qui indique le 4.e satellite, est entre jupiter & le point qui marque la place du 4.e satellite, parce qu'on voit sur le *jovilabe* que ce jour-là le 4.e satellite se rapprochoit de jupiter; au contraire, on a mis le chiffre 2 au-delà du point, parce que le second satellite s'éloignoit de jupiter, dans la nuit du 3 au 4. On peut voir de semblables configurations pour tous les jours, dans la *Connoissance des tems* de chaque année, dans les *Ephémérides* du P. Hell, & dans les *Nautical almanac* de Londres.

On comprendra la raison de l'opération précédente, en considérant que la ligne *C A* marque le rayon qui va de notre œil au centre de jupiter; ainsi, les satellites nous paroîtront plus ou moins éloignés de jupiter, suivant qu'ils seront plus ou moins éloignés de l'alidade *B C A*, sur laquelle nous voyons toujours le centre de jupiter; il n'importe point qu'ils soient plus ou moins avancés le long de cette ligne *C A*, c'est-à-dire, plus ou moins éloignés de l'œil, qui ne peut apprécier cet éloignement; il ne s'agit que de

leur distance à l'alidade. Nous marquons aussi, dans nos configurations, les tems où un satellite se trouve caché derrière le disque; cela est facile, parce que la largeur de l'alidade est égale à celle de jupiter lui-même; ainsi, quand le point est sous l'alidade, on juge que le satellite est derrière jupiter, si c'est au-delà du centre par rapport au point *B*; ou qu'il est sur le disque même de jupiter, si c'est entre *C* & *B*.

On y marque aussi les tems où le satellite est éclipsé, c'est-à dire, dans l'ombre de jupiter, afin que l'observateur ne soit pas étonné quand il manque un satellite à jupiter : pour cet effet, il faut tendre un fil du centre *C* à la circonférence de l'écliptique; mais sur un point qui soit à droite ou à gauche du point *A* de la quantité de la parallaxe annuelle : c'est à droite dans une figure qui renverse, si jupiter a passé l'opposition; ce fil représentera l'axe du cône d'ombre qui est sur la ligne menée du soleil à jupiter, & on lui supposera la même largeur qu'à l'alidade *A B*, ou à la planète elle-même.

Pour placer cette ligne de l'ombre, sans être obligé de calculer la parallaxe annuelle, je suppose seulement que l'on connoisse l'heure du passage de jupiter au méridien, on trouvera, à très-peu-près, la situation de cette ombre par le moyen du demi-cercle, *fig.* 149, où j'ai marqué l'effet de la parallaxe annuelle. Les heures du passage à droite sont, pour le soir, dans une figure renversée. Je suppose que jupiter passe au méridien à 2 heures ou à 10 heures du matin, on abaissera du point marqué 2 & 10 une perpendiculaire sur le diamètre *P O R*, la distance *O S* du centre à la perpendiculaire, marquera la quantité dont l'axe de l'ombre est à gauche de l'alidade *A C* sur la circonférence extérieure *A V* de l'écliptique, & l'on pourra la placer sur l'instrument de manière à y voir les satellites éclipsés. J'ai donné dans mon *Astronomie* la figure d'un semblable instrument pour les satellites de saturne : il est d'autant plus nécessaire, quand on veut les observer, qu'il est impossible de les reconnoître & de les distinguer des petites étoiles, à moins qu'on ne connoisse leur situation & leur mouvement; mais on en fait si rarement usage, & on les voit si difficilement, qu'il seroit inutile d'en placer ici la description. (*D. L.*)

JOYES *des planètes, ou dignités*, en *astrologie*; ce terme exprimoit l'influence des planètes dans les maisons où elles dominoient.

JUG

JUGULANS, (*Astron.*) nom que porte, dans certains auteurs, la constellation d'orion, à cause des petites étoiles ε & λ qui sont à la partie supérieure, ou sur la tête d'orion, & qui ressemblent assez à un jeu de noix, placées les unes sur les autres; on dit aussi *juglans*, ou *stella jugula*, comme on dit *nux juglans*, le noyer. On prétend que l'origine de ce mot vient de gland de Jupiter, ou nourriture digne des dieux. (*D. L.*)

JUGUM, (*Astron.*) nom de la constellation de la *balance*.

JUPITER, s. m. (*Astron.*), une des planètes supérieures, remarquable par son éclat, & qui fait le tour du ciel dans l'espace d'environ douze ans, par un mouvement qui lui est propre. *Voyez* PLANÈTE.

Jupiter est situé entre saturne & mars; il tourne autour de son axe en 9 heures 56 minutes; il achève sa révolution périodique autour du soleil dans l'espace de 11 années communes & 315 jours, ou 4330 jours, & 8 heures 58′ 27″. Le caractère par lequel les astronomes marquent *jupiter*, est ♃.

Jupiter est la plus grande de toutes les planètes; son diamètre est de 31118 lieues; il est à celui de la terre, comme 1086 à 100.

La moyenne distance de *jupiter* au soleil est de 520098 parties, dont la moyenne du soleil à la terre en contient 100000; son excentricité de 25177, l'équation de son orbite 5° 34′ en 1760; mais elle augmente de 2 minutes & un quart par siècle, suivant les calculs de M. Wargentin. La distance de *jupiter* au soleil étant cinq fois plus grande que celle de la terre au soleil, celui-ci, vu de *jupiter*, ne paroît pas la cinquième partie de ce qu'il nous paroît, vu de la terre, & par conséquent que son disque est vingt-cinq fois moindre, sa lumière & sa chaleur seroient moindres en même proportion, pour un habitant de *jupiter*.

L'inclinaison de l'orbite de *jupiter*, c'est-à-dire, l'angle que forme le plan de son orbite avec le plan de l'écliptique, est de 1° 19′. On observe, dans les mouvemens de cette planète, plusieurs irrégularités dont on peut voir le détail dans les *Institutions Astronomiques* de M. le Monnier, & dans mon *Astronomie*; ces irrégularités sont vraisemblablement occasionnées en grande partie par l'action de saturne sur cette planète. On peut voir sur-tout, à ce sujet, les pièces de M. Euler, qui ont remporté les prix de l'Académie des Sciences en 1748 & 1752; il paroît qu'il y a aussi un dérangement particulier analogue à celui de saturne.

Quoique *jupiter* soit la plus grande de toutes les planètes, c'est néanmoins celle dont la révolution autour de son axe, est la plus prompte. Cassini remarqua que son axe étoit plus court que le diamètre de son équateur; leur rapport, suivant Neuton, est celui de 8 à 9, ou de 13 à 14, suivant des observations plus récentes : sa figure est celle d'un sphéroïde applati; la vitesse de sa rotation rendant la force centrifuge de ses parties fort considérable, fait que l'applatissement de cette planète est beaucoup plus sensible que celui d'aucune autre. M. de Maupertuis l'a fait voir dans les *Mémoires de l'Académie de* 1734, & dans son

Discours sur la figure des astres; *V.* Clairaut, dans la *Théorie de la Figure de la Terre.*

Jupiter paroît presque aussi grand que vénus; mais il est moins brillant; il est quelquefois éclipsé par la lune, par le soleil, par vénus & même par mars.

Galilée découvrit, en 1616, quatre petites planètes qui tournent autour de *jupiter*, & qu'on appelle *les satellites de jupiter.*

Ces quatre lunes, selon la remarque de Fontenelle, dans sa *Pluralité des Mondes*, doivent faire un spectacle assez agréable pour les habitans de *jupiter*, s'il est vrai qu'il y en ait. Car tantôt elles se lèvent toutes quatre ensemble, tantôt elles sont toutes au méridien, rangées l'une au-dessus de l'autre: tantôt on les voit sur l'horizon à des distances égales; elles souffrent souvent des éclipses dont les observations sont fort utiles pour connoître les longitudes géographiques.

Astronomie comparée de jupiter. Le jour & la nuit sont à-peu-près de même longueur sur toute la surface de *jupiter*; savoir, de cinq heures chacun, l'axe de son mouvement journalier étant à-peu-près à angles droits sur le plan de son orbite annuelle.

Quoiqu'il y ait quatre planètes principales au-dessous de *jupiter*, mercure, vénus, la terre & mars, néanmoins un œil placé sur la surface de *jupiter* ne les verroit jamais, si ce n'est peut-être mars, qui est assez près de *jupiter* pour en pouvoir être apperçu. Les autres ne paroîtroient tout au plus que comme des taches qui passent sur le disque du soleil, quand elles se rencontrent entre l'œil & ce dernier astre. La parallaxe du soleil, vue de *jupiter*, doit être presqu'insensible, aussi-bien que celle de saturne, & le diamètre apparent du soleil, vu de *jupiter*, ne doit être que de six minutes. Le plus éloigné des satellites de *jupiter* doit paroître presqu'aussi grand que nous paroît la lune. Un astronome placé dans *jupiter* appercevroit distinctement deux espèces de planètes, quatre près de lui; savoir, les satellites; & deux plus éloignées, savoir, le soleil & saturne. Les quatre satellites doivent donner quatre différentes sortes de mois aux habitans de *jupiter.* Ces lunes souffrent une éclipse toutes les fois qu'étant opposées au soleil, elles entrent dans l'ombre de *jupiter*; de même, toutes les fois qu'étant en conjonction avec le soleil, elles jettent leur ombre du côté de *jupiter*, elles causent une éclipse de soleil pour un œil placé dans l'endroit de *jupiter* sur lequel cette ombre passe. Les inclinaisons des orbites des satellites sur le plan de l'orbite de *jupiter* étant fort petites, il se fait à chaque révolution une éclipse des 4 satellites & du soleil, quoique le soleil soit à une distance considérable des nœuds. Le premier ou le plus bas de ces satellites, lors même que le soleil est le plus éloigné des nœuds, doit éclipser le soleil, ou être éclipsé par rapport aux habitans de *jupiter*; cependant le 4e ou le plus éloigné peut être deux ans consécutifs sans entrer dans l'ombre de cette planète, & celle-ci dans la sienne. Les satellites s'éclipsent aussi quelquefois l'un l'autre.

Jupiter a des bandes ou zones que Newton croit se former dans son atmosphère. Il y a, dans ces bandes, plusieurs taches dont le mouvement a servi à déterminer celui de *jupiter* autour de son axe. Cassini, Campani les ont sur-tout observées. Voyez les *Mémoires de l'Académie pour* 1714. *V.* Bandes.

Les taches & les bandes de *jupiter* sont tantôt plus, tantôt moins nombreuses, quelquefois plus grandes, quelquefois plus petites, à cause des inégalités de la surface, des endroits moins propres à renvoyer la lumière, des changemens qui s'y font, comme dans mars, soit par l'action des rayons du soleil, soit par celle de quelque matière qui pénètre la planète, ou de quelque fluide qui circule à sa surface. On voit ces bandes se retrécir après plusieurs années, ou s'élargir, s'interrompre & se réunir ensuite. Il s'en forme de nouvelles, il s'en efface: on voit les taches aller de l'orient à l'occident, disparoître, puis reparoître après neuf heures 56 minutes: d'où l'on conclut que *jupiter* tourne sur son axe en ce même tems.

Quand les satellites sont en conjonction avec le soleil, ils empêchent un cone de lumière d'aller jusqu'à la planète, & c'est une ombre qu'ils jettent sur elle: cette ombre est une espèce de tache très-visible, plus noire que celle de *jupiter*, mobile sur son disque, c'est une éclipse. Nous voyons cette éclipse, ou cette obscurité changeante, parcourir le disque de *jupiter* d'orient en occident. (*D. L.*)

JUSAN, basse mer. *V.* Flux.

KAL

KALBELASIT, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Regulus.*

KALBOLAKRAB, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Antares.*

KALENDES. *V.* Calendes.

KELBELAZGUAR, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Procyon.*

KEPLER. *V.* Loix de Kepler.

KESIL *ou* CHESIL, nom de l'étoile appellée aussi *Rigel.*

LAC

LACTÉE. *Voyez* Voye *lactée.*

LAMPADIAS, (*Astr.*) nom de la belle étoile à l'œil du taureau, appellée aussi *Aldebaran.*

LANGUE *de balance*, (*Méch.*) est un petit style perpendiculaire au fléau, & qui doit être caché par la chasse de la balance, lorsque la balance est en

équilibre. *Voyez* BALANCE, CHASSE-FLÉAU, *&c.* (*O*)

LANGUETTE, (*Hyd.*) *Voyez* CLOISON.

LANGUEDOC, (*canal de*) (*Méchan. Hydraul. Architect.*) On le nomme autrement *canal de la jonction des deux mers*, *canal royal*, *canal de Riquet*; & la raison de tous ces noms sera facile à voir par la suite. C'est un superbe canal qui traverse la province de *Languedoc*, joint ensemble la Méditerranée & l'Ocean, & tombe dans le port de Cette, construit vers 1668.

L'argent ne peut pénétrer dans les provinces & dans les campagnes, qu'à la faveur des commodités établies pour le transport & la consommation des denrées; ainsi, tous les travaux de ce genre qui y concourront, seront l'objet des grands hommes d'état, dont le goût se porte à l'utile.

Ce fut en 1664 que M. Colbert, qui vouloit préparer de loin des sources à l'abondance, fit arrêter le projet hardi de joindre les deux mers par le *canal de Languedoc*. Cette entreprise, déja conçue du tems de Charlemagne, si l'on en croit quelques auteurs, le fut certainement sous François I. Dès-lors on proposa de faire un canal de 14 lieues, de Toulouse à Narbonne, d'où l'on eût navigué par la rivière d'Aude, dans la Méditerranée. Henri IV & son ministre y songèrent encore plus sérieusement, & trouvèrent la chose possible, après un mûr examen; mais la gloire en étoit réservée au règne de Louis XIV. D'ailleurs l'exécution de l'entreprise a été bien plus considérable que le projet de M. de Sully, puisqu'on a donné à ce canal 122000 toises de long, afin de favoriser la circulation d'une plus grande quantité de denrées. L'ouvrage dura 15 ans, il fut commencé en 1667, & achevé en 1681, environ deux ans avant la mort de M. de Colbert; c'est le monument le plus glorieux de son ministère, par son utilité, par sa grandeur, & par ses difficultés.

Riquet osa se charger des travaux & de l'exécution; on dit qu'il avoit des mémoires du sieur Andréossi, son ami, profond méchanicien, qui avoit reconnu, en prenant les niveaux, que Naurouse, lieu situé près de Castelnaudari, étoit l'endroit le plus élevé qui fût entre les deux mers. Riquet en fit le point de partage, & y pratiqua un bassin de deux cens toises de long, sur cent cinquante de large. C'est un des plus beaux bassins que l'on puisse voir; il contenoit autrefois sept piés d'eaux, que l'on distribue par deux écluses, l'une du côté de l'Océan, & l'autre du côté de la Méditerranée. Pour alimenter la partie supérieure du canal, on a construit un réservoir nommé *le bassin de S. Ferrol*, qui a huit cens toises de longueur, sur quatre cens de largeur, & cent de profondeur, près d'une forte digue qui lui sert de soutien.

L'inégalité du terrein, les montagnes & les rivières qui se rencontrent sur la route sembloient des obstacles invincibles au succès de cette entreprise. Riquet les a surmontés; il a remédié à l'inégalité du terrein, par cent une écluses qui soutiennent l'eau dans les descentes. Il y en a vingt-six du côté de l'Océan, & soixante-quinze du côté de la Méditerranée. Les montagnes ont été entr'ouvertes, ou percées par ses soins; il a pourvu à l'incommodité des rivières & des torrens, par des ponts & des aqueducs sur lesquels passe le canal, en même tems que des rivieres & des torrens passe par-dessous. On compte 55 de ces aqueducs & 92 ponts. En un mot, les bateaux arrivent de l'embouchure de la Garonne, qui est dans l'océan, au port de Cette, qui est dans la méditerranée, sans être obligés de passer le détroit de Gibraltar. Riquet termina sa carrière & son ouvrage presqu'en même tems, laissant à ses deux fils le plaisir d'en faire l'essai en 1681.

Ce canal a coûté environ 17 millions & demi de ce tems-là, qu'on peut évaluer à 33 millions de nos jours, qui ont été payés en partie par le roi, & en partie par la province de Languedoc.

Il n'a manqué à la gloire de l'entrepreneur, que de n'avoir pas voulu joindre son canal à celui de Narbonne, fait par les Romains, & qui n'en est qu'à une lieue; il eût alors rendu service à tout un pays, en sauvant même une partie de la dépense qu'il consomma à percer la montagne de Malpas. Mais Riquet eut la foiblesse de préférer l'utilité de Beziers, où le hasard l'avoit fait naitre, au bien d'une province entière.

Il faut voir l'histoire & la description de cet immense ouvrage, publié par M. de la Lande, en un volume *in-f.°* avec beaucoup de planches. (*D. J.*)

LANSQUENET, (*Jeu de hasard*) voici en général comme il se joue. On y donne à chacun une carte, sur laquelle on met ce qu'on veut; celui qui a la main se donne la sienne. Il tire ensuite les cartes; s'il amène la sienne, il perd; s'il amène celle des autres, il gagne. Mais pour concevoir les avantages & désavantages de ce jeu, il faut expliquer quelques règles particulières que voici.

On nomme *coupeurs* ceux qui prennent cartes dans le tour, avant que celui qui a la main se donne la sienne.

On nomme *carabineurs*, ceux qui prennent cartes, après que la carte de celui qui a la main est tirée.

On appelle la *réjouissance*, la carte qui vient immédiatement après la carte de celui qui a la main. Tout le monde y peut mettre avant que la carte de celui qui a la main soit tirée; mais il ne tient que ce qu'il veut, pourvu qu'il s'en explique avant que de tirer sa carte. S'il la tire sans rien dire, il est censé tenir tout.

Le fonds du jeu réglé, celui qui a la main donne des cartes aux coupeurs, à commencer par sa droite, & ces cartes se nomme *cartes droites*, pour les distinguer des cartes de reprise & de réjouissance. Il se donne une carte, puis il tire la réjouissance. Cela fait, il continue de tirer toutes les cartes de suite; il gagne ce qui est sur la carte d'un coupeur, lorsqu'il amène la carte

de ce coupeur, & il perd tout ce qui est au jeu lorsqu'il amène la sienne.

S'il amène toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la sienne, il recommence & continue d'avoir la main, soit qu'il ait gagné ou perdu la réjouissance.

Lorsque celui qui a la main donne une carte double à un coupeur, c'est-à-dire, une carte de même espèce qu'une autre carte qu'il a déjà donnée à un autre coupeur qui est plus à la droite, il gagne le fond du jeu sur la carte perdante, & il est obligé de tenir le double sur la carte double.

Lorsqu'il donne une carte triple à un coupeur, il gagne ce qui est sur la carte perdante, & il est tenu de mettre quatre fois le fond de jeu sur la carte triple.

Lorsqu'il donne une carte quadruple à un coupeur, il reprend ce qu'il a mis sur les cartes simples ou doubles, s'il y en a; il perd ce qui est sur la carte triple de même espèce que la quadruple qu'il amène, & il quitte la main sur-le-champ, sans donner d'autres cartes.

S'il se donne à lui-même une carte quadruple, il prend tout ce qu'il y a sur les cartes des coupeurs, & sans donner d'autres cartes, il recommence la main.

Lorsque la carte de réjouissance est quadruple, elle ne va point.

C'est encore une loi du jeu, qu'un coupeur dont la carte est prise, paie le fond du jeu à chaque coupeur qui a une carte devant lui, ce qui s'appelle *arroser*; mais avec cette distinction, quand c'est une carte droite, celui qui perd paie aux autres cartes droites le fond du jeu, sans avoir égard à ce que la sienne, ou la carte droite des autres coupeurs soit simple, double ou triple; au lieu que, si c'est une carte de reprise, on ne paie & on ne reçoit que selon les règles du parti.

Or, à ce jeu, les parties sont de mettre trois contre deux, lorsqu'on a carte double contre carte simple; deux contre un, lorsqu'on a carte triple contre carte double; & trois contre un, lorsqu'on a carte triple contre carte simple.

Ces règles bien conçues, on voit que l'avantage de celui qui a la main, en renferme un autre, qui est de conserver les cartes autant de fois qu'il aura amené toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la sienne: or, comme cela peut arriver plusieurs fois de suite, quelque nombre de coupeurs qu'il y ait, il faut, en appréciant l'avantage de celui qui tient les cartes, avoir égard à l'espérance qu'il a de faire la main un nombre de fois quelconque indéterminément. D'où il suit qu'on ne peut exprimer l'avantage de celui qui a la main, que par une suite infinie de termes qui iront toujours en diminuant.

Qu'il a d'autant moins d'espérance de faire la main, qu'il y a plus de coupeurs & plus de cartes simples parmi les cartes droites.

Quoiqu'obligé de mettre le double du fond du jeu sur les cartes doubles, & le quadruple sur les triples, l'avantage qu'il auroit en amenant des cartes doubles ou triples, avant la sienne, diminue d'autant; mais qu'il est augmenté par l'autre condition du jeu, qui lui permet de reprendre en entier ce qu'il a mis sur les cartes doubles & triples lorsqu'il donne à un des coupeurs une carte quadruple.

S'il y a trois coupeurs *A*, *B*, *C*, & que le fond du jeu soit *F*, & que le jeu soit aux pistoles, ou *F*, = à une pistole, on trouve que l'avantage de celui qui a la main, est de 2 liv. 15 s. & environ 10 den. $\frac{400}{101}$ de deniers.

S'il y a quatre coupeurs, cinq coupeurs, cet avantage varie.

Pour quatre coupeurs, son avantage est de 4 liv. 19 sols 1 den. $\frac{3569}{5079}$ de deniers.

Pour cinq coupeurs, il est de 7 liv. 14 sols 7 den. $\frac{4055}{1562501}$ de deniers.

Pour six coupeurs, il est de 10 liv. 12 sols 10 den. [illegible] de deniers.

Pour sept coupeurs, il est de 14 liv. 16 sols 5 den. [illegible] de deniers.

D'où l'on voit que l'avantage de celui qui a la main ne croît pas dans la même raison que le nombre de joueurs.

S'il y a quatre coupeurs, le désavantage de *A* ou du premier, est 2 liv. 16 sols 11 den. $\frac{3541}{5079}$ de deniers.

Le désavantage de *B* ou du second, est de 1 liv. 14 sols 1 den. $\frac{1689}{5079}$ de deniers.

Le désavantage de *C* ou de troisième, est 8 sols 0 den. $\frac{1616}{5079}$ de deniers.

La probabilité que celui qui a la main la conservera, diminue à mesure qu'il y a un plus grand nombre de coupeurs; & l'ordre de cette diminution, depuis trois coupeurs jusqu'à sept inclusivement, est à-peu-près comme $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$.

Il se trouve souvent des coupeurs qui se voyant la main malheureuse, ou pour ne pas perdre plus d'argent qu'ils n'en veulent hasarder, passent leur main, sans quitter le jeu. On voit que c'est un avantage qu'ils font à chaque coupeur.

Il en est de même quand un coupeur quitte le jeu.

Voici une table pour divers cas, où Pierre qui a la main, auroit carte triple. Elle marque combien il y a à parier qu'il la conservera.

S'il n'y a au jeu qu'une carte simple, celui qui a la main peut parier 3 contre 1.

S'il y a deux cartes simples, 9 contre 5.

S'il y a trois cartes simples, 81 contre 59.

S'il y a quatre cartes simples, 243 contre 212.

S'il y a cinq cartes simples, 279 contre 227.

S'il n'y a qu'une carte double, 2 contre 1.

S'il a une carte simple & une carte double, 7 contre 5.

S'il y a deux cartes doubles, 8 contre 7.

S'il y a deux cartes simples & une double, 67 contre 59.

S'il y a six cartes simples, 6561 contre 7271.

S'il y a une carte simple & deux doubles, 59 contre 61.

C'est un préjugé que la carte de réjouissance soit favorable à ceux qui y mettent. Si cette carte a de l'avantage dans certaines dispositions des cartes des coupeurs, elle a du désavantage dans d'autres, & elle se compense toujours exactement.

La dupe est une espèce de *lansquenet*, où celui qui tient la dupe se donne la première carte; celui qui a coupé est obligé de prendre la seconde; les autres joueurs peuvent prendre ou refuser la carte qui leur est présentée, & celui qui prend une carte double en fait le parti; celui qui tient la dupe ne quitte point les cartes, & conserve toujours la main. On appelle *dupe* celui qui a la main, parce que la main ne change point, & qu'on imagine qu'il y a du désavantage à l'avoir. Mais, quand on analyse ce jeu, on trouve égalité parfaite, & pour les joueurs entr'eux, & pour celui qui tient la main, eu égard aux joueurs.

LANTERNE MAGIQUE, *(Dioptr.)*, machine inventée par le P. Kircker, jesuite, laquelle a la propriété de faire paroître en grand, sur une muraille blanche, des figures peintes en petit sur des morceaux de verres minces, & avec des couleurs bien transparentes.

Pour cet effet, on éclaire fortement par-derriere le verre peint, sur lequel est placée la représentation de l'objet; & on place par-devant, à quelque distance de ce verre deux autres verres lenticulaires, qui ont la propriété d'écarter les rayons qui partent de l'objet, de les rendre divergens, & par conséquent de donner sur la muraille opposée une représentation des images beaucoup plus grande que l'objet. On place ordinairement ces deux verres dans un tuyau, où ils sont mobiles, afin qu'on puisse les approcher ou les éloigner l'un de l'autre, suffisamment pour rendre l'image distincte sur la muraille.

Ce tuyau est attaché au-devant d'une boëte quarrée, dans laquelle est le porte-objet: & pour que la *lanterne* fasse encore plus d'effet, on place dans cette même boëte un miroir sphérique, dont la lumière occupe à-peu-près le foyer; & au-devant du porte-objet, entre la lumière & lui, on place un troisième verre lenticulaire. Ordinairement on fait glisser le porte-objet par une coulisse pratiquée en *M*, tout auprès du troisième verre lenticulaire. *Voyez la figure* 10 *d'Optique*, où vous verrez la forme de la *lanterne magique*. *N O* est le porte-objet, sur lequel sont peintes différentes figures qu'on fait passer successivement entre le tuyau & la boëte, comme la figure le représente. On peut voir, sur la *lanterne magique*, *l'Essai Physique* de M. Muschenbroëck, §. 1320 & suivans; & les *Leçons de Physique* de M. l'abbé Nollet, *tome V*, vers la fin. La théorie de la *lanterne magique* est fondée sur une proposition bien simple; si on place un objet un peu au-delà du foyer d'une lentille, l'image de cet objet se trouvera de l'autre côté de la lentille, & la grandeur de l'image sera à celle de l'objet, à-peu-près comme la distance de l'image à la lentille est à celle de l'objet à la lentille. *V.* LENTILLE. Ainsi, on pourroit faire des *lanternes magiques* avec un seul verre lenticulaire; la multiplication de ces verres sert à augmenter l'effet. *(O)*

LANTERNE, *(Méchaniq.)*, est une roue dans laquelle une autre roue engrène. Elle differe du pignon, en ce que les dents du pignon sont saillantes, & placées au-dessus & tout autour de la circonférence du pignon; au lieu que les dents de la *lanterne* (si on peut les appeller ainsi) sont creusées au-dedans du corps même, & ne sont proprement que des trous où les dents d'une autre roue doivent entrer. *Voyez* DENT, ROUE, ENGRENAGE & PIGNON. *Voy.* aussi *l'article* CALCUL *des nombres*. *(O)*

LAOCOON, *(Astron.)* nom que quelques auteurs ont donné à la constellation d'*ophiucus* ou *serpentaire*. *(D. L.)*

LARGEUR, f. f. *(Géom.)* c'est une des trois dimensions des corps; *voyez* DIMENSION. Dans une table, par exemple, la *largeur* est la dimension qui concourt avec la longueur pour former l'aire ou la surface du dessus de la table. Les Géomètres appellent assez communément *hauteur* ce que l'on nomme vulgairement *largeur*: ainsi, dans l'évaluation de l'aire d'un parallélogramme ou du triangle, quand ils disent *multiplier la base par la hauteur*, il faut entendre qu'il s'agit de multiplier la longueur par la *largeur*.

Ordinairement la *largeur* d'une surface se distingue de la longueur, en ce que la *largeur* est la plus petite des deux dimensions de la surface, & que la longueur est la plus grande. Ainsi, on dit d'une surface qu'elle a, par exemple, vingt toises de long & quatre de large. *(E)*

LATERAL, adj, *(Géom.)* mot qui ne s'emploie guère qu'avec d'autres mots avec lesquels il forme des composés, comme *équilatéral*, &c. Ce mot vient de *latus*, côté, & il a rapport aux lignes qui forment la circonference des figures. *Voyez* EQUILATÉRAL.

Une équation *latérale* dans les anciens auteurs d'algèbre, est une équation simple ou qui n'est que d'une dimension, & n'a qu'une racine. *Voyez* EQUATION.

On ne dit plus équation *latérale*, on dit équation *simple* ou *linéaire*, ou du premier *degré*. *(O)*

LATITUDE, *en Astronomie*, est la distance d'une étoile ou d'une planète à l'écliptique; c'est un arcle d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, passant par le centre de l'étoile. On conçoit

conçoit une infinité de grands cercles qui coupent l'écliptique à angles droits, & qui passent par ses poles; ces cercles s'appellent *cercles de latitude*, ou *cercles secondaires de l'écliptique*; & c'est par leur moyen, qu'on rapporte à l'écliptique une étoile ou un point du ciel, c'est-à-dire, qu'on détermine le lieu de cette étoile ou de ce point par rapport à l'écliptique; c'est en quoi la *latitude* differe de la déclinaison, qui est la distance de l'étoile à l'équateur, laquelle se mesure sur un grand cercle qui passe par les poles du monde & par l'étoile, c'est-à-dire, qui est perpendiculaire non pas à l'écliptique, mais à l'équateur. *V.* DÉCLINAISON.

La *latitude* géocentrique d'une planète, est sa distance à l'écliptique, vue de la terre.

Le soleil n'a donc jamais de *latitude*, mais les planètes en ont; & c'est pour cela que, dans la sphère, on donne quelque largeur au zodiaque; les anciens ne donnoient à cette largeur que six degrés de chaque côté de l'écliptique, ou 12 degrés en tout; mais les modernes l'ont poussée jusqu'à neuf degrés de chaque côté, ce qui fait dix-huit degrés en total, parce que vénus peut avoir jusqu'à neuf degrés de latitude.

La *latitude* héliocentrique d'une planète est l'angle sous lequel, vue du soleil, elle paroîtroit éloignée de l'écliptique; la plus grande *latitude* héliocentrique d'une planète est égale à l'inclinaison de l'orbite de cette planète avec l'écliptique. Cette *latitude* ou inclinaison est à-peu-près constante à quelques petites altérations près, qui viennent de l'action des planètes les unes sur les autres. *Voyez* INCLINAISON.

La *latitude* est septentrionale ou méridionale suivant que l'astre est au nord ou au midi de l'écliptique.

Pour trouver la *latitude* & la longitude d'une étoile. *Voyez* LONGITUDE & PLANETE.

Quand les planètes n'ont point de *latitude*, on dit qu'elles sont alors dans leurs nœuds, ce qui veut dire dans l'intersection de leur orbite avec celle du soleil; & c'est dans cette situation qu'elles peuvent souffrir des éclipses, ou bien passer sur son disque. *Voyez* ECLIPSE & PASSAGE.

LATITUDES *des étoiles*. On découvrit du tems d'Hipparque, vers l'an 130 avant J. C., que le mouvement progressif des étoiles en longitude, ou la précession des équinoxes, se faisoit parallélement à l'écliptique, en sorte que les *latitudes* des étoiles étoient constantes, & on l'a supposé de même jusqu'à nos jours. Mais, depuis que le calcul de l'attraction universelle, comparé avec l'observation, a fait voir que toutes les orbites des planètes étoient déplacées peu à-peu, & que leurs nœuds avoient un petit mouvement, on a compris que l'écliptique, dont la trace n'est marquée dans le ciel que par le mouvement annuel de la terre, devoit avoir un semblable mouvement. Dès-lors les *latitudes* des étoiles fixes, ou leurs distances à l'écliptique, ne peuvent être constantes. J'ai fait voir, dans mon *Astronomie*, que les attractions de toutes les planètes font avancer l'écliptique, de façon que chaque étoile change de *latitude* en un siècle, de la quantité de 35" multipliées par le sinus de sa longitude, plus 5" multipliées par le cosinus de la même longitude; d'où il suit aussi que l'obliquité de l'écliptique diminue de 33" par siécle. Voyez mon *Astronomie*, Tome IV, page 683.

Mais, indépendamment de ce mouvement général des étoiles en *latitude*, on en remarque un particulier dans l'étoile du bouvier, appellée *arcturus*, qui ne peut venir que du déplacement réel & physique de cette étoile. Cette étoile se rapproche de l'écliptique de 22 ou 24" tous les dix ans. Sirius s'en éloigne d'environ 1' en un siécle. M. Cassini a cru appercevoir quelques changemens pareils dans d'autres étoiles (*Mém. de l'Acad. 1738, pag. 340*). Ces variations propres à chaque étoile, ne pourront se déterminer exactement que par une longue suite d'observations exactes. *Voyez* ETOILE.

La nutation de 9" en dix-huit ans, n'affecte point les *latitudes* des étoiles, parce qu'elle ne dépend que du mouvement de l'équateur.

La latitude géographique, ou la *hauteur du pole*, se trouve par le moyen de la hauteur méridienne du soleil, ou d'une étoile dont on connoît la déclinaison, ou par le moyen des hauteurs du soleil dans les deux solstices, d'hiver & d'été, comme je l'ai expliqué au *mot* HAUTEUR. Les anciens la determinoient par la longueur de l'ombre. *V.* GNOMON.

LATITUDE *en mer*; les navigateurs observent la hauteur méridienne du soleil ou d'une étoile, pour trouver la *latitude* ou la hauteur du pole du vaisseau; mais, quand les nuages empêchent d'observer la hauteur du soleil à midi, on peut trouver très-bien la *latitude* sans le secours de la hauteur méridienne du soleil ou de l'étoile, en même tems que l'heure vraie, pourvu qu'on ait observé plusieurs hauteurs hors du méridien, mais à des intervalles de tems connus, comme l'avoient déjà remarqué Nonius, Collins, *&c.* La Caille, dans son Traité de Navigation, édition de 1760, donna une règle dans laquelle il supposoit 3 hauteurs aux environs de midi à des intervalles égaux. Mais M. Bezout l'a supprimée dans l'édition de 1769. Il en a donné une plus générale dans son Cours de Mathématiques, tom. VI. M. d'Alembert en donne une dans ses Opuscules Mathématiques, tom. IV; on en trouve dans l'Astronomie des Marins, pag. 321 & 357; dans le British Mariner's guide de M. Maskelyne, pag. 70, où il cite M. Pemberton, *Philos. Trans.* 1760; & le livre intitulé: *A New set of Logarithmic Solar tables* de Harrison, publié en 1759.

La méthode que M. Douwes donna, en 1754, dans le premier volume des Mémoires de Harlem, n'est qu'une approximation; mais elle est commode, & aussi exacte qu'on peut le desirer; elle

a été adoptée dans le *Nautical Almanac* de 1771 & de 1781 : en voici la démonstration tirée du 4e volume de mon Astronomie.

Soit P le pole (*fig.* 186 *des pl. d'Astron.*), QV l'équateur, HG le demi-diametre du parallèle HDE, que décrit le soleil ou l'étoile ; soient D & E les lieux du soleil aux momens des deux observations, AI & BL les sinus des hauteurs observées, & HK le sinus de la hauteur méridienne que l'on cherche. Supposons la *latitude* à-peu-près connue ; on aura $AB = \frac{AC}{\text{sin. } B} = \frac{AC}{\text{cos. lat.}}$ & en parties du rayon du parallèle $\frac{AC}{\text{cos. lat. cos. decl.}} = DN$.

L'arc DE du parallèle mesure l'intervalle des deux hauteurs observées ; ainsi, la corde $DE =$ 2 sin. $\frac{1}{2}$ interv. L'angle DEN est égal à l'angle MGH, qui exprime l'angle horaire moyen, ou l'angle horaire pour le milieu de l'intervalle ; $DE = \frac{DN}{\text{sin. } DEN} = \frac{AB}{\text{sin. ang. hor. } m.} = 2 \text{ sin.} \frac{1}{2}$ interv. donc 2 sin. ang. hor. $m = \frac{AB}{\text{sin } \frac{1}{2} \text{ int.}} = \frac{AC}{\text{cos lat. cos. decl. sin } \frac{1}{2} \text{ int.}}$

Connoissant l'angle horaire moyen MH, on a le plus petit angle horaire DH, dont le sinus verse en parties du rayon du grand cercle, ou multiplié par le cos. de la déclin., donnera AH ; mais $HF = AH$ sin. $A = AH$ cos. lat. ; donc $HF =$ sin. verse DH cos. déclin. cos. lat. Cette quantité, ajoutée avec AI, sinus de la plus grande hauteur observée, donnera le sinus HK de la hauteur méridienne.

Comme la quantité HF, qu'il faut ajouter, ne doit pas être fort grande, l'erreur commise sur la *latitude* estimée devient beaucoup plus petite par ce calcul ; on la rendroit encore moindre, s'il étoit nécessaire, en recommençant le calcul avec la nouvelle *latitude* trouvée.

L'usage de cette méthode a été encore simplifié par les tables de Harrison en 1759, de Douwes en 1760, & d'Edwards en 1769 & en 1779 dans le *Nautical almanac* de 1781, & dans les *Tables Requisites* publiées à Londres la même année. (*D. L.*)

Latitudes croissantes. Voyez le *Dictionnaire de Marine*.

LATUS RECTUM, (*Géom.*), terme latin dont on se sert dans les sections coniques, & qui veut dire la même chose que *parametre*. *Voyez* PARAMÈTRE.

LATUS TRANSVERSUM, c'est une ligne comprise entre les deux sommets de la section, s'il s'agit de l'ellipse, ou s'il s'agit de l'hyperbole, entre les sommets des sections opposées ; c'est ce qu'on nomme aussi *grand axe* dans l'ellipse, ou *premier axe* dans l'hyperbole ; telle est la ligne ED, *pl. conique*, *figure* 1. Apollonius appelle aussi la ligne dont nous parlons, *axe transverse*. *V.* AXE.

Les anciens géomètres ont appellé *latus primarium*, la ligne EE ou DD tirée au-dedans du cone, parallèlement à la base du cone, & dans le même plan que l'axe transverse DE. Au reste, ces dénominations de *latus rectum* & *transversum* ne sont plus guère en usage, sur-tout depuis qu'on n'écrit plus en latin les livres de géométrie ; dans ceux même qu'on écrit en latin, on préfère à *latus rectum* le mot *parameter*, & à *latus transversum*, le mot *axis primus* ou *major* ; savoir, *major* dans l'ellipse, & *primus* dans l'hyperbole. (*O*)

LEM

LEMME, f. m. *en Mathématique*, est une proposition préliminaire qu'on démontre pour préparer à une démonstration suivante, & qu'on place avant les théorêmes, pour rendre la démonstration moins embarrassée, ou avant les problèmes, afin que la solution en devienne plus courte & plus aisée. Ainsi, lorsqu'il s'agit de prouver qu'une pyramide est le tiers d'un prisme ou d'un parallélépipède de même base & de même hauteur, comme la démonstration ordinaire en est difficile, on peut commencer par ce *lemme*, qui se prouve par la théorie des progressions ; savoir, que la somme de la suite des quarrés naturels 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, *&c.* est le tiers du produit du cube dernier terme par le nombre des termes, quand le nombre des termes est infini.

Ainsi, un *lemme* est une proposition préparatoire, pour en prouver une autre qui appartient directement à la matière qu'on traite ; car ce qui caractérise le *lemme*, c'est que la proposition qu'on y démontre n'a pas un rapport immédiat & direct au sujet qu'on traite actuellement ; par exemple, si, pour démontrer une proposition de méchanique, on a besoin d'une proposition de géométrie qui ne soit pas assez connue pour qu'on la suppose, alors on met cette proposition de géométrie en *lemme*, au-devant du théorême de méchanique qu'on vouloit prouver. De même, si, dans un traité de Géométrie, on étoit arrivé à la théorie des solides, & que, pour démontrer quelque proposition de cette théorie, on eût besoin d'une proposition particulière sur quelque propriété des lignes ou des surfaces, qui n'eût pas été démontrée auparavant, on mettroit cette proposition en *lemme* avant celle qu'on auroit à démontrer. (*O*)

LEMNISCATE, f. f. (*Géom.*), nom que les géomètres ont donné à une courbe qui a la forme d'un 8 de chiffre. *Voyez fig.* 41 de l'Analyse.

Si on nomme AP, x, & $PM = y$, & qu'on prenne une ligne constante $BC = a$, la courbe qui aura pour équation $ay = x\sqrt{aa - xx}$, sera une *lemniscate*. Cette courbe sera du quatrième degré, comme on le voit aisément en faisant évanouir le radical. Car on aura $a^2yy = aaxx - x^4$; & d'ailleurs il est facile de voir que toute *lem-*

niscate est nécessairement du quatrième degré au moins, puisqu'une ligne droite, qui passeroit par le point double *A*, couperoit cette courbe en quatre points, le point double étant censé équivalent à deux points. *Voy.* COURBE; *voyez* aussi POINT DOUBLE.

Il est facile de voir que la *lemniscate* est quarrable; car son élément est $y\,dx = x\,dx\sqrt{aa-xx}$, dont l'intégrale est $-\frac{(aa-xx)^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{a^3}{3}$. *V.* INTÉGRAL & QUADRATURE. Il peut y avoir plusieurs autres courbes en 8 de chiffre. *Voyez*, par exemple, ELLIPSE DE M. CASSINI: mais celle dont nous venons de parler est la plus simple. (*O*)

LEMNISCEROS, s. m. (*Géom.*); quelques géometres ont donné ce nom à une courbe ou portion de courbe, dont on voit la figure, *planche d'Analyse*, *fig.* 12, *n.°* 2; d'autres l'ont appellé *nœud* ou *las d'amour*. (*O*)

LENTICULAIRE, adj. (*Diopt.*), qui a la figure d'une lentille. On dit *verre lenticulaire*, pour dire un verre en forme de lentille. *V.* LENTILLE. (*O*)

LENTILLE, *terme d'Optique*, c'est un verre taillé en forme de *lentille*, épais dans le milieu, tranchant sur les bords; il est convexe des deux côtés, quelquefois d'un seul, & plat de l'autre, ce qui s'appelle *plan convexe*. Le mot de *lentille* s'entend ordinairement des verres qui servent au microscope à liqueurs, & des objectifs des microscopes à trois verres. Le plus grand diamètre des *lentilles* est de cinq à six lignes; les verres qui passent ce diamètre s'appellent *verres lenticulaires*. Il y a deux sortes de *lentilles*, les unes soufflées, & les autres travaillées: on entend par *lentilles soufflées* de petits globules de verre fondus à la flamme d'une lampe ou d'une bougie; mais ces *lentilles* n'ont ni la clarté, ni la distinction de celles qui sont travaillées, à cause de leur figure qui n'est presque jamais exacte, & de la fumée de la lampe ou bougie qui s'attache à leur surface dans le tems de la fusion. Les autres sont travaillées & polies au tour dans de petits bassins de cuivre. On a trouvé depuis peu le moyen de les travailler d'une telle petitesse, qu'il y en a qui n'ont que la troisième & même la sixième partie d'une ligne de diamètre: ce sont celles qui grossissent le plus, & cette augmentation va jusqu'à plusieurs millions de fois plus que l'objet n'est en lui-même; la poussière qui est sur les ailes des papillons, & qui s'attache aux doigts quand on y touche, y paroît en forme de tulipes d'une grosseur surprenante. Il est difficile, pour ne pas dire impossible, de les faire plus petites; la difficulté de les monter deviendroit insurmontable.

Manière de tourner les lentilles. Après avoir mastiqué un petit morceau de cuivre au bout de l'arbre d'un tour à lunette, avec un foret d'acier applati & arrondi, on tourne le bassin du diamètre de la *lentille* qu'on veut y travailler (*V.* BASSIN); ensuite, ayant choisi & taillé un petit morceau de glace blanche & bien nette, on le mastique du côté d'une de ses surfaces plates au bout d'un petit mandrin, avec de la cire d'espagne noire, la rouge ne faisant pas si bien voir les défauts qui sont au verre que l'on travaille, & l'on use cette glace du côté qui n'est point mastiqué, en la tournant sur une meule avec de l'eau, jusqu'à ce qu'elle ait une figure presque convexe: on l'achève au tour, dans le bassin qui y est monté, avec du grais fin & mouillé. Il faut prendre souvent de ce grais, jusqu'à ce qu'on s'apperçoive que la *lentille* est bien ronde: lorsqu'elle est parvenue à ce point, on cesse d'en prendre, mais on continue de la tourner dans le bassin jusqu'à ce que le reste du sable, qui y est resté, soit devenu si fin qu'il l'ait presque polie. On s'apperçoit de cela lorsqu'après l'avoir essuyée, l'image de la fenêtre du lieu où l'on travaille se peint sur sa superficie; si elle ne l'est pas, on la trempe dans l'eau sans prendre du sable, & on la tourne jusqu'à ce qu'elle soit assez polie. Il faut alors couvrir le bassin d'un linge plié en deux ou trois doubles, & avec de la potée d'étain ou du tripoli de Venise délayé dans l'eau, on achève de la polir entièrement: on connoît qu'elle est polie en regardant avec la loupe si les petites cavités que le sable a faites en l'usant, sont effacées; il faut alors la démastiquer & la mastiquer du côté qui est travaillé, pour travailler l'autre de même que le premier, jusqu'à ce que les bords de la *lentille* soient tranchans & qu'elle soit parfaitement polie. Lorsqu'elle est entièrement achevée, on se sert d'esprit-de-vin pour la laver & emporter ce qui peut y être resté de cire.

On pourroit ajouter une troisième sorte de *lentille*, qui consiste en une goutte d'eau posée sur un petit trou fait à une pièce de laiton que l'on applique au microscope; cette goutte réunie en globe par la pression de l'air, fait le même effet qu'une *lentille* soufflée: ce sont les marchands de lunettes qui font & vendent ces *lentilles*. *Voyez* LUNETTIER.

M. Guinée a donné, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1704, une formule générale pour trouver le foyer d'une *lentille*, en supposant que la réfraction des rayons de l'air, dans le verre, soit comme 3 à 2. *Voyez* RÉFRACTION.

Il suppose l'objet placé à une distance quelconque *y* dans l'axe de la *lentille*. Il suppose ensuite un autre rayon qui, partant du même objet, tombe infiniment près de celui-là; & il trouve facilement le point où ce rayon, rompu par la réfraction de la première surface de la *lentille*, iroit rencontrer l'axe. Ensuite il regarde ce rayon rompu comme un rayon incident sur la seconde surface, & il trouve encore très-aisément le point où ce rayon, rompu de nouveau par la première sur-

face, iroit rencontrer l'axe; & ce point eſt le foyer. *V.* Foyer.

Si on nomme *a* le rayon de la convexité tournée vers l'objet qu'on appelle la premiere convexité; *b*, le rayon de la ſeconde convexité; z, la diſtance du foyer ouvert; & qu'on néglige l'épaiſſeur de la *lentille*, on aura, ſuivant les formules de M. Guinée, $z = \frac{2aby}{ay+by-2ab}$.

Si l'objet eſt très-éloigné, de maniere que les rayons puiſſent être cenſés paralleles, on aura $y =$ à l'infini; & négligeant alors, dans le dénominateur, le terme $2ab$, qui eſt nul par rapport aux autres, on aura $z = \frac{2aby}{ay+by} = \frac{2ab}{a+b}$.

Si de plus, dans cette ſuppoſition, a étoit $= b$, c'eſt-à-dire, que les deux verres de la *lentille* fuſſent de convexités égales, alors on auroit $z = \frac{2aa}{a+a} = a$; c'eſt-à-dire, que, dans une *lentille* formée de deux faces également convexes, le foyer des rayons paralleles, qu'on appelle proprement le *foyer de la lentille*, eſt au centre de la premiere convexité. C'eſt à cet endroit qu'il faut appliquer un corps que l'on veut brûler au ſoleil, au moyen d'un verre ardent; car un verre ardent n'eſt autre choſe qu'une *lentille*.

Si les rayons tomboient divergens ſur le verre, il faudroit faire *y* négative; & alors on auroit $z = \frac{-2aby}{-ay-by-2ab} = \frac{2aby}{ay+by+2ab}$, qui eſt toujours poſitive.

Si, dans le cas où les rayons tombent convergens, on a $y < \frac{2ab}{a+b}$, alors $ay+by-2ab$, eſt une quantité négative, & z eſt par conſéquent négative; c'eſt-à-dire, que les rayons, au lieu de ſe réunir au-deſſous de la ſeconde convexité, ſe réuniroient au-deſſous de la premiere; & qu'au lieu de ſortir convergens, ils ſortiroient divergens.

Les rayons ſortent donc divergens d'une *lentille* à deux verres, ſi l'objet eſt placé au-deçà du foyer de la premiere convexité. De plus, ſi $y = \frac{2ab}{a+b}$; c'eſt-à-dire, ſi l'objet eſt placé au foyer même. Alors $z = \infty$, c'eſt-à-dire, que les rayons ſortent paralleles. De-là on voit que, ſi un objet eſt placé en-deçà du foyer d'une *lentille* ou d'un verre convexe, & aſſez proche de ce foyer, il rendra les rayons beaucoup moins divergens qu'ils ne le ſont en partant de l'objet même : on trouvera en effet que z eſt alors beaucoup plus grand que y, ſi $ay+by-2ab$ eſt négative & fort petite. C'eſt pour cela que les verres de cette eſpece ſont utiles aux presbytes. *Voyez* Presbyte.

Lorſque les deux faces de la *lentille* ſont fort convexes; c'eſt-à-dire, que leur rayon eſt très-petit, la *lentille* reçoit alors le nom de *loupe*, & forme une eſpece de microſcope. *Voyez* Microscope.

Les *lentilles* à deux ſurfaces convexes ont cette propriété, que, ſi on place un objet aſſez près de la *lentille*, les rayons qui partent des deux extrémités de l'objet, & qui arrivent à l'œil, y arriveront ſous un angle beaucoup plus grand que s'ils ne paſſoient point par la *lentille*. Voilà pourquoi ces ſortes de *lentilles* ont en général le pouvoir d'augmenter les objets & de les faire paroître plus grands. *Voyez* Optique, Vision, *&c.*

Dans les *Mémoires* de 1704, que nous avons cités, M. Guinée donne la formule des foyers des *lentilles*, en ſuppoſant, en général, le rapport de la réfraction comme *m* à *n*, & en ayant égard, ſi l'on veut, à l'épaiſſeur de la *lentille*. On peut voir auſſi la formule des *lentilles*, dans la *recherche de la vérité* du P. Malebranche, *tom. IV* à la fin. *Voyez* les conſéquences de cette formule, aux *mots* Menisque, Verre, *&c.* (*O*)

Nous ajouterons à cet article la conſtruction & deſcription d'une machine propre à tailler & polir les *lentilles* paraboliques, hyperboliques & elliptiques. On en voit les figures dans les *planches d'Optique*, *pl. I*, *fig.* 4, 5 & 6. Cette machine eſt compoſée de quatre pieces de bois *aa*, *bb*, *cc*, *dd* (*fig.* 4), qui forment enſemble un quarré; mais dont les extrémités débordent autant qu'il faut pour remplir exactement le vuide de la boëte (*fig.* 5). Ces extrémités portent 12 vis avec leurs écrous, dont quatre, *e*, *f*, *g*, *h*, ſont perpendiculaires, & huit, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, horizontales. Elles ſervent à hauſſer, à baiſſer & à affermir le chaſſis dans la boîte. On tournera un cone de bois dur & bien ſain, qu'on ſciera de maniere que la ſection ſoit elliptique, parabolique ou hyperbolique, ſelon la figure qu'on veut donner au verre. La *figure* 6 repréſente le cone *abc*, dont *def* eſt une ſection. On appliquera ſur la ſection une lame d'acier *ghi* également polie de chaque côté, & d'une épaiſſeur ſuffiſante pour ſuppléer à ce que la ſcie a emporté, pour que le cone ſoit parfait. La plaque doit déborder la ſurface du cone, ſur lequel on l'arrêtera par le moyen de deux vis ou pointes *k*, *l*. On limera enſuite la partie de la lame qui déborde, juſqu'à ce qu'elle ſoit de niveau avec la ſurface du cone, & qu'on lui ait donné la figure que l'on veut, ſoit parabolique, elliptique ou hyperbolique, & qu'elle puiſſe ſervir de modele pour polir les verres. Vous vous ſervirez de ce cone pour faire un ſecond modele exactement égal au premier. Il eſt bon d'en faire une couple dont les ſections & les grandeurs ſoient différentes; mais vous obſerverez de tirer deſſus une ligne *hm*, qui tombe de leur ſommet ſur le milieu de leur baſe. Vous tirerez ſur les deux traverſes oppoſées *aa*, *bb*, *fig.* 4, les lignes *r* & *s* pour en marquer le milieu, & vous poſerez vos modeles deſſus, de maniere que leurs axes ſoient perpendiculaires,

qu'ils touchent les lignes transversales r & s, & qu'ils soient parallèles. Vous les affermirez par le moyen de deux supports t & u, qui doivent être assujettis avec de petites vis. Cela fait, vous vous servirez d'un bassin sphérique pour donner à votre verre la figure la plus approchante de la section que vous voulez qu'il ait, lequel vous servira comme d'esquisse. Vous arrêterez ensuite avec du ciment le verre x sur sa poupée yz, de même que sur l'arbre u, de façon qu'il ne vacille point en tournant la roue b. Le verre ainsi placé, vous poserez la machine, *fig.* 4, dans la boîte, observant que les points verticaux répondent exactement en droite ligne au centre de la surface de la courtille, ce que vous connoîtrez par le moyen d'une soie ou d'un crin très-délié.

La machine étant posée de niveau, il ne reste plus qu'à donner au verre la section conique la plus parfaite qu'il est possible. Pour cet effet, vous prendrez une plaque de fer bien unie, qui excède la distance qu'il y a entre les modèles. Cette plaque étant posée horizontalement, ne touchera les modèles & le verre que dans un seul point. Ayant répandu dessus du sable mouillé, vous la conduirez de la main gauche le long des bords des modèles, pendant que vous tournerez la roue avec la droite, continuant ainsi jusqu'à ce que vous ayez donné au verre la figure qu'il doit avoir. Vous commencerez par l'unir avec du sablon fin ou de l'émeri, & vous acheverez de le polir avec un morceau de bois de tilleul, sur lequel vous aurez mis de la potée d'étain ou du tripoli. Cette même machine peut servir également à tailler des verres concaves, ou de telle autre figure que l'on voudra, en donnant aux modèles & à la plaque une figure convenable. (*Cet article est extrait des Journaux Anglois.*)

LEO, (*Astr.*) nom latin de la constellation du Lion.

LETTRES *dominicales*, LETTRES *nundinales*. *V.* CALENDRIER & CYCLE *solaire*.

LEVANT, (*Astr.*), est la même chose qu'*orient*, *est*.

Il est aussi adjectif : le *soleil levant*.

LEVÉE, (*Méchan.*), se dit aussi dans quelques machines, de ce qu'on appelle *camme* dans d'autres. Ce sont des éminences pratiquées sur un arbre qui tourne; il y en a d'autres pratiquées à des pièces debout. Celle de l'arbre venant à rencontrer celle-ci, font relever la pièce, s'échappent, & la laissent retomber : c'est le méchanisme des bocards.

LEVÉE *des plans* (*Géom. prat.*) L'art de lever les plans est l'art de représenter en petit sur le papier, toutes les parties d'un terrein, dans les rapports de leur étendue & de leur opposition, en exprimant avec clarté la nature des différens objets qui peuvent varier leur surface.

La géométrie-pratique, au moyen des instrumens qu'elle emploie, mesure l'ouverture des angles & la longueur des côtés d'un local quelconque; la règle, l'équerre & le compas servent à construire, en la réduisant, une figure qui lui soit semblable; & le dessin, avec des traits plus ou moins vifs, des couleurs, des ombres & d'autres signes conventionnels, donne à chaque détail qui s'y rencontre un caractère distinctif.

Les plans, dans l'architecture civile, font connoître tout ce qui appartient à la distribution & à la décoration d'un édifice projetté ou réellement existant; l'architecture militaire les applique à faire juger de la disposition générale, de la force absolue & de la valeur relative des ouvrages d'une place de guerre; on en fait usage relativement aux vues du commerce, pour décider de l'emplacement d'une route & des avantages du cours d'une rivière; ils offrent aux propriétaires des terres la facilité d'évaluer l'étendue de leurs possessions, d'en établir le partage avec justesse, & d'en fixer les limites; enfin la guerre ne fonde la sûreté de ses opérations que sur la description la plus exacte de tout ce qui concerne les points intéressans de son théâtre.

La construction des cartes topographiques étant celle qui exige le plus de théorie, quand on embrasse une étendue de pays un peu considérable, c'est à développer ses élémens que nous emploierons cet article. On conclura aisément de l'exposition des différens procédés de la planchette, de la boussole & du graphomètre, appliqués à ce genre de plans, la manière la plus intelligente de se servir de ces instrumens, dans toutes les circonstances où il sera question de mesurer des terreins & de les décrire.

De l'usage de la Planchette.

Définition. La planchette est une petite table quarrée plus ou moins grande, mobile en tout sens, sur un genou que soutient un pied à trois branches (*pl. géom. fig.* 118 & 120). On fixe dessus un papier blanc, où l'on trace géométriquement les différentes portions de terrein dont on lève le plan. Elle doit être assez légère pour être transportée aisément d'un lieu à un autre.

On ne peut faire usage de la planchette, sans le secours d'une alidade ou règle de cuivre terminée par deux pinules qui lui sont perpendiculaires, & dont le milieu des ouvertures répond à l'un des bords de la règle. On se sert des deux pinules pour déterminer un rayon visuel dirigé du point où l'on est, sur un objet quelconque, & de la règle pour tirer, sur le papier, une ligne droite correspondante à ce rayon. On adapte quelquefois à la règle une lunette d'approche dont l'axe répond à un des côtés de cette règle, & dont les verres sont divisés par deux soies perpendiculaires l'une à l'autre, pour déterminer les extrémités de l'axe.

On joint accessoirement à ces deux instrumens une chaîne, des piquets & un déclinatoire. La chaîne est pour l'ordinaire de dix toises, divisées en soixante piés liés les uns aux autres par de petits anneaux, & séparés de six en six, par de plus gros anneaux, pour marquer les toises. Les piquets sont des fiches de fer que plante perpendiculairement, à la tête de la chaîne tendue, l'un des deux hommes qui la portent, afin que celui qui le suit les relève successivement, & que l'on puisse savoir combien la ligne droite, qu'ils parcourent, contient de fois la longueur de la chaîne. Le déclinatoire est une petite boite en quarré long, contenant une aiguille aimantée. *V.* DÉCLINATOIRE.

L'échelle dont on se sert doit être gravée sur une règle de cuivre, pour que ses divisions ne puissent s'altérer. Nous supposons ici qu'elle est de six lignes pour cent toises. *V.* ECHELLES.

Des différentes méthodes de lever à la planchette. Il n'est aucune de ces méthodes qui ne soit applicable à quelque circonstance ou à quelque local, & c'est de la réunion de leurs différens procédés que se compose l'art de *lever* à la planchette. Nous traiterons d'abord de la planchette simple, & ensuite de la planchette orientée au moyen du déclinatoire.

De la planchette simple. Première Méthode. On propose de lever le plan du terrein *ABCDEF* (*fig.* 117, *pl. Geom.*), en supposant que tous les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* soient accessibles, que l'on puisse y placer la planchette (*fig.* 118), & qu'aucun obstacle n'empêche de faire avancer la chaîne d'un point à un autre.

Solution. Soit choisi un des points *A* du terrein pour première station, l'on y établit la planchette, de manière qu'elle soit bien horizontale & disposée à-peu-près dans le sens du terrein que l'on veut y décrire; alors on marque dessus un point *a*, au moyen d'une aiguille très-fine (à tête de cire d'espagne), placée perpendiculairement au papier; & ce point *a* représente celui *A* du terrein. On applique contre l'aiguille le côté de l'alidade qui répond aux pinules; &, faisant glisser cette règle sur la planchette & autour de l'aiguille, jusqu'à ce que l'œil, placé à une des pinules, apperçoive au travers de l'autre un jalon que l'on a fait mettre au point *B*, on détermine le rayon visuel *AB* & son correspondant *ab*, sur la planchette, au moyen d'une ligne droite tirée au crayon depuis l'aiguille, indéfiniment le long de l'alidade. Soit tracée de la même manière la ligne droite indéfinie *af* représentant le rayon visuel *AF*.

Ces opérations faites, on ôte la planchette du point *A*, & l'on y place un jalon. Les deux porte-chaînes s'alignent sur la direction *AB*; & au moyen des piquets que tient celui qui est en avant, & avec un desquels il marque chaque point où il s'arrête, on mesure, en partant du point *A*, l'intervalle *AB*. Le nombre de toises contenues dans *AB* étant connu, on prend sur son échelle un nombre égal de mesures correspondantes, & on les porte avec un compas de *a* en *b* sur la planchette.

Soit établie alors la planchette en *B*, à la place du jalon, on fait convenir le point *b*, avec le point *B* du terrein, & l'on y place une aiguille comme au point *a*; ces deux aiguilles servent à appliquer l'alidade sur la ligne *ab*; & faisant mouvoir la planchette sur son genou, jusqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinules, le jalon *A*, la ligne *ab* de la planchette se trouve dans la même direction que le rayon visuel *AB*. La planchette étant fixée dans cette position, & toujours bien horizontale, on ôte l'aiguille *a*, & l'alidade tournant autour de l'aiguille *b*, on déterminera le rayon indéfini *bc*, correspondant au rayon *BC* du terrein, de même que l'on s'y est pris au point *A* pour le rayon *AB*. On fait mesurer aussi *BC* avec la chaîne & l'étendue correspondante *bc* se marque sur la planchette au moyen de l'échelle.

On transporte ainsi successivement la planchette de *B* en *C*, de *C* en *D*, de *D* en *E*, de *E* en *F*, en faisant planter des jalons aux points en avant, en en laissant aux points en arrière, & en faisant convenir chaque point *c*, *d*, *e*, &c. de la planchette avec le point du terrein qu'il représente. Chaque rayon déterminé *bc*, *cd*, *de*, &c. sert à déterminer le suivant, en s'appliquant exactement, au moyen de l'alidade, sur celui du terrein qui lui répond, & l'on trace ainsi sur sa planchette une figure *abcdef*, qui est semblable à celle du terrein.

Démonstration. Puisque l'on a fait *ab*, *bc*, *cd*, *ef*, sur la planchette, proportionnels aux côtés *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, du terrein, & les angles *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* égaux aux angles *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, il s'ensuit que les deux figures *abcdef*, *ABCDEF* ont les angles égaux & les côtés proportionnels autour de ces angles, par conséquent qu'elles sont semblables.

Remarque. On suppose que la *figure abcdef* est exactement construite, que le point *f* tombe sur l'alignement *af*, & que *af* contient autant de parties de l'échelle que *AF* contient de toises sur le terrein. S'il en étoit autrement, ce seroit une preuve que les opérations ont été mal faites.

Corollaire. Le terrein *ABCDEF* & son plan *abcdef* étant semblables, les triangles *ABD*, *BDC*, *DEF*, *FAD* sont aussi semblables à leurs correspondans *abd*, *bde*, *def*, *fad*; donc, lorsqu'un point, tel que *d*, répond au point *D* du terrein, & que les côtés *cd*, *de*, conviennent parfaitement avec leurs homologues *CD*, *DE*, il est évident que les rayons *db*, *da*, *df*, doivent tomber sur les rayons *DB*, *DA*, *DF*, & ne former ensemble qu'un même alignement.

Cette conséquence fournit le moyen de vérifier

ses opérations à chaque station; car, si au point *C*, plaçant l'alidade sur *ca*, on n'eût point rencontré le point *A*, c'eût été une preuve que l'on s'étoit trompé sur la mesure de *AB* ou de *BC*, ou sur l'ouverture de l'angle *ABC*. Par la même raison, la planchette étant dans sa juste position au point *D*, on a dû rencontrer les points *B* & *A* sur les prolongemens de *db* & de *da*, &c.

Nous allons déduire de ce moyen de vérification, une seconde méthode de lever le plan de *ABCDEF*.

Seconde méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEF*, dont tous les points sont accessibles, en ne faisant mesurer qu'une seule distance *DE*.

Solution. Le côté *DE* étant pris pour base de l'opération, on fait mesurer son étendue, on place des jalons aux points *A*, *B*, *C*, *D*, *F*, & l'on établit la planchette au point *E*, en la disposant comme dans l'opération précédente.

Après avoir déterminé le point *e* à fantaisie pour représenter sur la planchette le premier point de station, soit tirée la droite *de* sur l'alignement de la base *DE*, & soit fait *de*, d'autant de parties de l'échelle que *DE* contient de toises sur le terrein. Cela posé, on tire le rayon *ef* pour répondre à *EF*; & faisant porter la planchette en *F*, après avoir laissé un jalon en *E*, dans cette seconde station, on fait convenir le rayon *ef* avec l'alignement *EF*; on place une aiguille au point *d*, & on y applique l'alidade, que l'on fait mouvoir jusqu'à ce que l'on rencontre le jalon du point *D*. L'alidade étant dans cette position, on coupe le rayon *ef*, d'un trait de crayon, au point *f*, où cette règle le rencontre; & de ce point *f*, tirant un rayon *fa* sur le point *A*, on se porte à ce point pour y placer la planchette, après avoir laissé un jalon en *F*. On se sert du rayon indéfini *af* & de l'alignement *AF*, en les faisant convenir l'un sur l'autre à l'ordinaire, pour disposer la planchette, & l'alidade tournant sur l'aiguille du point *d*, rencontre le point *D*, & coupe le rayon indéfini *fa* en *a*; de ce point *a*, soit tiré le rayon *ab*; & allant au point *B*, en laissant un jalon au point *A*, soit placée de nouveau la planchette au moyen des rayons correspondans; les points *d* & *D* servent encore à couper *ab* en *b*; du point *b*, on tire le rayon *bc*, que l'on va couper en *c*, toujours au moyen des points *d* & *D*, & le plan du terrein *ABCDEF* se trouve décrit.

Démonstration. Du point *d*, soient tirées les droites *db*, *da*, *df*, sur la planchette, & soient imaginées leurs correspondantes *DB*, *DA*, *DF* sur le terrein, les deux figures *abcdef*, *ABCDEF* sont divisées en triangles semblables chacun à chacun, puisqu'ils ont les angles égaux par construction; donc ces deux figures sont semblables.

Corollaire. Puisque *abcdef* & *ABCDEF* se divisent en triangles semblables par des diagonales homologues, il est certain que la planchette étant dans sa juste position, par exemple, au point *C*, si l'on eût appliqué successivement l'alidade sur *ca*, *cf* & *ce*, l'œil auroit rencontré les jalons *A*, *F* & *E*, & que l'on auroit pu vérifier ainsi le point de section *C*. Donc, à chaque point de station, on peut se servir de tous les points, déjà déterminés, pour couper le rayon que l'on a déjà sur le point où l'on est, & constater l'exactitude de la section de l'un, par le moyen de tous les autres.

Troisième Méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEFG* (*fig.* 119), en supposant qu'il n'y ait que la base *AE* d'accessible.

Solution. Soit établie la planchette (*fig.* 120) en *A*, disposée horizontalement & à-peu-près relativement au terrein que l'on doit y tracer, on détermine sur elle un point *a* à volonté, pour représenter la première station, & de ce point *a*, on tire le rayon *ae* sur l'alignement *AE*, pour avoir la direction de la base. Alors, du même point *a*, on dirige successivement sur les différens objets *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, les rayons *ab*, *ac*, *ad*, *af*, *ag*, en faisant attention que le rayon *ae* de la planchette réponde toujours à la base *AE* du terrein. Cette opération faite, on mesure la base *AE* à l'ordinaire; & la planchette étant établie en *E*, & disposée de manière que les bases correspondantes soient dans le même alignement, on prend sur l'indéfinie *ae* autant de parties de l'échelle qu'on a trouvé de toises sur le terrein, pour déterminer la base *ae* du plan. De son extrêmité *e*, on tire alors des rayons sur tous les objets *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, qui coupent ceux que l'on a tirés de la première station, & par tous les points de section *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, menant des droites *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, *fg*, *ga*, la figure *abcdefg* est semblable à celle du terrein.

Démonstration. Les points *b*, *c*, *d*, *f*, *g* forment, par construction avec les extrêmités de la base *ae*, des triangles semblables à ceux que leurs correspondans *B*, *C*, *D*, *F*, *G* font avec les extrêmités de *AE*, où, en comparant ces triangles, on voit aisément que tous les autres triangles que forment leurs côtés avec ceux des deux figures, sont aussi semblables chacun à chacun; donc *abcdefg* & *ABCDEFG* ont les angles égaux, les côtés proportionnels, & sont par conséquent semblables.

Observation. Si l'on n'a pas placé des jalons aux points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, il faut avoir soin de bien examiner à la première station quels sont les objets ou parties d'objets sur lesquels on tire des rayons, afin de ne point se tromper en dirigeant de nouveau son alidade sur eux, lorsqu'on opère à la seconde.

Corollaire. Pour vérifier ses opérations, la planchette étant au point *E*, on fait planter un jalon en *I*, & on tire le rayon indéfini *ei* sur son alignement. On se porte alors en *I*, & la plan-

chette y étant établie (au moyen d'un jalon laissé au point *F*), on coupe le point *i*, en faisant tourner l'alidade au point *b*, au moyen d'une aiguille, & en la fixant lorsqu'on rencontrera le point *B* du terrein suivant la seconde méthode. L'alidade étant successivement placée sur *ib*, *ic*, *id*, *if*, *ig*, *ia*, si les opérations sont bien faites, on doit rencontrer, à travers les pinules, les points *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, *A*, semblablement placés aux points *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *a* de la planchette.

Le point *I* étant déterminé, si, du point *E*, on eût tiré un rayon *eh* sur l'objet *H*, on se serviroit de cette troisième station *I* pour couper le rayon *eh* au point *h*, & avoir ainsi la position de *H* sur la planchette.

Si l'on compare maintenant ces trois méthodes, on verra aisément comment elles se réunissent, ou se prêtent mutuellement des secours. Que l'on ait à lever le plan du chemin *A B C D E* (*fig.* 121) & des objets qui sont de part & d'autre, rien n'empêche, en suivant ce chemin avec la chaîne, comme dans la première méthode, de se servir de chacun des alignemens *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, pour déterminer, au moyen de la troisième méthode, les objets *F*, *G*, *K*, *I*, *H*, sur la planchette (*fig.* 122). Que, si l'on se sert de la seconde méthode pour lever ce chemin, en ne mesurant qu'une base *AB*, les objets d'alentour peuvent être déterminés en même tems par la troisième, & procurer un nouveau moyen de mesurer l'étendue des différentes distances que l'on parcourt en avançant. Outre l'avantage que fournissent ces objets de vérifier la section des rayons tirés par les extrémités de ces distances, ils sont quelquefois absolument indispensables; car, lorsque les rayons forment des angles trop aigus & trop obtus, ils se confondent alors à leur point de rencontre, & la position de ce point devient fort incertaine.

Remarques. La planchette étant toujours horizontale, tous les rayons tracés sur elle sont horizontaux, & les plans ne représentent par conséquent que les projections horizontales des pentes qui se trouvent sur le terrein. Il faut donc, lorsqu'on se sert de la chaîne, la faire tendre horizontalement.

Dans chaque station, la planchette étant disposée au moyen d'un rayon que l'on a tiré du point d'où l'on part sur celui où l'on arrive, toutes ses positions sont parallèles entr'elles, & elle est toujours placée dans le même sens relativement au terrein, de manière que toutes les lignes droites tirées du point où l'on est sur tous les points marqués sur la planchette, conviennent parfaitement avec les rayons visuels tirés sur les objets correspondans d'alentour.

De la planchette orientée, au moyen du déclinatoire. L'aiguille aimantée se dirigeant vers un point aussi éloigné de nous que le pole, on peut regarder, sans erreur, comme parallèles, les positions qu'elle prend aux différens points d'un espace de terrein dont on lève le plan. On a imaginé en conséquence, pour disposer la planchette toujours parallèlement à elle-même, d'y adapter un déclinatoire. Cette boîte étant placée sur la planchette, à la première station, de manière que l'aiguille & les deux points de division, qui lui sont opposés, soient dans la même direction, on la fixe sur elle, en la collant, où l'on tire une ligne droite sur le papier, le long d'un de ses côtés, pour pouvoir la replacer dans la même position; & l'on a alors un moyen d'orienter la planchette, quelque part qu'on l'établisse, en la faisant tourner horizontalement sur son genou, jusqu'à ce que les deux points de division répondent aux extrêmités de l'aiguille. Nous appellerons planchette orientée celle à laquelle on joint un déclinatoire, & pour mieux la comparer à la planchette simple, nous allons l'appliquer à résoudre les trois problêmes qui ont servi à développer l'usage de cette dernière.

Première Méthode. On propose de lever le plan du terrein *ABCDEF* (*fig.* 117), en supposant que tous les points *A*, *B*, *C*, &c. soient accessibles.

Solution. Le point *A* étant choisi pour première station, on y place la planchette horizontalement, à-peu-près dans le sens le plus convenable à la situation du terrein; &, après avoir disposé le déclinatoire comme il doit l'être, on tire une ligne droite le long d'un de ses grands côtés pour représenter le méridien magnétique, & s'assurer le moyen de s'orienter, de la même manière, dans toutes les autres stations.

Cette opération faite; d'un point *a*, pris à volonté, sur la planchette (*fig.* 118), soient tirés, comme à l'ordinaire, les rayons *ab*, *af*, sur les alignemens *AB*, *AF*, & soit mesuré *AB* avec la chaîne, en se portant en *B*. Au lieu de s'arrêter au point *B*, après avoir pris *ab* en parties de l'échelle, on fait mesurer *BC*, en s'avançant le long de cet alignement, & l'on va se placer en *C*, pour y orienter la planchette. Alors, au moyen d'une aiguille mise au point *b* & de l'alidade, on vise sur le point *B*, & l'on tire le rayon *bc* sur la planchette, où il est dirigé de même que si l'on eût fait une station en *B*, & que l'on eût visé sur *C*; (car supposons que cette station ait eu lieu, & qu'après avoir déterminé le point *c*, on l'ait fait répondre au point *C*, ainsi que le rayon *cb* à *CB*, la position de la planchette est alors parallèle à celle qu'elle a eue au point *B*; donc réciproquement, quand elle est orientée, & par conséquent placée au point *C* parallèlement à la position qu'elle auroit eue en *B*, le rayon *cb* supposé tiré de cette station, convient parfaitement avec l'alignement *CB*, & se confond avec le rayon *bc*, tiré au point *C*, au moyen de *B* & *b*, en faisant une station de moins.)

Le rayon *bc* étant déterminé sur la planchette en parties

en parties de l'échelle, du point *c*, l'on tire le rayon *cd*, que l'on fait égal au nombre de toises que contient *CD* sur le terrein; &, après avoir mesuré *DE*, on place la planchette en *E*, pour tirer le rayon *de*, & déterminer le point *e*; de ce point *e*, enfin, tirant le rayon *ef* sur *F*, la figure *a b c d e f* est le plan demandé du terrein *A B C D E F*.

Démonstration. On prouvera que ces deux figures ont les angles égaux & les côtés proportionnels autour de ces angles, par conséquent qu'elles sont semblables.

Seconde Méthode. On propose de lever le plan du terrein *A B C D E F* (*fig.* 117), en ne faisant mesurer qu'une seule distance, & en supposant tous les points accessibles.

Solution. Le côté *DE*, pris pour base, étant mesuré & représenté par *de* sur la planchette orientée (*fig.* 118), on se place en *F*, pour viser, au moyen des points *d* & *e* de la planchette, sur ceux *D* & *E* du terrein, & déterminer le point *F* par l'intersection des rayons *df* & *ef*; de ce point *f*, on tire le rayon *fa*, &, se portant en *A*, on détermine le point, qui y répond sur la planchette, par le moyen du rayon *da*, tiré du point *d*, en visant sur *D*. On déterminera de même les points *b* & *c*, en s'établissant en *B* & *C*, au moyen des rayons *ba*, *bd*, *cb*, *cd*, correspondans à ceux du terrein.

Remarque. Le procédé de la planchette orientée ne diffère en rien, dans cette seconde méthode, de celui de la planchette simple; son seul avantage est de n'avoir pas besoin d'un jalon en arrière, ni d'un rayon tiré sur celui où l'on va, & d'avoir conséquemment une marche plus rapide, à moins qu'il ne fasse assez de vent pour empêcher l'aiguille aimantée de se fixer aisément.

Troisième Méthode. Lever le plan de l'espace *A B C D E F*, dont la base *A E* seule est accessible (*fig.* 119 & 120).

Solution & démonstration. Les mêmes que pour la planchette simple.

Observation. Il sembleroit, d'après l'application de la planchette orientée à ces trois méthodes, qu'elle n'a que très-peu d'avantage sur la planchette simple; mais nous allons exposer une quatrième méthode qui fera juger de son utilité.

Quatrième Méthode pour la planchette orientée. Le terrein *A B C D E F* & son plan *a b c d e f* étant donnés (*fig.* 117 & 118), on propose de se porter à tel point qu'on voudra de l'intérieur du terrein, & de le déterminer sur la planchette, en supposant que l'on puisse voir au moins deux des points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*.

Solution. Soit orientée la planchette au point *G*, que l'on a choisi dans l'espace *A B C D E F* (*fig.* 123); si du point *B*, en visant sur *B*, on tire le rayon *bg*; & du point *c*, en visant sur *C* le rayon *cg*, leur intersection *g* sera, sur le plan, le point qui répond à celui où l'on est placé.

Démonstration. Si l'on suppose un jalon au point *G*, & que, la planchette étant orientée successivement en *B* & *C*, on ait tiré de chaque station un rayon sur ce jalon, il est certain, par la troisième méthode, que la section de ces deux rayons a déterminé la position du point *G* sur la planchette; mais, par la première méthode, il est égal, pour avoir la direction d'un rayon, que la planchette soit orientée à l'une de ses extrémités ou à l'autre; donc le point *g*, que l'on a coupé en s'orientant au point *G*, est le même que celui que l'on auroit eu en s'orientant en *B* & *C*; donc il est le point demandé.

Application de cette méthode. Supposons que l'on ait à lever le plan du terrein (*fig.* 124); on mesure dans la campagne une grande base *EF*, des extrémités de laquelle on puisse appercevoir les principaux points *A*, *B*, *C*, *D*, &c. du terrein, & on les détermine sur la planchette par l'intersection des rayons tirés sur chacun d'eux, d'après cette méthode. Cette opération faite, on peut se porter sur tous les autres points du terrein, & les déterminer au moyen des points déjà établis sur la planchette orientée. Chaque nouveau point ajoute à la facilité d'en arrêter d'autres, & l'ouvrage devient de plus en plus moins embarrassant.

Pour trouver le cours de la rivière *KHI*, on se place aux sommets des différens angles qu'elle forme, on les détermine au moyen des points qui sont déjà sur le plan, & l'on jette des rayons de part & d'autre sur le bord, pour en figurer la direction. Quant à la largeur de la rivière, il est fort aisé de couper de deux ou trois stations les objets remarquables du bord opposé, & de se procurer ainsi le moyen de figurer l'un & l'autre côté.

Différentes observations. 1. Les angles d'intersections ne doivent être ni trop aigus, ni trop obtus, pour que les rayons se coupent nettement.

2. L'emploi de la quatrième méthode suppose que l'on peut voir, de chaque point où l'on se porte, trois ou au moins deux autres points déjà déterminés. Lorsqu'on se trouve dans un bois ou dans une ville où l'on ne peut avoir cette facilité, il faut nécessairement se servir de la chaîne, en faisant mesurer tous les alignemens sur lesquels on marche.

3. Quand on est obligé de mesurer une enceinte quelconque à la chaîne, il ne faut pas opérer en avançant toujours du même côté: il faut revenir au point d'où l'on est parti, quand on est au milieu de sa marche, & continuer l'ouvrage du côté opposé. On évite, par cette pratique, de multiplier les petites erreurs inévitables dans l'usage des instrumens, & on cherche à les compenser les unes par les autres, en marchant sur des directions opposées.

4. Toutes les méthodes que nous avons exposées pour lever des espaces rectilignes, suffisent

pour des terreins figurés de quelque manière que ce soit; car toutes leurs sinuosités se réduisent toujours à une suite de lignes droites, sur lesquelles on trace leurs différentes courbures. C'est au moyen des rayons droits tirés sur les directions d'un chemin, d'une riviere, d'une haie, &c. qu'on représente sur le papier leurs différentes ondulations.

5. L'usage de la planchette simple n'est pas plus difficile dans les montagnes que dans les plaines, au moyen de la seconde méthode; & celui de la planchette orientée y devient plus aisé, à cause de la facilité d'appercevoir toujours beaucoup d'objets, quand on emploie la quatrième méthode.

6. Lorsque l'on a une grande étendue de terrein à lever, on commence à déterminer toutes les positions principales, & l'on forme, pour ainsi dire, le canevas de sa carte, pour s'en servir ensuite à lever des détails. La planchette peut servir à former ce canevas, en employant, suivant qu'il en est besoin, ses différentes méthodes; mais nous ferons voir, en parlant des canevas trigonométriques, comment on calcule les distances des points principaux entre eux, & comment on dresse des tables des distances des mêmes points à une méridienne & à sa perpendiculaire, pour en construire des fonds de cartes, lorsque l'on veut en faire usage.

7. Il peut arriver que le fer, que contiennent certaines montagnes, fasse varier l'aiguille aimantée, ou qu'un trop grand vent l'empêche de se fixer avec justesse, il faut, dans ces deux cas & dans tout autre qui produiroit le même effet, avoir des moyens de suppléer le déclinatoire, & de s'orienter pour se servir des points déja déterminés, & en arrêter de nouveaux. Nous allons donner quelques pratiques à cet égard, & nous ferons suivre leur explication de l'usage d'un instrument que l'on peut adapter à la planchette pour mesurer la hauteur des montagnes.

Moyens de suppléer l'aiguille aimantée. 1. Supposons que l'on soit en pays découvert, environné de positions principales déjà établies sur la planchette, & que l'on ait d'avance le point où l'on est; on place l'alidade sur ce point de station & sur celui d'un clocher, d'un moulin, ou d'un arbre appartenant au canevas; on fait tourner ensuite la planchette, jusqu'à ce que l'on rencontre le point correspondant du terrein; & après avoir vérifié l'exactitude de la position de l'instrument, à la faveur des autres points, on est sûr qu'il est parfaitement orienté. Visant alors sur une direction quelconque, on la suit à la chaîne (ou au pas, si l'on n'a point de porte-chaînes); on marque sur la planchette la distance parcourue, & l'on s'oriente de nouveau à l'extrémité de cette direction, pour se porter en avant, après avoir bien assuré la justesse de son opération.

2. Lorsque la planchette est orientée, d'après le moyen que nous venons d'indiquer, & que l'on prévoit qu'au bout de la direction que l'on va suivre, on ne verra plus de points déterminés, on remarque l'objet le plus éloigné que l'on puisse appercevoir sur le prolongement de cette direction, avant que de la parcourir, & l'on donne au rayon, qui la représente sur la planchette, le plus d'étendue qu'il est possible. Alors, en arrivant à l'extrémité de cette direction, on s'oriente en plaçant l'alidade sur le rayon de la planchette, & en faisant tourner la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinules, l'objet éloigné que l'on a remarqué sur le prolongement de la direction.

3. Si le terrein étoit trop montagneux pour employer la chaîne ou le pas à mesurer la distance d'un point à un autre, rien n'empêche, après avoir orienté la planchette au premier point de station, d'après le premier moyen, de se servir ensuite du second moyen pour l'orienter à tout autre point, & de déterminer ce nouveau point avec des points déjà déterminés, en supposant que l'on en apperçoive au moins un, & que le rayon sur lequel on s'est orienté ne soit point coupé trop obliquement. Ce troisième moyen ne diffère de la seconde méthode de la planchette simple, qu'en ce que l'on se sert d'un point en avant, au lieu d'un point en arrière.

4. Supposons actuellement que l'on apperçoive autour de soi des objets déjà déterminés, & que l'on n'ait point sur sa planchette le point où l'on se trouve; on choisit les deux objets les plus opposés; &, après avoir orienté à-peu-près sa planchette à vue, ou avec le déclinatoire, on vise sur ces deux objets des deux points qui les représentent, pour avoir deux rayons dirigés du côté du point de station. Si la planchette étoit bien orientée, ces deux rayons passeroient par ce point; mais, comme elle ne l'est pas exactement, & que les deux objets choisis sont opposés, l'un des deux rayons passe trop à droite & l'autre trop à gauche, proportionnellement aux distances des deux objets au point où l'on est. Or, comme on sait à-peu-près où sera le point cherché, on divise, sans tâtonner l'intervalle des deux rayons, à la hauteur de ce point, en deux parties proportionnelles aux distances des deux objets à l'intervalle divisé; & plaçant l'alidade sur le point de division & sur l'un des deux points qui représentent les deux objets choisis, on fait tourner la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre le point correspondant du terrein: alors l'alidade restant sur le point de division, si on la fait avancer sur le second des deux points opposés, & qu'elle rencontre, sans déranger la planchette, l'objet qui y répond sur le terrein, on est sûr que l'intervalle des deux rayons est bien divisé; on tire en conséquence, dans cette position de l'alidade, une ligne droite par le point de division; on la coupe au moyen d'un troisième point déterminé; & si la section se trouve bien dans les alignemens des deux objets opposés & de

leurs points correspondans, elle est le point de station que l'on demande. Cette opération est assez courte quand on en a l'habitude; elle détermine le point où l'on est avec la plus grande exactitude, & l'on est parfaitement orienté, lorsque les deux points opposés sont assez éloignés l'un de l'autre pour que la position de la planchette réponde exactement à leur alignement; mais il n'est pas toujours possible de trouver des points tels qu'il le faut pour employer ce moyen.

5. Si, dans un même plan, d'un point *D* quelconque (*fig.* 125), on tire des droites sur trois points *A*, *B*, *C*, on ne peut pas, d'un cinquième point, en tirer trois autres sur *A*, *B*, *C*, qui fassent des angles égaux à ceux des premières, à moins que tous ces points n'appartiennent à une seule circonférence. Pour le prouver, soit le triangle *ABD*, inscrit dans une circonférence, & le triangle *BDC* dans un autre, le point *D* ne peut cesser d'être un des deux points d'intersection, sans cesser d'être au moins sur une des deux circonférences, & sans que l'angle, qui étoit compris dans cette circonférence, & dont il est le sommet, n'ayant plus pour mesure la moitié de l'arc sur lequel il repose, ne soit ou plus petit, ou plus grand qu'il n'étoit auparavant; mais, si les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* sont dans une même circonférence (*fig.* 126), de quelque point de l'arc *ADC*, que l'on mène des droites sur *A*, *B*, *C*, elles font toujours des angles égaux.

Il suit de-là que, si d'un point de station *D*, on apperçoit trois objets *A*, *B*, *C*, représentés sur la planchette par *a*, *b*, *c*, en sorte que les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* ne soient pas dans une même circonférence; on peut déterminer ce point de station de la manière suivante. On fixe un papier transparent sur la planchette disposée horizontalement, & d'un point pris sur lui convenablement, on tire des rayons sur les trois objets *A*, *B*, *C*; alors, faisant mouvoir ce papier jusqu'à ce que les trois rayons passent par les points *a*, *b*, *c*, il est certain que, si, dans cette position, on marque sur la planchette leur point commun d'origine, ce point *d* sera le point de station.

6. On pourroit faire construire une alidade à trois branches mobiles, de manière que les trois lignes de foi répondissent au centre du mouvement; ce centre seroit surmonté d'une pinule commune, qui seroit face à la pinule opposée de chacune des trois branches, & l'on pratiqueroit une petite ouverture dans l'axe du centre pour donner passage à une aiguille très-fine. On voit, d'après cette construction, qu'ayant dirigé les trois branches ou règles de cet instrument sur les trois points *A*, *B*, *C*, si l'on plaçoit les trois lignes de foi sur les points *a*, *b*, *c* de la planchette, on détermineroit tout de suite, au moyen de l'aiguille, le point *d*, correspondant au point *D* du terrein, où la planchette est établie.

Cet instrument serviroit aussi à fixer des sondes sur le plan d'une côte, au moyen de trois points déterminés, que l'on appercevroit distinctement sur la terre. On y joindroit pour cet effet un arc de cuivre gradué, en attachant une de ses extrémités à la première des trois règles, de manière qu'il pût mesurer l'ouverture des angles que formeroient les trois branches, lorsqu'à chaque sonde, on les auroit dirigées sur les trois points de la terre. On inscriroit ces angles avec ordre sur un regiître, pour pouvoir rapporter ensuite les secondes sur le plan.

De l'Altimètre.

L'altimètre (*fig.* 128) est une règle de cuivre, ouverte dans son milieu, parallèlement à ses côtés, pour recevoir deux montans ouverts de la même manière, & dont l'un de *G* est mobile le long de cette règle. L'altimètre & ses montans sont divisés en parties égales, comme une échelle, par des lignes perpendiculaires à leurs côtés, pour représenter des toises. L'ouverture des montans sert à hausser & à baisser deux petits quarrés de cuivre, troués au centre, au moyen desquels on détermine des rayons visuels.

Usage de cet instrument. La distance horizontale *CD* (*fig.* 129), d'un point *C* à la verticale qui passe par le point *E*, étant mesurée & exprimée par *cd* sur la planchette (*fig.* 130), on propose de trouver, au moyen de l'altimètre, la hauteur du point *E* au-dessus de l'horizontale *CD*.

Solution. On fait glisser le long de la règle (*figure* 128) le montant mobile *G*, jusqu'à ce que sa base réponde au numéro qui indique le nombre de toises de *CD*; appliquant ensuite la règle sur *cd* de la planchette (orientée au point *C*), comme une alidade, de manière que le montant fixe soit du côté de *c*, on fait mouvoir les deux petits curseurs *c* & *e*, jusqu'à ce qu'on apperçoive au travers le point *E*; & alors le nombre de toises, compris entre les deux numéros auxquels répondent les centres des curseurs *c* & *e*, sera la hauteur demandée, en y ajoutant la hauteur du curseur *c*, au-dessus du point *C* de station.

Démonstration. Les deux curseurs *c* & *e* & l'horizontale *cd* forment un triangle *ced*, semblable au triangle *CED* du terrein; & puisque *cd* représente, par le nombre de toises compris entre les montans, la mesure de *CD*; le nombre de toises compris entre les deux curseurs ou plutôt entre l'horizontale *ce* & le curseur *e*, doit être la mesure de *ED*, en y ajoutant la distance du curseur *c* au point *C*.

Remarque. On voit, par ce seul exemple, que, si, l'altimètre est bien construit, il donne tout de suite une hauteur quelconque avec toute l'exactitude qu'on puisse desirer, lorsqu'on ne se sert pas du calcul, & qu'il s'adapte naturellement à la planchette.

Application de la planchette à tracer, sur le terrein, les différentes parties d'un plan. Il est essentiel d'observer, avant de terminer ce que nous

dirons ici de la planchette, que de même que l'on s'en sert pour lever toutes les parties d'un terrein, on peut l'employer aussi à tracer, sur le terrein, les contours & les détails d'une figure quelconque rectiligne, décrite sur le papier. On place en conséquence la planchette au point du terrein, qui répond à un des points principaux du plan que l'on a fixé sur elle, & l'on fait convenir la plus grande ligne droite, qui parte de ce point, avec celle qui doit y répondre sur le terrein. On détermine alors, du point de station, au moyen de l'alidade, autant d'alignemens sur le terrein qu'il y a de lignes droites qui y concourent, on fait avancer les porte-chaînes sur chacun de ces alignemens, & l'on en fixe l'étendue par un jalon, après leur avoir donné le nombre de toises qu'ils doivent avoir d'après le plan. On va ensuite établir la planchette à chacune des extrémités de ces premiers rayons, & après lui avoir donné une position parallele à la première, on détermine de nouvelles directions, on les fait mesurer, *&c.*, & la figure correspondante au plan se trouve ainsi tracée sur le terrein.

Les différentes manières de faire usage de la planchette, suivant la nature des terreins, étant liées à l'art d'en exprimer les formes, on trouvera tout ce qu'on a cru devoir réunir à cet égard au *mot* FIGURÉ.

De l'usage de la Boussole.

Définitions. La boussole dont on se sert pour lever le détail d'une carte, est une petite boîte quarrée (*fig.* 131), au milieu de laquelle est une aiguille aimantée, longue à-peu-près de quatre pouces, tournant sur un pivot dans un cercle de métal, divisé en trois cens soixante degrés. Le diamètre 360, 180 de ce cercle, est parallèle à deux des côtés de la boîte, & l'un de ces côtés soutient une visière à bascule, qui se meut dans un plan parallèle à ce côté, & par conséquent parallèle aussi au diamètre 360, 180; cet instrument est mobile sur un genou adapté à un pié à trois branches.

On joint ordinairement à la boussole une chaîne & des piquets. Les différentes méthodes d'employer la boussole répondent à celles que nous avons exposées pour la planchette, & nous allons l'appliquer à résoudre les mêmes problêmes.

Première Méthode. Lever le plan du polygone *A B C D E F* (*fig.* 132), dont tous les points sont accessibles, en se servant de la boussole.

Solution. On place la boussole au point *A*, horizontalement; & la faisant tourner jusqu'à ce que l'œil rencontre le point *B*, au moyen de la visière, on examine le nombre de degrés qu'il y a depuis la droite du rayon visuel *A B*, jusqu'à la gauche de l'aiguille aimantée, ou, ce qui est le même; entre 360, ou plutôt 0; & la division qu'indique la pointe boréale de l'aiguille, en suivant l'ordre naturel des numéros. On tire alors une ligne droite *a b* (*fig.* 133) sur un papier quelconque, pour représenter l'alignement *AB*; &, du point *a*, on élève une petite droite à la gauche de *ab*, à l'extrémité de laquelle on écrit le nombre de degrés que l'on a trouvés. Cette opération faite, on se porte en *B*, en faisant mesurer *AB* avec la chaîne, & après avoir écrit, sur son figuré, le long de *ab* le nombre de toises que l'on a trouvé, on s'établit de nouveau en *B*. On vise de cette seconde station sur *B C*; & examinant le nombre de degrés auquel répond la pointe du nord de l'aiguille, on tire par le point *b* une petite droite à l'extrémité de laquelle on marque le nombre de degrés observés. On fait mesurer *BC*; & ayant écrit sur *bc* le nombre de toises du terrein, on fait une nouvelle station en *C*, pour viser sur *C D*. L'observation du point *C* étant faite, figurée & écrite sur le papier, on se porte de suite avec la chaîne en *D*, en *E* & en *F*; on y fait les mêmes observations, & l'on a enfin de quoi construire une figure semblable à celle du terrein *A B C D E F*.

Construction. Pour représenter la direction de l'aiguille aimantée, on trace au crayon (*fig.* 134), sur le papier où l'on veut construire le polygone *a b c d e f*, des droites parallèles entre elles, & rapprochées le plus que l'on peut, sans causer de confusion. Alors, sur l'une *ns* de ces parallèles, prenant un point *a*, pour représenter le point *A* du terrein, on fait convenir le centre d'un rapporteur entier de corne avec ce point *a*; & le rayon qui répond au nombre de degrés observé au point *A*, avec *ns* du côté de *n*; & marquant sur le papier le point du rapporteur où se trouve 360, ou plutôt 0; par ce nouveau point & le point *a*, on tire *a b*, à qui l'on donne autant de parties de l'échelle que *AB* contient de toises sur le terrein. *a b* étant déterminé par son extrémité *b*, on mène une petite parallèle à la direction de l'aiguille; & plaçant le centre du rapporteur au point *b*, de manière que le rayon, qui indique le nombre de degrés observé à la seconde station, convienne avec la parallèle, toujours du côté du nord, on marque le point 0 du rapporteur sur le papier, & du point *b*; par ce nouveau point, tirant l'indéfinie *b c*, on porte sur elle, en parties de l'échelle, autant de toises que *B C* en contient. Par le point *c*, on tire une nouvelle parallèle, &, par le secours du rapporteur & des observations écrites sur le figuré, on détermine *cd*, & on le fait de la longueur mesurée de *CD*. Continuant de la même manière, on détermine *d e*, *e f*, *f a*, & l'on a un polygone *abcdef*, semblable à celui *A B C D E F* du terrein.

Démonstration. Toutes les directions de l'aiguille aimantée étant censées parallèles, comme nous l'avons observé, en parlant de la planchette orientée, les droites *A B*, *ab*; *B C*, *b c*, *C D*, *c d*, &c. qui font, par construction, des angles égaux avec les directions de l'aiguille, forment aussi des

angles égaux dans leurs polygones; & comme ces droites sont proportionnelles par la même construction, il s'ensuit que les deux figures *ABCDEF*, *abcdef*, sont semblables.

Remarques. 1. On juge que l'on a bien opéré, si, en construisant la figure, le dernier rayon *fa* passe par le premier point de station *a*, & si ce dernier rayon contient autant de parties de l'échelle que son correspondant en contient sur le terrein.

2. Quand on lève un terrein où il y a beaucoup de détail à exprimer, ou que de chaque station on observe plusieurs rayons, la multiplicité des petites droites & des numéros placés à leur extrémité pouvant nuire à la clarté du figuré ou de l'opération, il seroit aisé de numéroter sur le papier toutes ses stations, & de rapporter sur un registre toutes les observations relatives à chaque numéro, ainsi que le nombre de toises parcourues pour aller de l'une à l'autre.

3. On peut se dispenser de faire des stations à tous les points; car au lieu d'examiner au point *B* le nombre de degrés qu'il y a entre la direction *BC* & la gauche de l'aiguille aimantée, que l'on aille tout de suite en *C*, & que l'on fasse une observation sur *CB*, marquée sur le papier, ou écrite sur un registre; il est évident que *BC* faisant avec la méridienne magnétique de *B* & celle de *C* des angles internes supplémens l'un de l'autre, le nombre de degrés que l'on trouve au point *C* est éloigné de celui qu'on auroit trouvé au point *B* de 180°, & que par conséquent ces deux nombres sont placés dans la boussole & dans le rapporteur à l'extrémité du même diamètre. Ainsi, lorsque, dans la construction, on veut se servir au point *b*, pour placer *bc* de l'observation faite en *C*, il faut prendre le numéro diamétralement opposé à celui que l'on a trouvé en *C*, & opérer comme si l'observation eût été faite en *B*. Cette méthode diminue presque de moitié le nombre des stations.

Seconde Méthode. On propose de lever le plan de la figure *ABCDEF* (*fig.* 132), dont tous les points sont accessibles, en ne mesurant qu'une base *DE*.

Solution. La base *DE* étant mesurée, soit placée la boussole au point *E*, on visera sur le point *D* & ensuite sur le point *F*, & l'on examinera les nombres de degrés auxquels répond, pour *ED* & *EF*, le nord de l'aiguille aimantée. Ces deux nombres étant marqués sur le papier où l'on figure, ou enrégistrés ailleurs, ainsi que la longueur de la base *ED*, on se portera en *F*, &, visant successivement sur les points *D* & *A*, on écrira les nombres de degrés correspondans aux rayons *FD* *FA*. On observera de même aux points *A*, *B*, *C* les degrés compris entre les rayons *AD*, *AB*, *BD*, *BC*, *CD*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée; & ces opérations faites, on sera en état de construire une figure semblable à celle du terrein.

Construction. Le point *e* étant pris à fantaisie sur le papier (*figure* 134), où l'on a tracé des parallèles, on placera *de* relativement à l'angle que doit faire cette droite avec une parallèle passant par *e*, d'après le nombre de degrés observés en *E*, & l'on donnera à *de* autant de toises de l'échelle que *DE* en contient de réelles sur le terrein.

On placera de même *ef*, relativement à la parallèle qui passe par *e*; & pour déterminer la longueur de *ef*, après avoir mené une parallèle par le point *d*, on tirera, par ce même point, la droite *df*, au moyen du numéro diamétralement opposé, sur le rapporteur, à celui que l'on a observé pour *ED* au point *F*, de manière qu'elle fasse, avec la parallèle de *d*, le supplément de l'angle qu'elle auroit fait avec la parallèle de *f*, si *f* eût été connu, & qu'elle coupe *fe* en un point *f*.

Par ce point *f*, on tirera *fa* indéfiniment d'après le nombre de degrés observé pour *FA*, & l'on coupera cette droite au point *a*, par le rayon *ad*, mené du point *d*, au moyen d'une parallèle passant par ce point, & du numéro diamétralement opposé à celui que l'on a marqué pour *AD* au point *A*. Du point *a*, on tirera *ab*, que l'on coupera en *b* par le rayon *bd*, toujours d'après les mêmes principes; & tirant de même *bc*, & le coupant en *C* par le rayon *dc*, la figure *abcdef* sera semblable au polygone *ABCDEF* du terrein.

Démonstration. Tous les triangles *fde*, *fda*, &c. sont semblables, par construction, aux triangles *FDE*, *FDA*, &c. puisqu'on a fait tous les angles des premiers égaux aux angles des seconds, au moyen des parallèles à la direction de l'aiguille; donc tous ces triangles ont leurs côtés homologues proportionnels, & par conséquent les deux figures sont semblables.

Remarque. On ne s'est servi que du point *D* pour couper les rayons *fe*, *fa*, &c. afin que le détail des opérations fût plus simple; mais, dans la pratique, on ne se contente pas d'un seul rayon pour les sections. On auroit visé du point *A* sur les points *D* & *E*, &c. afin que, dans la construction, on eût pu vérifier la section de deux rayons par un troisième, & constater ainsi l'exactitude de sa position.

Troisième Méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEFG* (*fig.* 135), en supposant qu'il n'y ait que la base *AE* d'accessible.

Solution. Soit placée la boussole au point *A*, on visera successivement sur les points *E*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & l'on marquera sur son figuré les nombres de degrés compris entre ces différens rayons & la gauche du nord de l'aiguille. On se portera ensuite au point *E*, en faisant mesurer la base *AE*, & la longueur de cette base étant écrite sur le papier, on s'établira au point *E*, pour viser sur les points *A*, *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, & prendre les nombres de degrés qui se trouvent

entre ces rayons visuels & la gauche du nord de l'aiguille. Ces opérations faites, on construira la figure semblable *a b c d e f g* de la manière suivante.

Construction. Sur le papier (*fig.* 136), divisé par des parallèles, on tirera *a e*, de manière qu'elle fasse, avec ces parallèles, l'angle que *A E* fait sur le terrein avec la direction de l'aiguille, & l'on donnera à *a e* autant de toises de l'échelle que *A E* en contient de réelles sur le terrein. Cette opération faite, par le point *a*, on tirera les droites indéfinies *ab*, *ac*, *ad*, *ag*, *af*, qui fassent, avec les parallèles, les angles que les rayons correspondans font avec l'aiguille; & par le point *e*, on tirera les droites *eb*, *ec*, *ed*, *eg*, *ef*, faisant aussi, avec les parallèles, les angles qu'indique l'observation du point *E*. Les points *b*, *c*, *d*, *g*, *f*, où ces droites se couperont, détermineront, avec les points *a* & *e* de la base, une figure *a b c d e f g* semblable à celle *A B C D E F G* du terrein.

Démonstration. Les triangles qui ont *b*, *c*, *d*, *g*, *f* pour sommets, & *a e* pour base, sont semblables, par construction, aux triangles du terrein qui ont *B*, *C*, *D*, *G*, *F* pour sommets, & *AE* pour base; donc les points correspondans sont semblablement placés de part & d'autre, & par conséquent les deux figures *ABCDEFG*, *abcdefg* sont semblables.

Quatrième Méthode. Les objets *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* (*fig.* 132) étant déjà déterminés sur le papier, & la direction de l'aiguille aimantée relativement à ces points étant donnée, déterminer tel point qu'on voudra, au milieu de ces premiers, d'après une station faite à ce point, en supposant qu'on puisse appercevoir au moins deux des objets déterminés.

Solution. Soit le point *H* que l'on veuille déterminer au moyen de la boussole; après s'être établi à l'ordinaire, on visera sur les points *A*, *B*, *C*, que l'on peut appercevoir; & ayant marqué les nombres de degrés compris entre les rayons *HA*, *HB*, *HC*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée, on sera en état de placer le point *H* sur le papier.

Construction. La figure *a b c d e f* (*fig.* 132) étant semblable à celle du terrein, & la direction de l'aiguille étant donnée aux points *a*, *b*, *c*; de ces mêmes points, on tirera des droites indéfinies *ah*, *bh*, *ch*, qui fassent, avec les parallèles qui passent par ces points, les supplémens des angles que les rayons correspondans faisoient au point *H* avec la direction de l'aiguille, en se servant pour cela des numéros diamétralement opposés à ceux que l'on a observés; & ces trois droites, qui doivent se couper au même point, si l'opération est bien faite, détermineront, au moyen de cette intersection, le point *h*, qui sera le point demandé.

Démonstration. Les deux points *H* & *h* sont les sommets de triangles semblables, qui ont pour bases correspondantes des côtés homologues des deux figures; donc ces deux points sont semblablement placés de part & d'autre.

Remarque. Au moyen de ces quatre méthodes, on voit que l'on est en état de lever avec la boussole, comme avec la planchette, tous les détails d'un terrein; soit que l'on opère dans la plaine, soit qu'on opère dans les montagnes, toutes les fois que rien ne s'oppose à l'usage de l'aiguille aimantée.

Comparaison de la boussole & de la planchette. La facilité avec laquelle on vérifie, presqu'à chaque station, les opérations de la planchette lui donne, quant à la justesse, un avantage réel sur la boussole; elle n'en a pas moins quant à la promptitude de la marche & à l'exactitude des figures, lorsqu'il s'agit de détailler minutieusement un pays.

Il est aisé de concevoir qu'en dessinant le terrein sur le terrein même, entre des points placés géométriquement, on l'exprime avec bien plus de vérité & de justesse que lorsqu'on le rapporte à la maison, d'après des figures toujours tâtonnés, toujours inexacts, & qui s'altèrent encore, en les ramenant à des positions géométriques. La boussole oblige de faire en deux fois ce que l'on fait en une seule avec la planchette; elle est toujours incertaine dans sa marche, & il n'y a que l'emploi de la quatrième méthode, où l'on a déjà des points déterminés, qui l'empêche d'aller d'erreur en erreur, parce que chaque opération y est indépendante de celles qui suivent ou qui précèdent. Le vent, le fer & d'autres causes qui existent souvent, sans pouvoir être assignées, dérangent la direction de l'aiguille, & font prendre des angles dont on ne peut appercevoir le défaut que lorsqu'on fait usage de ses opérations.

La planchette orientée au moyen du déclinatoire est bien sujette aux mêmes dérangemens; mais l'on s'en apperçoit en opérant, & l'on y remédie au moyen des différentes pratiques que nous avons données pour suppléer l'aiguille aimantée.

Il ne suit pas de-là qu'il faille abandonner l'usage de la boussole. Si l'exactitude de la planchette est plus avantageuse à l'ouvrage, elle l'est beaucoup moins à celui qui y travaille. La nécessité de figurer sans cesse à vue, en levant à la boussole, accoutume l'œil à juger les distances, à prendre l'ouverture des angles, & à renfermer des espaces sans instrument. On se rend compte chaque jour de ses erreurs, en construisant d'après les vrais angles & les vraies distances, & l'on parvient à rectifier sa marche, jusqu'à l'exactitude la plus approchée.

Il n'est pas toujours besoin d'un travail minutieusement détaillé; on peut même figurer de grands espaces à vue, & les assujettir à un canevas donné, au moyen de très-peu de stations faites à la boussole. Celui qui lève ainsi, a l'avantage de

pouvoir être à cheval, & de réunir par conséquent tout ce qui concourt à donner de la rapidité à l'ouvrage. C'est sur-tout lorsqu'il est question de cartes destinées à éclairer les opérations des armées, qu'il est essentiel de préférer les moyens qui tendent le plus à procurer la facilité de se passer tout-à-fait d'instrumens.

Plus la planchette met de justesse dans sa marche, moins elle laisse à faire à celui qui s'en sert; il n'acquiert que l'art de la manier avec habileté, & de lui donner toute la vitesse dont elle est susceptible.

Nous conclurons de cette comparaison, que la différence des vues & des circonstances peut faire choisir l'un de ces instrumens préférablement à l'autre; mais que d'instrument à instrument, la planchette l'emporte de beaucoup sur la boussole.

Du calcul d'une suite de triangles pour la construction d'un canevas de carte.

Définitions & Remarques. On se sert d'un graphomètre pour mesurer l'ouverture des angles que forment les rayons visuels tirés d'un point où l'on est sur tous les objets qui sont aux environs.

Un graphomètre est un demi-cercle de cuivre, divisé en 180 degrés, sous-divisés eux-mêmes en leurs parties. Il a deux diamètres, l'un fixe, l'autre mobile, qui servent à prendre l'ouverture des angles. Ces deux diamètres sont les lignes de foi de deux alidades à pinulles ou à lunettes (*Voyez* DEMI-CERCLE, GRAPHOMÈTRE). Le graphomètre se meut sur un genou soutenu par un pied à trois branches, ou à une seule, & on le dispose toujours horizontalement pour les opérations dont nous avons à parler.

On vérifie la justesse d'un graphomètre, 1.° quant à la position des alidades, en dirigeant la mobile sur le même point que la fixe, pour voir si elle marque 0, & par conséquent si ces deux alidades conviennent parfaitement; 2.° quant à l'exactitude des divisions, en prenant l'ouverture de tous les angles formés autour d'un point, dans un plan horizontal, & en examinant si leur somme est égale à 360 degrés.

Il faut avoir soin de répéter la vérification des deux alidades, à chaque opération que l'on fait; & lorsqu'étant dirigées sur le même objet, elles forment entre elles un petit angle, on a soin d'en prendre note, en désignant s'il est intérieur ou extérieur. Cet angle s'appelle *angle du parallélisme.*

Il y a des graphomètres où l'on peut rectifier l'erreur du parallélisme, au moyen d'une vis de rappel. Cette facilité dispense de faire mention de l'angle des deux alidades dans le regiftre des observations.

Les meilleurs graphomètres sont ceux qui ont le plus grand rayon, parce que les sous-divisions y sont plus distinctes, & que, permettant d'estimer encore à l'œil les parties de leurs intervalles, elles donnent le moyen de mesurer les ouvertures des angles avec la plus grande exactitude.

Nous supposerons, dans la résolution du problème suivant, que l'on peut toujours se placer au centre des positions où l'on observe, & nous ferons voir ensuite comment on peut réduire au centre d'un lieu quelconque, les angles qui ont été observés à sa circonférence.

Problème. Déterminer, au moyen du calcul, les distances des objets les plus apparens d'un pays, tels que les clochers, les tours, les châteaux, les moulins à vent, *&c.*

Solution. Soient *I, K, L, D, E, F, G, H, O*, &c. (*fig.* 137) les points dont on veut former une chaîne de triangles pour en calculer les côtés; on choisira, dans la campagne, la portion de plaine la plus unie & la mieux disposée pour appercevoir les objets d'alentour. Alors, faisant planter une suite de jalons bien alignés sur la plus grande longueur *AB*, on mesurera cette base avec la chaîne portée bien horizontalement, & l'on répétera, au moins une fois, cette opération, pour en mieux assurer l'exactitude. Nous supposerons, dans les calculs ci-après, que cette base est de 2600 toises.

La base étant mesurée, à l'une de ses extrémités *A*, on établira son graphomètre, de manière que le centre réponde au point *A*, & que le diamètre fixe convienne parfaitement avec *AB*; on dirigera alors successivement l'alidade mobile sur les objets *E, F, G*, & l'on écrira les ouvertures des angles que font ces trois rayons avec *AB*, dans l'ordre suivant, sur un regiftre.

Parallélisme.	OBSERVATION AU POINT *A*,			
0.	Entre *B*,			
	Et *E*	20°.	20'.	0".
	Et *F*	51.	24.	30.
	Et *G*	127.	0.	0.

Ces angles étant inscrits sur le regiftre, on placera le diamètre fixe sur *AG*; & dirigeant l'alidade

mobile sur le point *H*, on écrira à la suite des premiers angles, l'ouverture de l'angle compris entre *G* & *H*, de cette manière.

Parallélisme.	Entre G			
o.	Et *H*.	98°.	54'.	0".

Cet angle étant observé, comme l'objet que l'on peut encore appercevoir, s'éloigne beaucoup de l'alignement *A G*, on changera de nouveau la position de l'alidade fixe que l'on mettra sur *A H*, & l'on continuera d'écrire sur le registre, à mesure que l'on opérera.

Parallélisme.	Entre H			
o.	Et *O*.	41°.	54'.	45".
	Et *N*.	75.	42.	15.
	Et *M*.	92.	28.	7.
	Et *C*.	106.	53.	30.
	Et *L*.	108.	11.	0.
	Et *B*.	134.	6.	0.
	Somme des plus grands angles formés sur les trois alignemens fixés, ou tour de l'horizon	360.	0.	0.

Tous les points que l'on peut appercevoir du point *A* étant observés, on fera la somme des plus grands angles formés sur les trois alignemens fixes que l'on a pris en faisant le tour de l'horizon, ou autrement, sur les trois premiers pointés, & l'on verra s'ils valent ensemble 360 degrés, & si par conséquent les trois positions de l'instrument ont été justes.

Cette vérification faite, on se portera au point *B*. On placera alors le centre du graphomètre sur ce point, & l'alidade fixe étant sur *B A*, on dirigera l'alidade mobile sur les points *H*, *O*, *N*, *C*, *M*, *L*. Ensuite, sur les points *D* & *E*, l'alidade fixe étant sur *B L*; & enfin, sur les points *F*, *G*, *A*, l'alidade fixe étant sur *B E*, ce qui s'écrira ainsi successivement, en prenant chaque ouverture d'angle.

Parallélisme.	OBSERVATION AU POINT *B*.			
30.° extérieur.	Entre A			
	Et *H*.	15°.	30'.	0".
	Et *O*.	29.	56.	15.
	Et *N*.	36.	20.	0.
	Et *C*.	42.	30.	30.
	Et *M*.	65.	12.	54.
	Et *L*.	114.	29.	45.
	Entre L			
Id.	Et *D*.	60.	26.	0.
	Et *E*.	130.	48.	15.
	Entre E			
Id.	Et *F*.	82.	6.	
	Et *G*.	99.	4.	
	Et *A*.	114.	40.	30.
	Somme des plus grands angles formés sur les alignemens fixes	359.	58.	30.
	Parallélisme additif		1.	30.
	Tour de l'horizon	360.		

Les

Les obſervations faites aux extrêmités de la baſe *AB* étant terminées & enrégiſtrées, on ſe portera dans tous les points principaux *L*, *M*, *C*, *N*, *G*, *E*, &c., ſur leſquels on a tiré des rayons, & on y fera de même qu'aux points *A* & *B*, des obſervations ſur les objets environnans, que l'on enrégiſtrera avec le plus grand ordre, & ainſi de ſuite, en parcourant toute l'étendue de terrein que doit embraſſer la carte.

Le but de toutes ces opérations eſt d'avoir toujours trois angles obſervés pour le calcul de chaque triangle, ou au moins trois rayons ſur les objets où l'on ne peut ſe placer pour obſerver. Cette ſuite de ſtations met à même de réſoudre le problême propoſé de la manière ſuivante.

On fait d'abord un croquis de l'ordre dans lequel ſont placés les points du canevas demandé, & enſuite on ſe ſert du rapporteur & de ſon livre d'enrégiſtrement pour le rectifier, & préparer ainſi les moyens de calculer la chaîne des triangles. Pour cet effet, on tire, ſur le papier, une droite *AB* (*fig.* 138), contenant autant de parties d'une petite échelle, que la baſe *AB* contient de toiſes ſur le terrein; & choiſiſſant le point *C* pour ſommet du premier triangle, on fait aux extrêmités de *AB* les angles *CAB* & *CBA*, tels qu'on les déduit de ſon regiſtre : c'eſt-à-dire, que, pour avoir l'angle *ABC*, on ajoute au nombre de degrés qu'il contient, 30 ſec. pour l'angle extérieur du paralléliſme; car cet angle eſt additif ou ſouſtractif, ſuivant qu'il eſt extérieur ou intérieur. Tirant alors *CA* & *CB* pour avoir le triangle *ABC*, on écrit ſur la baſe *AB* le nombre de toiſes qu'elle contient.

Les deux côtés *AC* & *CB* du triangle *ACB* étant conſidérés comme baſes de nouveaux triangles *ANC*, *CMB*, on cherche dans ſon regiſtre le nombre de degrés des angles *NAC*, *NCA*, pour avoir le triangle *ANC*, & celui des degrés des angles *MCB*, *MBC*, pour avoir le triangle *CMB*, &c.

A meſure que l'on conſtruit ces triangles ſur le papier, on a ſoin d'écrire les noms des objets qui les forment, dans la première colonne de la table qui ſuit, les uns ſous les autres, en plaçant à côté de chacun d'eux la valeur de l'angle que l'on y a obſervé.

En formant ainſi tout ſon canevas de triangle en triangle, & en plaçant leurs angles dans l'ordre que nous venons d'indiquer, on a un tableau où l'on voit, à partir du premier triangle, tout ce qui eſt donné pour la réſolution de chacun d'eux. On fait, ſur ce même tableau, les opérations néceſſaires pour conclure la valeur de leurs côtés; & à meſure qu'on les calcule, on écrit les nombres de toiſes que contiennent ces côtés, à la ſuite du calcul. Cette table une fois dreſſée, on voit évidemment que l'on a de quoi établir, ſur telle échelle que l'on voudra, le fond de carte que l'on a propoſé de former.

PREMIER MODÈLE
DE TABLE
Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.
			Log. base *A B*................3.4149733	*A B* 2600.
A..	27°. 12'. 30".		— log. sin. *C*..................9.9722215	
B..	42. 31. 0.		+ log. sin. *A*..................9.6601321	
C..	110. 16. 30.		— differ. de log. *A B* à log. sin. *C*..6.5572482	
	180.		+ log. sin. *B*..................9.8298212	
			Log. *B C*......................3.1028839	*B C* 1267. 3
			Log. *A C*......................3.2725730	*A C* 1873. 1
			Log. *A C*......................3.2725730	*A C* 1873. 1
A..	31. 11. 15		— log. sin. *N*..................9.9992713	
C..	55. 4. 0.		+ log. sin. *A*..................9.7141959	
N..	93. 44. 45.		— differ. de log. *A C* à log. sin. *N*..6.7264983	
	180.		+ log. sin. *C*..................9.9137179	
			Log. *C N*......................2.9876976	*C N* 972.
			Log. *A N*......................3.1872196	*A N* 1530. 9
			Log. *C N*......................2.9876976	*C N* 972.
C..	74. 56. 0.		— log. sin. *M*..................9.9360621	
N..	45. 24. 0.		+ log. sin. *C*..................9.9848081	
M..	59. 40. 0.		— differ. de log. *C N* à log. sin. *M*.6.9483645	
	180.		+ log. sin. *N*..................9.8524959	
			Log. *N M*......................3.0364436	*N M* 1087. 5
			Log. *C M*......................2.9041314	*C M* 801. 9
			Log. *B C*......................3.1028839	*B C* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		— log. sin. *M*..................9.7852024	
C..	119. 43. 30.		+ log. sin. *B*..................9.5864512	
M..	37. 34. 36.		— differ. de log. *B C* à log. sin. *M*..6.6823185	
			+ log. sin. *C*..................9.9387274	
			Log. *C M*......................2.9041327	*C M* 801. 9
			Log. *B M*......................3.2564089	*B M* 1804. 7

Explication de cette table. Les trois angles du triangle *ABC* étant connus ainsi que la base *A B*, on a (*V.* TRIGONOMÉTRIE) $BC = \frac{AB \times \text{sin. } A}{\text{sin. } C}$ & $AC = \frac{AB \times \text{sin. } B}{\text{sin. } C}$, ou bien, en se servant des logarithmes, on a log. $BC =$ log. $AB -$ log. sin. $C +$ log. sin. A, & log. $AC =$ log. $AB -$ log. sin. $C +$ log. sin. B.

En conséquence des opérations nécessaires pour résoudre le triangle *A B C*, on a écrit, dans la première colonne, les noms des trois objets qui servent à le former; dans la seconde, on a placé la valeur des angles qui répondent à chacun de ces objets; dans la troisième, après avoir mis le log. de sin. *C*, avec le signe —, sous le log. de *A B*, on a placé leur différence entre le log. sin. *A* & le log. sin. *B*; & ayant soustrait successivement cette différence du log. sin. *A* & du log. sin. *B*, on a écrit les deux résidus ou log. *B C*, & log. *A C*, l'un sous l'autre, toujours dans la même colonne. Enfin, dans la quatrième, se trouvent les trois côtés en toises *A B*, *B C*, *A C*, dont les deux derniers étoient à résoudre, & qui répondent à log. *A B*, log. *B C* & log. *A C*.

L'ordre des calculs à faire pour la résolution

du triangle *ACN*, étant ſemblable à celui que l'on a ſuivi pour *ABC*, la table contient, comme pour celui-ci, les noms des trois objets *A*, *C*, *N*, les angles qui y répondent, les opérations indiquées pour avoir log. *CN* & log. *AN*, & les trois côtés *AC*, *CN*, *AN*.

Il en eſt de même pour les triangles *CNM* & *BCM*, & par conſéquent pour tous les autres qui formeroient le canevas de carte propoſé, & qui ſeroient inſcrits dans la table.

Quelque ſimple que ſoit la table dont nous venons de donner le modèle, la ſuivante le paroîtra encore davantage, puiſqu'au lieu de trois ſouſtractions à faire pour chaque triangle, elle n'exige que trois additions.

SECOND MODÈLE
DE TABLE
Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toiſes.
			Log. *AB*......................3.4149733	*AB* 2600.
A..	27° 12′ 30″.		Compl. arith. du log. ſin. *C*..........277785	
B..	42. 31. 0.		Log. ſin. *A*....................9.6601321	
C..	110. 16. 30.		Somme {log. *AB*............. / compl. arith. du log. ſin. *C*} 3.4427518	
	180		Log. ſin. *B*....................9.8298212	
			Log. *BC*......................3.1028839	*BC* 1267. 3
			Log. *AC*......................3.2725730	*AC* 1873. 1
			Log. *AC*......................3.2725730	*AC* 1873. 1
A..	31. 11. 15.		Compl. arith. log. ſin. *N*.............9287	
C..	55. 4. 0.		Log. ſin. *A*....................9.7141959	
N..	93. 44. 45.		Somme {log. *AC*............. / compl. arith. log. ſin. *N*.} 3.2735017	
	180		Log. ſin. *C*....................9.9137179	
			Log. *CN*......................2.9876976	*CN* 972.
			Log. *AN*......................3.1872196	*AN* 1538. 9
			Log. *CN*......................2.9876976	*CN* 972.
C..	74. 56. 0.		Compl. arith. du log. ſin. *M*.......639379	
N..	45. 24. 0.		Log. ſin. *C*....................9.9848081	
M..	59. 40. 0.		Somme {log. *CN*............. / compl. arith. log. ſin. *M*.} 3.0516355	
	180		Log. ſin. *N*....................9.8524959	
			Log. *NM*......................3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *CM*......................2.9041314	*CM* 801. 9
			Log. *BC*......................3.1028839	*BC* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		Compl. arith. log. ſin. *M*..........2147976	
C..	119. 43. 30.		Log. ſin. *B*....................9.5864512	
M..	37. 34. 36.		Log. ſin. *C*....................9.9387274	
	180			
			Log. *CM*......................2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *BM*......................3.2564089	*BM* 1804. 7

Explication de cette table. Soit nommée complément arithmétique du logarithme d'un finus, la différence de ce logarithme au logarithme du finus total; c'eſt-à-dire, foit établie cette égalité: complément arithmétique du log. du finus donné = 10.0000000 — log. de ce finus. Il fuit de-là que, fi, dans le calcul du triangle *CAB*, au lieu de — log. fin. *C*, on prend le complément arithmétique de log. fin. *C* pour l'ajouter à log. *AB*, la fomme qui en réfulte eſt plus grande de 10,0000000 que (log. *AB* — log. fin. *C*); que par conféquent l'addition fucceffive de cette fomme avec log. fin. *A* & log. fin. *B*, donne deux nombres plus grands de 10.0000000, que log. *BC* & log. *AC* trouvés dans la première table, & qu'enfin ces deux nombres deviennent égaux aux deux logarithmes, fi l'on retranche l'unité qui eſt à la gauche de leur caractériſtique, puifqu'en fupprimant cette unité, on retranche de chacun d'eux le log. 10.0000000.

En conféquence, dans cette feconde table, on a fubſtitué le complément arithmétique de log. fin. *C* à — log. fin. *C*; & l'ayant ajouté à log. *AB*, on a placé leur fomme entre log. fin. *A* & log. fin. *B*, on a ajouté enfuite fucceffivement cette fomme aux deux logarithmes; & n'écrivant point l'unité à gauche des deux réfultats, on a les log. de *BC* & *AC*, que l'on a écrit l'un fous l'autre.

On a fuivi la même marche pour tous les autres triangles, & l'on voit que le calcul de chacun d'eux, quand on connoît trois angles & un côté, fe réduit à trois additions. On peut même fe difpenfer d'écrire la fomme du logarithme de la bafe & du complément arithmétique du log. fin. de l'angle oppofé, entre les log. des deux autres angles, comme dans la cafe du triangle *BCM*, où l'on a fait l'addition des trois quantités log. *BC*, complément arith. log. fin. *M* & log. fin. *B* pour avoir log. *CM*; & l'addition des trois quantités log. *BC*, complément arith. log. fin. *M*, & log. fin. *C* pour avoir log. *BM*, en retranchant toujours l'unité à la gauche des fommes réfultantes.

Lorfque l'on a des tables de finus qui contiennent les logarithmes des fécantes, au lieu de retrancher le logarithme d'un finus du logarithme du rayon pour avoir le complément arithmétique du logarithme de ce finus, on prend le logarithme de la cofécante qui y répond, en retranchant une unité à la gauche de fa caractériſtique; car (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) cofec. $= \frac{RR}{\text{fin.}}$; par conféquent log. cofec. = 2 log. *R* - log. fin.; donc log. cofec. - 10.0000000 = 10.0000000 - log. fin. = complément arith. log. fin.

Remarques. L'ordre dans lequel font écrits les trois objets qui forment un triangle, eſt toujours le même dans les tables: les deux premiers repréfentent les extrémités du côté connu, & le troifieme, l'objet oppofé à cette bafe. Cet arrangement conſtant défigne tout de fuite le côté connu dans un triangle, & les deux côtés que l'on fe propofe d'y connoître.

En confidérant le canevas des triangles fur la figure 138, on voit qu'après avoir calculé le triangle *ABC*, on pourroit fe fervir indifféremment du côté *AC* ou du côté *CB*, pour parvenir à calculer tous les autres triangles, & que par conféquent ces deux côtés pourroient être les racines de deux différentes tables des mêmes triangles, qui prouveroient réciproquement leur exactitude par des produits identiques. Dans la pratique ordinaire, après avoir calculé tous les triangles qui font du côté de *AC*, on revient du côté de *BC* pour calculer les triangles qui l'avoifinent, & enfuite à la bafe *AB* pour la réfolution de ceux qui font le plus à fa portée. En employant fucceffivement ces premiers côtés, on évite de multiplier les petites erreurs qui réfultent néceffairement d'une fuite de calculs tous dérivant d'une même bafe. Quant à la vérification de la longueur des côtés de chacun des triangles où l'on connoît trois angles obfervés & un côté, on fe fert des opérations que l'on eſt obligé de faire pour trouver la diſtance de l'objet oppofé au côté connu, à une méridienne & à fa perpendiculaire, ainfi que nous l'expliquerons ci-après.

Lorfque le pays, où l'on opère, eſt découvert, & que l'on fe propofe d'en parcourir une grande étendue, il eſt avantageux de commencer fes ſtations par les trois ou quatre objets les plus diſtingués & les plus éloignés que l'on apperçoive l'un de l'autre, & que l'on puiffe lier à la bafe mefurée. Cette précaution fert à prendre une connoiffance générale du terrein & des différens objets que l'on a à parcourir, & elle abrège les tâtonnemens que l'on éprouve pour reconnoître d'un endroit les points que l'on a déjà obfervés d'un autre. De plus, les côtés des grands triangles, que l'on forme au moyen de ces ſtations éloignées, peuvent fe calculer, & fournir les moyens de vérifier les calculs faits pour la réfolution des triangles intermédiaires. Il feroit à defirer que l'on pût renfermer tout un pays dans un feul triangle, & que fes trois côtés ferviffent de premières bafes aux fuites des triangles qui doivent fonder le canevas des pofitions.

On ne fe borne pas toujours à faire mefurer une feule bafe; fi l'enchaînement des triangles eſt confidérable, on appuie fon travail fur une feconde, & en comparant les réfultats qu'elle donne avec ceux de la première, on affure fa marche autant qu'il eſt poffible.

En déterminant les trois angles d'un triangle, d'après fon regiſtre d'obfervation, fur la table du canevas, il peut arriver que leur fomme foit un peu plus grande ou plus petite que 180°, à caufe de la difficulté d'eſtimer avec une juſteffe parfaite ce que l'ouverture d'un angle peut avoir au-delà d'une des divifions de l'inſtrument, lorfque l'alidade

mobile ne tombe pas exactement sur cette division. Alors on partage cette petite différence en trois parties proportionnelles aux trois angles pour les ajouter à chacun d'eux, ou les en retrancher, suivant que la différence est en plus ou en moins. La petite colonne où l'on inscrit ces corrections à faire, doit être dans les tables immédiatement à la droite de celle où l'on trouve les valeurs observées des angles.

Des objets de détail qui n'entrent pas dans la chaîne des grands triangles. Outre les objets principaux qui composent la grande chaîne d'un canevas, il se trouve une infinité d'objets intermédiaires que l'on est bien aise de déterminer, & sur lesquels on a fait des observations, telles que des chapelles, des maisons distinguées des hameaux, des arbres remarquables & des jalons que l'on a placés pour faciliter la levée topographique du pays. On construit en conséquence une table à part, pour y faire entrer tous les triangles qui forment ces objets avec les bases déjà calculées des grands triangles; & cette nouvelle table, ordonnée d'après les mêmes principes que la première, complete avec celle-ci tout ce que l'on peut desirer de plus étendu pour le canevas d'une carte.

Il arrive quelquefois, sur-tout pour les objets de détail, que l'on ne peut pas avoir trois angles observés dans un triangle. On se contente, en ce cas, des deux que l'on a aux extrémités de sa base; on retranche leur somme de 180°, pour avoir le troisième angle, & l'on calcule la position de son sommet, comme à l'ordinaire, en ayant toujours soin de rapporter ce sommet à une seconde base, afin de vérifier, par un nouveau calcul, la justesse du premier.

De la réduction des angles au centre d'un lieu d'observation.

Nous avons supposé, dans le calcul d'une chaîne de triangles, que les observations des angles avoient toujours été faites au centre même des objets qui formoient le fond d'une carte. Cela n'est possible cependant que lorsqu'on se sert des signaux placés sur les hauteurs, pour points fondamentaux de son travail. Lorsqu'il faut opérer dans les clochers, tours & moulins, *&c.* il arrive souvent que l'on ne peut s'établir qu'à leur circonférence, & que l'on ne prend pas par conséquent avec exactitude les mêmes ouvertures d'angles que l'on auroit eues, en se plaçant au centre du lieu d'observation.

Quelques petites que soient les différences qui en résultent, sur-tout lorsque les triangles ont des côtés un peu étendus, on ne sauroit trop s'appliquer à rectifier scrupuleusement des erreurs qui iroient en se multipliant, & qui deviendroient à la fin très-sensible. Il est donc essentiel d'avoir une méthode pour rapporter au centre des lieux où l'on opère, les angles observés à leur circonférence, & nous n'avons négligé d'y avoir égard, dans la construction d'un canevas de carte, que pour en faciliter l'intelligence, & arriver, par gradation, à une marche plus composée.

Définitions. Le centre du lieu où on observe étant désigné par C (*fig.* 139, 140, 141, 142, 143, 144), & le point où est placé le graphomètre par A, si l'angle BAD représente l'angle observé, & AB la position du diamètre fixe du graphomètre; 1.° l'intervalle AC compris entre le point de station A & le centre C, se nomme la distance au centre; 2.° le prolongement indéfini AH de la droite AC s'appelle *la direction*; 3.° les côtés AB, AD de l'angle observé sont nommés *rayons visuels*; 4.° les droites CB, CD, tirées du centre du lieu d'observation aux extrémités des côtés de l'angle observé, sont appellées *rayons centraux*; 5.° on nomme angle à la direction un angle tel que BAH ou DAH, formé par un rayon visuel & la direction; 6.° on appelle angles opposés à la distance, les angles ABC, ADC, compris entre un rayon visuel & le rayon central correspondant; 7.° enfin les triangles ABC, ADC que forment la distance au rayon visuel & le rayon central correspondant, sont appellés triangles sur la distance.

Observation. Avant que de réduire les angles au centre, on doit avoir construit, au moyen d'une échelle & d'un rapporteur, le canevas des triangles que l'on a à résoudre. Ce premier travail met à même de trouver à-peu-près la distance d'un point à un autre ou le rayon central, soit en se servant du calcul, soit en employant simplement l'échelle & le compas. Nous ferons voir bientôt que cent ou deux cens toises de plus ou de moins sur un rayon d'une lieue de longueur, ne peuvent causer aucune erreur dans l'emploi de cette distance pour la réduction de l'angle au centre.

Problême. Connoissant l'angle observé BAD, la distance au centre AC & l'angle à la direction BAH, trouver l'angle au centre BCD (*fig.* 139, 140, 141, , *&c.*)

Solution. La différente position du centre C, relativement à l'angle observé, offre différens cas qu'il faut parcourir les uns après les autres. 1.° Supposons que le centre C soit sur le prolongement du rayon visuel AB (*fig.* 139), alors l'angle observé BAD est égal à l'angle à la direction HAD; mais l'angle HAD étant extérieur au triangle ADC, est égal aux deux intérieurs opposés C & D, & par conséquent l'angle au centre BCD est égal à l'angle observé BAD, moins l'angle D opposé à la distance; il faut donc résoudre le triangle sur la distance ADC, pour avoir la valeur de l'angle D. Or on connoit, dans ce triangle, la distance au centre AC, le rayon central DC & le supplément CAD de l'angle à la direction HAD. Le sinus de l'angle D est

donc égal (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) à $\frac{\text{sin. } CAD \times AC}{CD}$, ou bien log. sin. $D =$ log. sin. $CAD +$ log. $AC -$ log. CD; donc, en retranchant l'angle qui répond à sin. D ou à log. sin. D de l'angle observé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

2.° Soit le centre C sur l'un des côtés AB de l'angle observé BAD (*fig.* 140), on voit que l'angle au centre $BCD =$ l'angle observé BAD + l'angle D opposé à la distance; mais sin. $D = \frac{\text{sin. } CAD \times AC}{CD}$, ou log. sin. $D =$ log. sin. CAD + log. $AC -$ log. CD; donc, en ajoutant l'angle qui répond à log. sin. D à l'angle observé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

3.° Le centre C étant au-delà du point de station A (*fig.* 141), de maniere que la distance AC, prolongée en H, divise l'angle observé BAD en deux autres BAH & HAD; alors chacun de ces deux nouveaux angles, ayant le centre C sur le prolongement de l'un de ses côtés, se réduit au centre, comme dans le premier cas, l'angle $BCH = BAH - B$, & l'angle $HCD = HAD - D$; donc l'angle au centre $BCD =$ l'angle observé $BAD -$ les deux angles B & D opposés à la distance.

4.° Si le centre C est au-dedans de l'angle observé BAD (*fig.* 142), cet angle & l'angle au centre BCD sont divisés par le prolongement de la distance AC, chacun en deux autres angles qui se rapportent au second cas; car l'angle $BCH = BAH + B$, & l'angle $HCD = HAD + D$; donc l'angle au centre $BCD =$ l'angle observé $BAD +$ les deux angles B & D opposés à la distance.

5.° Imaginons le centre C à gauche du point de station A (*fig.* 143) de sorte que le prolongement AH de la distance soit au dehors de l'angle observé BAD, alors l'angle BED étant extérieur aux deux triangles BCE & DAE, est égal en même-tems aux deux angles B & BCE, & aux deux angles D & DAE, on a donc $B + BCE = D + DAE$, & par conséquent l'angle au centre BCD ou $BCE =$ l'angle observé BAD ou EAD + l'angle D opposé à la distance — l'angle B aussi opposé à la distance.

6.° Soit enfin le centre C à droite du point de station A (*fig.* 144) de maniere que le prolongement AH de la distance se trouve au dehors de l'angle observé, ou à l'angle extérieur $BED = BCD + D = BAD + B$, par conséquent l'angle au centre $BCD =$ l'angle observé BAD + l'angle B opposé à la distance — l'angle D aussi opposé à la distance.

Remarque 1re Des six cas que nous venons d'examiner, le 1er, le 3e, le 5e & le 6e sont ceux qui se présentent ordinairement; le 2e & le 4e sont fort rares, cependant ils peuvent se rencontrer.

2.° Le sinus de chaque angle opposé à la distance est le quatrième terme d'une proportion, dont le rayon central, la distance au centre & le sinus de l'angle opposé au rayon central sont les trois premiers termes : or la grande différence qu'il y a entre le rayon central & la distance au centre fait que l'on peut se dispenser de calculer le rayon, & se contenter de l'avoir à-peu-près, au moyen du compas & de l'échelle, d'après le canevas des triangles à résoudre. Quand on compare une lieue à quelques piés, & que l'on cherche, au moyen de ce rapport, le quatrième terme d'une proportion, on est bien sûr que ce quatrième terme, conclu du grand au petit, d'après un rapport dont les deux termes sont si inégaux, ne peut pas éprouver de différence considérable, quand même on négligeroit deux cens toises sur le premier terme, & même davantage, à mesure que le rayon central augmente de longueur. Quelquefois, pour réduire au centre les plus grands angles formés sur les alignemens fixes, afin de vérifier l'exactitude d'un tour d'horizon, on se contente d'estimer le rayon central à vue, ou d'après les gens du pays.

3.° Si l'on vouloit employer le procédé le plus rigoureux, on résoudroit d'abord les triangles de son tableau, comme on l'a fait, sans avoir égard à la réduction de l'angle au centre; on se serviroit ensuite des côtés trouvés par ce calcul, pour réduire au centre, sur son registre d'observation, les angles dont on a besoin, & l'on formeroit un nouveau tableau des véritables triangles pour en calculer les côtés.

De l'enregistrement des détails d'une observation, quand on veut réduire les angles au centre, & des opérations à faire sur son registre pour parvenir à construire les tables des triangles. La réduction de l'angle au centre suppose qu'après chaque station A (*fig.* 144, *&c.*), où l'on n'a pu s'établir au centre du lieu d'observation, on a enregistré l'angle à la direction BAH & la longueur de la distance AC; pour cet effet, laissant l'alidade fixe dans sa position, on fait tourner la mobile jusqu'à ce qu'elle soit dirigée sur le centre du lieu où l'on opère, & qu'elle détermine la direction. On examine alors quel angle cette direction fait avec l'alignement fixe, & si cet angle est à droite ou à gauche de cet alignement; on mesure ensuite la distance du centre au point de station, & l'on écrit ces deux observations sur son registre.

Supposons, par exemple, que la base AB, que l'un a mesurée pour former un canevas de carte, étoit terminée par deux tours AAA, BB (*fig.* 145, 146), au centre desquelles on n'a pu observer, on enregistrera les ouvertures d'angles & les autres détails dépendans de chaque station, dans l'ordre suivant.

MODÈLE D'ENRÉGISTREMENT.

ANGLES RÉDUITS.	CORRECTIONS faites,	CORRECTIONS à faire.	Parallélisme.	OBSERVATIONS.
127°. 0'. 1''.	—0'. 38''. —2. 29.	—1'. 3''. ½	....	OBSERVATION AU POINT *A*. I.ere POSITION. Entre *B* Et *E*.................. 20°. 20'. 24''. Et *F*.................. 51. 25. 43. Et *G*..................127. 3. 8. Et la direction à droite.. 35. Distance 5 pieds.
98. 54. 1.	—2. 8. —2. 1.	— 40. ½	....	II.e POSITION. Entre *G* Et *H*.................. 98. 58. 10. Et la direction à droite.. 45. 20. Distance 6.p
75. 42. 15.	—2. 51. +0. 6.	....	....	III.e POSITION. Entre *H* Et *O*.................. 41. 56. 3. Et *N*.................. 75. 45. 0.
106. 53. 30.	—2. 51. —1. 2.	....	....	Et *M*.................. 92. 31. 22. Et *C*..................106. 57. 23.
134. 6. 1.	—2. 51. —1. 17.	—1. 6. ½	....	Et *L*..................108. 15. 23. Et *B*..................134. 10. 9. Et la direction à droite.. 78.
Tour de l'horizon, 360. 0. 3.		—3''.		Distance 7.p Tour de l'horizon..360. 11. 27.
42. 30. 30.	—1'. 27''. +0. 47.	....	30°. extérieur	OBSERVATION AU POINT *B*. I.ere POSITION. Entre *A* Et *H*.................. 15. 30. 39. Et *O*.................. 29. 57. 4. Et *N*.................. 36. 20. 30. Et *C*.................. 42. 31. 10.
65. 12. 54.	—1. 27. —0. 27.	....	....	Et *M*.................. 65. 14. 48.
114. 29. 45.	—1. 27. —2. 13.	....	....	Et *L*..................114. 33. 25. Et la direction à droite.. 55. Distance 8.p
130. 48. 15.	—2. 43. —1. 26.	....	*Id.*	II.e POSITION. Entre *L* Et *D*.................. 60. 26. 2. Et *E*..................130. 52. 24. Et la direction à droite..110. Distance 9.p
114. 40. 30.	+1. 26. —1. 24.	....	*Id.*	Sans déranger l'Instrument. Entre *E* Et *F*.................. 82. 7. 1. Et *G*.................. 99. 3. 53. Et *A*..................114. 40. 28.
Tour de l'horizon, 359. 58. 30. Parallélisme 1. 30.				Tour de l'horizon..360. 6. 17.

Ce modèle d'enrégistrement contient tout ce qui est nécessaire pour calculer les deux angles opposés à la distance, relatifs à la réduction au centre de chaque angle qu'il renferme. 1.° Il fait connoître la distance au centre. 2.° Au moyen des angles de la direction avec les alignemens fixes, il faut trouver ceux que cette même direction forme avec les côtés d'un angle quelconque à réduire, & par conséquent l'on voit tout de suite, en rapportant la position de la direction à l'un des six cas du problème précédent, si les angles opposés à la distance sont additifs ou soustractifs. 3.° En construisant d'après lui un canevas à l'échelle & au rapporteur, on a à-peu-près la longueur de chaque rayon central.

Nous nous sommes bornés aux deux observations faites aux points *A* & *B*, parce que tout autre se réduisant aux mêmes détails, on voit aisément comment on peut former un regiſtre complet d'observations pour construire un canevas de carte.

Remarques 1.re La somme des plus grands angles pris sur les alignemens fixes, qui doit être égal à 360°, lorsqu'on a pu se placer au centre, est ordinairement plus grande de quelques minutes lorsqu'on a été obligé de s'établir à la circonférence. Rien n'empêche, si l'on veut vérifier son tour d'horizon, de réduire tout de suite au centre les plus grands angles faits sur les alignemens fixes, en estimant le rayon central, ou en le déterminant plus exactement lorsque l'on a des données suffisantes, & de voir si la somme de tous ces angles est égale à 360°, à la petite différence près qui résulte toujours des estimes.

2.e Dès que l'on a construit au rapporteur le canevas de ses triangles, & que l'on veut réduire au centre sur son regiſtre les angles dont on a besoin, l'on commence toujours par les plus grands angles sur les alignemens fixes; on écrit leur valeur réduite, dans la premiere colonne à gauche du regiſtre, sur la même ligne que l'angle observé auquel elle répond, & l'on place dans la petite colonne qui suit les deux angles opposés à la distance qui ont servi à cette réduction, avec les signes + ou — suivant, qu'ils sont additifs ou soustractifs. On fait alors la somme de ces principaux angles réduits, en ajoutant à chacun d'eux la différence positive ou négative qui exprime le défaut de parallélisme; & si cette somme est encore plus grande ou plus petite que 360°, on divise cette petite différence en parties proportionnelles aux valeurs de ces angles principaux, & l'on écrit ces parties avec les signes + ou — dans la colonne des corrections à faire, à côté des angles réduits auxquels elles appartiennent.

Ces premiers calculs étant faits, on examine quels sont les autres angles que l'on a à réduire, on écrit de même leur valeur calculée dans la colonne des angles réduits, sur la ligne des angles observés correspondants, & l'on place dans la colonne des corrections faites les angles opposés à la distance qui répondent à ces valeurs avec les signes distinctifs.

C'est en reprenant le second modèle de la table des triangles, pour la construire avec le nouveau regiſtre, que l'on verra clairement quels sont les angles que l'on a à réduire.

MODELE

MODÈLE DE TABLE

POUR LE CALCUL

Des Triangles principaux d'un canevas de Carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.
			Log. *AB*.....................3.4149733	*AB* 2600.
A..	27°. 12'. 30".		Compl. arith. du log. sin. *C*.........277785	
B..	42. 31. 0.		Log. sin. *A*...................9.6601321	
C..	110. 16. 30.		Somme {log. *AB*............. compl. arith. du log. sin. *C*} .3.4427518	
	180		Log. sin. *B*...................9.8298212	
			Log. *BC*.....................3.1028839	*BC* 1267. 3
			Log. *AC*.....................3.2725730	*AC* 1873.
			Log. *AC*.....................3.2725730	*AC* 1873. 1
A..	31. 11. 15.		Compl. arith. log. sin. *N*.............9287	
C..	55. 4. 0.		Log. sin. *A*...................9.7141959	
N..	93. 44. 45.		Somme {log. *AC*............. compl. arith. log. sin. *N*.} .3.2735017	
	180		Log. sin. *C*...................9.9137179	
			Log. *CN*.....................2.9876976	*CN* 972.
			Log. *AN*.....................3.1872196	*AN* 1538. 9
			Log. *CN*.....................2.9876976	*CN* 972.
C..	74. 55. 10.	+49". 57"'. $\frac{1797}{3399}$	Compl. arith. du log. sin. *M*.......639379	
N..	45. 23. 30.	+30. 16. $\frac{16}{3399}$	Log. sin. *C*...................9.9848081	
M..	59. 39. 20.	+39. 46. $\frac{1586}{3399}$	Somme {log. *CN*............. compl. arith. log. sin. *M*..} .3.0516355	
	179. 58.	+2'.	Log. sin. *N*...................9.8524959	
			Log. *NM*.....................3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *CM*.....................2.9041314	*CM* 801. 9
			Log. *BC*.....................3.1028839	*BC* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		Compl. arith. log. sin. *M*..........2147976	
C..	119. 43. 30.		Log. sin. *B*...................9.5864512	
M..	37. 34. 36.		Log. sin. *C*...................9.9387274	
	180			
			Log. *CM*.....................2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *BM*.....................3.2564089	*BM* 1804. 7

Construction de cette Table. Pour résoudre le triangle *ABC*, on a besoin, outre la base mesurée *AB*, des trois angles *CAB*, *CBA* & *ACB*, réduits au centre. 1.° Pour avoir l'angle *CAB*, on voit dans le registre, à la 3me position de l'observation au point *A*, qu'il faut soustraire l'angle *HAC* de l'angle *HAB*; on réduit donc au centre l'angle *HAC*, on l'écrit dans la premiere colonne de son registre, sur la même ligne que le point *C*, & retranchant *HAC* de *HAB*, en ayant égard aux corrections à faire, on écrit le reste, qui est *CAB* dans la Table des triangles, à côté de l'objet *A*. 2.° Pour avoir l'angle *CBA*, on voit dans le registre, à la 1re position de l'observation au point *B*, que sa valeur est écrit à la droite du point *C*, & la réduisant au centre, on la place dans la Table à côté du point *B*, en y ajoutant 30' pour l'angle extérieur du parallélisme. 3.° Pour avoir l'angle *ACB*, on cherche dans le registre que nous supposons complet, l'observation au point *C*, on examine si l'angle *ACB* appartient à une ou à plusieurs positions de cette observation, & après avoir réduit au centre sur son registre les angles nécessaires pour avoir l'angle *ACB*; on les soustraits les uns des autres, ou on les ajoute ensemble, selon qu'il en est besoin, & l'on écrit *ACB* sur la Table des triangles, à côté de l'objet *C*.

La résolution du triangle *ACN* exige de même, outre le côté connu *AC*, les trois angles réduits *NAC*, *NCA* & *ANC*; or on trouve dans le registre, à la troisième position de l'observation au point *A*, que l'angle *NAC*, est la différence de l'angle *HAC* à l'angle *HAN*; réduisant donc au centre *HAN*, & le retranchant de *HAC* déjà réduit, on écrit le reste de la soustraction sur la Table, à côté du point *A*. On cherche de même sur le registre aux observations *C* & *N* les angles qu'il faut réduire pour avoir les angles *C* & *N* du triangle *ACN*, & on les écrit sur la Table des triangles, à côté de leurs sommets.

Ces deux exemples sont plus que suffisans pour faire connoitre la maniere de se servir d'un registre d'observations, lorsque l'on veut construire une Table de triangles.

Lorsqu'on a réduit au centre les trois angles d'un triangle à résoudre, il arrive souvent que leur somme n'est pas égale tout-à-fait à 180 degrés, comme on le voit dans la case du triangle *CNM*; on divise alors la petite différence additive ou soustractive en trois parties proportionnelles aux trois angles, & on écrit chacune de ces parties à côté de l'angle qui y correspond, dans la colonne des corrections, avec le signe + ou le signe — suivant qu'il en est besoin. On trouve une Table de ces répartitions de 5" en 5", jusqu'à 10', dans la nouvelle Trigonométrie Rectiligne de M. du Pain de Montesson, Ingénieur des Camps & Armées.

La multiplicité d'opérations qu'exige la réduction de l'angle au centre, a fait imaginer de calculer des tables, où étant données la distance au centre, l'ouverture de l'angle à la direction & la longueur du rayon central, on trouve la valeur de l'angle opposé à la distance; la nouvelle Trigonométrie Rectiligne contient encore une de ces tables, où l'ouverture de l'angle à la direction croît de 5 en 5 degrés, jusqu'à 90, la distance au centre depuis 1 pié jusqu'à 15, & le rayon central depuis 100 jusqu'à 10,000 toises.

Différens problêmes relatifs à la construction d'un canevas de carte.

Il n'arrive pas toujours que l'on puisse appercevoir, des stations que l'on fait, tous les points qu'il est nécessaire de déterminer. Les problêmes suivants contiennent les principaux cas qui sortent de la méthode générale.

Problême 1.er Calculer la position d'un point *D*, que l'on n'a pu appercevoir d'aucune station, mais duquel on peut observer trois autres points déjà déterminés *A*, *B*, *C* (*fig.* 147, 148, 149, 150, 151).

Solution. Par le point de station *D* & par deux des points connus *A* & *C*, soit imaginée une circonférence *AECD*, le 3e point *B* sera intérieur ou extérieur à la circonférence, & le point *D* sera compris entre les points déterminés, ou sera hors de ces points, ou sera sur l'alignement de deux de ces points, ce qui nous fera distinguer plusieurs cas.

Soit ensuite tirée du point *D* au point *B* la droite *BD*, prolongée s'il est nécessaire jusqu'à la circonférence qu'elle coupera en *E*, & de ce point *E*, ainsi que des points *A* & *C*, soient tirées les droites *AE*, *EC*, *AD*, *DC*.

Dans le 1.er cas (*fig.* 147) où l'on suppose le point *B* extérieur à la circonférence, & le point *D* hors des trois points *ABC*, on connoît trois choses dans le triangle *AEC*, le côté *AC* donné l'angle *EAC* = l'angle *EDC* observé & l'angle *ECA* = l'angle *EDA* observé, on peut donc résoudre le triangle *AEC*, & conclure le côté *AE*. On connoîtra alors trois choses dans le triangle *BAE*: l'angle *BAE*, qui est la différence de *BAC* à *EAC*, & les deux côtés qui le comprennent; par conséquent on pourra le résoudre (*V.* TRIGONOMÉTRIE) & conclure l'angle *AEB*, ou son supplément *AED*; mais l'angle *ACD* = l'angle *AED*, donc enfin on connoîtra dans le triangle *ADC* le côté *AC* donné, l'angle observé *ADC* & l'angle calculé *ACD*, ce qui fera conclure les distances *AD*, *DC*, qu'il falloit trouver.

Dans le 2e cas (*fig.* 148) où *B* est intérieur à la circonférence après avoir résolu le triangle *AEC*, on retranchera *BAC* de *EAC* pour avoir *EAB*, on résoudra le triangle *EAB* pour conclure l'angle *AEB* & *AEB* étant égal à *ACD*, on conclura *AD*, *DC* au moyen du triangle *ADC*.

Dans le 3e cas (*fig.* 149) ou le point *B* est intérieur & au-dessous de *AC*, après avoir résolu

AEC, on ajoutera *EAC* à *CAB* pour avoir l'angle *EAB* du triangle *EAB*, on conclura l'angle *AEB* ou son égal *ACD*, ce qui fera trouver les distances *AD*, *DC*.

Dans le 4.e cas (*fig.* 150) où le point de station *D* est compris entre les points déjà déterminés, on résoudra le triangle *AEC* à l'ordinaire, car ses angles à la base sont les supplémens des angles observés, on ajoutera *EAC* à *CAB* pour avoir l'angle *BAE*, & résoudre le triangle *BAE*, qui fera conclure l'angle *AEB* = *ACD*, & trouver les distances *AD*, *DC*.

Enfin dans le 5.e cas (*fig.* 151) où le point *D* se trouve sur l'alignement de *AB*, puisqu'on connoît l'angle déjà déterminé *DAC*, l'angle observé *ADC* & le côté *AC*, on conclut tout de suite les distances *AD*, *DC*.

Remarques. 1. On connoitra si le point *B* est intérieur ou extérieur à la circonférence, en comparant l'un des angles observés *BDC* à l'angle donné *BAC*, opposé au même côté connu; si *BDC* est plus petit, le point *B* est extérieur; si *BDC* est plus grand, le point *B* est intérieur; s'ils étoient égaux, les points *B* & *E* se confondroient, les quatre points seroient dans la même circonférence, & la résolution du problême deviendroit impossible.

2. Comme il peut arriver que l'observation des angles qui ont servi à résoudre le triangle *ADC* ait été mal faite, il seroit essentiel pour en vérifier l'exactitude, d'appercevoir du point *D*, outre les points *ABC*, un quatrième point déjà déterminé. On le lieroit avec les points *A* & *B*, comme si le point *C* n'existoit point, pour former un nouveau systême d'observations & trouver une seconde fois la valeur de *AD*, ou bien avec les points *B* & *C*, en faisant abstraction de *A*, pour calculer de nouveau la distance *DC*. L'identité des résultats fonderoit la sûreté de la résolution du triangle *ADC*, & les rectifications faites s'il en étoit besoin, on auroit un triangle que l'on pourroit inscrire dans la table, à la manière ordinaire.

Problême 2.e Déterminer le point *C* qui se trouve au fond d'un vallon (*fig.* 152) & qui n'a pu être observé des stations faites aux points *A* & *B*, ni d'aucune autre station.

Solution. 1.° On examinera si l'on peut placer un jalon *K* sur l'alignement *AC*, & un jalon *O* sur l'alignement *BC*, car alors visant des points *A* & *B* sur ces jalons, les prolongemens des deux rayons concourent en *C*, & par conséquent l'on peut résoudre le triangle *ABC*.

2.° Si l'on ne peut placer un jalon sur l'alignement *CB*, on cherchera sur *AB* ou sur son prolongement un point *D*, d'où l'on puisse appercevoir le point *C*, alors faisant mesurer *DB* & l'ajoutant à *AB*, ou l'en retranchant, suivant que le point *D* est au-delà ou au-deçà du point *B*, on a un triangle *ADC*, que l'on peut résoudre, puisqu'on y connoît *AD*, & qu'on peut en observer les angles; on parvient donc à avoir dans le triangle *ABC* les côtés *AB*, *BC* & l'angle compris, & par conséquent à le calculer tout-à-fait.

3.° S'il n'est pas possible de placer des jalons sur aucun des alignemens *AC*, *CB*, *DC*, &c. on cherchera deux points quelconques, d'où l'on puisse appercevoir en même tems les trois points *A*, *B*, *C*, on déterminera ces deux points au moyen de la base *AB*, comme dans le problême suivant, & ils serviront alors à lier le point *C* aux points *A* & *B*, &c. &c.

Problême 3.e Trouver la distance de deux points *C* & *D*, d'où l'on peut observer deux autres points *A* & *B*, dont la distance est déjà mesurée (*fig.* 153).

Solution. On supposera une valeur à *CD*, & en conséquence de cette valeur on calculera les triangles *CAD*, *CBD* & *ACB* pour avoir *AB*; *AB* étant trouvé on fera cette proportion *AB*, que l'on a trouvé : au vrai *AB* :: *CD* que l'on a supposé : au vrai *CD*.

Du calcul des distances des points principaux d'un pays à une méridienne & à sa perpendiculaire.

La difficulté de placer d'une manière bien exacte les points d'un canevas de carte, au moyen de la construction des triangles que forment ces points, a fait imaginer de les rapporter à deux lignes droites d'une position invariable, telle que la Méridienne, qui passe par un de ces points, & la droite horizontale qui la coupe perpendiculairement au même point. On calcule en conséquence la distance de chaque objet à ces deux lignes, & l'on en forme une Table, qui sert de la manière la plus simple à construire un canevas de carte, comme nous l'expliquerons ci-après.

On trouvera à l'article MÉRIDIENNE la manière de tracer cette ligne sur un plan horizontal.

Problême 1.er Les distances des objets principaux d'un pays étant connues entr'elles, calculer leurs distances relativement à la méridienne, & à la perpendiculaire d'un de ces mêmes objets.

Solution. Supposons que le point *A* (*fig.* 138) soit un des principaux points du pays, & qu'y ayant tracé une méridienne *NS*, on ait pris l'ouverture de l'angle *NAB*, que forme la base *AB* avec cette méridienne; cela posé soient imaginées par tous les points du pays des parallèles à la méridienne de *A*, & à sa perpendiculaire *OE*, & soient nommées *x* & *y* les points ou ces parallèles rencontrent ces deux lignes.

1.° On voit que dans le triangle rectangle *ABx* on connoît la base *AB*, & l'angle à la méridienne *NAB*, & que les deux côtés à connoître *Bx* & *Ax* = *By* sont, l'un la distance du point *B* à la

méridienne de A, & l'autre la diſtance du même point à ſa perpendiculaire, or (*voyez Trigonométrie*) $Bx = \frac{AB \times \text{ſin. } xAB}{\text{ſin. total}}$ & Ax ou $By = \frac{AB \times \text{coſin. } xAB}{\text{ſin. tot.}}$, ou bien en ſe ſervant des logarithmes, log. $Bx =$ log. AB + log. ſin. xAB — log. ſin. r. & log. $By =$ log. AB + log. coſin. xAB — log. ſin. r. donc nous avons déjà déterminé les diſtances du point B à la méridienne & à la perpendiculaire de A, & les deux formules qui les expriment ſont applicables à tout point qui réuniroit les mêmes données que le point B.

2.° L'angle NAB à la méridienne étant connu, l'enrégiſtrement des angles obſervés autour du point A met à même de connoitre tout autre angle NAC, NAN, *&c.* que forment les rayons AC, AN, *&c.* avec la même méridienne; par conſéquent on peut réſoudre les triangles ACx, ANx, *&c.* & déterminer les diſtances de tous les points C, N, *&c.* qui ſont autour de A, à la méridienne & à la perpendiculaire qui paſſent par ce point.

3.° On ne peut connoitre l'angle à la méridienne NAB, que l'on ne connoiſſe ſon égal sBA ou yBA formé par la parallele à la méridienne, qui paſſe par B, & par la baſe AB; & par conſéquent, au moyen de l'obſervation faite au point B, que l'on ne connoiſſe l'angle CBn, & tous les autres angles que font les rayons partant du point B, avec cette parallele.

La connoiſſance de l'angle CBn donne celle de ſon égal BCy ou BCs formé par BC avec la parallele de C, ainſi que tous les angles que font les rayons partans de C avec cette même parallèle.

Donc au moyen d'un ſeul angle obſervé à la méridienne, on parvient à connoitre tous ceux que font les rayons d'une ſtation quelconque, avec la parallèle qui paſſe par ce point. Donc on peut calculer les diſtances des objets qui ſont autour d'un point quelconque, relativement à la parallèle, à la méridienne & à la parallele à la perpendiculaire, qui paſſent par ce point, & par conſéquent connoiſſant les diſtances de ce point lui-même à la méridienne & à la perpendiculaire de A, on peut avoir par addition ou par ſouſtraction les diſtances de chacun de ces objets à cette méridienne, & à ſa perpendiculaire.

Application. Revenons actuellement à la Table des triangles, & voyons comment on peut y inférer les diſtances de tous les points à la méridienne & à la perpendiculaire de A, en ſuppoſant que l'on a déja calculé les diſtances de l'autre extrémité B de la baſe AB, relativement à ces deux lignes, & que l'angle NAB, obſervé à la méridienne eſt de 86^d 40.

Noms des objets.	Angles réduits.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.	Angles avec la Mérid. & ses parallèles.	Distances à la Méridienne.	Distances à la Perpendiculaire.
A..	27.12.30.		3.4149733	2600.	Au point *A*, entre le	Log. *AC*.......3.2725730	Log. *AC*.......3.2725730
B..	42.31. 0.		277785		point *C* &	+ {log. fin.... / ang. à la M.} .9.9351342	+ {log. cofin.. / ang. à la M.} .9.7060046
C..	110.16.30.		9.6601321		le Nord de		
			3.4427518				
			9.8298212		la Mérid.	(Somme — 10)..3.2077072	(Somme — 10).2.9785776
			3.1028839	1267. 3	Ang. 59.°		
			3.2725730	1873.	27.′ 30.″	Dist. de *C* à la M....1613.ᵗ 3	Dist. de *C* à la P....951.ᵗ 8
					Au point *B*, entre *C*	Log. *BC*.......3.1028839	Log. *BC*.......3.1028839
					& le Nord	+ {log. fin.... / ang. à la par.} .9.8893736	+ {log. cofin.. / ang. à la Par.} .9.8005823
					de la Par.	(Somme — 10)..2.9922575	(Somme — 10)..2.9034662
					à la M.	-dist. de *C* à la par. de *B*.982.ᵗ 3	+dist. de *C* à la par. de *B*.800.ᵗ 6
					50.° 49.′	Dist. de *B* à la M...2595. 6	Dist. de *B* à la P.....151. 2
					0.″	Dist. de *C* à la M....1613. 3	Dist. de *C* à la P.....951. 8
A..	31.11.15.		3.2725730	1873.	Au point *A*, entre *N*	Log. *AN*......3.1872196	Log. *AN*......3.1872196
C..	55. 4. 0.		9287		& le Nord	+ {log. fin... / ang. à la M.} ..9.6754482	+ {log. cofin.. / ang. à la M.} .9.9448372
N..	93.44.45.		9.7141959		de la M.		
			3.2735017				
			9.9137179		28.° 16.′	(Somme — 10)..2.8626678	(Somme — 10)..3.1320568
			2.9876976	972.	15.″		
			3.1872196	1538. 9		Dist. de *N* à la M.....728.ᵗ 9	Dist. de *N* à la P...1355. 3
					Au point *C*, entre *N*	Log. *CN*.......2.9876976	Log. *CN*......2.9876976
					& le Nord	+ {log. fin.... / ang. à la par.} .9.9589365	+ {log. cofin.. / ang. à la Par.} .9.6181425
					de la Par.	(Somme— 10)..2.9466341	(Somme — 10)..2.6058401
					à la M.	—dist. à la par.......884.ᵗ 4	+ dist. de *N* à la P...403.ᵗ 5
					65.° 28.′	Dist. de *C* à la M...1613. 3	Dist. de *C* à la P....951. 8
					30.″	Dist. de *N* à la M..728. 9	Dist. de *N* à la P...1355. 3
C..	74.55.10.	+49.″ 5‴	2.9876976	972.	Au point *C*, entre *M*	2.9041314	2.9041314
N..	45.23.30.	+30. 16	6393-9		& le Nord	9.2157177	9.9940554
M..	59.39.20.	+39.47	9.9848781		de la Par.	2.1198491	2.8981868
	179.58. 0.	+2′0″0‴	3.0516355		à la M.	+ 151.ᵗ 8	+ 791.
			9.8524959			1613. 3	951. 8
			3.0364436	1807. 5	9.° 27.′		
			2.9041314	801. 9	30.″	Dist............1745. 1	Dist............1742. 8
					Au point *N*, entre *M*	3.0364436	3.0364436
					& le Nord	9.9705143	9.5518528
					de la Par.	3.0069579	2.5882964
						+ 1016. 1	+ 387. 5
					69.° 7.′	728. 9	1355. 3
					30.″	Dist............1745.	Dist............1742. 8
						Dist. moyenne....1745.	Dist. moyenne....1742. 8

Explication de cette Table. On a vu précédemment que l'ordre du calcul de chaque triangle étoit de se servir d'une base connue & de trois angles observés pour trouver les distances d'un troisieme objet aux deux extrémités de cette base. De même connoissant les distances des extrémités de la même base à la méridienne & à la perpendiculaire, on les emploie pour calculer les distances du troisieme point, relativement à ces deux lignes. On détermine d'abord sur la Table les côtés inconnus du triangle, d'après les données, & ensuite on cherche les distances de son sommet à la méridienne & à la perpendiculaire. Par exemple dans le triangle *A B C*, *B C* & *A C* étant trouvés, on calcule les distances du point *C* à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*, & ensuite aux paralleles de *B*, pour les rapporter par addition ou par soustraction à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*. Ces deux opérations se vérifient l'une par l'autre, & servent de plus à vérifier le calcul des côtés que l'on vient de déterminer dans le triangle, puisqu'on les emploie successivement tous les 2 pour conduire aux mêmes résultats.

La marche uniforme que l'on suit dans la Table, pour rapporter le sommet d'un triangle à la méridienne & à la perpendiculaire, au moyen de l'une des deux extrémités de la base, est d'abord d'écrire, dans la colonne des angles à la méridienne, l'angle que forme la distance de ce sommet à cette extrémité, avec la parallele à la méridienne qui passe par ce dernier point, en spécifiant si cet angle est du côté du Nord ou du côté du Sud. Cela posé, on ajoute dans la colonne des distances à la méridienne, le logarithme du nombre de toises qu'il y a depuis le sommet jusqu'à l'extrémité choisie de la base, au logarithme du sinus de l'angle avec la parallele à la méridienne, & l'on n'écrit point l'unité à la gauche de leur somme, pour en retrancher le logarithme du sinus total. On cherche alors le nombre qui répond au logarithme (somme — 10) pour avoir la distance du sommet à la parallele qui passe par l'extrémité de la base, & on l'écrit au-dessous avec le signe — ou le signe +, suivant que le premier de ces points est entre la parallele du second & la méridienne, ou qu'il est hors de ces deux lignes, & plaçant alors sous cette quantité soustractive ou additive la distance du second point à la méridienne principale, on a par soustraction ou par addition la distance du sommet du triangle à cette méridienne.

On suit absolument le même procédé pour déterminer la distance à la perpendiculaire, & l'on ne fait que substituer dans ce second calcul le log. du cosin. de l'angle à la méridienne ou à sa parallele, à la place du long. du sin. employé dans le premier calcul.

Cette méthode est l'application des deux formules générales que l'on a trouvées pour déterminer les distances du point *B* à la méridienne & à la perpendiculaire.

Remarque 1.re En cherchant les distances du sommet d'un triangle à la méridienne & à la perpendiculaire, au moyen des deux points extrêmes de sa base, on trouve pour chaque distance deux résultats, qui ont presque toujours une petite différence entr'eux; on ajoute ensemble ces deux résultats, & la moyenne arithmétique est la distance demandée.

Remarque 2.e L'arrangement conventionnel des Tables étant toujours le même, on écrit les logarithmes & les autres nombres à leur place ordinaire, sans les désigner d'aucune maniere, comme dans la case du triangle *C N M*. On n'a indiqué la nature de chaque nombre, dans les autres cases, que pour faciliter l'intelligence des opérations qui servent à déterminer les distances demandées.

Remarque 3.e Un objet est disposé à l'Est ou à l'Ouest de la méridienne principale, & au Nord ou au Sud de la perpendiculaire, il est par conséquent nécessaire, lorsqu'on rapporte une suite d'objets à la méridienne & à la perpendiculaire de l'un d'entre eux, & que l'on en forme des Tables, de faire connoitre par des signes cette différence de position. On pourroit se contenter d'écrire dans la colonne des distances à la méridienne la lettre initiale d'Ouest, au-dessus de celles qui sont à l'Ouest, & dans la colonne des distances à la perpendiculaire la lettre *S*, au-dessus de celles qui sont au Sud; les distances qui n'auroient point de signes seroient censées à l'Est dans la premiere colonne, & au Nord dans la seconde. Cependant, pour mieux les distinguer, on peut mettre quatre colonnes sur les Tables; alors les deux premieres servent pour les distances Est, Ouest, à la méridienne, & les deux autres pour les distances Nord & Sud à la perpendiculaire.

Problême second. Les distances de deux points *A* & *B* à la Méridienne & à la perpendiculaire d'un lieu quelconque étant données, trouver la distance de ces deux points (*fig.* 154 & 155).

Solution. 1.° Soient représentées les distances de *A* & de *B* à la méridienne *NS* & à sa perpendiculaire *OE* par *AG*, *BD*, *AH*, *BI*, le triangle rectangle *ABO* qu'elles forment, étant prolongées s'il est nécessaire, est composé du côté *AB* que l'on veut connoitre, & des différences des distances connues de *A* & de *B* à la méridienne & à la perpendiculaire, on peut donc établir cette proportion (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) *AO* ou la différence des distances à la méridienne : *BO* ou la différence des distances à la perpendiculaire :: *R* : tang. *BAO*; d'où l'on conclut, en se servant des logarithmes log. tang. *BAO*=log. *BO* + log. *R* — log. *AO*. L'angle *BAO* étant connu, on forme cette seconde proportion, sin. *BAO* : $R :: BO : AB = \frac{BO \times R}{\text{sin.} BAO}$, & l'on en déduit log. *AB* = log. *BO* + log. sin. total — log. sin. *BAO*.

2.° Si les points *A* & *B* étoient de part & d'autre de la méridienne ou de la perpendiculaire

(*fig.* 151 & 157), un des côtés du triangle *BAO*, au lieu d'être composé des différences des distances données, seroit composé de leur somme, & le problême se résoudroit comme dans le premier cas; il en seroit de même pour toute autre supposition, en ayant égard aux changemens qu'elle apporteroit dans les termes des proportions.

Remarques Ire Il peut arriver que l'on veuille se servir, pour base des opérations nécessaires à un canevas de carte, de la distance de deux points *A* & *B*, que l'on ne peut pas mesurer sur le terrein, & que l'on connoisse seulement les distances de ces deux points à la méridienne & à la perpendiculaire d'un lieu donné; on emploie alors la méthode du problême précédent pour avoir cette distance *A B*, & l'on a la base de son canevas.

2.e On se sert de la même méthode pour lier ensemble deux points appartenans à deux chaines différentes de triangles dont les sommets ont leurs distances calculées à une même méridienne & à sa perpendiculaire. C'est un moyen facile de trouver la distance de ces deux points, lorsqu'on n'a pu les appercevoir l'un de l'autre, & les lier par un triangle.

3.e Outre la nécessité de se servir quelquefois d'une base *AB*, dont les extrémités sont rapportées à une méridienne & à sa perpendiculaire, on peut avoir besoin de calculer les distances des points de son canevas à cette méridienne. Le problême suivant & son corollaire donneront les méthodes qu'il faut employer dans cette supposition.

Problême troisième. Les distances de deux points *A* & *B* à la méridienne d'un lieu quelconque *P* & à sa perpendiculaire étant données (*fig.* 154), trouver l'angle que forme la droite *AB* avec les parallèles à la méridienne qui passent par le point *A* & par le point *B*.

Solution. Soient imaginées, comme précédemment, la méridienne & la perpendiculaire du point *P*, ainsi que les distances données *AG*, *AH*, *BD*, *BI* des points *A* & *B* à ces deux lignes; les prolongemens des distances, en se coupant en *x*, forment un triangle rectangle où l'on connoit deux côtés, & l'on peut par conséquent établir cette proportion, *Ax* ou la différence des distances à la perpendiculaire : *x B* différence des distances à la méridienne : : sin. t. : tang. *x A B* ou tang. de l'angle que fait *AB* avec la parallèle à la méridienne qui passe par *A*; donc log. tang. *x A B* ou tang. *ABI* = log. sin. t. + log. differ. des dist. à la mér. — log. differ. des dist. à la perpendiculaire.

Si les deux points *A* & *B*, au lieu de se trouver d'un même côté de la méridienne, étoient de part & d'autre (*fig.* 156), au lieu de prendre la différence des distances à la méridienne, on auroit pris leur somme. Il en eût été de même pour les distances à la perpendiculaire (*fig.* 157), si les deux points se fussent trouvés de part & d'autre de cette ligne.

Corollaire. Donc les distances des deux points *A* & *B* à la méridienne & à la perpendiculaire de *P* étant données, puisqu'on parvient à trouver la distance de ces deux points entre eux & l'angle que fait cette distance avec les parallèles à la méridienne qui passent par *A* & *B*, il est évident que l'on réduit les opérations à faire en se servant de la base *AB* à celles que l'on a détaillées dans les problêmes du calcul des triangles, *&c.*

Problême quatrième. La table des distances de tous les points principaux d'un pays à une méridienne & à sa perpendiculaire étant donnée, construire telle portion que l'on voudra d'un canevas de carte.

Solution. Après avoir divisé le papier sur lequel on veut opérer (*fig.* 158), en carreaux de 1000 toises de côté, en parties de l'échelle, on examinera si les points, que l'on doit y placer, sont à l'est ou à l'ouest de la méridienne : nous les supposerons à l'est, &, s'ils sont au nord ou au sud de la perpendiculaire, nous les supposerons au sud. Les points étant à l'est de la méridienne, la première tranche à gauche des carreaux doit contenir le point le moins éloigné de la méridienne, en supposant le nord au haut du papier. On cherchera donc la plus petite distance à la méridienne de tous les points que l'on doit employer; &, si on la trouve, par exemple, de 20300 toises, on écrira au-dessus, du côté gauche du premier carreau, 20000 toises, & de suite sur toutes les parallèles à ce premier côté 21000. 22000. 23000 toises, *&c.* Toutes ces lignes représenteront autant de parallèles à la méridienne, éloignées les unes des autres de 1000 toises. On cherchera de même la plus petite distance à la perpendiculaire, qui sera supposée de 5700 toises; &, comme cette distance est au sud de la perpendiculaire, on écrira à la gauche, du côté supérieur du premier carreau, 5000 toises, & successivement à côté de toutes ses parallèles 6000. 7000. 8000 toises, *&c.* pour que toutes les lignes qui servent de bases aux carreaux, représentent des parallèles à la perpendiculaire, éloignées les unes des autres de 1000 toises, & s'avançant toujours vers le sud.

Cette opération faite, supposons que l'on veuille placer le point *A*, dont la distance à la méridienne est de 20300 toises, & la distance à la perpendiculaire est de 8600 toises, on voit aisément que ce point doit être entre les deux méridiennes 20000 & 21000, & entre les deux perpendiculaires 8000 & 9000, & par conséquent dans le carreau *A*. On prendra alors avec un compas 300 toises de l'échelle, que l'on portera de *K* en *I* sur la parallèle, 8000 à la perpendiculaire, & avec un autre compas 600 toises, que l'on portera de *K* en *O* sur la parallèle à la méridienne cotée 20000. Alors, du point *O*, comme

centre traçant, avec l'ouverture de 300 toises, un petit arc au-dedans du carreau, on le coupera au point *A*, par un autre arc tracé du point *I*, avec l'ouverture de 600 toises; & l'intersection *A* sera la position demandée, puisque, par cette construction, le point *A* se trouve éloigné de la méridienne de 20300 toises, & de la perpendiculaire de 8600 toises.

Supposons que l'on ait actuellement à placer le point *B*, dont la distance à la méridienne est de 22327 toises, & la distance à la perpendiculaire est de 7221. On voit qu'il doit se trouver dans le carreau *B*, formé par la parallèle à la méridienne 22000, & par la parallèle à la perpendiculaire 7000, & que les deux ouvertures de *K* en *I* & de *K* en *O*, doivent être de 327 toises & de 221 toises. Il en sera de même pour déterminer la position de tout autre point.

Si les distances à la méridienne, au lieu d'être à l'est, eussent été à l'ouest, on auroit coté les parallèles de droite à gauche, en commençant par le millésime de la plus petite distance; &, si les distances à la perpendiculaire eussent été au nord, au lieu d'être au sud, on auroit commencé à coter la première parallèle avec le millésime de la plus petite distance, en commençant de bas en haut.

Remarque relative à l'usage de l'aiguille aimantée. L'aiguille aimantée ne se dirigeant pas exactement vers le nord, & sa déclinaison étant variable, il est nécessaire de la connoître, pour en tracer la direction sur le papier de la planchette. La méthode la plus simple lorsqu'on y a placé les points principaux au moyen des carreaux de 1000 toises & de la table des distances calculées, est de s'établir sur le terrein entre deux de ces points, de manière que la ligne droite qu'ils déterminent convienne parfaitement avec la ligne droite que leurs correspondans déterminent sur le papier. On place alors un déclinatoire sur la planchette; &, le faisant mouvoir jusqu'à ce que l'aiguille réponde aux deux points de division qui lui sont opposés, on tire une ligne droite sur le papier le long d'un des côtés parallèles à l'aiguille, & l'angle qu'elle fait avec les parallèles à la méridienne, est l'angle de la déclinaison demandée. On vérifie cette déclinaison, en répétant la même opération, au moyen de différens points.

De l'usage du graphomètre pour mesurer les hauteurs.

Problême. Connoissant les distances horizontales de plusieurs points élevés au-dessus de l'horizon, à un point de station *C*, déterminer leurs hauteurs (*fig.* 159).

Solution. Supposons que, connoissant la distance d'un point *C* pris dans la plaine à la verticale *A B*, qui passe par le sommet *A* d'une montagne, on veuille avoir la hauteur de ce sommet au-dessus du point *B*, on placera le centre du graphomètre au point *C* & l'alidade fixe horizontalement sur *C B*, de manière que le plan de l'instrument soit vertical, & par conséquent dans le plan du triangle *A C B*. Alors, prenant l'ouverture de l'angle *C*, on connoîtra dans le triangle *A C B* un côté *C B* & un angle aigu *C*; on pourra par conséquent le résoudre, & trouver la hauteur du point *A* au-dessus du centre du graphomètre qui représente le point *C*. On ajoutera à la hauteur trouvée la hauteur du centre du graphomètre au-dessus du terrein, & l'on aura la hauteur entière de la montagne au-dessus de la plaine. On opérera de la même manière pour trouver la hauteur de tous les autres points au-dessus de l'horizon de *C*. (*Par M.* JOLLY, *Ingénieur-Géographe-Militaire.*

LEVER, v. act. (*Géom.*) on dit, dans la Géométrie-pratique, *lever un plan*; c'est prendre avec un instrument la grandeur des angles, qui déterminent la longueur & la disposition des lignes par lesquelles est terminé le terrein dont on se proposoit de *lever* le plan. *Voyez* PLANCHETTE, DEMI-CERCLE, GRAPHOMETRE, *&c.*

Lever un plan & *faire* un plan sont deux opérations très-distinctes. On *lève* un plan, en travaillant sur le terrein, c'est-à-dire, en prenant des angles & en mesurant des lignes, dont on écrit les dimensions dans un registre, afin de s'en ressouvenir, pour *faire* le plan; ce qui consiste à tracer en petit sur du papier, du carton ou toute autre matière semblable, les angles & les lignes déterminés sur le terrein dont on a levé le plan, de manière que la figure tracée sur la carte, ou décrite sur le papier, soit tout-à-fait semblable à celle du terrein, & possède en petit, quant à ses dimensions, tout ce que l'autre contient en grand. *Voyez* PLAN, CARTE, *&c.* (*E*)

LEVER, s. m. (*Astron.*) C'est la première apparition d'un astre au-dessus de l'horizon, lorsqu'il passe de l'hémisphère inférieur à l'hémisphère supérieur, par l'effet du mouvement diurne de la sphère. L'heure du *lever* astronomique est celle où l'astre arrive sur l'horizon rationnel, c'est-à-dire, à 90^d du zénit, par sa situation apparente, affectée de la réfraction & de la parallaxe. C'est ainsi qu'on trouve le lever des astres dans la *Connoissance des Tems* & dans les autres éphémérides ou almanacs qui en sont tirés. De-là il suit que, si on étoit sur un lieu très-élevé, l'on verroit un astre avant son lever astronomique, & que, quand on est dans une plaine dont l'horizon est borné par les objets environnans, on ne le voit qu'après son véritable *lever*.

Pour calculer le *lever* ou le coucher d'un astre, on se sert de la trigonométrie sphérique : on peut le trouver aussi par le moyen d'un globe, ainsi que nous l'avons expliqué au *mot* GLOBE.

Lorsqu'une planète ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire s'appelle *arc sémi-diurne*, & c'est la première

la première chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du *lever* ou du coucher des astres.

Soit *HZQ* (*planches d'Astron. fig.* 40), la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horizon, *EQ* le quart de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénit, *S* le soleil, ou un astre placé à l'horizon au moment de son *lever*; *ZS* sa distance au zénit, qui est de 90^d, j'entens sa distance apparente; car la distance au zénit nous paroît augmentée par la parallaxe & diminuée par la réfraction, dont il faut tenir compte en employant *ZS* de 90^d plus la réfraction, moins la parallaxe. *PS* est la distance vraie de l'astre au pole boréal du monde; c'est le complément de sa distance à l'équateur ou de sa déclinaison *SA*, si elle est boréale; mais c'est la somme de 90^d, & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc *PZ* est la distance du pole au zénit dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latitude ou de la hauteur du pole *PO*. Les trois côtés *PS*, *PZ*, *ZS* étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle *P* par les règles de la trigonométrie sphérique : cet angle *P* ou *ZPS*, est l'angle horaire de l'astre; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se lève, ou son arc sémi-diurne, qui se trouve par conséquent en résolvant un triangle dont on connoît les trois côtés, pour trouver l'angle *P*.

Telle est la méthode la plus naturelle & la plus exacte pour calculer le lever & le coucher d'un astre : on pourroit y employer aussi l'ascension oblique ou la différence ascensionnelle *AQ*; mais il faudroit calculer séparément l'effet de la réfraction & de la parallaxe; ce qui rendroit le calcul plus embarrassant & aussi long que par la règle précédente. C'est par la méthode expliquée ci-dessus, qu'on a calculé, pour tous les degrés de latitude terrestre, la table des arcs sémi-diurnes qui se trouve imprimée dans plusieurs vol. de la *Connoissance des Tems*, & la table plus étendue pour la latitude de Paris, qui se trouve dans mon *Exposition du Calcul Astronomique* & dans le 8e volume de mes Ephémérides.

Quand on a trouvé l'arc sémi-diurne en degrés, s'il s'agit du soleil, on le convertit en tems, à raison de 15^d par heure, & l'on a l'heure même du coucher du soleil. Si l'on prend ce qui s'en manque pour aller à 12^d, on a l'heure du *lever*. Mais, pour avoir une extrême précision dans le résultat, il faut que la déclinaison du soleil & le côté *PS* du triangle *PZS* aient été calculés pour un tems très-voisin de celui du *lever* ou du coucher du soleil.

S'il s'agit d'une étoile ou d'une planète, & principalement de la lune, il ne suffit pas de convertir l'arc sémi-diurne, à raison de 360^d pour 24^h; mais il faut mettre, au lieu de 24^h, le tems que l'astre dont il s'agit emploie à revenir au méridien ce jour-là. On trouve, dans le 8e volume de mes Ephémérides, une table des arcs sémi-diurnes de la lune pour Paris, dans laquelle on a fait entrer cette circonstance, ainsi que la réfraction & la parallaxe, & madame du Piery a calculé une table du *lever* & du coucher du soleil en secondes pour tous les jours dans le même volume.

On ne met que l'heure & la minute du *lever* du soleil, dans les almanacs, parce que la précision des secondes est détruite par l'inégalité & l'incertitude qu'il y a dans la réfraction horizontale; elle varie au moins de 3 minutes, ce qui fait à Paris 25'' de différence sur le *lever* & le coucher du soleil dans certains tems.

En n'employant que les minutes dans la table du *lever* du soleil, on est obligé de marquer la même chose pendant plusieurs jours aux environs des solstices; cependant, à la rigueur, le soleil ne se lève pas deux jours de suite à la même seconde; mais le lendemain du solstice il y a une seconde de différence.

D'ailleurs, si l'on employoit les secondes, la table ne seroit bonne que pour un très-petit espace pris du nord au sud, ou pour une partie de la ville pour laquelle on l'auroit calculée; il suffit qu'on s'éloigne de 200 toises pour qu'il y ait une seconde de différence pour le *lever* du soleil dans les solstices.

Enfin la forme du calendrier, qui ne ramène pas le soleil tous les quatre ans au même point du ciel, fait qu'au bout de 32 ans, il y a jusqu'à 29'' de différence sur le *lever* & le coucher du soleil à Paris, au printems & en automne.

Quand on calcule rigoureusement le coucher du soleil en secondes pour le solstice d'hiver, l'on trouve le moment du coucher du soleil à 48^d 51' de latitude, qui est le milieu de Paris, 4^h 5' 2'', en supposant que le solstice arrive au moment même du coucher du soleil, le 21 décembre; dans ce cas, on trouvera, pour le lendemain, 1'' 4 de moins, le second jour 5'' 8, & le 3e 13'' 1, dont le soleil se couchera plutôt le 24 décembre que le 21. On voit que ces quantités croissent comme les carrés des tems; car la 3e, 13'' 1, est neuf fois plus grande que la première 1'' 4. Mais la différence du matin croît différemment, parce que le premier intervalle n'est que de 15^h 50' depuis le coucher solsticial jusqu'au lever suivant.

Voici une table pour les trois jours qui suivent le solstice, en supposant qu'il soit arrivé le soir au coucher du soleil; ainsi, trois jours après le solstice d'hiver, la durée du jour est augmentée de 23 secondes & 3 dixièmes.

	Matin.		Soir.		Total.	
1	0''	6	1''	4	2''	0
2	4	0	5	8	9	8
3	10	2	13	1	23	3

Comme, dans la première antiquité, la plupart des peuples n'avoient pas tout-à-fait réglé la grandeur de l'année, parce qu'ils ne connoissoient pas encore assez le mouvement apparent du soleil, il est évident que, si l'on eût fixé à certains jours du mois quelqu'événement remarquable, on auroit eu trop de peine à découvrir dans la suite précisément le tems de l'année auquel cela devoit répondre. On se servoit donc de la méthode usitée parmi les gens qui vivoient à la campagne; car ceux-ci ne pouvoient se régler sur le calendrier civil, puisque les mêmes jours du mois civil ne répondoient jamais aux mêmes saisons de l'année, & qu'ainsi il falloit avoir recours à d'autres signes pour distinguer les tems & les saisons. Or les laboureurs, les historiens & les poëtes, y employoient le lever & le coucher des astres. Pour cet effet, ils distinguèrent trois sortes de lever & de coucher des astres, suivant les divers tems de l'année : le *lever héliaque*, le *lever cosmique* & le *lever acronyque*, on les appelle aussi *levers poëtiques*.

Le *lever* héliaque d'une étoile, lever solaire; lever apparent, est son apparition, après sa conjonction au soleil, le premier jour où elle commence à se dégager des rayons du soleil, & à être visible le matin.

Chaque année le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, rencontre les différentes constellations de l'écliptique, & les rend invisibles pour nous par l'éclat de [illegible]lumière. Lorsque le soleil, après avoir traversé une constellation, est assez éloigné d'elle pour se *lever* environ une heure plus tard, la constellation commence à paroître le matin, en se levant un peu avant que la lumière du soleil soit assez considérable pour la faire disparoître; c'est ce qu'on appelle *lever héliaque* ou *solaire* des étoiles. De même le coucher héliaque arrive lorsque le soleil approche d'une constellation; car, avant qu'il l'ait atteint, elle cesse de paroître le soir après le coucher du soleil, parce qu'elle se couche trop peu de tems après le soleil. Il est sur-tout nécessaire, pour l'intelligence de la chronologie & des poëtes, d'avoir une idée de ce *lever* héliaque. Commençons par celui de sirius, qui étoit si célèbre parmi les Egyptiens.

Le *lever* héliaque de sirius, il y a 2000 ans, arrivoit en égypte vers le milieu de l'été, lorsqu'après une longue disparition, cette étoile commençoit à reparoître le matin, un peu avant le *lever* du soleil; la saison qui régnoit alors, ou la situation du soleil, étoit à-peu-près la même que celle du 12 juillet parmi nous, & c'étoit le tems où le vent étésien, soufflant du nord sur l'éthiopie, y accumuloit les vapeurs, les nuages & les pluies, & causoit les débordemens du Nil; aussi le *lever* de sirius s'observoit avec le plus grand soin; c'étoit une des cérémonies religieuses de ces tems-là. L'année cynique des Egyptiens commençoit au *lever* héliaque de sirius; mais, pour ce qui est de leur année civile, qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle, & tous les quatre ans de *lever* de sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans, que Censorinus appelle la *grande année des Egyptiens*, l'année naturelle se trouvoit recommencer au même point de l'année civile; ainsi, l'an 1322 avant J. C. & l'an 138 après J. C., le *lever* de sirius se trouva arriver le premier jour du mois thoth, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit alors au 20 juillet. C'est cette période caniculaire ou sothiaque de 1460 ans, dont on trouve des vestiges dans quelques anciens auteurs; mais elle ne devoit être réellement que de 1425 ans. *Voyez* M. Dupuis, *Mém. de l'Acad. des Inscrip. tom. XXIX.*

Pour trouver exactement le tems de l'année, où doit arriver le *lever* héliaque de sirius, nous supposerons que cette étoile peut être apperçue à son *lever* par des yeux attentifs, pourvu que le soleil soit encore abaissé de 10° sous l'horizon, quoique Ptolemée donne en général 12° pour l'arc d'émersion des étoiles de la première grandeur. Soit P le pole (*pl. d'Astr. fig.* 50), ED l'équa- $ELCM$ l'écliptique, S l'étoile dont il s'agit. Sous une latitude de 48° 50′, telle qu'on l'observe à Paris, on aura $PZ = 41° 10'$, la déclinaison AS de sirius 16° 24′ 50″; en résolvant le triangle DAS, on trouvera DA 19° 41′ 22″; c'est la différence ascensionnelle qui, étant ajoutée à l'ascension droite EA de sirius pour 1775, 98° 48′ 45″, donne ED 108° 30′ 7″, c'est l'ascension oblique de sirius ou l'ascension droite du point D de l'équateur, qui se lève en même tems que l'étoile. Dans le triangle EDC, dont on connoit ED, l'angle E & l'angle EDC, on trouvera l'angle C, 55° 34′ 27″, & le côté EC 135° 27′ 56″, c'est la longitude du point coascendant C de l'écliptique. Si l'on suppose enfin le soleil au point M de l'écliptique, 10° au-dessous de l'horizon, il faudra chercher la longitude du point M, & ce sera le lieu du soleil au premier instant où sirius doit s'appercevoir à l'horizon; dans le triangle CMN rectangle en N, l'on connoît l'angle C par l'opération précédente, aussi-bien que $MN = 10°$; on trouvera CM de 12° 9′ 11″, qui, ajouté à la longitude du point C, donnera EM, ou la longitude du point M, de 4^s 27° 37′ 7″; ce qui répond au 20 août : Bainbrigius trouve 3^s 24° 19′ pour une latitude de 30 degrés, & vers l'année 138, où commençoit la période sothiaque; c'est la longitude du soleil, le jour du *lever* héliaque de sirius, le premier jour où sirius paroissant à l'horizon le matin, se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu : cette longitude est celle que le soleil a maintenant le 16 juillet. On trouve cette longitude plus petite de $12° \frac{1}{4}$, en remontant 1460 ans plutôt, ou au com-

mencement de la période précédente, suivant le calcul de Bainbrigius.

Quoique le *lever* héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres espèces de *levers* & de couchers : le *lever* cosmique, qu'on peut appeller le *lever du matin*, & le coucher cosmique ou coucher du matin, aussi-bien que le *lever* & le coucher acronyques, qu'il vaudroit mieux appeller le *lever* & le *coucher* du soir. Le moment du *lever* & du coucher du soleil règle le *lever* ou le coucher cosmique : lorsque des étoiles se lèvent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit qu'elles se lèvent ou se couchent *cosmiquement* ; mais, quand les étoiles se lèvent ou se couchent le soir, au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le *lever* ou le coucher *acronyque* ; d'où il suit que le coucher acronyque suit, à 12 ou 15 jours près, le coucher héliaque, du moins pour les étoiles voisines de l'écliptique, & que le *lever* cosmique précède de la même quantité le *lever* héliaque. le P. Pétau a calculé une table fort ample de ces différentes sortes de *levers* ou de couchers de différentes étoiles pour le tems de Jules-César : mais on a beau calculer, on ne parvient pas à concilier les anciens auteurs, ni les anciens calendriers où l'on a confondu les lieux & les époques. Dans le calendrier même, attribué à Ptolemée, on voit le *lever* de Sirius à 7 jours différens, au 4e après le solstice, aux 6e, 22e, 25e, 31e, 32e. *Voyez* Freret, *Défense de la Chronologie, p.* 487. On trouve sur-tout, dans les *Fastes* d'Ovide, un grand nombre de passages qui se rapportent à ces trois sortes de *levers*. Le *lever* héliaque du dauphin est annoncé pour le 9 de janvier.

Interea Delphin clarum super æquora sidus
Tollitur & patriis exerit ora vadis. I. 457.

Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier avril au matin.

Dum loquor, elatæ metuendus acumine caudæ
Scorpios, in virides præcipitatur aquas. IV. 163.

Le *lever* héliaque des pléïades & le commencement de l'été, sont annoncés pour le 13 de mai ; ce seroit le 21, suivant le calcul du P. Pétau.

Pleïadas aspicies omnes, totumque sororum
Agmen, ubi ante idus nox erit una super ;
Tum mihi, non dubiis autoribus, incipit æstas.
L. V. 599.

Les poëtes ont souvent décrit la sphère d'après les ouvrages d'Eudoxe, qui se rapportent à plus de 1200 ans avant J. C. Il en est de même du poëme d'Aratus. *Voyez* M. Maraldi, *Mém. Acad.* 1733, & M. Freret, *Défense de la Chron.*

Les levers & les couchers d'étoiles ont donné lieu à un grand nombre de fables, dont M. Dupuis a donné l'explication la plus heureuse & la plus savante dans un mémoire qui fait partie du 4e volume de mon *Astronomie*, publié en 1781. Par exemple, Atlas épousa Hespéris, & il en naît 7 filles appellées les *pléïades* ; cela veut dire que, quand la constellation du bouvier se couche, les pléïades se lèvent. On disoit aussi que le taureau avoit engendré Proserpine, & que du mariage de Proserpine, étoit né un taureau, parce que, quand la constellation du taureau se couche, la couronne boréale se lève, & que, quand elle se couche, le taureau se lève. On proposoit aux initiés dans les mystères de Cérès cette enigme : *le taureau engendre le serpent, & le serpent à son tour engendre le taureau.* Eusèbe, Clément d'Alexandrie, Arnobe, rapportent cette doctrine secrète, qui paroît monstrueuse, mais qui est une allégorie évidente du *lever* du serpent & du coucher du taureau. (*D. L.*)

LEVIER, s. m. *en Méchanique*, est une verge inflexible, soutenue sur un seul point ou appui, & dont on se sert pour élever des poids, laquelle est presque dépourvue de pesanteur, ou au moins n'en a qu'une qu'on peut négliger. Ce mot vient du verbe *lever*, qui vient lui-même du latin *elevare*.

Le *levier* est la première des machines simples, comme étant en effet la plus simple de toutes, & on s'en sert principalement pour élever des poids à de petites hauteurs. *Voyez* MACHINE & FORCES MOUVANTES.

Il y a, dans un *levier*, trois choses à considérer, le poids qu'il faut élever ou soutenir, comme *O*, (*Pl. de Méchanique, fig.*), la puissance par le moyen de laquelle on doit l'élever ou le soutenir comme *B*, & l'appui *D*, sur lequel le *levier* est soutenu, ou plutôt sur lequel il se meut circulairement, cet appui restant toujours fixe.

Il y a des *leviers* de trois espèces ; car l'appui *C*, est quelquefois placé entre le poids *A* & la puissance *B*, comme dans la *figure première*, & c'est ce qu'on nomme *levier de la première espèce* ; quelquefois le poids *A* est situé entre l'appui *C* & la puissance *B*, ce qu'on appelle *levier de la seconde espèce*, comme dans la *fig.* 2 ; & quelquefois enfin la puissance *B* est appliquée entre le poids *A* & l'appui *G*, comme dans la *fig.* 3 ; ce qui fait le *levier de la troisième espèce*.

La force du *levier* a pour fondement ce principe ou théorème, que l'espace ou l'arc décrit par chaque point d'un *levier*, & par conséquent la vitesse de chaque point est comme la distance de ce point à l'appui ; d'où il s'ensuit que l'action d'une puissance & la résistance du poids augmentent à proportion de leur distance de l'appui.

Et il s'ensuit encore qu'une puissance pourra soutenir un poids lorsque la distance de l'appui au point de *levier* où elle est appliquée, sera à la distance du même appui au point où le poids

est appliqué, comme le poids est à la puissance, & que, pour peu qu'on augmente cette puissance, on élevera ce poids. *Voyez* la démonstration de tout cela *au mot* PUISSANCE MÉCHANIQUE, & plus au long encore *au mot* BALANCE, machine qui a beaucoup d'analogie avec le *levier*, puisque le *levier* n'est autre chose qu'une espèce de balance ou de peson pour élever des poids, comme la balance est elle-même une espèce de *levier*.

La force & l'action du *levier* se réduisent facilement à des propositions suivantes.

1.° Si la puissance appliquée à un *levier* de quelque espèce que ce soit, soutient un poids, la puissance doit être au poids en raison réciproque de leurs distances de l'appui.

2.° Etant donné le poids attaché à un *levier* de la première ou seconde espèce, *A B*, *figure première*, la distance *C V*, du poids à l'appui, & la distance *A C*, de la puissance au même appui, il est facile de trouver la puissance qui soutiendra le poids. En effet, supposons le *levier* sans pesanteur, & que le poids soit suspendu en *V*, si l'on fait comme *A C* est à *C V*; ainsi, le poids *V* est à un quatrième terme, on aura la puissance qu'il faut appliquer en *A*, pour soutenir le poids donné *V*.

3.° Si une puissance, appliquée à un *levier* de quelque espèce que ce soit, enlève un poids, l'espace parcouru par la puissance dans ce mouvement est à celui que le poids parcourt en même tems, comme le poids est la puissance qui seroit capable de le soutenir; d'où il s'ensuit que le gain qu'on fait du côté de la force, est toujours accompagné d'une perte du côté du tems, & réciproquement. Car plus la puissance est petite, plus il faut qu'elle parcoure un grand espace pour en faire parcourir un fort petit au poids.

De ce que la puissance est toujours au poids comme la distance du poids au point d'appui est à la distance de la puissance au même point d'appui, il s'ensuit que la puissance est plus grande ou plus petite, ou égale au poids, selon que la distance perpendiculaire du poids à l'appui est plus grande ou plus petite, ou égale à celle de la puissance. De-là on conclura, 1.° que, dans le *levier* de la première espèce, la puissance peut être ou plus grande ou plus petite, ou égale au poids; 2.° que, dans le *levier* de la seconde espèce, la puissance est aussi plus petite ou plus grande que le poids, ou égale; 3.° qu'elle est toujours plus grande dans le *levier* de la troisième espece; & qu'ainsi cette dernière espèce de *levier*, bien loin d'aider la puissance, quant à sa force absolue, ne fait au contraire que lui nuire. Cependant cette dernière espèce est celle que la nature a employé le plus fréquemment dans le corps humain. Par exemple, quand nous soutenons un poids attaché au bout de la main, ce poids doit être considéré comme fixé à un bras de *levier* dont le point d'appui est dans le coude, & dont par conséquent la longueur est égale à l'avant-bras. Or ce même poids est soutenu en cet état par l'action des muscles dont la direction est fort oblique à ce bras de *levier*, & dont par conséquent la distance au point d'appui est beaucoup plus petite que celle du poids. Ainsi, l'effort des muscles doit être beaucoup plus grand que le poids. Pour rendre raison de cette structure, on remarquera que plus la puissance appliquée à un *levier* est proche du point d'appui, moins elle a de chemin à faire pour en faire parcourir un très-grand au poids. Or l'espace à parcourir par la puissance, étoit ce que la nature avoit le plus à ménager dans la structure de notre corps. C'est pour cette raison qu'elle a fait la direction des muscles fort peu distante du point d'appui; mais elle a dû aussi les faire plus forts en même proportion.

Quand deux puissances agissent parallèlement aux extrêmités du *levier*, & que le point d'appui est entre deux, la charge du point d'appui est égale à la somme des deux puissances, de manière que, si l'une des puissances est, par exemple, de 100 livres, & l'autre de 200, la charge du point d'appui sera de 300. Car, en ce cas, les deux puissances agissent dans le même sens; mais, si le *levier* est de la seconde ou troisième espèce, & que par conséquent le point d'appui ne soit pas entre les deux puissances, alors la charge de l'appui sera égale à l'excès de la plus grande puissance sur la plus petite; car alors les puissances agissent en sens contraire.

Si les puissances ne sont pas parallèles, alors il faut les prolonger jusqu'à ce qu'elles concourent, & trouver par le principe de la composition des forces (*voyez* COMPOSITION) la puissance qui résulte de leur concours.

Cette puissance, à cause de l'équilibre supposé, doit avoir une direction qui passe par le point d'appui, & la charge du point d'appui sera évidemment égale à cette puissance. *Voyez* APPUI.

Au reste, nous avons déjà remarqué *au mot* BALANCE, & c'est une chose digne de remarque, que les propriétés du *levier* sont plus difficiles à démontrer rigoureusement lorsque les puissances sont parallèles, que lorsqu'elles ne le sont pas. Tout se réduit à démontrer que, si deux puissances égales sont appliquées aux extrêmités d'un *levier*, & qu'on place au point du milieu du *levier* une puissance qui leur fasse équilibre, cette puissance sera égale à la somme des deux autres. Cela paroît n'avoir pas besoin de démonstration; cependant la chose n'est pas évidente par elle-même, puisque les puissances qui se font equilibre dans le *levier*, ne sont pas directement opposées les unes aux autres; & on pourroit croire confusément, que plus les bras du *levier* sont longs, tout le reste étant égal, moins la troisième puissance doit être grande pour soutenir les deux autres, parce qu'elles lui sont, pour ainsi dire, moins directement opposées. Cependant il est certain, par la théorie de la balance (*voyez* BALANCE), que cette troisième puissance est toujours égale à la somme des

deux autres; mais la démonstration qu'on en donne, quoique vraie & juste, est indirecte.

Il ne sera peut-être pas inutile d'expliquer ici un paradoxe de méchanique, par lequel on embarrasse ordinairement les commençans, au sujet de la propriété du *levier*. Voici en quoi consiste ce paradoxe: on attache à une règle *AB*, *fig. 3, n°. 2, Méchan.* deux autres règles *FC*, *ED*, par le moyen de deux clous *B* & *A*, & les règles *FC*, *ED*, sont mobiles autour de ces clous; on attache de même aux extrémités de ces dernières règles deux autres règles *FE*, *CD*, aussi mobiles autour des points *CD*; en sorte que le rectangle *FCDE*, puisse prendre telle figure & telle situation qu'on voudra, comme *fcde*, les points *A* & *B* demeurant toujours fixes. Au milieu de la règle *FE* & de la règle *CD*, on plante vis-à-vis l'un de l'autre deux bâtons *HGO*, *INP*, perpendiculaires & fixément attachés à la règle. Cela posé, en quelque endroit des bâtons qu'on attache les poids égaux *H I*, ils sont toujours en équilibre, même lorsqu'ils ne sont pas également éloignés du point d'appui *A* ou *B*. Que devient donc, dit-on, cette règle générale, que des puissances égales appliquées à un *levier*, doivent être également distantes du point d'appui?

On rendra aisément raison de ce paradoxe, si on fait attention à la manière dont les poids *H I* agissent l'un sur l'autre. Pour le voir bien nettement, on décomposera les efforts des poids *H I* (*fig. 3, n°. 3*), chacun en deux, dont l'un pour le poids *H*, soit dans la direction *fH*, & l'autre dans la direction *He*; & dont l'un pour le poids *I*, soit dans la direction *CI*, & l'autre dans la direction *ID*. Or l'effort *CI* se décompose en deux efforts *Cn* & *CQ*; & de même l'effort *ID* se décompose en deux efforts *Dn* & *DO*. Donc la verge *CD* est tirée suivant *CD* par une force $= Cn + nD$; & l'on trouvera de même que la verge *fe* est tirée suivant *fe* par une force $= fe$. Donc, puisque $BC = Bf$, & $CD =$ & parallèle à *fe*, les deux efforts suivans *CD* & *fe* se font équilibre. Maintenant on décomposera de même l'effort suivant *CQ* en deux, l'un dans la direction de *BC*, lequel effort sera détruit par le point fixe & immobile *B*, l'autre suivant *CD*, & on décomposera ensuite l'effort qui agit au point *D*, suivant *CD* en deux autres, l'un dans la direction *DA*, qui sera détruit par le point fixe *A*, & l'autre dans la direction *DC*; & on trouvera facilement que cet effort est égal & contraire à l'effort qui résulte de l'effort *CQ* suivant *CD*. Ainsi, ces deux efforts se détruiront: on en dira de même du point *H*; ainsi, il y aura équilibre.

Nous croyons devoir avertir que l'invention de ce paradoxe méchanique est dû à M. de Roberval, membre de l'ancienne Académie des Sciences, & connu par plusieurs ouvrages mathématiques, dont la plupart ont été imprimés après sa mort. Le docteur Desaguliers, membre de la société royale, mort depuis peu d'années, a parlé assez au long de ce même paradoxe dans ses leçons de Physique expérimentale, imprimées en anglois & *in-4°*; mais il n'a point cité M. de Roberval, que peut-être il ne connoissoit pas pour en être l'auteur.

Au reste, il est indifférent (& cela suit évidemment de la démonstration précédente), que les points *NG* (*fig. 3, n°. 2*), soient placés ou non au milieu des règles *CD*, *FE*. On peut placer les règles *PI*, *HO*, par-tout ailleurs en *CD*, *FE*, & la démonstration aura toujours lieu. Je dois avertir que l'équilibre dans la *balance de Roberval* (car c'est ainsi qu'on appelle cette machine), est assez mal démontré dans la plupart des ouvrages qui en ont parlé; & je ne sais même s'il se trouve dans aucun ouvrage une démonstration aussi rigoureuse que celle que nous venons d'en donner.

J'ai dit plus haut que tout se réduisoit à démontrer que, dans la balance à bras égaux, la charge est égale à la somme des deux poids. En effet, cette proposition une fois démontrée, on n'a qu'à substituer un appui fixe à l'un des deux poids, & au centre de la balance une puissance égale à leur somme, & on aura un *levier*, où l'une des puissances sera 1 & l'autre 2, & dans lequel les distances au point d'appui, seront comme 1 & 2. Voilà donc l'équilibre démontré dans le cas où les puissances sont dans la raison de 2 à 1; & on pourra de même le démontrer dans le cas où elles seront dans tout autre rapport: nous en disons assez pour mettre sur la voie de la démonstration les lecteurs intelligens. Ainsi, toutes les loix de l'équilibre se déduiront toujours de la loi de l'équilibre dans le cas le plus simple. *Voyez* EQUILIBRE. (*O*)

LÉZARD, (*Astron.*) *lacerta, stellio*, petite constellation introduite par Hévélius pour rassembler, sous un nom commun, quelques petites étoiles qui avoient été négligées par les anciens. Elle est située entre les constellations d'andromède & du cygne. Hévélius ne pouvoit choisir qu'un petit animal à cause de la petitesse de l'espace qu'occupent ces étoiles; & comme le *lézard* est un animal de diverses couleurs, il crut que cela se rapporteroit assez bien avec l'éclat des étoiles qui forment cette constellation. Elle a été conservée par Flamsteed dans le *Catalogue Britannique*, où elle est composée de 16 étoiles; la plus brillante est de quatrième grandeur: elle avoit, en 1690, 0^s 3^d 52′ 12″ de longitude, & 53^d 17′ 26″ de latitude boréale. (*D. L.*)

LIB

LIBRA, (*Astronomie*) nom latin de la constellation de la BALANCE.

LIBRATION, (*Astr.*) c'est un petit changement que l'on apperçoit dans la situation du globe de la lune & dans la position de ses taches. Quoique le

disque apparent soit à-peu-près le même en tout tems, on y observe cependant quelques degrés de variation. Les taches paroissent d'environ trois minutes plus ou moins éloignées des bords; la différence est quelquefois d'un huitième de la largeur du disque apparent de la lune.

Il y a quatre sortes de *librations*; d'abord la *libration* diurne qui est égale à la parallaxe horizontale; 2.° la *libration* en latitude qui vient de l'inclinaison de l'axe de la lune sur l'écliptique; 3.° la *libration* en longitude, qui vient des inégalités du mouvement de la lune dans son orbite; 4.° enfin celle qui provient de l'attraction de la terre sur le sphéroïde lunaire. Les deux premières *librations* furent reconnues par Galilée; la troisième, par Hévélius & Riccioli; la quatrième, par Neuton: celle-ci a été sur-tout discutée dans la pièce de M de la Grange, qui a remporté le prix de l'Académie, en 1764.

La *libration* diurne est trop petite pour qu'il soit nécessaire d'en parler ici; elle n'est que d'un degré, & toujours égale à la parallaxe, elle vient de ce que la lune étant à l'horizon, nous la voyons du haut en bas, ce qui nous fait appercevoir en haut une partie de son globe que nous ne verrions pas.

La cause de la *libration* en latitude est évidente, si l'on suppose que la lune présente toujours la même face au même point du ciel, & qu'un de ses diamètres, que nous appellerons l'*axe de la lune*, soit toujours incliné de deux degrés sur l'écliptique: c'est un phénomène de même espèce que celui du parallélisme de l'axe de la terre & de son inclinaison sur l'écliptique, d'où provient la différence des saisons. L'axe de la lune n'étant point perpendiculaire au plan de son orbite, mais étant un peu incliné à ce plan, & cet axe conservant continuellement son parallélisme dans son mouvement autour de la terre, il faut nécessairement qu'il change de situation, par rapport à un observateur placé sur la terre, & à la vue duquel il présentera tantôt l'un des poles, & tantôt l'autre. De sorte que l'observateur, placé sur la surface de la terre, ne verra pas toujours exactement un hémisphère terminé par un plan qui passe par l'axe de la *lune*, mais l'axe se trouvera presque toujours tantôt d'un côté de ce plan, tantôt de l'autre; ce qui fait qu'il paroit avoir une espèce d'ondulation ou vacillation, & que nous voyons des parties de la lune tantôt vers un des poles, tantôt vers l'autre, quelquefois vers le nord, quelquefois vers le midi.

Soit T la terre (*pl. d'Astr. fig.* 156), TE le plan de l'écliptique, TC une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique, L le centre de la lune, dont l'axe ILK soit perpendiculaire à TC; lorsque la latitude de la lune ou l'angle LTE est de 5°, l'angle LTC est de 3°, aussi-bien que l'angle GLD, & une tache située en G sur l'équateur lunaire, paroit éloignée du centre apparent D de la lune, de 3° ou de $\frac{1}{30}$ du rayon de la lune; mais 14 jours après, quand la lune en M a 5° de latitude australe, l'angle ETM étant de 5°, & l'angle CTM de 7°, la tache, qui étoit en G, se trouve en Q, & sa distance FQ au centre apparent F de la lune, est l'arc FQ égal à l'angle CTM, ou de 7°; ainsi, la tache située dans l'équateur paroit à 7° au midi du centre apparent F de la lune, tandis qu'auparavant elle paroissoit 3° plus au nord; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorsque la latitude étoit septentrionale en L. Cela suppose que la ligne TC, à laquelle l'axe est perpendiculaire, soit immobile, ou que l'axe IK soit toujours parallèle à lui-même. Il a cependant un mouvement égal à celui des nœuds de la lune; mais l'effet n'est pas sensible en 14 jours.

La *libration* en longitude vient de ce que le mouvement de la lune autour de son axe est uniforme, tandis que son mouvement ou sa vitesse, dans son orbite, est inégale; il arrive de-là que quelques parties du limbe de la lune s'éloignent quelquefois du centre de son disque, & que, d'autres fois, elles s'en approchent, & que quelques parties, qui étoient auparavant invisibles, deviennent par-là visibles.

Si la lune décrivoit un cercle autour de la terre, & qu'elle décrivît ce cercle d'un mouvement uniforme dans le même tems qu'elle tourne autour de son axe, assurément ce seroit toujours le plan du même méridien lunaire qui passeroit par notre œil ou par le centre de la terre, & l'on appercevroit exactement chaque jour le même hémisphère. Il suit de ces observations que, si la *lune* est habitée, quelques-uns de ses habitans doivent tantôt voir la terre & tantôt ne la plus voir; que près de la moitié doivent ne la voir jamais, & près de la moitié la voir toujours. Cette espèce d'ondulation ou de vacillation de la lune se fait d'abord d'occident en orient, ensuite d'orient en occident; de sorte que diverses régions qui paroissoient situées vers le bord occidental ou oriental de la lune, se cachent ou se montrent alternativement. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer supérieur F de l'orbite lunaire ALP (*fig.* 157), est celui autour duquel la lune tourne uniformément ou à-peu-près: si donc la rotation de la lune est uniforme, comme le prouve l'observation, la lune, après le quart de la durée de sa révolution, présentera au foyer F le point B de sa surface, qui, dans l'apogée A, étoit dirigée suivant AFT, & par conséquent vers la terre; mais, dans cette position du rayon LBF, l'angle FLT étant de 6° ou 7°, le point G de la lune, qui est dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point B, de 7° de la circonférence de la lune; ainsi, la tache qui est en B (& qui paroissoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra éloignée de 7°, ou d'environ une huitième partie du rayon de la lune du

coté de l'occident, lorsque la lune sera dans sa moyenne distance après son passage par l'apogée; c'est ce que l'on observe réellement.

La plus grande *libration* en longitude est le tems où la mer des Crises (*palus mœotides*, suivant Hévélius) est la plus éloignée du bord occidental de la lune, ce qui arrive vers 9ˢ d'anomalie ; alors les taches orientales, telles que Grimaldi (*palus marœotides*, suivant Hévélius), sont les plus éloignées du bord oriental de la lune. Le contraire arrive dans la plus petite *libration*, telle que l'observa Hévélius, le 17 mai 1649. La mer de Crises étoit si près du bord de la lune, qu'il n'a jamais vu l'intervalle aussi petit. La longitude de la lune étoit alors moindre que la longitude moyenne de six degrés; la lune étoit vers 3ˢ d'anomalie.

Riccioli eut le premier, en 1651, l'idée d'expliquer cette *libration* en longitude par l'excentricité de l'orbite lunaire; mais il rejetta cette hypothèse, parce qu'il supposoit alors une *libration* trop grande, & qu'il trouvoit plusieurs observations auxquelles cette hypothèse ne satisfaisoit pas, mais les observations étoient alors trop imparfaites. Imaginons, dit-il, que la lune présente toujours la même face, non à la terre, mais au centre de l'excentrique ou de l'orbite lunaire, en sorte que la ligne menée du centre du globe lunaire au centre de l'excentrique qu'elle parcourt, passe toujours par le même point du globe lunaire, la ligne menée à la terre passera sur la lune, par des points différens, & nous verrons différentes parties. Cette hypothèse, rejettée par Riccioli, fut employée par Hévélius, qui l'avoit imaginée en 1648 ; &, dans sa lettre écrite à Riccioli en 1654, il l'explique comme la véritable cause de la *libration* en longitude; Newton & Cassini l'adoptèrent également. Il n'est pas aisé de comprendre la raison de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Neuton ayant trouvé, par l'attraction de la terre, que le diamètre de la lune dirigé vers la terre doit surpasser de deux cens quatre-vingts piés les diamètres perpendiculaires à notre rayon visuel, en conclut que le plus grand diamètre doit être toujours à-peu-près dirigé vers la terre, & que c'est pour cela que nous voyons toujours à-peu-près le même côté de la lune.

Si la figure de la lune étoit parfaitement sphérique, comme on l'a supposé jusqu'ici, la *libration* seroit purement optique; mais M. d'Alembert a prouvé dans ses *Recherches sur le système du monde*, IIᵉ part. *art.* 363 *& suiv.* que, si la lune s'écarte tant soit peu de la figure sphérique, il peut & il doit y avoir une cause physique dans la *libration.*

Or il est vrai que l'équateur lunaire doit être alongé dans le sens du diamètre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre est plus grande sur les parties de la lune qui sont les plus près de nous; d'un autre côté, la rotation de la lune autour de son axe doit en faire un sphéroïde applati par les poles, & rendre les méridiens d'une forme elliptique; l'équateur & les parallèles doivent être des ellipses; & le corps de la lune doit être, pour ainsi dire, comme un œuf qu'on auroit applati par les côtés, indépendamment de son alongement naturel.

M. de la Grange suppose avec Neuton, que la lune est un sphéroïde alongé vers la terre, & il trouve que cette planète doit faire autour de son axe une espèce de balancement ou d'oscillation, par lequel sa vitesse de rotation est tantôt accélérée, tantôt retardée; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à-peu-près la même face, quoiqu'elle ait pu recevoir, dans le principe, une rotation dont la durée ne seroit point, par elle seule, égale à celle de la révolution. Il fait voir aussi que la figure de la lune peut être telle que la précession de ses points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire soit à-peu-près égal au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire. C'est en effet ce que l'on observe, comme je l'ai prouvé par des observations détaillées, dans les *Mém. de 1764.*

Pour connoître les loix & les circonstances de la *libration* de la lune; il suffit de déterminer la position de son équateur par rapport à l'écliptique, & cela se peut faire comme pour le soleil. *Voy.* ROTATION.

Les sélénographies ou les figures de la lune ne peuvent la représenter fidèlement dans tous les tems, puisque la *libration* fait paroître les taches de 6 à 7ᵈ plus près ou plus loin du même bord. Mais ce que l'on peut faire de mieux, c'est de construire ses figures pour les *librations* moyennes, & c'est ce que j'ai pratiqué dans la figure gravée pour la *Connoissance des tems* de 1775. *Voyez figure* 150 & le *mot* SÉLÉNOGRAPHIE.

Libration de l'apogée de la lune se dit d'un mouvement alternatif que l'action du soleil produit dans le mouvement de l'apogée de la lune, & qui étoit d'environ douze degrés suivant l'hypothèse d'Horoccius, adoptée par Neuton & Halley. Mais les astronomes ne considérent plus cette *libration*, parce que, combinée avec le changement d'excentricité que les mêmes auteurs admettoient, elle se réduit à une simple inégalité de la lune qu'on appelle *évection*, *Voyez* LUNE.

Libration de la terre ; c'est, suivant quelques anciens astronomes, le mouvement par lequel la terre est retenue, dans son orbite, de manière que son axe reste toujours parallèle à lui-même; c'est ce que Copernic appelloit *mouvement de libration.* Mais ce nom est impropre; car on pourroit plutôt dire que l'axe de la terre auroit une *libration* du midi au nord, si cet axe ne demeuroit pas toujours parallèle à lui-même. Pour qu'il demeure dans cet etat, il n'est besoin

d'aucune force extérieure; il a dû prendre cette situation dès que la terre a commencé à tourner, & l'a conservée depuis par la propriété qu'ont tous les corps de rester dans l'état qui leur a été donné, à moins qu'une cause extérieure & étrangère ne les en tire. *Voy.* ROTATION.

Libration de l'obliquité de l'écliptique, étoit un mouvement de l'axe de la terre admis par Copernic; pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique; on ne se sert plus de cette hypothèse depuis qu'on a reconnu la véritable cause de cette diminution. La *nutation* découverte par Bradley est une véritable *libration*. (*D. L.*)

LICORNE, *monoceros, unicornu*, (*Astron.*) constellation méridionale qui fut introduite par Bartschius en 1635, employée, en 1679, dans le catalogue de dom Anthelme, & dans les cartes de Royer, pour rassembler des étoiles informes, situées entre le grand chien & le petit chien, entre orion & l'hydre; elle contient trente-une étoiles dans le grand catalogue Britannique. L'étoile principale est de quatrième grandeur, elle est au col de la licorne, elle avoit, en 1690, 3^s 8^d 27' 56" de longitude, & 10^d 32' 18" de latitude australe.

Il y avoit, dans l'ancienne astronomie, une constellation de même nom; mais elle n'étoit pas au même endroit du ciel; elle étoit vers la queue de l'hydre, suivant la sphère persique, rapportée par Scaliger sur Manilius. (*D. L.*)

LIERNE, s. f. (*Hydr.*), pièce de bois qui sert à tirer les fils de pieux d'une palée; elle est boulonnée & n'a point d'entailles, comme la morze, pour accoller les pieux: on *lierne* souvent les pieux d'un batardeau. (*K*)

LIEU *géométrique*, signifie une ligne par laquelle se résout un problème géométrique. *Voyez* PROBLÊME & GÉOMÉTRIQUE.

Un lieu est une ligne dont chaque point peut également résoudre un problème indéterminé. S'il ne faut qu'une droite pour construire l'équation du problème, le lieu s'appelle alors *lieu à la ligne droite*; s'il ne faut qu'un cercle, *lieu au cercle*; s'il ne faut qu'une parabole, *lieu à la parabole*; s'il ne faut qu'une ellipse, *lieu à l'ellipse*; & ainsi des autres, &c.

Les anciens nommoient *lieux plans*, les *lieux* des équations qui se réduisent à des droites ou à des cercles; & *lieux solides* ceux qui sont ou des paraboles, ou des hyperboles, ou des ellipses.

M. Wolf donne une autre définition des *lieux*, & il les range en différens ordres, selon le nombre de dimensions auxquelles la quantité indéterminée s'élève dans l'équation. Ainsi, ce sera un *lieu* du premier ordre, si l'équation est $x = \frac{ay}{c}$; un *lieu* du second ordre, si c'est $y^2 = ax$, ou $y^2 = a^2 - x^2$, &c. un *lieu* du troisième, si on a pour équation $y^3 = a^2 x$, ou $y^3 = a x^2$..., &c.

Pour mieux concevoir la nature des *lieux géométriques*, supposons deux droites inconnues & variables AP, PM (*Pl. d'analyse, fig.* 29, 30), qui fassent entr'elles un angle donné quelconque APM, dont nous nommerons l'une, par exemple, AP, qui a son origine fixe en A, & qui s'étend indéfiniment dans une direction donnée, x, & l'autre PM, qui change continuellement de position & de grandeur, mais qui reste toujours parallèle à elle-même, y. Supposons de plus une équation qui ne contienne d'inconnues que ces deux quantités x, y, mêlées avec des quantités connues, & qui exprime le rapport de la variable AP, x, à la valeur de PM, ou de l'y correspondante; enfin imaginons qu'à l'extrémité de chaque valeur possible de x, on ait tracé en effet l'y correspondante que cette équation détermine; la ligne droite ou courbe qui passera par les extrémités de toutes les y ainsi tracées, ou par tous les points M, sera nommée, en général, *lieu géométrique*, & *lieu* de l'équation proposée en particulier.

Toutes les équations, dont les *lieux* sont du premier ordre, peuvent se réduire à quelqu'une des quatre formules suivantes: 1.° $y = \frac{bx}{a}$: 2.° $y = \frac{bx}{a} + c$: 3.° $y = \frac{bx}{a} - c$: 4.° $y = c - \frac{bx}{a}$, dans lesquelles la quantité inconnue y est supposée toujours avoir été délivrée de fractions, la fraction qui multiplie l'autre inconnue x est supposée réduite à cette expression $\frac{b}{a}$; & tous les autres termes sont comme censés réduits à celui $+ c$. Le *lieu* de la première formule est d'abord déterminé, puisqu'il est évident que c'est une droite qui coupe l'axe dans son origine A, & qui fait avec lui un angle tel que les deux inconnues x, y soient toujours entr'elles comme a est à b. Or, supposant ce premier *lieu* connu, il faudra, pour trouver celui de la seconde formule $y = \frac{bx}{a} + c$, prendre d'abord sur la ligne AP (*fig.* 3), une partie $AB = a$, & tirer $BE = b$ & $AD = c$ parallèles à PM. Vous tirerez ensuite du même côté que AP & vers E la ligne AE d'une longueur indéfinie, & la ligne droite & indéfinie DM parallèle à AE; je dis que la ligne DM est le lieu de l'équation, ou de la formule que nous voulions construire. Car si, par un point quelconque M de cette ligne, on tire MP parallèle à AQ, les triangles ABE, APF seront semblables; ce qui donnera AB, a, BE, b :: AP, x. $PF = \frac{bx}{a}$, & par conséquent $PM\ (y) = PF \left(\frac{bx}{a}\right) + FM\ (c)$. Si on fait $c = o$, c'est-à-dire, si les points D A tombent l'un sur l'autre, & DM sur AF, la ligne AF sera alors le *lieu* de l'équation $y = \frac{bx}{a}$. Pour trouver le *lieu* de la troisième formule, il faudra s'y prendre de cette sorte: vous

ferez

ferez $AB = a$ (*fig.* 32), & vous tirerez les droites $BE = b$, $AD = c$ parallèles à PM, l'une de l'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté : par les points A, E, vous tirerez la droite AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM, parallèle à AE, je dis que la droite indéfinimenr GM fera le *lieu* cherché. Car nous aurons toujours $PM(y) = PF, \left(\frac{bx}{a}\right) - FM(c)$. Enfin, pour trouver le *lieu* de la 4e formule, fur AP (*fig.* 33), vous prendrez $AB = a$, & vous tirerez $BE = b$, & $AD = c$, l'une d'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté. De plus, par les points A, E, vous tirerez AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM parallèle à AE, je dis que DG fera le *lieu* cherché. Car fi, par un de fes points quelconques M, on tire la ligne MP parallèle à AQ, on aura toujours $PM(y) = FM(c) - PF\left(\frac{bx}{a}\right)$.

Il s'enfuit de-là qu'il n'y a de *lieu* du premier degré que les feules lignes droites ; ce qui peut fe voir facilement, puifque toutes les équations poffibles du premier degré fe réduifent à l'une des formules précédentes.

Tous les *lieux* du fecond degré ne peuvent être que des fections coniques ; favoir, la parabole, l'ellipfe ou le cercle, qui eft une efpèce d'ellipfe, & l'hyperbole, qui, dans certains cas, devient équilatère : fi on fuppofe donc donnée une équation indéterminée, dont le *lieu* foit du fecond degré, & qu'on demande de décrire la fection conique qui en eft le *lieu*, il faudra commencer par confidérer une parabole, une ellipfe & une hyperbole quelconque, en les rapportant à des droites ou des coordonnées, telles que l'équation qui en exprimera la nature, fe trouve être par-là la plus compofée & la plus générale qu'il foit poffible. Ces équations les plus générales, ou ces formules des trois fections coniques & de leurs fubdivifions étant découvertes, & en ayant examiné les caractères, il fera aifé de conclure à laquelle d'entr'elles fe rapportera l'équation propofée, c'eft-à-dire, quelle fection conique cette même équation aura pour *lieu*. Il ne s'agira plus après cela que de comparer tous les termes de l'équation propofée avec ceux de l'équation générale du *lieu*, auquel on aura trouvé que cette équation fe rapporte, cela déterminera les coëfficiens de cette équation générale, ou, ce qui eft la même chofe, les droites qui doivent être données de proportion & de grandeur pour décrire le *lieu* ; & ces coëfficiens, ou ces droites étant une fois déterminées, on décrira facilement le *lieu*, par les moyens que les traités des fections coniques fourniffent.

Par exemple, que AP, x, PM, y foient deux droites indéterminées & variables (*fig.* 34) ; & que m, p, r, f, foient des droites données ; fur la ligne AP, prenez la portion $AB = m$, & tirez $BE = n$, $AD = r$ toutes deux parallèles à PM ; & par le point A, tirez $AE = e$, & par le point D, la ligne indéfinie DG parallèle à AE ; fur DG, prenez $DC = s$, & prenant CG pour diamètre, les ordonnées parallèles à PM, & la ligne $CH = p$ pour paramètre, décrivez la parabole CM, & elle fera le *lieu* de la formule générale fuivante.

$$\begin{aligned} yy - \tfrac{2n}{m}xy + \tfrac{nn}{mm}xx &= o. \\ -2ry + \tfrac{2nr}{m}.x \\ -\tfrac{ep}{m}x \\ +rr \\ +ps. \end{aligned}$$

car fi, d'un de ces points quelconques M, on tire l'ordonnée PM, les triangles ABE, APF, feront femblables, & par conféquent $AB(m) : AE(e) :: AP(x) : AF$ ou $DG = \frac{ex}{m}$ & $AB(m) : BE(n) :: AP(x) : PF = \frac{nx}{m}$, & par conféquent GM ou $PM - PF - FG = y - \frac{nx}{m} - r$, & CG ou $DG - DC = \frac{ex}{m} - s$. Mais par la nature de la parabole $\overline{GM}^2 = CG \times CH$; & cette dernière équation deviendra la formule générale elle-même, fi on fubftitue à la place des droites qui font employées, leurs valeurs marquées ci-deffus.

Cette équation eft là plus générale qui puiffe appartenir à la parabole, puifqu'elle renferme, 1.° le quarré de chacune des inconnues x, y ; 2.° le produit xy de l'une par l'autre ; 3.° les inconnues x, y, & un terme tout conftant. Une équation du fecond degré, où les indéterminées x, y fe trouvent mêlées, ne fauroit contenir un plus grand nombre de termes.

Par le point fixe A, tirez la droite indéfinie AQ (*fig.* 35), parallèle à PM ; prenez $AB = m$, tirez $BE = n$ parallèle à AP, & par les points déterminés A, E, la droite $AE = e$; fur AP, prenez $AD = r$, tirez la droite indéfinie DG, parallèle à AE, & prenez la portion $DC = s$. Enfin, prenant pour diamètre CG, & fuppofant les ordonnées parallèles à AP, & pour paramètre la ligne $CH = p$, décrivez une parabole CM ; cette parabole feroit le *lieu* de cette feconde équation ou formule.

$$\begin{aligned} xx - \tfrac{2n}{m}yx + \tfrac{nn}{mm}yy &= o. \\ -2rx - \tfrac{ep}{m}y + \tfrac{2nry}{m} \\ +rr \\ +ps. \end{aligned}$$

Car fi, d'un point quelconque M, on tire la droite MQ parallèle à AP, on aura $AB(m)$:

$AE\ (c) :: AQ$ ou $PM\ (y) : AF$ ou $DG = \frac{cy}{m}$ & $AB\ (m) : BE\ (n) :: AQ\ (y)\ QF = \frac{ny}{m}$, & par conséquent GM ou $QM - QF - FG = x - \frac{ny}{m} - r$; & CG ou $DG - DC = \frac{cy}{m} - s$: & ainsi, par la propriété de la parabole, vous trouverez encore la seconde des équations générales ou des formules précédentes; & vous vous y prendrez de la même sorte, pour trouver les équations générales ou les formules des autres sections coniques.

Si on demande maintenant de décrire la parabole qui doit être le *lieu* de l'équation suivante, que nous supposerons donnée $yy - 2ay - bx + cc = o$; comme yy se trouve ici sans fraction, de même que dans notre première formule, il vaudra mieux comparer la proposée avec cette première formule qu'avec l'autre; & d'abord, puisque le rectangle xy ne se trouve point dans la proposée, ou qu'il peut y être censé multiplié par o, nous en conclurons que la fraction $\frac{2n}{m}$ doit être $= o$, & par conséquent aussi qu'on doit avoir n, ou $BE = o$; de sorte que les points B, E doivent être coïncidens, ou que la droite AE doit tomber sur AB & lui être égale, c'est-à-dire, que $m = c$: détruisant donc, dans la formule, tous les termes affectés de $\frac{n}{m}$ ou de n, & substituant par-tout m à la place de c, elle se changera en $yy - 2ry - px + rr + ps = o$; & comparant encore les termes correspondans $- 2ry$, & $- 2ay$, $- px$ & $- bx$, enfin $rr + ps$, & cc, nous aurons $r = a$, $p = b$, & en substituant ces valeurs dans la dernière équation de comparaison, $aa + bs = cc$, ou bien $s = \frac{cc - aa}{b}$, qui par conséquent sera une quantité négative, si a est plus grand que c. Nous le supposons ici. Il ne serviroit de rien de comparer les deux premiers termes, parce qu'étant les mêmes des deux côtés, savoir, yy, cette comparaison ne pourroit rien faire découvrir.

Or les valeurs de m, n, r, p, s, ayant été ainsi trouvées, on construira facilement le *lieu* cherché par les moyens qui nous ont servi à la construction de la formule & de la manière suivante, comme $BE\ (n)$ est $= o$ (*fig.* 36), & que les points B, E coïncident, ou que AE tombe sur AP, il faudra, par cette raison, tirer du point A la droite $AD\ (r)$ parallèle à PM & $= a$, & la droite DG parallèle à AP, dans laquelle vous marquerez la droite $DC\ (s) = \frac{aa - cc}{b}$, laquelle doit être prise au-delà de l'origine, dans un sens opposé à DG ou AP, parce que la fraction $\frac{c^2 - a^2}{b}$ est négative par la supposition. Ensuite, regardant DC comme diamètre, prenant des ordonnées parallèles à PM, & la droite $CH\ (p) = b$ pour paramètre, vous décrirez une parabole, je dis qu'elle sera le *lieu* de l'équation donnée, & il est en effet aisé de le prouver. Si c'eût été le quarré xx qui se fût trouvé tout-d'un-coup sans fraction dans la proposée, il auroit été alors plus naturel de se servir de la seconde formule. On voit au reste qu'au moyen d'une division fort facile, on peut délivrer des fractions tel des deux quarrés qu'on voudra; & il faudroit commencer par cette division, si l'on voyoit que la comparaison des termes en dût devenir plus simple.

Voilà une idée de la méthode de construire les *lieux* des équations, lorsqu'ils doivent être des sections coniques, ou, ce qui est la même chose, lorsque les équations ne passent pas le second degré; car on doit sentir que les *lieux* à l'ellipse & à l'hyperbole, doivent se déterminer par une méthode semblable.

Mais une pareille équation étant donnée, au lieu de demander, comme tout-à-l'heure, d'en construire le *lieu*, si on se contente de demander quelle doit être l'espèce de la section conique qui en est le *lieu*, si c'est une parabole, une ellipse ou même un cercle, un hyperbole équilatère, ou non équilatère, il faudroit, pour en juger, commencer par faire passer d'un même côté tous les termes de l'équation, de façon qu'il restât zero de l'autre côté; & cela étant fait, il pourroit se présenter deux cas différens.

Premier cas; supposons que le rectangle xy, ne se trouve point dans l'équation; alors, 1.° s'il n'y a qu'un des deux quarrés yy, ou xx, le *lieu* sera une parabole; 2.° si les deux quarrés s'y trouvent tout-à-la-fois & avec le même signe, le *lieu* sera une ellipse, & en particulier un cercle, lorsque ni l'un ni l'autre des deux quarrés n'aura de coëfficient, ou (si on n'avoit point réduit l'un d'eux à n'en point avoir) lorsqu'ils auront les mêmes coëfficiens, & que de plus l'angle des coordonnées sera droit; 3.° si les deux quarrés xx, & yy se trouvent dans l'équation, & avec des signes différens, le *lieu* sera une hyperbole, laquelle deviendra équilatère dans les mêmes suppositions, qui font de l'ellipse un cercle.

Second cas; quand le rectangle xy se trouve dans l'équation, alors, 1.° s'il ne s'y trouve aucun des deux quarrés, qu'il ne s'y en trouve qu'un, ou encore qu'ils s'y trouvent tous deux avec différens signes, ou enfin que s'y trouvant tous deux avec les mêmes signes, le quarré du coëfficient qui multiplie xy, soit plus grand que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy; dans toutes ces suppositions, le *lieu* sera une hyperbole. 2°. Si ces deux quarrés s'y trouvant toujours, & étant de même signe; si le quarré du coëfficient xy, est plus petit que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy, le *lieu* sera alors une ellipse. 3.° Enfin, si, dans la même supposition, ce quarré & le quadru-

ple du rectangle dont nous venons de parler, sont égaux entr'eux, le *lieu* sera alors une parabole.

Cette méthode de construire les *lieux géométriques*, en les rapportant aux équations les plus composées qu'il soit possible, est dûe à M. Craig, auteur anglois, qui l'a publiée le premier dans son *traité de la Quadrature des courbes*, en 1693. Elle est expliquée fort au long dans le septième & le huitième livre des sections coniques de M. le Marquis de l'Hôpitale, qui sans doute en auroit fait honneur au géomètre anglois, s'il eût eu le tems de mettre la dernière main à son ouvrage.

M. Guisnée, dans son application de l'Algèbre à la Géométrie, donne une autre méthode pour construire les *lieux géométriques*. Elle est plus commode à certains égards que la précédente, en ce qu'elle apprend à construire tout d'un coup & immédiatement une équation donnée, sans la rapporter à une équation plus générale; mais, d'un autre côté, elle demande aussi, dans la pratique, plus de précaution pour ne se point tromper.

Nous ne devons pas oublier de dire que M. l'abbé de Gua, dans les *usages de l'analyse de Descartes*, *pag. 342*, remarque une espèce de faute qu'on pourroit reprocher aux auteurs qui ont écrit jusqu'ici sur la construction des *lieux géométriques*, & fait voir cependant que cette faute n'a point dû tirer à conséquence dans les règles ou les méthodes que ces auteurs ont données.

Cette faute, qu'il seroit trop long de détailler ici, consiste, en général, en ce que ces auteurs n'ont enseigné à réduire à l'hyperbole entre ses asymptotes, que les *lieux* où il manque un des quarrés x, y. On peut réduire à l'hyperbole entre ses asymptotes une équation même qui contiendroit ces deux quarrés, mais alors aucune des deux asymptotes ne seroit parallèle à la ligne des x, ni à celle des y. *Voyez* Transformation des axes; *voyez* aussi sur les *lieux* en général, & sur ceux aux sections coniques en particulier, les *articles* Courbe, Equation, Conique, Ellipse, Construction, &c. *(O)*

Lieu *d'une planète*, (*Astron.*), signifie ordinairement sa *longitude*.

LIEUE, mesure itinéraire de france. Les astronomes comptent les lieues de 25 au degré, ou de 2283 toises. Les lieues de poste sont de 2000 toises; les lieues en Languedoc sont souvent de 4000. *V. la Métrologie de M. Paucton.*

LIEVRE, (*Astron.*), *lepus*, *levipes*, constellation méridionale située au-dessous d'orion, & qui contient 19 étoiles dans le catalogue de Flamsteed. Pline l'appelle *dasypus*; Virgile, *auritus*. C'étoit, en Egypte, le symbole de la vigilance, de la prudence, de la crainte, de la solitude, de la vîtesse; il paroît cependant n'avoir été placé, dans les constellations, à côté d'orion, que comme un des attributs de ce fameux chasseur. D'autres prétendent que ce fut à l'occasion d'une dévastation terrible arrivée en Sicile par la multiplication prodigieuse des *lièvres*.

La plus belle étoile du *lièvre* est de 3e grandeur; elle avoit, en 1750, 80° 25′ 51″ d'ascension droite, & 18° 1′ 17″ de déclinaison méridionale. *(D. L.)*

LIG

LIGNE, s. f. (*Géométrie*) quantité qui n'est étendue qu'en longueur, sans largeur ni profondeur.

Dans la nature, il n'y a point réellement de *ligne* sans largeur ni même sans profondeur; mais c'est par abstraction qu'on considère en géométrie, les *lignes* comme n'ayant qu'une seule dimension, c'est-à-dire, la longueur: sur quoi *voyez l'article* Géométrie.

On regarde une *ligne* comme formée par l'écoulement ou le mouvement d'un point. *Voyez* Point.

Il y a deux espèces de *lignes*, les droites & les courbes. *Voyez* Droite & Courbe.

Si le point A se meut vers B (*Pl. géom. fig.* 1), il décrit par ce mouvement une *ligne*, & s'il va vers B par le plus court chemin, cette *ligne* sera une droite. On doit donc définir la *ligne* droite *la plus courte distance entre deux points*. Si le point qui décrit la *ligne*, s'écarte de côté ou d'autre, & qu'il décrive par exemple, une des *lignes* ACB, AeB, il décrira ou une *ligne courbe*, comme AeB, ou bien deux ou plusieurs droites, comme ACB.

Les *lignes* droites sont toutes de même espèce; mais il y a des *lignes* courbes d'un nombre infini d'espèces. Nous en pouvons concevoir autant qu'il y a de différens mouvemens composés, ou autant qu'on peut imaginer de différentes lois de rapports entre les ordonnés & les abscisses. *Voyez* Courbe.

Les *lignes* courbes se divisent ordinairement en géométriques & méchaniques.

Les *lignes géométriques* sont celles dont tous les points peuvent se trouver exactement & sûrement. *Voyez* Géométrique & Courbe.

Les *lignes méchaniques* sont celles dont quelques points, ou tous les points se trouvent par tâtonnement, & d'une manière approchée, mais non pas précisément. *Voyez* Méchanique & Courbe.

C'est pourquoi Descartes & ceux qui suivent sa doctrine, définissent les *lignes géométriques*, celles qui peuvent être exprimées par une équation algébrique d'un degré déterminé: on donne aussi le nom de *lieu* à cette espèce de *lignes*. *Voyez* Lieu.

Et ils définissent les *lignes* méchaniques, celles qui ne peuvent être exprimées par une équation finie, algébrique, & d'un degré déterminé.

D'autres pensent que les *lignes* que Descartes

appelle *méchaniques*, bien qu'elles ne soient pas désignées par une équation finie, n'en sont cependant pas moins déterminées par leur équation différentielle, & qu'ainsi elles ne sont pas moins géométriques que les autres. Ils ont donc préféré d'appeller celles qui peuvent se réduire à une équation algébrique finie, & d'un degré déterminé, *lignes algébriques*, & celles qui ne le peuvent, *lignes transcendantes*. *Voyez* ALGÉBRIQUES & TRANSCENDANTES. Au fond, toutes ces dénominations sont indifférentes, pourvu qu'on s'explique & qu'on s'entende; car il faut éviter ce qui seroit une pure question de nom.

Les *lignes géométriques* ou *algébriques*, se divisent en *lignes* du premier ordre, du second ordre, du troisième ordre. *Voyez* COURBE.

Les *lignes* droites considérées par rapport à leurs positions respectives, sont paralleles, perpendiculaires ou obliques les unes aux autres. *Voyez* les articles PARALLELE, PERPENDICULAIRE, *&c.*

Le second livre d'Euclide traite principalement des *lignes*, de leur division ou multiplication.

Ligne circulaire,	*Voy. les artic.*	CIRCULAIRE.
Lignes convergentes,		CONVERGENTES.
Ligne génératrice,		GÉNÉRATRICE.
Ligne hyperbolique,		HYPERBOLIQUE.
Ligne logistique,		LOGISTIQUE.
Ligne normale,		NORMALE.
Lignes robervalliennes,		ROBERVALLIENNES.
Lignes proportionnelles,		PROPORTIONNELLES.
Ligne verticale,		VERTICALE.
Mesure d'une *ligne*,		MESURE.

LIGNE, en *Géographie & Navigation*; lorsque l'on se sert de ce terme, sans aucune autre addition, il signifie l'équateur ou la *ligne* équinoxiale. *Voyez* EQUATEUR & EQUINOXIALE.

Cette *ligne* rapportée au ciel, est un cercle que le soleil décrit à-peu-près le 21 mars & le 21 Septembre; & sur la terre c'est un cercle fictif qui répond au cercle céleste, dont nous venons de parler, il divise la terre du nord au sud en deux parties égales, & il est également éloigné des deux poles, de façon que ceux qui vivent sous la *ligne* ont toujours les deux poles dans leur horizon. *Voyez* POLE.

Les latitudes commencent à se compter de la *ligne*. *Voyez* LATITUDE.

Les marins font dans l'usage de baptiser les nouveaux matelots, & les passagers, la première fois qu'ils passent la *ligne*. *Voyez* BAPTÊME de la *ligne*.

Une *ligne horizontale* est une *ligne* parallèle à l'horizon. *Voyez* HORIZON.

Ligne isochrone. *Voyez* ISOCHRONE.

Ligne géométrale, en perspective, c'est une droite tirée d'une manière quelconque sur le plan géométral.

Ligne de terre ou *fondamentale*, en perspective, c'est une *ligne* droite dans laquelle le plan géométral & celui du tableau se rencontrent; telle est la *ligne* *N I* (*Pl. Persp. fig.* 12) formée par l'intersection du plan géométral *L M*, & du plan perspectif *H L*.

Ligne de front, en perspective, c'est une *ligne* droite parallèle à la *ligne de terre*.

Ligne verticale, en perspective, c'est la commune section du plan vertical & de celui du tableau.

Ligne visuelle, en perspective, c'est la *ligne* ou le rayon qu'on imagine passer par l'objet & aboutir à l'œil.

Ligne de station, en perspective, selon quelques auteurs, c'est la commune section du plan vertical & du plan géométral; d'autres entendent par ce terme la hauteur perpendiculaire de l'œil au-dessus du plan géométral; d'autres une *ligne* tirée sur ce plan, & perpendiculaire à la *ligne* qui marque la hauteur de l'œil.

Ligne objective, en perspective, c'est une *ligne* tirée sur le plan géométral, & dont on cherche la représentation sur le tableau.

Ligne horizontale, en Gnomonique, est la commune section de l'horizon & du plan du cadran. *Voyez* HORIZONTAL & CADRAN.

Lignes horaires, ou *lignes des heures*, ce sont les intersections des cercles horaires de la sphère, avec le plan du cadran. *Voy.* HORAIRE, HEURE, CADRAN.

Ligne soustilaire, c'est la *ligne* sur laquelle le stile ou l'aiguille d'un cadran est élevée, & c'est la représentation d'un cercle horaire perpendiculaire au plan du cadran, ou la commune section du cercle avec le cadran. *Voyez* SOUSTILAIRE.

Ligne équinoxiale, en Gnomonique, c'est l'intersection du cercle équinoxial & du plan du cadran.

Ligne de direction, en Méchanique, c'est celle dans laquelle un corps se meut actuellement, ou se mouvroit s'il n'en étoit empêché. *Voyez* DIRECTION.

Ce terme s'emploie aussi pour marquer la *ligne* qui va du centre de gravité d'un corps pesant au centre de la terre, laquelle doit de plus passer par le point d'appui ou par le support du corps pesant, sans quoi ce corps tomberoit nécessairement.

Ligne de gravitation, d'un corps pesant, c'est une *ligne* tirée de son centre de gravité au centre d'un autre vers lequel il pèse ou gravite; ou bien,

c'est une *ligne* selon laquelle il tend en en-bas. *Voyez* GRAVITATION.

Les *lignes* du compas de proportion, sont les *lignes* des parties égales, la *ligne* des cordes, la *ligne* des sinus, la *ligne* des tangentes, la *ligne* des secantes, la *ligne* des polygones, la *ligne* des nombres, la *ligne* des heures, la *ligne* des latitudes, la *ligne* des méridiens, la *ligne* des métaux, la *ligne* des solides, la *ligne* des plans. *Voyez* en la construction & l'usage au mot COMPAS DE PROPORTION.

Il faut pourtant observer que l'on ne trouve pas absolument toutes ces *lignes* sur le *compas de proportion*, qui est une des pièces de ce qu'on appelle en France *étui des mathématiques*; mais elles sont toutes tracées sur l'instrument que les Anglois appellent *secteur*, & qui revient à notre *compas de proportion. Chambers.* (*E*)

LIGNE ou ECHELLE DE GUNTER, autrement appellée *ligne des nombres*, (*Arith.*) est une règle sur laquelle sont marqués les logarithmes, au moyen desquels on peut faire méchaniquement différentes opérations arithmétiques, *&c. Voyez* ECHELLE DE LOGARITHMES, & COMPAS DE PROPORTION, où l'on trouvera des méthodes pour faire d'une manière simple & abrégée, à-peu-près les mêmes opérations qui se pratiquent par le moyen de la *ligne* de Gunter. *Cette ligne*, ou *échelle de Gunter*, appellée ainsi par *Chambers*, est la même qu'on appelle autrement *échelle angloise*, ou *échelle des logarithmes*; on en peut voir la description & les usages dans le *Traité de navigation* de M. Bouguer, *p.* 410, 419. (*O*)

LIGNE, *de la section*, *dans la perspective*, la *ligne* d'intersection du plan à projeter avec le plan du tableau.

LIGNE *d'eau* (*Hydraul.*); c'est la cent quarante-quatrième partie d'un pouce circulaire, parce qu'il ne s'agit pas, dans la mesure, des eaux d'un pouce quarré, elle se fait au pouce circulaire, qui a plus de relation avec les tuyaux circulaires par où passent les fontaines.

Pour savoir ce que fournit une ligne d'eau en un certain tems. *Voyez* ECOULEMENT. (*K*)

LIGNE *de la plus vîte descente. Voyez* BRACHYSTOCHRONE & CYCLOÏDE.

LIGNE, (*Astron.*) On distingue spécialement en astronomie la *ligne* des *apsides*, la *ligne* des *syzygies*, & la *ligne* des *nœuds*. La *ligne* des apsides est celle qui traverse l'orbite d'une planète dans sa plus grande longueur, de l'apogée au périgée, ou de l'aphélie au périhélie.

La *ligne* des syzygies est celle qui passe par le soleil & la terre, & sur laquelle se trouve la lune, quand elle est en conjonction ou en opposition; on l'a quelquefois appellée *ligne* synodique. La *ligne* des nœuds est la commune section d'une orbite & de l'écliptique.

LIGNE *de foi*, dans les instrumens d'astronomie, est la *ligne* qui va depuis le centre de l'instrument jusqu'au point de l'alidade qui correspond aux divisions de la circonférence; c'est la *ligne* dont le mouvement décrit exactement les angles que l'instrument mesure; dans les graphomètres, c'est la *ligne* qui passe par le centre des pinules & qui est marquée par l'index, par le zéro du vernier ou nonius, ou par les bizots qui indiquent les degrés, en répondant successivement aux différens points du limbe; dans les quarts de cercle à lunettes, c'est une *ligne* parallèle à la *ligne* de collimation ou à l'axe optique de la lunette, & passant par le véritable centre de la division. (*D. L.*)

Ligne méridienne. V. MÉRIDIENNE.

Ligne horaire, *ligne équinoxiale. V.* CADRAN.

Ligne du milieu du ciel, ou *du milieu du jour*; on a donné quelquefois ce nom au *méridien.*

LIMBE, f. m. (*Astron.*) bord extérieur & gradué d'un quart de cercle, ou d'un instrument de Mathématique.

Limbe signifie encore le bord extérieur du soleil & de la lune. *V.* ECLIPSE, *&c.*

Les Astronomes observent les hauteurs du *limbe* inférieur ou du *limbe* supérieur du soleil, & ils ajoutent ou retranchent le demi-diamètre du soleil pour avoir la hauteur du centre.

On observe souvent des ondulations dans le *limbe* du soleil, ce qui peut provenir des vapeurs dont l'air est chargé.

LIMITE, f. f. (*Mathémat.*) On dit qu'une grandeur est la *limite* d'une autre grandeur, quand la seconde peut approcher de la première plus près que d'une grandeur donnée, si petite qu'on la puisse supposer, sans pourtant que la grandeur, qui approche, puisse jamais surpasser la grandeur dont elle approche; en sorte que la différence d'une pareille quantité à sa *limite* est absolument inassignable.

Par exemple, supposons deux polygones, l'un inscrit & l'autre circonscrit à un cercle, il est évident que l'on peut en multiplier les côtés autant que l'on voudra; &, dans ce cas, chaque polygone approchera toujours de plus en plus de la circonférence du cercle, le contour du polygone inscrit augmentera, & celui du circonscrit diminuera; mais le périmètre ou le contour du premier ne surpassera jamais la longueur de la circonférence, & celui du second ne sera jamais plus petit que cette même circonférence; la circonférence du cercle est donc la *limite* de l'augmentation du premier polygone, & de la diminution du second.

1.° Si deux grandeurs sont la *limite* d'une même quantité, ces deux grandeurs seront égales entr'elles.

2.° Soit $A \times B$ le produit des deux grandeurs A, B. Supposons que C soit la *limite* de

la grandeur A, & D la *limite* de la quantité B; je dis que $C \times D$, produit des *limites*, sera néceſſairement la *limite* de $A \times B$, produit des deux grandeurs A, B.

Ces deux propoſitions, que l'on trouvera démontrées exactement dans les *inſtitutions de Géométrie*, ſervent de principes pour démontrer rigoureuſement que l'on a l'air d'un cercle, en multipliant ſa demi-circonférence par ſon rayon. *Voyez* l'ouvrage cité *p.* 331 *& ſuiv. du ſecond tome.* (*E*)

La théorie des *limites* eſt la baſe de la vraie Métaphyſique du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, FLUXION, EXHAUSTION, INFINI. A proprement parler, la *limite* ne coïncide jamais, ou ne devient jamais égale à la quantité dont elle eſt la *limite*; mais celle-ci s'en approche toujours de plus en plus, & peut en différer auſſi peu qu'on voudra. Le cercle, par exemple, eſt la *limite* des polygones inſcrits & circonſcrits; car il ne ſe confond jamais rigoureuſement avec eux, quoique ceux-ci puiſſent en approcher à l'infini. Cette notion peut ſervir à éclaircir pluſieurs propoſitions mathémathiques. Par exemple, on dit que la ſomme d'une progreſſion géométrique décroiſſante, dont le premier terme eſt a & le ſecond b, eſt $\frac{a^2}{a-b}$; cette valeur n'eſt point proprement la ſomme de la progreſſion, c'eſt la *limite* de cette ſomme, c'eſt-à-dire, la quantité dont elle peut approcher ſi près qu'on voudra, ſans jamais y arriver exactement. Car, ſi e eſt le dernier terme de la progreſſion, la valeur exacte de la ſomme eſt $\frac{aa-be}{a-b}$, qui eſt toujours moindre que $\frac{aa}{a-b}$, parce que, dans une progreſſion géométrique même décroiſſante, le dernier terme e n'eſt jamais $= o$: mais, comme ce terme approche continuellement de zéro, ſans jamais y arriver, il eſt clair que zéro eſt la *limite*, & que par conſéquent la *limite* de $\frac{aa-be}{a-b}$ eſt $\frac{aa}{a-b}$, en ſuppoſant $e = o$, c'eſt-à-dire, en mettant au lieu de e ſa *limite*. *Voy.* SUITE *ou* SÉRIE, PROGRESSION, *&c.* (*O*)

LIMITES, (*Algèbre*) ſont les deux quantités entre leſquelles ſe trouvent compriſes les racines réelles d'une équation. Par exemple, ſi on trouve que la racine d'une équation eſt entre 3 & 4, ces nombres 3 & 4 ſeront ſes *limites*. Voy. *les articles* EQUATION, CASCADE & RACINE.

Limites d'un problème, ſont les nombres entre leſquels la ſolution de ce problème eſt renfermée. Les problèmes indéterminés ont quelquefois, & même ſouvent, des *limites*, c'eſt-à-dire, que l'inconnue eſt renfermée entre de certaines valeurs qu'elle ne ſauroit paſſer. Par exemple, ſi on a $y = \sqrt{aa - xx}$, il eſt clair que y ne ſauroit être plus grande que a, puiſque, faiſant $x = o$, on a $y = a$; & que, faiſant $x = a$, on a $y = o$, & qu'enfin $x > a$, rend y imaginaire, ſoit que x ſoit poſitive ou négative. *Voyez* PROBLÈME & DÉTERMINÉ. (*O*)

LIMITES, (*Aſtron.*) : ce ſont les points de l'orbite d'une planète, où elle s'écarte le plus de l'écliptique, & qui ſont par conſéquent à 90 degrés des nœuds, tel eſt le point M (*fig.* 95 *d'Aſtr.*) qui eſt à égale diſtance des nœuds N & A. On obſerve la latitude d'une planète, quand elle eſt dans ſes *limites*, pour connoître l'inclinaiſon de l'orbite; cette inclinaiſon étant toujours égale à la latitude, réduite au centre du ſoleil, lorſque la planète eſt dans ſes *limites*.

La latitude de la lune, dans ſes *limites*, n'eſt pas toujours la même, parce que l'inclinaiſon eſt ſujette à changer, de 8' 49" en plus & en moins, indépendamment de pluſieurs autres petites inégalités. Cette latitude change encore par l'effet de la parallaxe qui l'augmente du côté du midi, & la diminue du côté du nord. (*D. L.*)

LIN

LINÉAIRE, adj. (*Mathémat.*) Un problème *linéaire* eſt celui qui n'admet qu'une ſolution, ou qui ne peut être réſolu que d'une ſeule façon. *Voyez* PROBLÈME & DÉTERMINÉ.

On peut définir plus exactement encore le problème *linéaire*, celui qui eſt réſolu par une équation qui ne monte qu'au premier degré; comme ſi l'on demande de trouver une quantité x qui ſoit égale à $a+b$, on aura l'équation *linéaire* ou du premier degré, $x = a + b$, & le problème *linéaire*. Comme toutes les équations, qui ne montent qu'au premier degré, n'ont qu'une ſolution, & que toutes les autres en ont pluſieurs, on voit que cette ſeconde définition revient aſſez à la première. Il faut cependant y mettre cette reſtriction, qu'un problème *linéaire* n'a véritablement qu'une ſolution poſſible ou imaginaire; au lieu qu'il y a des problèmes qui n'ont réellement qu'une ſolution poſſible, quoiqu'elles en aient pluſieurs imaginaires; ce qui arrive, ſi l'équation, qui donne la ſolution du problème, eſt d'un degré plus élevé que l'unité, & qu'elle n'ait qu'une racine réelle & les autres imaginaires. *Voyez* EQUATION & RACINE. Par exemple, cette équation $x^3 = a^3$, n'a qu'une ſolution poſſible, ſavoir, $x = a$; mais elle en a deux imaginaires, ſavoir, $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{3aa}{4}}$. Ainſi, le problème n'eſt pas proprement *linéaire*. *Equation linéaire* eſt celle dans laquelle l'inconnue n'eſt élevée qu'au premier degré. *Voyez* DIMENSION.

Les quantités *linéaires* ſont celles qui n'ont qu'une dimenſion : on les appelle *linéaires* par les

rapports qu'elles ont aux ſimples lignes, & pour les diſtinguer des quantités de pluſieurs dimenſions qui repréſentent des ſurfaces ou des ſolides. Ainſi, a eſt une quantité *linéaire*, au lieu que le produit ab eſt une quantité de deux dimenſions, qui repréſente le produit de deux lignes ab, c'eſt-à-dire, un parallélogramme dont a ſeroit la hauteur & b la baſe. Cependant l'expreſſion ab eſt quelquefois *linéaire*; par exemple, quand elle déſigne une quatrieme proportionnelle aux trois quantités $1, a, b$; car l'on a, en ce cas, $1, a :: b. \frac{ab}{1} = ab$; ainſi, ab exprime alors une ſimple ligne, ce qu'il faut bien obſerver, le dénominateur 1 étant ſous-entendu. *V.* DIVISION & MULTIPLICATION. (*O*)

LINÉAIRES, *équations linéaires*, (*Calcul intégral*.) On appelle *équations linéaires* celles où l'une des inconnues ne monte qu'au premier degré; ainſi, l'équation $Ay + B = o$ eſt *linéaire*, lorſque A & B ſont des fonctions ſans y; de même $Ady + By + C = o$ eſt une équation *linéaire*, lorſque A, B, C ne contiennent pas y, & ainſi de ſuite pour les ordres de différences plus élevées.

Jean Bernoulli a donné la ſolution générale de l'équation $Ady + By\,dx + C\,dx = o$, A, B, C étant des fonctions de x: en effet, multipliant la propoſée par X, & ſuppoſant qu'elle devienne une différentielle exacte, on a $d.(AX) - BX\,dx = o$, d'où $X = c^{\int \frac{B}{A} dx - \frac{dA}{A}}$, & $Xay + \int CX\,dx = o$, ce qui donne y en x par deux quadratures.

MM. d'Alembert & Euler ont réſolu, pour un ordre quelconque, l'équation $ay + b\,dy + c\,d^2y \ldots + X\,dx = o$; $a, b, c \ldots$ étant des coëfficiens conſtans, ſoit dans ce cas c^{fx} le coëfficient qui rend différentielle exacte une équation de cette forme, on aura une intégrale $c^{fx}, a'y + \frac{b'dy}{dx} \ldots + \int c^{fx} X\,dx = o$, & l'équation $a - bf + cf^2 - ef^3 + gf^4 \ldots \pm qf^n = o$, n étant l'expoſant de l'ordre de l'équation, ſi toutes les valeurs de f ſont inégales, on aura, en les prenant ſucceſſivement, n intégrales différentes, & par conſéquent, en éliminant $\frac{dy}{dx}$, $\frac{ddy}{dx^2} \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on aura l'intégrale finie par les quadratures. S'il y a deux racines égales, l'intégrale qu'on auroit en donnant à f cette valeur, ſera encore une différentielle exacte en multipliant par dx, & ainſi de ſuite, s'il y en a un plus grand nombre; on aura donc toujours, par cette méthode, l'intégrale finie: mais, dans ce cas, elle contiendra des arbitraires $Nx + N'$, $Nx^2 + N'x + N''$, &c.

M. de la Grange a réſolu les équations de la forme $ddy + ax^m y\,dx + X\,dx = o$, pour pluſieurs valeurs de m. Voyez le *tome II des Mémoires de Turin*, & l'*article* RICATI. Les mêmes géometres ont réſolu cette équation, en ſuppoſant que $a, b, c \ldots$ ſoient des puiſſances de x, dont les expoſans ſoient ſucceſſivement tous les nombres naturels. On trouvera cette ſolution, en cherchant le facteur qui rend la propoſée une différentielle complete; on trouveroit, par la même méthode, que le coëfficient de $d^n y$ étant quelconque, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſoit réſoluble, que les coëfficiens de $d^n y$ & $d^{n-1} y$ reſtant quelconques, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſe réduiſe à une équation du premier degré, & pluſieurs autres théorêmes ſemblables.

M. d'Alembert & M. de la Grange ont de plus démontré ce théorême intéreſſant, que la ſolution d'une équation *linéaire* quelcônque, qui contient un terme ſans y, dépend de la ſolution d'une équation où tous les termes ſeroient les mêmes, mais où celui ſans y ne ſe trouveroit pas.

J'ai conſidéré, en général, ces équations dans les *Mémoires de l'Académie de Paris*, *année* 1769, & voici en peu de mots les réſultats que j'ai trouvés.

1.° Soit appellée X une fonction de x qui rend la propoſée une différentielle exacte, on aura toujours au moins une équation $X + C\,dX = o$, C étant une fonction algébrique de X. 2.° Quoique l'équation propoſée ſoit rationnelle, X & C pourront contenir des radicaux. 3.° X ne pouvant avoir que n valeurs (n eſt l'expoſant de l'ordre de la propoſée), C ne pourra contenir de radicaux du degré $n + 1$, & ſera donné par une équation d'un degré égal au produit de tous les nombres naturels depuis 1 juſqu'à $n + 1$ incluſivement, & diviſé par un diviſeur de $n + 1$ autre que l'unité, & par $n + 1$ ſi c'eſt un nombre premier. On connoîtra donc le plus haut degré où puiſſe monter l'équation en C, & par conſéquent on pourra avoir C par la méthode des coëfficiens indéterminés, & de-là X & les intégrales par les quadratures, du moins toutes les fois qu'elles ſeront poſſibles. 4.° Si on a pluſieurs valeurs de A, on aura un pareil nombre d'intégrales; &, ſi on a n valeurs différentes de A, on aura en éliminant l'intégrale finie; mais, ſi on n'en avoit qu'une, il ne faudroit pas chercher une nouvelle valeur de c, mais il faudroit chercher à intégrer l'intégrale trouvée: la raiſon en eſt que ſoit $y = \int X \int X'\,dx + N\,dx + N'$, quoiqu'on puiſſe faire diſparoître à ſon gré N ou N', & avoir deux équations du premier ordre, d'où éliminant $\frac{dy}{dx}$,

on retrouve la proposée, il peut arriver qu'une seule de ces intégrales soit *linéaire*, quoique la différentielle du second ordre le soit; ainsi, cette différentielle n'aura pas nécessairement deux intégrales *linéaires* du premier ordre.

Je n'ai jusqu'ici parlé que d'une seule équation *linéaire* entre deux variables; s'il y en avoit m entre $m+1$ variables, & qu'il fallût les intégrer sans avoir éliminé, on trouveroit, en les multipliant chacune par un facteur, fonction de x, & supposant que leur somme est une différentielle exacte, un nombre m d'équations entre un nombre m de facteurs, ce qui les détermine en x. Appellant ensuite X un de ces facteurs, on aura, en éliminant, chacun des autres facteurs égal à une fonction donnée de x, X & ses différences. On aura toujours une équation $X + C d X = o$, C étant algébrique, C pourra être donné par une équation d'un degré égal à $1, 2, 3 \ldots n+1$, divisé par un diviseur de $n+1$, n étant ici la somme des ordres de différences dans toutes les équations. Et si, en déterminant C, on ne trouve qu'une valeur pour C & pour X, il faudra, comme dans le cas où il n'y a qu'une équation, employer la méthode des intégrations successives.

C'est à M. d'Alembert qu'on doit l'idée de résoudre plusieurs équations différentielles à-la-fois & sans avoir éliminé; & il a résolu ainsi les équations *linéaires*, dont les coëfficiens sont constans.

On pourroit encore, dans un autre sens, donner le nom d'*équations linéaires* aux équations de la forme $y - x \varphi z = \varphi' z$, z étant $\frac{dy}{dx}$, & ces équations se rappelleront aux équations *linéaires* ordinaires par une nouvelle différentiation; car on aura $d y - d x \varphi z - x d \varphi z = d \varphi' z$, & en mettant pour $d y$ sa valeur $z d x - d x \varphi z - x d \varphi z = \varphi' z$.

L'intégrale étant trouvée par la méthode ordinaire, on y mettra pour z sa valeur tirée de la proposée, & l'on aura l'intégrale cherchée. Si $\varphi' = o$, c'est le cas des homogènes, & l'intégration est plus simple; si $\varphi z = z$, on a $d z = o$, d'où on tire $y + a x + b = o$, a & b étant arbitraires; mais, prenant $z = a$, & le substituant dans la proposée, on en aura l'intégrale cherchée, qui ne doit contenir qu'une arbitraire, le facteur $x = dez$ étant comparé avec la proposée, en donne de plus une solution particulière. Voyez les *Mémoires de Péterſbourg*.

M. Euler a proposé les équations comme un exemple d'intégrations facilitées par la différentiation, ce qui vient de la disposition des arbitraires.

Des équations linéaires aux différences finies. Si on a une équation de la forme $A Z + B \Delta Z + C \Delta^2 z \ldots + P \Delta^n z = R$, il est aisé de voir qu'en supposant que, multipliée par Q, elle devienne une différentielle exacte, on aura pour Q une équation de la forme $A' Q + B' \Delta Q \ldots + P' \Delta Q \ldots + P' \Delta^n Q = \sigma$; &, si on connoit n valeurs de Q intégrant & éliminant, on aura Q. On verra aussi que Q aura toujours une valeur de la forme $F e^{fx}$, e^{ax} Q' Q' étant algébrique, & ne pouvant contenir de radicaux du degré $n+1$, parce qu'on auroit alors $n+1$ valeurs différentes de Q. Si les coëfficiens de l'équation proposée sont constans, on pourra faire $Q = a e^{px} + b e^{p'x} + c e^{p''x} \ldots$. le nombre de ces fonctions étant n, p, p' p'' étant les racines de l'équation en $e^{p \Delta x}$ qu'on trouve en mettant pour Q, $a e^{px}$, dans la proposée a, b, c, sont des fonctions arbitraires de e^{fx}, & si l'équation en e^{px} a deux racines égales, on mettra $a e^{px} + b x e^{px}$ $(p = p')$, au lieu des deux premiers termes, & ainsi de suite pour un plus grand nombre de racines égales. On voit combien cette solution a de rapport avec celle des équations *linéaires* aux différences infiniment petites. M. de la Grange a publié un mémoire sur cette matière dans le premier volume de l'Académie des Sciences de Turin; on peut consulter aussi, sur cet objet, le volume de l'Académie des Sciences de Paris, année 1770, & plusieurs mémoires de M. de la Place, insérés dans le quatrieme volume de l'Académie de Turin, & dans les *Mémoires de l'Académie de Paris*.

Des équations linéaires aux différences finies & infiniment petites. L'équation $y + \frac{a d y}{d x} + b (x + \Delta y) = o$, je fais $y = e^{fx}$, & j'ai $1 + af + b e^{f} = o$. Je remarque d'abord qu'il n'y a aucune fonction finie de a & b qui puisse représenter f; je remarque ensuite que, si j'appelle f & f' deux valeurs de f, que je suppose avoir lieu en même tems, j'aurai $1 + af + b e^{f} = o$, $1 + af' + b e^{f'} = o$; d'où $e^{f'} af + e^{f'} = e^{f} af' + e^{f}$, & $a = -\frac{e^{f} - e^{f'}}{e^{f'} f - e^{f} f'}$ & $b = \frac{f - f'}{e^{f'} f - f' e^{f}}$, d'où l'on voit que, pour une infinité de cas, f doit avoir deux valeurs; l'équation $1 + af + b e^{f} = o$ est facile à construire par les courbes. En effet, soit la ligne droite $1 + a y + b x$, & la ligne courbe exponentielle $x = e^{y}$, les interſections de ces deux lignes donneront les valeurs de f; regardant x comme l'abscisse, il est aisé de voir que, dans les courbes, il répondra à chaque valeur de x positif une valeur réelle & une infinité de valeurs imaginaires de y; ces valeurs imaginaires sont données par des

des branches de courbe absolument semblables à la branche des valeurs réelles, mais placées à une distance imaginaire de l'axe; donc la ligne les coupe à une distance de l'origine de x égale à celle où des parallèles à cette ligne droite, & distantes de l'axe de ces mêmes quantités, coupent la branche réelle : or ces quantités sont indépendantes de la valeur de y; donc, connoissant deux valeurs f, & f' de f, nous aurons pour l'intégrale de l'équation proposée, $y = e^{fx} . A e^{a'x} + B e^{b'x} + C e^{c'x}$, &c. $+ e^{f'x} A' e^{a'x} + B' e^{b'x}$, &c. cette série tenant lieu de la fonction arbitraire.

Si les deux valeurs de f doivent être égales, alors on aura $a + b e^{f} = o$; donc $e^{f} = \frac{-a}{b}$, donc $f = l \frac{-a}{b}$, &c. l'on aura

$x e^{xl \frac{-a}{b} x} . A e^{x'x} + B e^{b'x} \ldots + e^{xl \frac{-a}{b} x} A' e^{a'x}$, $+ B' e^{b'x}$, &c. En effet, on voit qu'en mettant dans la proposée $x e^{fx}$ au lieu de y, on aura des termes multipliés par $x' e^{fx}$, & d'autres par e^{fx}, & que le coëfficient de e^{fx} doit être égal à la différentielle de celui de $x e^{fx}$, après l'avoir divisé par df.

Soit l'équation $y + a \frac{dy}{dx} + b(y + \Delta y) + c \frac{d : y + \Delta y}{dx} + e \frac{d^2 y}{dx^2} + g(y + 2\Delta y + \Delta^2 y) = o$; je fais $y = A e^{fx}$, & j'ai $1 + caf + b e^{f} + cf e^{f} + ef^2 + g e^{2f} = o$.

Si maintenant je suppose, comme ci-dessus, que j'ai cinq valeurs données de f, & que je cherche à déterminer les cinq coëfficiens de la proposée, j'aurai les coëfficiens par une équation *linéaire*; donc il y a une infinité de valeurs de a, b, &c. où l'équation en f a cinq racines réelles. On trouve que celui des imaginaires est infini; en effet, on peut toujours construire la proposée par l'intersection d'une section conique & d'une logarithme : chaque branche imaginaire de la logarithmique pourra être coupée par la section conique, & le sera à des points correspondans aux mêmes abscisses que si la branche réelle étoit coupée par des sections coniques semblables, mais placées à des distances imaginaires de l'axe, & l'on aura, pour arbitraires, des séries comme ci-dessus.

Passant maintenant à l'examen des cas particuliers, j'aurai d'abord, en faisant g & $c = o$ & $c = ba$, l'équation $1 + b e^{f}(1 + af) = o$, ce qui donne les deux solutions $f = \frac{-1}{a}$ & $e^{f} = \frac{-1}{b}$; ainsi, l'intégrale complète sera $y = e^{\frac{-1}{a} x} A + e^{l \frac{-1}{b} x}, B$, B étant une fonction qui reste la même lorsque x est augmenté de l'unité.

Soit $c = o$, & que $1 + bcf + g e^{fn} = o$ ait une racine commune avec l'équation $a + c e^{f} = o$, j'aurai y égal à un terme $e^{fx} B$, où B sera une fonction arbitraire, comme pour les cas des différences finies.

Si au contraire $g = o$, & que $1 + af + ef^2 = o$ ait une racine commune avec l'équation $b + cf = o$, j'aurai y égal à e^{fx} multiplié par une seule constante arbitraire A; les autres racines donneront des équations en série.

Ces cas sont ceux où la section conique, dont l'intersection avec la logarithmique donne les racines, se réduit à deux lignes droites.

Le cas des deux racines égales se traitera comme ci-dessus, & l'on peut distinguer le cas où l'équation en f seroit le quarré d'une seule équation *linéaire*.

Celui de 3, 4, 5 racines égales se traitera de même, & il ne sera pas difficile de démontrer, en général, que $y = A x^{n} e^{fx}$, résolvera toute équation de ce genre, où l'équation en f aura $n + 1$ racines égales.

Je ne m'étends pas davantage sur cet objet, les autres ordres n'ont pas plus de difficulté; & en général les équations *linéaires*, de quelque nature qu'elles soient, se résolvent du moins en série par la substitution d'une fonction exponentielle. Voyez les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, année* 1772, & la suite de cet article.

D'une espèce d'équations linéaires aux différences finies & partielles. Soit $Z = A F(x + ay) + B F'(x + by) + C F''(x + cy) + D(F'''x + ey)$, &c. l'intégrale d'une équation aux différences partielles où les F désignent des fonctions arbitraires, & où A, B, C, D, &c. sont des fonctions de y. Je suppose que lorsque $z = f$, $y = f'$; que lorsque $z = g$, $y = g$; que lorsque $z = h$, $y = h'$; que lorsque $z = l$, $y = l'$, & ainsi de suite. On aura donc, pour déterminer les fonctions, les équations

$f = A \overline{Fx + af'} - B \overline{F'x + bf'} - C \overline{F''x + ef'} - D \overline{F'''x + ef'} \pm$ &c. $= o\, h - A' \overline{Fx + ah'} - B' \overline{F'x + bh'} - C' \overline{F''x + ch'} - D' \overline{F'''x + eh'} \pm$ & $= o\, g - A'' \overline{Fx + ag'} - B'' \overline{F'x + bg'} - C'' \overline{F''x + cg'} - D'' \overline{F'''x + eg'} \pm$ & $= o\, l - A''' \overline{Fx + al'} - B''' \overline{F'x + bl'} - C''' \overline{F'x + bl'} - C'' \overline{F''x + cl'} - D''' \overline{F'''x + cl'} \pm$ & $= o$, & ainsi de suite, les $A A'$ & $B B'$, &c. étant ce que

deviennent les coëfficiens en y, lorsque y est égal à f' ou g', ou l'.

Maintenant, pour avoir chaque fonction arbitraire, on mettra dans toutes les équations, hors la première, au lieu de x, $x+p$, $x+q$, $x+r$, &c. & on déterminera p, q, r, par la condition que $af'=p+ah'=q+ag'=r+al'$, & ainsi de suite. Par ce moyen, si le nombre des fonctions est n, on aura, après avoir éliminé F, $n-1$, équations qui contiendront chacune deux fonctions de la forme $F'x$, $F'x+P$ pour la première équation, $F''x, Fx+P'$ pour la seconde, $F'xF'x+P''$ pour la troisième, & ainsi de suite, avec deux fonctions F'', deux fonctions F''', &c. Je prends les deux premières équations, & j'ai, en mettant dans la première $x+P'$ au lieu de x, & dans la seconde $x+P$ au lieu de x, quatre équations qui contiennent $F'x$, $F'x+P$, $F'x+P'$, $F'x+P+P'$; donc je puis éliminer $F'x$: j'aurai maintenant $n-2$, équations qui contiendront chacune $F''x$, & quatre fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes, & de même $F'''x+Q$, & quatre autres fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes; on éliminera F'' par une méthode semblable, & ainsi de suite: en effet, quel que soit le nombre des fonctions F^n, pourvu qu'on ait deux équations, on parviendra toujours à éliminer, parce que lorsqu'on aura chassé une de ses fonctions $F^n x+Q$; par exemple, on n'aura qu'à mettre $x+Q$ au lieu de x, dans l'équation d'où on a chassé $F^n x+Q$, on aura une équation contenant $F^n x+Q$, $F^n x+Q+Q'$, $F^n x+Q+Q'$, &c.; & mettant dans celle-ci pour $F^n x+Q$ sa valeur tirée d'une des deux proposées, on aura une équation en $F^n x+Q'$, $F^n x+Q''$, $F^n x+Q'+Q''$, $F^n x+2Q'$, $F^n x+2'Q''$, &c. donc on aura deux équations qui ne contiendront plus $F^n x+Q'$, on chassera de même $F^n x+Q'$ & $F^n x+2Q'$, & ainsi de suite; cela posé, soit une équation définitive de la forme $=A$, $Fx+BF(x+\Delta')+CF(x+\Delta'')+D$, $F(x+\Delta''')$ au nombre de m, & qu'on fasse $Fx=Ne^{fx}$, on aura l'équation $A, +B, e^{f\Delta 1}+Ce^{f\Delta 11}+De^{f\Delta 111}$, &c. $=o$; & il est clair que l'on aura Fx égal à une série d'autant de termes en Ne^{fx} que f peut avoir de valeurs.

Examinant cette équation, on voit que, si les Δ sont tous commensurables entr'eux, l'équation est comme celles aux différences finies ordinaires; mais, si les Δ ne sont pas commensurables, alors on observera, 1.° que, si m est le nombre des fonctions, il pourra arriver que f ait $m-1$ valeurs réelles. En effet, supposant à $'f$, $m-1$ valeurs réelles à volonté, & substituant, on aura les A, B, C, &c. en f; on peut de même avoir $f=\pm f'\sqrt{-1}$ tant de fois que $\frac{m-1}{2}$ contient d'unités: en effet, en mettant les imaginaires sous la forme $a+b\sqrt{-1}$, la première supposition donne $A+B\sqrt{-1}=o$, la seconde $A-B\sqrt{-1}=o$; ce qui ne fait que deux conditions A & $B=o$: comme c'est réellement e^f qui entre dans l'équation ci-dessus, C étant la valeur de e^f, on aura d'autres valeurs de f en aussi grand nombre que $e^f-C=o$ a de racines, c'est-à-dire, un nombre infini. Mais il ne suit pas de-là qu'il y ait ici un nombre infini de termes correspondans à chaque valeur de e^f. En effet, la suite de toutes ces valeurs de ^{f} est f, $f+\gamma$, $f+\gamma'$, $f+\gamma''$, &c. γ, γ', γ'', &c. étant des quantités telles que $e^\gamma=e^{\gamma'}\ldots=1$; mais, dans le cas de l'équation présente, en mettant ces valeurs pour f, on auroit A, $+B$, $ef\Delta,\gamma\Delta+C$, $ef\Delta 1,\gamma\Delta 1$, &c. $=o$, équation qui doit avoir lieu en même tems que A, $+B$, $ef\Delta+C$, $ef\Delta 1$, &c. ce qui demande que $,\gamma\Delta$, $+,\gamma\Delta 1$ soient égaux à l'unité: or, quoique $e\gamma=1$, quelques valeurs de γ qu'on ait prises, cependant lorsque Δ, $\Delta 1$ ne sont pas des nombres entiers $\gamma=o$; est la seule des valeurs de γ pour laquelle $,\gamma\Delta$ soit égal à l'unité; or ici les quantités Δ, Δ' étant incommensurables entr'elles, on voit que $\gamma=o$ est la seule valeur qui convienne au problême.

Si l'équation en e^f a des racines égales, on aura des termes en x dans la série qui exprimera F. *Voyez*, dans cet article, le *paragraphe précédent*.

D'une autre classe d'équations linéaires aux différences finies & partielles. Soit encore l'équation *linéaire* $aZ+bZ'+cZ_1+eZ'$ &$=o$, où Z' est ce que devient Z lorsque, pour y, on a mis $x+\Delta x$, Z_1 ce que devient Z lorsque, pour y, on a mis $y+\Delta y$, & où a, b, c, e, &c. sont des constantes, & que nous fassions

$$Z=(Ay^m+By^{m-1}x\ldots+Qx^m+A'y^{m-1}+B'y^{m-2}x\ldots+Q'x^{m-1}\ldots+Q1)e^{fx+gy}.$$

Nous aurons, 1.° pour déterminer e^f & e^g la même équation que si la quantité exponentielle avoit un coëfficient constant. 2.° Nous avons, appellant V le coëfficient de e^{fx+gy}, la même série de termes multipliée par

$$\frac{dV}{dx}n\Delta x+\frac{dV}{dy}m\Delta y,$$

c'est-à-dire, la somme des termes de cette équa-

tion, multipliés ſucceſſivement par les expoſans de e^f & e^g 1, c'eſt-à-dire, cette équation ayant deux racines égales.

3.° Nous aurons le même terme multiplié par

$$\frac{ddV}{2dx^2}n^2\,\Delta x^2 + \frac{dd}{dy}\frac{V}{dx}\Delta y\,\Delta x\,m\,n$$
$$+\frac{ddV}{2dy^2}m^2\,\Delta y^2,$$

c'eſt-à-dire, l'équation conſidérée par rapport à e^f & à e^g, ayant trois racines égales, & ainſi de ſuite, où il eſt eſſentiel d'obſerver que c'eſt par rapport e^f, on e^g, & non par rapport à f ou g que les racines ſont égales; on voit donc que les équations qui ſe traitent ici, ont un rapport exact, pour cet objet, avec les équations *linéaires* aux différences finies ordinaires. On reconnoîtra, par ce moyen, les cas où la ſolution en ſéries devra contenir des fonctions en x & y non exponentielles.

Si l'on vouloit réſoudre en ſérie ou d'une manière approchée ces équations, lorſqu'elles ne ſont pas *linéaires*, en ordonnant par rapport à Z, on feroit $Z = Z + Z' + Z'' + Z'''$, &c. Z, Z', Z'', &c. étant des quantités ſuppoſées très-petites, dont on négligeroit ſucceſſivement chaque degré ſupérieur. *Voyez* l'*art.* APPROXIMATION.

Des équations linéaires aux différences partielles. Si l'équation eſt en z ſans x ni y, cas auquel peuvent ſe réduire toutes les équations dans les méthodes par approximation, on fera $z = a\,e^{bx+ny}$, on aura a arbitraire & b donné par une équation en n; & on fera z égal à une ſomme indéfinie de fonctions ſemblables, ſi z ne ſe trouve pas dans l'équation, mais ſeulement $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz}{dx}$; il faudra ajouter à cette ſomme $fx + gy + h$, h étant arbitraire de même qu'un des f, g. Si on a n donné ſans b, & b arbitraire, on pourra, au lieu des fonctions indéfinies ci-deſſus, faire $z = \phi x + ny + \phi' x + n' y \ldots n$, n' étant les différentes valeurs de n. Lorſque n n'eſt pas indépendant de b, m étant l'ordre de l'équation, ſi l'équation en n a pluſieurs racines égales, il faut faire entrer dans l'intégrale des fonctions $e^{b\cdot x+ny}\ a' + b'\overline{x+ny}$, s'il y a deux racines égales, & s'il y en a trois m une des fonctions $e^{b\cdot x+ny}\ a' + b'.x+ny + C'\overline{x+ny} \ldots + p'\overline{x+ny}^{m}$.

La méthode que je viens d'expoſer ne conduit pas à une ſolution rigoureuſe; elle eſt la même quant au fond, & a les mêmes inconvéniens que celle de M. Bernoulli, pour les problêmes des cordes vibrantes; mais ces défauts, dont le principal eſt de donner à z une forme trop particulière, & de ne pas donner z égal à une fonction quelconque de x, lorſque $y = 0$ ou $y = c$, peuvent être facilement réparés toutes les fois que z eſt toujours petit, & qu'on ſe contente d'approximation. Si, dans une équation *linéaire* & ſans terme, où z ne ſe trouve point, les coëfficiens ſont des fonctions de x ſeulement, on fera $z = a\,e^{by+X}$, & on aura X par une équation aux différences ordinaires; ce qui conduira toujours à une équation en ſérie ſemblable à celle que j'ai indiquée pour les cas où les coëfficiens ſont conſtans.

Voyez l'*art.* DIFFÉRENCES PARTIELLES, où j'indique une méthode de M. Euler qui réſout les mêmes cas par une ſérie auſſi infinie, mais d'une forme plus générale.

Il eſt aiſé de voir, 1.° que quelle que ſoit une équation *linéaire*, & d'après quelque ſyſtême de différentiation qu'elle ait été formée, ſi les coëfficiens ſont conſtans, on pourra toujours, en y ſubſtituant une fonction $a\,e^{bx+cy}$, avoir une ſolution du moins en ſérie. 2.° Que toutes les fois que l'on a pluſieurs ſolutions qui ſatisfaſſent, leur ſomme y ſatisfera également, chaque terme étant multiplié par un coëfficient arbitraire, ſi le terme ſans l'inconnue manque dans la propoſée; ſinon la même ſomme y ſatisfera toujours en multipliant avec un coëfficient arbitraire, mais en obſervant qu'il faut que la partie de chaque valeur particulière, qui ſert à faire diſparoître le terme ſans l'inconnue, & qu'on peut ſuppoſer auſſi multipliée par des coëfficiens arbitraires, indépendans de ceux de l'autre partie de l'intégrale, ſoit telle que la ſomme de tous ces coëfficiens arbitraires égale l'unité. Ce théorême général a lieu, quels que ſoient les coëfficiens de l'équation *linéaire*. 3.° Que quelle que ſoit l'équation *linéaire*, ſon intégrale ſera toujours, ſi A, A', A'', &c. ſont les arbitraires ou les fonctions des variables que la différentiation a fait diſparoître, de la forme $z = A\,V + A'\,V' + A''\,V''$, z étant l'inconnue; en effet, ſi les arbitraires entroient d'une autre manière, on ne pourroit les faire diſparoître, & avoir z par une équation *linéaire*; donc, par la même raiſon, ſi la propoſée eſt aux différences partielles, ſoit FB une des fonctions arbitraires, l'intégrale ne pourra être que de la forme $z = V\,FB + V'\frac{dFB}{dB}$, &c. ou $\int V''\,FB$, &c. (*M.D.C.*)

LION, (*Aſtron.*) cinquième ſigne du zodiaque, la conſtellation qui lui a donné ſon nom, eſt celle que le ſoleil parcouroit autrefois dans le tems des chaleurs brûlantes de l'été. Peut-être le tempérament ſec & ardent de cet animal terrible, l'avoit fait prendre pour le ſymbole de la chaleur, de la vigilance & de la ſûreté. De-là vient auſſi qu'on avoit donné ſon nom à la conſtellation, où étoit le ſoleil dans la ſaiſon la plus ardente & la plus sèche de l'année. Les poëtes

disent que c'est le *lion* de nemée, dompté par hercule le thébain, suivant la fable, & placé dans le ciel par la puissance de junon; mais il est plus vraisemblable que la constellation a donné lieu à la fable (*Astron. t.* 4, *p.* 479.) Manilius appelle cette constellation *jovis*, & *junonis sidus*. D'autres *bacchi sidus*, *leo nemæus herculeius*, *primus herculis labor*. Les Chaldéens l'appelloient *principium cælestium* suivant théon; peut-être parce qu'autrefois le tropique y passoit, & que l'on commençoit à compter les signes depuis le solstice. Aussi donne-t-on le nom de *rex*, *regulus*, *Basiliscus*, à la belle étoile de cette constellation, près de laquelle passe le soleil le 19 août.

Il y a 95 étoiles du *lion* dans le catalogue britannique (*D. L.*)

Le petit *lion*, est une constellation placée par Hévélius entre le lion & la grande ourse, pour renfermer neuf étoiles informes des anciens catalogue, avec neuf autres qu'il détermina lui-même. Il lui donna le nom de *petit-lion*, comme analogues à ceux des deux constellations voisines. (*Prodromus*, *pag.* 114.) Cette constellation contient 53 étoiles dans le catalogue britannique: il y en a une de troisième grandeur qui est sur le milieu du corps; sa longitude en 1690 étoit de $4^{s}\ 24^{d}\ 29'\ 50''$, & sa latitude de $21^{d}\ 36'\ 28''$ boréale. (*D. L.*)

LITTERAL, adj. (*Math.*) les Mathématiciens modernes font un très-grand usage du calcul *littéral*, qui n'est autre chose que l'Algèbre: on lui a donné ce nom, parce qu'on y fait usage des lettres de l'alphabet, pour le distinguer du calcul numérique, où l'on n'emploie que des chiffres. *Voyez* Algebre, Arithmétique, Calcul. (*E*)

LITTRON; mesure de grains, la seizième partie du boisseau, ou de 661 pouces cubes & deux tiers, c'est-à-dire, d'environ 41 pouces cubes.

LOC

LOCAL, ALE, adj. problème *local*, *en Mathématique*, est un problème dont la construction se rapporte à un lieu géométrique. *Voyez* Lieu. Ce mot de *problème local* n'est plus guère en usage.

Le problème *local* est ou simple lorsqu'il a pour lieu des lignes droites, c'est-à-dire, lorsqu'il se résoud par l'intersection de deux droites; ou plan, lorsqu'il peut se résoudre par les intersections de cercles & de droites; ou solide, lorsqu'il ne peut se résoudre que par des intersections de sections coniques ou entr'elles, ou avec des cercles; ou bien enfin il est sur-solide, ou plus que solide, lorsque sa solution demande la description d'une ligne d'un ordre plus élevé que le second. *Chambers.* (*O*)

LOG

LOGARITHME, s. m. (*Arithmét.*) nombre d'une progression arithmétique, lequel répond à un autre nombre dans une progression géométrique.

Pour faire comprendre la nature des *logarithmes*, d'une manière bien claire & bien distincte, prenons les deux espèces de progression qui ont donné naissance à ces nombres; savoir, la *progression géométrique*, & la *progression arithmétique*: supposons donc que les termes de l'une soient directement posés sous les termes de l'autre; comme on le voit dans l'exemple suivant.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

en ce cas, les nombres de la progression inférieure, qui est arithmétique, sont ce que l'on appelle les *logarithmes* des termes de la progression géométrique qui est en-dessus; c'est-à-dire, que 0 est le *logarithme* de 1, 1 est le *logarithme* de 2, 2 est le *logarithme* de 4, & ainsi de suite.

Ces *logarithmes* ont été inventés pour rendre le calcul plus expéditif, comme on le verra plus bas.

Le mot *logarithme* est formé des mots grecs λόγος, *discours*, & ἀριθμὸς, *nombre*; c'est-à-dire, *discours sur les nombres*.

Afin que l'on entende maintenant la doctrine & l'usage des *logarithmes*, il faut se rendre bien attentif aux propositions suivantes.

Proposition première. En supposant que le *logarithme* de l'unité soit 0, le *logarithme* du produit de deux nombres quelconques, tels que 4 & 8, sera toujours égal à la somme 5 des *logarithmes* des deux racines ou produisans; ce qui est évident par les deux progressions que l'on a citées, car ajoutant 2 à 3, on a la somme 5, qui est le *logarithme* du produit 32, ce qui doit arriver effectivement, car puisque $4 \times 8 = 32$, l'on aura cette proposition géométrique: $1.4 :: 8.32$, dont les *logarithmes* doivent être en proportion arithmétique, ainsi l'on aura $l\,1.\,l\,4 : l\,8.\,l\,32$ (la lettre l signifie le *logarithme* du nombre qu'elle précède); mais on sait que dans une proportion arithmétique, la somme des extrèmes est égale à la somme des moyens; ainsi $l\,1 + l\,32 = l\,4 + l\,8$; or le *logarithme* de 1 ou $l\,1 = 0$ (par la supp.); donc $l\,32 = l\,4 + l\,8$. *C. Q. F. D.*

Proposition seconde. Le *logarithme* du quotient 16 du nombre 64 divisé par 4, est égal à la différence qu'il y a entre le *logarithme* de 64 & le *logarithme* de 4; c'est-à dire, que $l\,16 = l\,64 - l\,4$; car $\frac{64}{4} = 16$; donc en multipliant par 4, $64 \times 1 = 16 \times 4$, ainsi, $1.\,4 :: 16.\,64$; donc $l\,1 + l\,64 = l\,4 + l\,16$. Or $l\,1 = 0$; par conséquent $l\,64 = l\,4 + l\,16$; donc enfin $l\,64 - l\,4 = l\,16$. *C. Q. F. D.*

Proposition troisieme. Le *logarithme* d'un nombre

n'eſt que la moitié du *logarithme* de ſon quarré. *Démonſtration* ; prenez 8, quarrez-le, vous aurez 64. Il faut donc prouver que $l\,8 = \frac{l\,64}{2}$: $8 \times 8 = 64 \times 1$; donc $1.\,8 :: 8.\,64$; ainſi, $l\,1.\,l\,8 : l\,8.\,l\,64$; donc $l\,1 + l\,64 = l\,8 + l\,8 = 2\,l\,8$, or $l\,1 = 0$; donc $l\,64 = 2\,l\,8$, & par conſéquent en diviſant l'un & l'autre nombre par 2, on aura $\frac{l\,64}{2} = l\,8$. *C. Q. F. D.*

Propoſition quatrième. Le *logarithme* d'un nombre n'eſt que le tiers du *logarithme* de ſon cube. *Démonſtration*; prenez le nombre 2 & faites ſon cube 8, je dis que $l\,2 = \frac{l\,8}{3}$, car puiſque $4 \times 2 = 8 \times 1$, on aura $1.\,4 :: 2.\,8$; donc $l\,1.\,l\,4 : l\,2.\,l\,8$; or par la démonſtration précédente, 4 étant le quarré de 2, $l\,4 = 2\,l\,2$; donc $l\,1.\,2\,l\,2 : l\,2.\,l\,8$; par conſéquent $l\,1 + l\,8 = 2\,l\,2 + l\,2 = 3\,l\,2$, & comme $l\,1 = 0$, on aura $l\,8 = 3\,l\,2$; donc $\frac{l\,8}{3} = l\,2$. *C. Q. F D.*

Les propriétés que nous venons de démontrer, ont ſervi de fondement à la conſtruction des tables des *logarithmes*, moyennant leſquelles on fait par l'addition & la ſouſtraction, les opérations que l'on ſeroit obligé, ſans leurs ſecours, d'exécuter avec la multiplication, la diviſion & l'extraction des racines, comme on va le faire voir en reprenant les deux progreſſions précédentes :

÷ 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. &c.

∺ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Voulez-vous multiplier 4 par 16, cherchez les *logarithmes* 2. 4. qui répondent à ces nombres, faites-en la ſomme 6, elle eſt le *logarithme* de leur produit 64.

Cherchez donc dans la table le nombre qui répond au *logarithme* 6, vous trouverez 64, qui eſt effectivement le produit de 4 par 16.

S'il s'agiſſoit de diviſer 128 par 8, on chercheroit les *logarithmes* 7, 3. De ces nombres on ôteroit 3 de 7, le reſte 4 ſeroit le *logarithme* de leur quotient, auquel répond le nombre 16.

Si on cherche la racine quarrée de 64, on n'a qu'à prendre la moitié de ſon *logarithme* 6, c'eſt 3 auquel répond 8; ainſi, 8 eſt la racine quarrée de 64.

Il n'eſt pas plus difficile de trouver la racine cubique de 64, prenez le tiers de ſon *logarithme* 6, vous aurez 2, auquel répond 4.

Ainſi, 4 eſt la racine cubique de 64. On feroit donc avec une extrême facilité, les opérations les plus laborieuſes du calcul, ſi l'on avoit les *logarithmes* d'une grande quantité de nombres; & c'eſt à quoi l'on a tâché de parvenir dans la conſtruction des tables des *logarithmes*.

La découverte des *logarithmes* eſt dûe au baron Neper, écoſſois, mort en 1618. Il faut avouer cependant que Stifelius, arithméticien allemand, avoit remarqué avant lui la propriété fondamentale des *logarithmes*; ſavoir, que le *logarithme* du produit de deux nombres eſt égal à la ſomme de leurs *logarithmes*. Mais cette propoſition reſta ſtérile entre ſes mains, & il n'en tira aucun uſage pour abréger les opérations, ce qui fait l'eſſentiel de la découverte de Néper. Kepler dit auſſi que Juſte-Byrge, aſtronome du landgrave de Heſſe, avoit imaginé les *logarithmes*; mais de l'aveu de Kepler même, l'ouvrage où Byrge en parloit, n'a jamais paru.

Néper publia en 1614, ſa découverte dans un livre, intitulé : *mirifici logarithmorum canonis deſcriptio*. Les *logarithmes* des nombres qu'il donne dans cet ouvrage, different de ceux que nous employons aujourd'hui dans nos tables; car dans les nôtres le *logarithme* de 10 eſt l'unité, ou ce qui eſt la même choſe, 1, 0000000; & dans celles de Neper, le *logarithme* de 10 eſt 2, 3025850. Nous verrons au *mot* LOGARITHMIQUE, la raiſon de cette différence. Mais cette ſuppoſition lui paroiſſant peu commode, il indiqua lui-même des tables de *logarithmes*, telles que nous les avons aujourd'hui. Elles furent conſtruites après ſa mort par Henri Briggs, dans ſon ouvrage, intitulé : *Arithmetica logarithmica*. Adrien Ulacq, mathématicien des pays-bas, perfectionna le travail de Briggs; & pluſieurs autres ont travaillé depuis ſur cette matiere. Les tables de *logarithmes*, qui ont aujourd'hui le plus de réputation pour l'étendue & l'exactitude, ſont celles de Gardiner, *in-4.°* Celles de M. Deparcieux, de l'académie des Sciences, méritent auſſi d'être citées. Voyez *l'hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *tom. II, part. IV, liv. I.*

Théorie des logarithmes. Soit propoſé de trouver le *logarithme* d'un nombre quelconque, & de conſtruire un canon ou une table pour les *logarithmes* naturels. 1.° Comme 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. conſtituent une progreſſion géométrique, leurs *logarithmes*, peuvent donc être pris dans une progreſſion arithmétique à volonté; or pour pouvoir exprimer par des fractions décimales les *logarithmes* de tous les nombres intermédiaires, nous prendrons la progreſſion 0. 0000000, 1. 0000000, 2. 0000000, 3. 0000000, 4 0000000, &c. de maniere que le premier de ces nombres ou zéro, ſoit le *logarithme*, de 1, que le ſecond ſoit le *logarithme* de 10, le troiſieme celui de 100, & ainſi de ſuite. *Voyez* DÉCIMAL. 2.° Il eſt évident qu'on ne pourra point trouver des *logarithmes* exacts pour les nombres qui ne ſont point compris dans la ſérie géométrique ci-deſſus, 1, 10, 100, &c. mais on pourra en avoir de ſi approchans de la vérité, que, dans l'uſage, ils ſeront auſſi bons que s'ils étoient exacts. Pour rendre ceci ſenſible, ſuppoſons qu'on demande le *logarithme* du nombre 9; j'introduirai entre 1. 0000000 & 10. 0000000, un moyen proportionnel géométrique, & cherchant entre leurs *logarithmes* 0. 0000000 & 1. 0000000, un moyen proportionnel arithmétique, celui-ci ſera évidemment le *logarithme* de

l'autre, c'est-à-dire, d'un nombre qui surpassera 3 d'un peu plus que $\frac{1622777}{10000000}$, & par conséquent qui sera encore fort éloigné de 9. Je chercherai donc entre $3\frac{1622777}{10000000}$ & 10, un autre moyen proportionnel géométrique, qui approchera par conséquent plus de 9 que le premier; & entre 10 & ce nouveau moyen proportionnel, j'en chercherai encore un troisième, & ainsi de suite, jusqu'à ce que j'en trouve deux consécutifs, dont l'un soit immédiatement au-dessus, & l'autre immédiatement au-dessous de 9, & cherchant un moyen proportionnel entre ces deux nombres-là, & puis encore un autre entre celui-là & celui des deux derniers qui aura 9 entre lui & le précédent, on parviendra enfin à un moyen proportionnel qui sera égal $9 \frac{1}{10000000}$, lequel n'étant pas éloigné de 9 d'une dix millionième partie d'unité, son *logarithme* peut, sans aucune erreur sensible, être pris pour le *logarithme* de 9 même. Je reviens donc à mes moyens proportionnels géométriques, & prenant l'un après l'autre, le *logarithme* de chacun d'eux par l'introduction d'autant de moyens proportionnels arithmériques, je trouve enfin que 0. 9542425 est le *logarithme* du dernier moyen proportionnel géométrique; & j'en conclus que ce nombre peut être pris sans erreur sensible, pour le *logarithme* de 9, ou qu'il en approche extrêmement.

3.° Si on trouve de même des moyens proportionnels entre 1. 0000000 & 3. 1622777, que nous en avons vu plus haut être le moyen proportionnel entre 1. 0000000 & 10. 0000000, & qu'on cherche en même tems le *logarithme* de chacun d'eux, on parviendra à la fin à un *logarithme* très-approchant de celui de 2, & ainsi des autres. 4.° Il n'est cependant pas nécessaire de prendre tant de peine pour trouver les *logarithmes* de tous les nombres, puisque les nombres, qui sont le produit de deux nombres, ont pour *logarithmes* la somme des *logarithmes* de leurs produisans; & réciproquement, si l'on a le *logarithme* du produit de deux nombres, & celui de l'un de ses produisans, on aura facilement le *logarithme* de l'autre produisant; de même ayant le *logarithme* d'un quarré, d'un cube, *&c.* on a celui de sa racine, ainsi qu'on l'a démontré dans les propositions précédentes; par conséquent, si l'on prend la moitié du *logarithme* de 9 trouvé ci-dessus, l'on aura le *logarithme* de 3, savoir 0. 4771212.

Dans les *logarithmes*, les nombres qui précèdent le point expriment des entiers; & ceux qui sont après le point expriment le numérateur d'une fraction, dont le dénominateur est l'unité, suivie d'autant de zéros que le numérateur a de figures. L'on donne à ces entiers le nom de *caractéristiques*, ou *d'exposans*; parce qu'ils marquent, en leur ajoutant 1, combien de caractères doit avoir le nombre auquel le *logarithme* correspond; ainsi 0 à la tête d'un *logarithme*, ou placé dans le *logarithme* avant le point, signifie que le nombre correspondant ne doit avoir que le seul caractère des unités, qu'une seule figure, parce que ajoutant 1 à 0 caractéristique, on aura le nombre 1, qui marque le nombre de figures qu'a le nombre auquel se rapporte le *logarithme*; 1 caractéristique signifie que le nombre correspondant au *logarithme*, contient non-seulement des unités, mais encore des dixaines, & non pas des centaines; qu'en un mot, il contient deux figures, & qu'il a sa place entre dix & cent, & ainsi des autres exposans ou caractéristiques. Il s'ensuit donc que tous les nombres, lesquels quoique différens, ont néanmoins autant de caractères ou de figures les uns que les autres; par exemple, les nombres compris entre 1 & 10, entre 10 & 100, entre 100 & 1000, *&c.* doivent avoir des *logarithmes* dont la caractéristique soit la même, mais qui diffèrent par les chiffres placés à droite du point.

Si le nombre n'est nombre qu'improprement, mais qu'il soit en effet une fraction décimale exprimée numériquement, ce qui arrivera lorsqu'il n'aura de caractère réel qu'après le point, alors il devra évidemment avoir un *logarithme* négatif, & de plus la caractéristique de ce *logarithme* négatif marquera combien il y aura de 0 dans le nombre avant sa première figure réelle à gauche, y compris le 0, qui est toujours censé se trouver avant le point, ainsi, le *logarithme* de la fraction décimale 0. 256 est − 1. 40824; celui de la fraction décimale 0. 0256 est − 2. 40824, *&c.*

Tout cela est une suite de la définition des *logarithmes*; car puisque les nombres entiers 1, 10. 100, *&c.* ont pour *logarithme* 0, 1, 2, *&c.* les fractions $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, *&c.* qui forment une progression géométrique avec les entiers 1, 10, 100, *&c.* doivent avoir pour *logarithmes* les nombres négatifs, 1, 2, *&c.* qui forment une progression arithmétique avec les nombres 0, 1, 2, *&c.* donc *&c.*

Soit proposé maintenant de trouver le logarithme *d'un nombre plus grand que ceux qui sont dans les tables, mais moindre que* 10000000. Retranchez au nombre proposé ses quatre premières figures vers la gauche, cherchez dans les tables le *logarithme* de ces quatre premières figures, ajoutez à la caractéristique de ce *logarithme* autant d'unités qu'il est resté de figures à droite dans le nombre proposé. Soustrayez ensuite le *logarithme* trouvé de celui qui le suit immédiatement dans les tables, & faites après cela cette proportion, comme la différence des nombres qui correspondent à ces deux *logarithmes* consécutifs est à la différence des *logarithmes* eux-mêmes, ainsi ce qui reste à droite dans le nombre proposé est à un quatrième terme, que nous pourrons nommer la *différence logarithmique*; en effet, si vous

l'ajoutez au *logarithme* d'abord trouvé, vous pourrez, sans erreur sensible, prendre la somme pour le *logarithme* cherché. Si l'on demandoit, par exemple, le *logarithme* du nombre 92375; je commencerai par en retrancher les quatre premières figures à gauche, savoir 9237, & je prendrois dans les tables les *logar.* 3. 9655309 du nombre qu'elles forment à elles seules, dont j'augmenterois la caractéristique 3 d'une unité, ce qui me donneroit 4. 9655309, auquel il ne s'agiroit plus que d'ajouter la différence logarithmique convenable : or pour la trouver, je prendrois dans les tables le *logarithme* du nombre immédiatement au-dessus 9237, c'est-à-dire celui de 9238, lequel est.............. 3. 9655780.
& j'en soustrairois celui de 9237, trouvé ci-dessus, savoir,..............3. 9655309.

& il resteroit.......................... 471.
cela posé, je ferois cette proportion : comme 10, différence de 92380 à 92370, est à la différence trouvée tout-à-l'heure, savoir 471, ainsi 5 qui me restoit dans le nombre proposé à droite, après en avoir retranché les quatre premières figures à gauche, est à la différence logarithmique que je cherchois, laquelle seroit par conséquent 235; il n'y auroit donc plus qu'à ajouter ensemble le *logarithme* de 92370,
savoir,.........................4. 9655309.
& la différence logarithmique trouvée,.....235.

& il viendroit...................4. 9655544.
pour la valeur du *logarithme* cherché. La raison de cette opération, est que les différences des trois nombres *a*, *b*, *c*, lorsque ces différences sont fort petites, sont entr'elles, à très-peu-près, comme les différences de leurs *logarithmes*. Voyez LOGARITHMIQUE.

Si le nombre proposé étoit une fraction ou un entier plus une fraction, il faudroit d'abord réduire le tout à une seule fraction, & chercher séparément le *logarithme* du numérateur & celui du dénominateur par la méthode qu'on vient de donner, ensuite on retrancheroit les deux *logarithmes* l'un de l'autre, & on auroit le *logarithme* de la fraction proposée.

Soit proposé de plus de trouver le nombre correspondant à un logarithme *plus grand qu'aucun de ceux qui sont dans les tables.* Soustrayez d'abord du *logarithme* donné le *logarithme* de 10, ou celui de 100, ou celui de 1000, ou celui de 10000, le premier en un mot, de cette espèce qui donnera un restant d'un nombre de caractères, tels qu'il s'en trouve dans les tables. Trouvez le nombre correspondant à ce restant considéré lui-même comme *logarithme*, & multipliez ce nombre trouvé par 100, par 1000, ou par 10000, *&c.* le produit sera le nombre cherché.

Supposons par exemple qu'on demande le nombre correspondant au *logarithme* 7. 7589982, vous en ôterez le *logarithme* du nombre 10000, lequel est 4. 0000000, & le restant sera 3. 7589982, lequel correspond dans les tables au nombre 5741 $\frac{11}{100}$. Vous multiplierez donc ce dernier nombre par 1000, & le produit 5741110 sera le nombre cherché. Si on propose de trouver le nombre, ou pour parler plus proprement, la fraction correspondante à un *logarithme* négatif, il faudra ajouter au *logarithme* donné, le dernier *logarithme* de la table; c'est-à-dire, celui du nombre 10000, ou pour mieux dire, il faudra soustraire le premier pris positivement du second, & trouver le nombre correspondant au reste de la soustraction regardée comme *logarithme*. Vous ferez de ce nombre le numérateur d'une fraction, à laquelle vous donnerez 10000 pour dénominateur, & cette fraction sera le nombre cherché. Par exemple, supposons qu'on demande la fraction correspondante au *logarithme* négatif,........................0. 3679767,
je le soustrais du *logarithme* de 10000,
ou de..........................4. 0000000.

& le restant est.....................3. 6320233.
auquel correspond dans les tables le nombre 4275 $\frac{71}{100}$. la fraction cherchée sera donc $\frac{427571}{1000000}$. On appercevra la raison de cette régle, en observant que toutes fractions étant le quotient de son numérateur par son dénominateur, l'unité doit être à la fraction comme le dénominateur est au numérateur; mais comme l'unité est à la fraction qui doit correspondre au *logarithme* négatif donné, ainsi, 10000 est au nombre correspondant au *logarithme* restant; donc si l'on prend 10000 pour dénominateur, & le nombre correspondant pour numérateur, on aura la fraction requise.

* Soit enfin proposé *de trouver un nombre quatrième proportionnel à trois nombres donnés.* Vous ajouterez le *logarithme* du second à celui du troisième, & de la somme que cette addition vous aura fournie, vous ôterez le *logarithme* du premier, le restant sera le *logarithme* du quatrième nombre cherché. Par exemple, soit donné les nombres 4, 68 & 3.

Le *logarithme* de 68 est.........1. 8325089.
Le *logarithme* de 3 est..........0. 4771213.
Je les ajoute & je trouve pour
somme.......................2. 3096302.
Le *logarithme* de 4 est..........0. 6020600.

Je fais la soustraction, & il reste..1. 7075702, qui doit être le *logarithme* du nombre cherché; & comme le nombre correspondant dans les tables est 51, j'en conclus que 51 est le nombre cherché lui-même.

Ce problème est du plus grand usage dans la Trigonométrie. *Voyez* TRIANGLE & TRIGONOMETRIE.

Tous ces problèmes sur les *logarithmes* se déduisent évidemment de la théorie des *logarithmes* donnée ci-dessus, & ils peuvent se démontrer aussi par la théorie de la logarithmique qu'on trouvera à son article.

Nous terminerons celui-ci par une question qui a été fort agitée entre MM. Léibnitz & Bernoulli. Les *logarithmes* des quantités négatives sont-ils réels ou imaginaires? M. Léibnitz tenoit pour le second; M. Bernoulli pour le premier. On peut voir les lettres qu'ils s'écrivoient à ce sujet; elles sont imprimées dans le *commercium epistolicum* de ces deux grands hommes, publié en 1745, à Lausanne. J'eus autrefois (en 1747 & 1748) une controverse par lettres avec le célèbre M. Euler sur le même sujet; il soutenoit l'opinion de M. Léibnitz, & moi celle de M. Bernoulli. Cette controverse a occasionné un savant mémoire de M. Euler, imprimé dans le volume de l'académie de Berlin pour l'année 1749. Depuis ce tems, M. de Foncenex a traité la même matière dans le premier volume des mémoires de l'académie de Turin, & se déclare pour le sentiment de M. Euler, qu'il appuie de nouvelles preuves. J'ai composé sur ce sujet un écrit dans lequel je me déclare au contraire pour l'opinion de M. Bernoulli. Comme cet écrit est assez long, je me contenterai d'y renvoyer mes lecteurs, ainsi qu'aux écrits dont j'ai parlé; ils y trouveront toutes les raisons qu'on peut apporter pour & contre les *logarithmes* imaginaires des quantités négatives. Je me bornerai à dire ici, 1.° Que si on prend entre deux nombres réels & positifs, par exemple 1 & 2, une moyenne proportionnelle, cette moyenne proportionnelle sera aussi-bien $-\sqrt{2}$ que $+\sqrt{2}$, & qu'ainsi le *logarithme* de $-\sqrt{2}$ & celui de $\sqrt{2}$ seront le même, savoir log. $\frac{2}{2}$. 2.° Que si dans l'équation $y = c^x$ de la logarithmique (*Voyez* LOGARITHMIQUE & EXPONENTIEL); on fait $x = \frac{1}{2}$, on aura $y = c^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{c}$, & qu'ainsi la logarithmique aura des ordonnées négatives & positives, en tel nombre qu'on voudra à l'infini; d'où il s'ensuit que les *logarithmes* de ces ordonnées seront les mêmes, c'est-à-dire, des quantités réelles. 3.° A ces raisons ajoutez celle qui se tire de la quadrature de l'hyperbole entre ses asymptotes, que Bernoulli a donnée le premier, & que j'ai fortifiée par de nouvelles preuves; ajoutez enfin beaucoup d'autres raisons que l'on peut lire dans mon mémoire, ainsi que mes réponses aux objections de MM. Euler & de Foncenex, & on sera, je crois, convaincu que les *logarithmes* des nombres négatifs *peuvent être* réels. Je dis *peuvent être*; & non pas *sont*; c'est qu'en effet on peut prendre tel système de *logarithmes* qui rendra imaginaires les *logarithmes* des nombres négatifs. Par exemple, M. Euler prouve très-bien que si on exprime les *logarithmes* par des arcs de cercles imaginaires, le *logarithme* de -1 sera imaginaire; mais au fond tout système de *logarithmes* est arbitraire en soi; tout dépend de la première supposition qu'on a faite. On dit, par exemple, que le *logarithme* de l'unité est $= 0$, & que les *logarithmes* des fractions sont négatifs. Tout cela n'est qu'une supposition; car on pourroit prendre une telle progression arithmétique que le *logarithme* de l'unité ne fût pas égal à 0, & que les *logarithmes* des fractions fussent des quantités réelles & positives. Il y a bien lieu de craindre que toute cette dispute sur les *logarithmes* imaginaires, ne soit qu'une dispute de mots, & n'ait été si agitée que faute de s'entendre. Ce n'est pas le premier exemple de dispute de mots en Géométrie. *Voyez* CONTINGENCE & FORCES VIVES.

MM. Gregori, Mercator, Neuton, Halley, Cotes, Taylor, *&c.* ont donné différentes méthodes pour la construction des tables des *logarithmes*, que l'on peut voir dans les *Transactions philosophiques*. *Voyez* sur-tout un mémoire de M. Halley dans les *Transact. philos. de* 1695. *n.°* 216. Sans entrer ici dans ce détail, nous donnerons une méthode assez simple pour calculer les *logarithmes*.

Nous supposerons d'abord (*voyez l'art.* LOGARITHMIQUE) que la soutangente de la logarithmique soit égale à l'ordonnée que l'on prend pour l'unité, nous prendrons une ordonnée $1-u$ qui soit plus petite que l'unité, & nous aurons, en nommant l'abscisse dx, l'équation $dx = -\frac{du}{1-u}$, comme il résulte de l'article cité; d'où il s'ensuit encore que x est égal au *logarithme* de $1-u$, & qu'ainsi le *logarithme* de $1-u$ est égal à l'intégrale $-\frac{du}{1-u}$. Or, faisant la division suivant les règles ordinaires, ou supposant $\frac{1}{1-u} = \overline{(1-u)}^{-1}$, on trouve (*voyez* DIVISION, BINOME, EXPOSANT, SÉRIE, SUITE, *&c.*) que $-\frac{du}{1-u} = - du - u\,du - u^2\,du - u\,du$, &c. dont l'intégrale est $-u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4}$, &c. à l'infini; & cette série est convergente, parce que les numérateurs & les dénominateurs vont toujours en diminuant, car u est plus petit que l'unité. *Voyez* FRACTION. On aura donc, en prenant un certain nombre de termes de cette suite, la valeur approchée du *logarithme* de $1-u$; or, connoissant le *logarithme* de la fraction $1-u$, on connoitra le *logarithme* du nombre entier, qui est troisième proportionnel à cette fraction & à l'unité; car ce *logarithme* est le même, mais pris avec un signe positif. Par exemple, si on veut avoir le *logarithme* du nombre 10, on cherchera celui de la fraction $\frac{1}{10} = 1 - \frac{9}{10}$, ainsi, $u = \frac{9}{10}$. Donc le *logarithme* de $\frac{1}{10}$ est $-\frac{9}{10} - \frac{81}{200} - \frac{729}{3000}$, *&c.* & ainsi de suite; & cette quantité,

quantité, prise avec le signe $+$; est le *logarithme* de 10.

Tout cela est vrai dans l'hypothèse que la soutangente de la logarithmique soit $=1$; mais, si on vouloit que le *logarithme* de 10 fût 1, par exemple, au lieu d'être égal à la série précédente, alors tous les *logarithmes* des autres nombres devroient être multipliés par le rapport de l'unité à cette série. *V.* LOGARITHMIQUE. (*O*)

* Puisqu'on a log. $(1-u) = -u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4}$, &c. on a donc l. $(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} +$, &c. Donc log. $\frac{1+u}{1-u} = 2\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} +, \text{\&c.}\right)$, quand la soutangente de la logarithmique $=1$; mais on a généralement log. $\frac{1+u}{1-u} = 2K\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} + \text{\&c.}\right)$, K dépendant du système des *logarithmes*. Cette formule est plus commode que la précédente, pour calculer les *logarithmes* des nombres; & la série convergera plus rapidement; car, soit $\frac{1+u}{1-u} = \frac{x}{x-1}$, on aura $u = \frac{1}{2x-1}$, & la formule deviendra log. $\frac{x}{x-1} = 2K\left(\frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3(2x-1)^3} + \frac{1}{5(2x-1)^5} +, \text{\&c.}\right)$.

Usage de cette formule. Soit $x=2$, on aura log. $2 = 2K\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{81} + \frac{1}{1215} +, \text{\&c.}\right) = 2KA$; on trouvera de même log. $\frac{3}{2} = 2K\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{375} + \frac{1}{15625} + \text{\&c.}\right) = 2KB$; donc log. $3 = 2K(A+B)$ log. $4 = 4KA$; faisant $x=5$; log. $\frac{5}{4} = 2K\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{2187} + \frac{1}{295245} + \text{\&c.}\right) = 2KC$; donc log. $5 = 2K(C+2A)$, & généralement log. $n = 2KR$; n étant un nombre quelconque, R une somme de suites dépendantes de n, & toutes très-convergentes. Si $m=$ la base du systême, on aura généralement $2K = \frac{1}{R}$. Soit $n=10$, on a log. $10 = 2K(C+3A)$; donc, si 10 est la base du systême des *logarithmes*, on aura $= 2K = \frac{1}{C+3A}$.

LOGARITHMIQUE, s. f. (*Géom.*), courbe qui tire ce nom de ses propriétés & de ses usages dans la construction des logarithmes & dans l'explication de leur théorie.

Si l'on divise la ligne droite AX (*pl. d'Anal. fig.* 37) en un nombre égal de parties, & que, par les points A, P, p de division, on tire les lignes toutes parallèles entr'elles & continuellement proportionnelles, les extrémités N, M, m, &c. de ces dernières lignes, formeront la ligne courbe appellée *logarithmique*, de sorte que les abscisses AP, Ap, sont ici les logarithmes des ordonnées PM, pm, &c., puisque ces abscisses sont en progression arithmétique pendant que les ordonnées sont en progression géométrique. Donc, si $AP=x$, $Ap=u$, $PM=y$, $pm=z$, & qu'on nomme ly & lz les logarithmes de y & de z, on aura $x=ly$, $u=lz$, & par conséquent $\frac{x}{u} = \frac{ly}{lz}$.

Propriétés de la logarithmique. Dans une courbe quelconque, si on nomme f la soutangente, on a $\frac{dx}{f} = -\frac{dy}{y}$. *Voyez* SOUTANGENTE. Or, dans la *logarithmique*, si on prend dx constant, c'est-à-dire, les abscisses en progression arithmétique, dont la différence soit dx, les ordonnées seront en progression géométrique, & par conséquent les différences de ces ordonnées (*voyez* PROGRESSION GÉOMÉTRIQUE) seront entre elles comme les ordonnées; donc $\frac{dy}{y}$ sera constant, d'où $\frac{dx}{f}$ sera constant; donc, puisque (hyp.) dx est constant, f le sera aussi; donc la soutangente de la *logarithmique* est constante; j'appelle cette soutangente a.

2.° Si on fait $a=1$, on aura $dx = \frac{dy}{y}$, dont l'intégrale est $x = \log. y$; & si on suppose un nombre c, tel que son logarithme, soit $=1$, on aura x log. $c = \log. y$, & par conséquent log. $c^x = \log. y$ & $y = c^x$. *Voyez* LOGARITHME. C'est-là ce qu'on appelle *repasser des logarithmes aux nombres*, c'est-à dire, d'une équation *logarithme* $x = ly$, à une équation finie exponentielle $y = c^x$. *V.* EXPONENTIEL.

3.° Nous avons expliqué au *mot* EXPONENTIEL ce que signifie cette équation $y = c^x$ appliquée à la *logarithmique*. En général, si dans une même *logarithmique*, on prend quatre ordonnées qui soient en proportion géométrique, l'abscisse, renfermée entre les deux premières, sera égale à l'abscisse renfermée entre les deux autres, & le rapport de cette abscisse à la soutangente sera le logarithme du rapport des deux ordonnées. C'est une suite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, qui donne $\frac{x}{a} = \log. \left(\frac{y}{b}\right)$, en supposant que $y=b$, lorsque $x=0$.

4.° Si on prend pour l'unité, dans la *logarithmique*, l'ordonnée qui est égale à la soutangente, on trouvera que l'abscisse qui répond au nombre 10 (c'est-à-dire, à l'ordonnée qui seroit égale à dix fois celle qu'on a prise pour l'unité); on trouvera, dis-je, que cette abscisse ou le logarithme de 10 est égal à 2,30258509 (*voyez* LOGARITHME), c'est-à-dire, que cette abscisse est à la soutangente comme 230258509 est à 100000000; c'est sur ce fondement que Képler avoit construit ses tables de logarithmes, & pris 2,3025850 pour le logarithme de 10.

5.° Mais, si on place autrement l'origine de la *logarithmique*, & de manière que l'ordonnée 1 ne soit plus égale à la soutangente, & que l'abscisse comprise entre les ordonnées 1 & 10, soit égale

à 1; ce qui se peut toujours supposer, puisqu'on peut placer l'origine des x où l'on voudra, alors le logarithme de 10 sera 1, ou 1,0000000, *&c.* & la soutangente sera telle que l'on aura 2,3025850 à l'unité, comme 1,0000000 est à la valeur de la soutangente, qui sera par conséquent dans ce cas-ci $\frac{1,0000000}{2,3025850}$ ou 0,43429488. C'est sur cette supposition que sont calculés les logarithmes de Briges, qui sont ceux des tables ordinaires.

6.° Dans deux *logarithmiques* différentes, si on prend des ordonnées proportionnelles, les abscisses correspondantes seront entr'elles comme les soutangentes. C'est encore une suite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$.

7.° Si, dans une même *logarithmique*, on prend trois ordonnées très-proches, les différences de ces ordonnées seront entr'elles à très-peu-près comme les différences des abscisses. Car soient y, y', y'', les trois ordonnées, & dx, dx' les abscisses, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{y'-y}{y}$ à très-peu-près; & de même $\frac{dx'}{a} = \frac{y''-y'}{y}$. à très-peu-près. Donc, puisque y & y' different très-peu l'une de l'autre, on aura à très-peu-près $dx : dx' :: y'-y : y''-y'$.

8.° Comme une progression géométrique s'étend à l'infini des deux côtés de son premier terme, il est évident que la *logarithmique* s'étend à l'infini le long de son axe AX au-dessus & au-dessous du point A. Il est de plus évident que AX est l'asymptote de la *logarithmique*. *Voy.* ASYMPTOTE. Car, quoique une progression géométrique aille en décroissant, ses termes néanmoins n'arrivent jamais à zéro; ainsi, l'ordonnée Pm va toujours en décroissant, sans jamais être absolument nulle. Donc, *&c.*

Sur la quadrature de la *logarithmique*, *voyez* QUADRATURE.

LOGARITHMIQUE SPIRALE *ou* SPIRALE LOGARITHMIQUE, est une courbe dont voici la construction. Divisez un quart de cercle en un nombre quelconque de parties égales, aux points N, n, n, &c. (*pl. d'Anal. fig.* 22), & retranchez des rayons CN, Cn, Cn, des parties continuellement proportionnelles CM, Cm, Cm, les points M, m, m, &c. formeront la *logarithmique spirale*. Par conséquent, les arcs AN, An, &c. sont les logarithmes des ordonnées ou rayons CM, Cm, &c. pris sur les rayons du cercle, & en partant de son centre, qui, dans cette courbe, peut être considéré comme pole. On peut donc regarder la *logarithmique spirale* comme une *logarithmique* ordinaire, dont l'axe a été roulé le long d'un cercle AN, & dont les ordonnées ont été arrangées de maniere qu'elles concourent au centre C, & qu'elles se trouvent prises sur les rayons CN prolongés.

Cette courbe a plusieurs propriétés singulieres découvertes par M. Jacques Bernoulli son inventeur. 1.° Elle fait une infinité de tours autour de son centre C, sans jamais y arriver; ce qu'il est facile de démontrer : car les rayons CM, Cm, Cm, &c. de cette courbe forment une progression géométrique, dont aucun terme ne sauroit être zéro, & par conséquent la distance de la spirale à son centre C, ne peut jamais être zéro. 2.° Les angles CMm, Cmm des rayons CM, Cm, avec la courbe, sont par-tout égaux. Car, nommant CM, y & Nn, dx, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, puisque les arcs AN sont les logarithmes des y. *Voyez*, ci-dessus, LOGARITHMIQUE. Or décrivant du rayon CM un arc que l'on nommera dz, on aura $\frac{dz}{y} = \frac{dx}{r}$, en faisant $AC = r$; donc $dx = \frac{rdz}{y}$; donc $\frac{rdz}{ay} = \frac{dy}{y}$. Donc $dy = \frac{rdz}{a}$; donc l'angle CMm est constant. 3.° La développée de cette courbe, ses caustiques par réfraction & par réflexion, *&c.* sont d'autres logarithmes spirales : c'est pour cette raison que M. Jacques Bernoulli ordonna qu'on mît sur son tombeau une *logarithmique spirale*, avec cette inscription : *Eadem mutata resurgo*. *Voyez* l'Analyse des infinimens petits, par M. de l'Hopital. *Voyez aussi* DÉVELOPPÉE & CAUSTIQUE. (*O*)

LOGARITHMIQUES, (*Baguettes, Echelles, Regles.*) On peut donner un de ces noms à des instrumens, dont probablement M. l'abbé de la Chapelle a voulu parler, quand il dit à l'*article* ECHELLE, *Dict. rais.* &c. « Les *échelles proportionnelles*, que l'on appelle aussi *logarithmiques*, » sont des nombres artificiels ou des logarithmes » placés sur des lignes, afin d'avoir l'avantage de » pouvoir multiplier, diviser, *&c.* avec le compas. » *Voyez* LOGARITHMES. » Comme on ne trouve rien cependant à l'*article* LOGARITHMES, au sujet de ces échelles, je décrirai l'instrument de cette espece, qui est le plus complet, d'après une petite brochure allemande de M. Lambert, imprimée à Augsbourg en 1761 : on trouvera l'instrument même chez M. Brander, à Augsbourg, un des plus habiles méchaniciens de l'europe. Je me dispenserai, ainsi que M. Lambert, d'en donner une figure, parce qu'elle ne représenteroit pas assez bien les divisions très-petites qu'il suppose.

L'ennui de faire des multiplications, des divisions, des extractions de racines, & d'autres opérations semblables sur de grands nombres, a fait imaginer, outre les tables de logarithmes, différentes machines proprement dites, & plusieurs instrumens plus petits pour abréger ces opérations : le *Theatrum arithmetico-geometricum*, ouvrage posthume du célebre Leupold, en décrit un assez grand nombre; & ce n'est qu'à ces derniers que se rapporte l'instrument dont il sera question dans cet article.

On a songé, dès la fin du siecle passé, à épargner

aux calculateurs jusqu'à l'embarras de chercher les logarithmes dans les tables, & d'en prendre copie. J. Mathieu Biler fut peut-être le premier: il publia son invention en 1696, sous le titre de *Descriptio instrumenti mathematici universalis quo mediante omnes proportiones sine circino atque calculo methodo facillima inveniuntur*; &, comme son intention étoit que son instrument servît aussi à la géodésie, il lui donna la forme d'un demi-cercle, & marqua sur le limbe, au lieu des logarithmes, les nombres, les sinus & les tangentes.

Scheffelt, un Wurtembergeois, porta ensuite une division semblable sur une règle de la longueur d'un pié de Rhin, & traita dans un grand *in-quarto*, intitulé: *Pes Mechanicus*, les problèmes que cette règle servoit à résoudre. Un anglois, nommé *Gunter*, y appliqua une échelle *logarithmique*; & M. Lambert remarque avec raison qu'il est facile de réduire les logarithmes à plusieurs autres formes, & qu'on pourroit, par exemple, employer les spirales.

Il n'est pas douteux que la manière de calculer avec des instrumens de cette espèce, ne soit aussi abrégée que commode; mais, comme leur grandeur est déterminée, ces calculs ne peuvent, comme avec les machines, qui, d'un autre côté, sont moins commodes, s'étendre avec une certaine précision jusqu'à des quantités très-petites; cependant il est un très-grand nombre de cas où l'on ne demande pas la dernière exactitude; ainsi, il étoit toujours utile de s'appliquer à perfectionner ces instrumens, & à rendre leur usage plus commode, plus général, & d'une aussi grande précision qu'il seroit possible, sans tomber dans l'inconvénient des machines, le défaut d'un maniement commode.

C'est ce que M. Lambert a fait avec un grand succès; ayant vu la description de l'instrument de Biler, & ayant remarqué que son exactitude ne pouvoit qu'être très-peu considérable, il transforma ses demi-cercles en deux règles de quatre piés de longueur, & trouva qu'on pouvoit, moyennant cela, tenir compte des millièmes & même des $\frac{1}{2000}$ parties d'un nombre donné. Content de ce succès, qui est suffisant dans une infinité de cas, il crut avoir seul perfectionné l'instrument de Biler; ce ne fut que quelque tems après qu'il vit qu'il avoit été prévenu par Scheffelt; mais il vit en même tems que ses règles avoient, sur celles de Scheffelt, un double avantage bien considérable, l'un d'être quatre fois plus exactes, à cause de leur longueur quadruple; l'autre de pouvoir représenter des tables entières; les deux règles ayant des divisions égales, au lieu que Scheffelt n'employant qu'une seule règle, étoit obligé d'y appliquer le compas.

Ces considérations ont engagé M. Lambert à publier la petite brochure qui nous sert de guide, & de laquelle nous allons tirer à présent la description de la manière de construire ces règles, & celle de leur usage. *V.* ECHELLES.

1. On prend deux baguettes de métal ou de bois de même longueur, dont les côtés soient également larges, & fassent exactement ensemble des angles droits. La longueur, pour ne pas devenir incommode, peut se borner à quatre ou cinq piés; M. Lambert les suppose de cinq piés dans sa description.

2. On divise ces règles d'une manière égale, mais en commençant la division à la gauche sur l'une, & à la droite sur l'autre; on peut faire ces divisions à la plume, si les règles sont couvertes de papier; mais il vaut mieux qu'elles soient gravées, & même aussi exactement qu'il est possible.

3. M. Lambert ayant adopté quatre espèces de lignes, qu'il nomme *principales*, & qui sont l'*arithmétique*, la *géométrique*, le *sinus* & la *tangente*; on commence par le côté arithmétique, on le divise en vingt parties égales, & chacune de celles-ci encore en cent autres, qui, devenant de $\frac{1}{4}$ de ligne décimale, pourront non-seulement se tracer commodément, mais être même subdivisées encore à l'œil. M. Lambert, au reste, nomme ce côté, *arithmétique*, parce que les nombres y suivent la progression arithmétique, & qu'ils occupent des espaces égaux; mais il faut observer qu'ils représentent les logarithmes, & qu'à cet égard ils servent à diviser les autres côtés.

4. L'autre côté est nommé *géométrique*, parce que les nombres qu'on doit y tracer, étant comparés avec ceux du premier côté, suivent la progression géométrique. Le logarithme de 1 étant = 0, & celui de 100 étant = 2, ce côté commence par 1 & finit à 100; &, pour en faire les subdivisions, on y applique le côté arithmétique de l'autre règle; on cherche, dans les tables, les logarithmes de tous les nombres 2, 3, 4, 5.... 100 & de leurs dixièmes; on regarde où tombent ces logarithmes sur le côté arithmétique, on marque sur le géométrique le point correspondant, & on écrit à côté le nombre. La division de ce côté, de 1 jusqu'à 10, est la même que de 10 jusqu'à 100, parce qu'en général les nombres qui ont même rapport entr'eux, sont aussi également distans les uns des autres; cette méthode de division est la plus commode, mais il faut avoir l'attention d'affermir si bien les baguettes, que les extrémités de l'une répondent parfaitement à celles de l'autre pendant tout le cours de l'opération.

5. On subdivise de la même manière le côté des sinus au moyen de leurs logarithmes. Le logarithme du diamètre, ou plutôt sa caractéristique, est ici = 2; c'est pourquoi il faudra, dans les tables, diminuer de 8 la caractéristique des sinus. Lors donc qu'on aura appliqué le côté arithmétique à celui des sinus, on écrira sur celui-ci les degrés & les minutes aux points qu'indiquent sur l'autre règle les logarithmes de leurs sinus. La division commence à 0° 34', & va jusqu'à 90°,

6. Le côté des tangentes diffère de celui des finus, en ce qu'on y marque les degrés & les minutes qu'indiquent fur le côté arithmétique les logarithmes de leurs tangentes : il y a de plus deux divifions, parce qu'il faut joindre aux angles leurs complémens.

7.° Le côté arithmétique étant divifé effectivement en 2000 parties, dont on peut diftinguer à l'œil au moins encore les cinquièmes, quand les règles ont cinq piés, il s'enfuit qu'on peut confidérer ces règles comme divifées en 10000 parties, ou leurs moitiés en 5000 parties; c'eft pourquoi on pourra diftinguer encore fur le côté géométrique, des nombres, dont les logarithmes feront diftans les uns des autres de 0,0002, & qui feront par conféquent entr'eux dans le rapport de 2000 à 2001; & il eft donc évident que, lorfqu'on multiplicra ou qu'on divifera des nombres ordinaires, on trouvera le produit ou le quotient à $\frac{1}{2000}$ près.

8. On peut diftinguer par-tout encore des minutes de degrés fur le côté des tangentes; car

log. tang. 45° = 10,0000000
& log. tang. 45° 1′ = 10,0002527
donc la différence, = 0,0002527

on diftinguera des demi-minutes quand les angles ou leurs complémens feront au-deffous de 20°; on parvient à des $\frac{1}{3}$′, s'ils font au-deffous de 12°, & à des $\frac{1}{4}$′, s'ils font au-deffous de 9°, & ainfi de fuite.

9. Il en eft un peu autrement pour le côté des finus, la précifion y eft à-peu-près la même que pour les tangentes, quand les angles font de 0 jufqu'à 30°; entre 30 & 50, on diftinguera encore 2′ à 70°, encore 4 ou 5 minutes; mais à 80° feulement 10 ou 12 minutes, & feulement $\frac{1}{2}$° à 85°, &c.

Il faut donc avouer que nos baguettes ne donneront pas une grande précifion, quand il s'agira de trouver, par les finus, un angle peu éloigné de 90, & il faudra, dans ce cas, recourir aux tables ou à quelques artifices; mais, lorfqu'au contraire un angle étant donné, on voudra en connoître le finus, ou bien quand on voudra employer quelques finus à d'autres ufages, on n'éprouvera pas le même inconvénient, puifqu'on trouve toujours le finus à $\frac{1}{2000}$ près.

Après avoir décrit ces baguettes *logarithmiques*, M. Lambert paffe à leur ufage, il avertit qu'il croit inutile d'indiquer tous les problèmes qu'elles peuvent fervir à réfoudre, vu qu'elles rendent le même fervice que les tables, & qu'en conféquence il fe borne à ceux qui mettent le mieux dans leur jour la commodité & l'utilité de l'inftrument, & qui peuvent fervir le plus à en étendre l'ufage à d'autres cas. Ces problèmes ne laiffent pas de fe rapporter à 11 articles différens, & de donner lieu à un détail, que, pour ne pas être trop diffus, je crois devoir abréger.

I. *Tables pour les calculs ordinaires.*

1. Nos échelles fervent de *livret* & de *tables de divifions*; on applique l'un contre l'autre les côtés géométriques, de façon que 1, ou le commencement de l'un des côtés réponde fur l'autre côté au multiplicateur ou au divifeur propofé; on cherche fur le premier côté le nombre qu'il s'agit de multiplier ou de divifer, & on le verra répondre fur le fecond côté, au produit ou au quotient cherché; & il eft bon de remarquer, en faveur de ceux qui font verfés dans le calcul décimal, qu'un nombre d'un côté géométrique, 10 par exemple, peut également valoir 100, 1000, &c. ou 1; 0, 1; 0, 01, &c.

2. *Tables de réduction.* On peut augmenter ou diminuer une infinité de nombres dans un rapport donné, au moyen des mêmes côtés géométriques; on fait correfpondre les deux nombres propofés, & tous les nombres correfpondans de ces deux côtés exprimeront le même rapport.

3. Les mêmes côtés peuvent tenir lieu auffi de tables d'intérêts & de plufieurs autres.

II. *Tables trigonométriques.*

Les principales tables de cette efpèce, que préfentent les différentes combinaifons des quatre côtés de nos échelles, font les fuivantes.

1. Le côté arithmétique étant appliqué au côté géométrique, on a fur celui-ci les nombres, & fur l'autre leurs logarithmes.

3. Le géométrique à côté des finus préfente les angles & leurs finus.

3. Qu'on applique le côté géométrique à celui des tangentes, celui-ci donnera les angles, & l'autre leurs tangentes jufqu'à 45°; &, fi on retourne les extrêmités du côté des tangentes, on aura les angles de 45° jufqu'à 89° 26′ & leurs tangentes.

4. Le côté des finus étant appliqué à rebours au géométrique, repréfentera les angles dont celui-ci indique les cofécantes.

5. Enfin, fi, dans ces trois derniers cas, on emploie le côté arithmétique au lieu du géométrique, les finus, les tangentes & les cofécantes feront remplacés par leurs logarithmes.

III. *Tables aftronomiques.*

Les échelles dont il eft queftion, repréfenteront autant de tables de cette efpèce qu'on peut en calculer par de fimples triangles fphériques rectangles, & feront par conféquent d'un grand ufage pour certains calculs des éphémérides, & dans un grand nombre d'autres calculs aftronomiques, où l'on ne demandera pas la dernière précifion. En voici différens exemples.

1. *Tables de déclinaifon.* Qu'on faffe répondre

le 90ᵉ degré des finus à 23° 28′ ou 29′ de l'autre côté des finus, ce dernier fera voir les déclinaifons des degrés de l'écliptique indiqués par le premier.

2. *Tables pour la hauteur de chaque point de l'équateur.* Qu'on faffe répondre le même 90ᵉ degré des finus, au degré de la hauteur de l'équateur fur l'autre côté des finus, on trouvera, fur le premier, la diftance de tous les points de l'équateur à l'horizon, & fur le fecond leur hauteur au-deffus de ce grand cercle.

3. *Les afcenfions droites des points de l'écliptique.* Qu'on mette les finus & les tangentes à côté les uns des autres, & qu'on faffe attention à quel point répondent, fur le fecond côté, 66° 31′ ou 32′ du premier; qu'on applique enfuite à ce point, du côté des tangentes, le 45ᵉ degré de l'autre côté des tangentes, ce dernier préfentera les degrés de l'écliptique, & l'autre leurs afcenfions droites.

4. *Les différences afcenfionnelles.* On aura trois cas à confidérer; fi la hauteur du pole eft de 45°, on applique exactement le côté des tangentes à celui des finus, & on trouve, fur le premier, la déclinaifon, & fur le fecond la différence afcenfionnelle. Quand la hauteur du pole furpaffe 45°, on fait répondre le commencement des finus au degré de la hauteur de l'équateur, pris fur les tangentes, on remarque le point de ceux où répond le 45ᵉ degré de celles-ci; on y fait gliffer le commencement des tangentes, & on fe retrouve dans le premier cas. Enfin, quand la hauteur du pole eft au-deffous de 45°, on applique le commencement d'un côté des tangentes, au degré de la hauteur du pole, pris fur l'autre, on regarde à quel point du premier côté répond le 45ᵉ degré de l'autre; on fait gliffer jufqu'à ce point le commencement du côté des finus, & on a, comme dans les deux cas précédens, fur ce dernier côté, les différentes afcenfionnelles, & fur l'autre les déclinaifons.

5. *Des amplitudes ortives.* On prend les deux côtés des finus, on fait répondre au 90ᵉ degré de l'un le degré de la hauteur du pole pris fur l'autre; & on a, fur celui-ci, les déclinaifons, & fur l'autre les amplitudes ortives.

6. *Les degrés des parallèles à l'équateur.* Le degré de l'équateur étant de 15000, qu'on mette à côté du 90ᵉ degré des finus le nombre 15 du côté géométrique, on trouvera, fur ce dernier, en mille les valeurs des degrés des parallèles pour chaque degré de l'autre échelle.

6. *Tables du plus court crépufcule.* En fuppofant que le crépufcule commence ou finiffe quand le foleil eft à 18° au-deffous de l'horizon, on prend, fur le côté des tangentes, la moitié de ces 18° ou 9°, & on regarde à quel point, du côté des finus, répondent ces 9°; on applique à ce point le 90ᵉ degré de l'autre côté des finus, & on a, fur celui-ci, les degrés de la hauteur du pole, & fur l'autre les degrés correfpondans de la déclinaifon du foleil.

IV. *Autres tables.*

M. Lambert comprend, fous ce nom général, plufieurs tables, dont les échelles peuvent également tenir lieu; il apporte les trois exemples qui fuivent.

1. *La réfraction.* Comme elle eft dans le rapport de 3 à 2 dans le verre, on appliquera le 90ᵉ degré des finus, au nombre 3 du côté géométrique, & on regardera à quel degré répond le nombre 2 de ce côté; qu'on y faffe gliffer enfuite le 90ᵉ degré de l'autre côté des finus, celui-ci indiquera les angles d'incidence dans l'air, & l'autre ceux qui fe font dans le verre : on emploiera le rapport 4 à 3 pour l'eau, &c.

2. *Les jours où le tems, dans lequel un arc-en-ciel peut fe former, eft le plus court à raifon des différentes hauteurs du pole;* il faut que le foleil ait au-deffous de 43° 2′ de hauteur : on prendra la moitié de ce nombre, & on procédera comme pour le plus court crépufcule.

3. *Toutes les tables dont les nombres doivent diminuer à raifon des finus, des angles d'incidence ou autres.* Les quatre articles précédens fuffiroient pour donner une idée des grands avantages que préfente l'inftrument dont il s'agit, en ce qu'il ne fert pas feulement à réfoudre des problêmes particuliers, dont chacun demanderoit, comme fur le globe ou dans les tables, une nouvelle opération, mais à mettre fous les yeux, dans un inftant, des tables entieres toutes calculées; cela arrive toutes les fois qu'il s'agit d'augmenter ou de diminuer plufieurs nombres dans une proportion donnée. La différence des nombres que mefure ce rapport, fe prend fur le côté géométrique; or, en employant deux baguettes au lieu d'une, & en joignant les deux nombres, cette différence ou diftance eft précifément celle qui a lieu entre le commencement de l'une des baguettes & celui de l'autre, de forte qu'on ne peut manquer d'avoir à côté les uns des autres, tous les nombres qui ont entr'eux le même rapport.

Mais la plupart du tems on a befoin d'une certaine préparation qui confifte à tranfporter d'un côté fur un autre la proportion propofée. On peut avoir déjà pris une idée de ces préparations dans ce qui a précédé; M. Lambert les éclaircit encore davantage par deux exemples, dans lefquels il s'agit de conftruire des tables qui donnent la différence afcenfionnelle, foit pour les afcenfions droites, foit pour différentes hauteurs du pole.

Quand on veut employer, ou qu'on cherche des angles de moins de 34°, on peut fe tirer d'affaire, en prolongeant les côtés des finus & des tangentes au moyen des côtés géométriques.

Pour ne pas rendre cet article trop étendu, nous confeillerons à ceux qui voudront fe procurer

l'instrument utile dont il s'agit, d'y faire joindre par l'artiste un exemplaire ou une traduction de la petite brochure de M. Lambert, ou du moins les instructions nécessaires, sans lesquelles on auroit peut-être de la peine à tirer tout l'avantage possible de cet instrument, à se faire une idée des artifices que nous venons simplement d'indiquer; enfin à profiter des secours qu'il fournit pareillement dans les solutions des problêmes que renferment les articles suivans.

V. *La réduction des fractions à de moindres termes.*

VI. *La détermination des diviseurs des nombres.*

VII. *L'extraction des racines quarrées, cubiques quarré-quarrées*, &c.

VIII. *Les progressions géométriques.*

Elles fournissent deux cas.

1. Le premier & le second terme étant donnés, trouver les suivans.

2. Le premier & le dernier terme, & le nombre des termes étant donnés, trouver les moyens.

IX. *Les triangles rectilignes.*

1. Lorsque, dans un triangle rectangle, l'hypothénuse est donnée, ou lorsque, dans un triangle quelconque, on connoît un angle & le côté opposé, on trouve les deux autres côtés dans tous les cas, & nos échelles forment ici des tables complètes; elles servent de tables *logarithmiques* pour les autres problêmes de cette espèce.

X. *Les triangles sphériques rectangles.*

M. Lambert rapporte à ses échelles les deux règles générales de Neper.

XI. *Les cadrans solaires.*

On peut déterminer les angles horaires pour toutes les déclinaisons & inclinaisons des cadrans, ainsi que les variations de ces angles suivant les différentes latitudes. (*J. B.*)

Logarithmique, pris adjectivement, (*Géom.*) se dit de ce qui a rapport aux logarithmes. *Voyez* Logarithme, Logistique.

C'est ainsi que nous disons l'arithmétique *logarithmique*, pour dire le calcul des logarithmes, ou le calcul par le moyen des tables des logarithmes.

LOGISTIQUE, adj. (*Géom.*), pris substantivement, est le nom qu'on a donné d'abord à la logarithmique, & qui n'est presque plus en usage. *V.* Logarithmique.

On appelle *logarithme logistique* d'un nombre quelconque donné de secondes, la différence entre le logarithme qu'on trouve dans les tables ordinaires du nombre $3600'' = 60'' \times 60, = 60' = 1°$, & celui du nombre de secondes proposé. On a introduit ces logarithmes pour prendre commodément les parties proportionnelles dans les tables astronomiques. Voyez-en le calcul & l'usage dans les *Instit. Astron.* de M. le Monnier, p. 622-626. (*O*)

Logistique, (*Astron.*) Les astronomes appellent *logarithmes logistiques*, ceux où il y a zéro de logarithme pour le nombre 3600. Ils sont commodes pour les parties proportionnelles où le premier terme est un degré ou 3600''. Les auteurs latins on donné le nom de *logistica* à cette partie de l'arithmétique, où l'on considère les fractions sexagésimales, degrés, minutes, secondes. (*D. L.*)

LOIX *de Kepler*, (*Astron.*) Ce sont les *loix* du mouvement des planètes autour du soleil, reconnues & démontrées par Kepler, & dont j'ai donné le détail dans le 6e livre de mon Astronomie; 1.° les planètes décrivent des ellipses & non des cercles : 2.° les ellipses sont parcourues de manière que les aires sont proportionnelles aux tems : 3.° les grandeurs de ces ellipses sont comme les racines cubes des carrés des tems employés à les décrire, ou les carrés des tems comme les cubes des distances. Ce sont les deux dernières, & sur-tout la troisième, qu'on appelle plus communément *loix de Kepler.*

La première de ces *loix* se trouve dans le fameux livre de Kepler, *Nova Physica Celestis tradita Commentariis de stella martis*, 1609. Il calcula, par les observations de Tycho, les distances de mars au soleil en différens points de son orbite, & il fit voir qu'elles ne pouvoient s'ajuster sur la circonférence d'un cercle, dont le diamètre étoit déterminé, mais que la courbe rentroit sur les côtés en forme d'ovale. Neuton a fait voir ensuite, par la théorie de l'attraction universelle, en raison inverse du carré de la distance, que cette courbe devoit être rigoureusement une ellipse.

La seconde *loi* de Kepler étoit une suite de la détermination des excentricités & des vîtesses des planètes, & Kepler ne la reconnut que par les observations; il conjectura qu'elle devoit être générale, & l'application qu'il en fit aux observations de Tycho, lui prouva qu'elle l'étoit en effet. Neuton a démontré ensuite, par les loix du mouvement, qu'elle étoit une suite nécessaire du mouvement de projection combiné avec la force centrale qui retient les planètes dans leurs orbites. *V.* Aire.

La troisième *loi* fut découverte par Kepler, le 15 mai 1618, comme il le raconte lui-même (*Harmonices, section V, pag.* 189). Il cherchoit, comme au hasard, des rapports entre les distances des planètes & les durées de leurs révolutions; il comparoit leurs racines & leurs puissances : il vint heureusement à comparer les carrés des tems avec les cubes des distances; il trouva que le rapport étoit constant, & fut si transporté de cette découverte, qu'il avoit peine à se fier à ses calculs. Qu'auroit-il donc éprouvé, s'il eût pu prévoir que cette loi feroit la source de la découverte plus générale & plus importante encore de l'attraction universelle, faite par Neuton cinquante ans après, & qui se déduit naturellement de la *loi* de Kepler, comme je l'ai fait voir au *mot* Attraction?

La loi des carrés des tems proportionnels aux

tubes des distances qui doit être un peu troublée par les attractions réciproques des planetes, devroit être aussi un peu altérée par l'attraction de l'atmosphère du soleil & de la matiere éthérée qui est différente sur différentes planetes, suivant les remarques de M. le Sage, citoyen de Genève. Mais l'erreur est bien petite, car je trouve que la régle a lieu dans le ciel avec toute la précision que comportent nos observations. (*D. L.*)

LON

LONGIMÉTRIE, s. f. (*Géom.*); c'est l'art de mesurer les longueurs, soit accessibles, comme les routes, soit inaccessibles, comme les bras de mer. *V.* MESURE, *&c.*

La *longimétrie* est une partie de la trigonométrie, & une dépendance de la géométrie, de même que l'altimétrie, la planimétrie, la stéréométrie, *&c. Voyez l'art.* de la LONGIMÉTRIE, aux articles où l'on parle des instrumens qui servent à la résolution des problêmes particuliers à cette science, consultez sur-tout les articles PLANCHETTE, CHAINE, *&c.*

On appelle aussi *longimétrie* cette partie de la géométrie élémentaire qui traite des propriétés des lignes droites ou circulaires. *Voy.* GÉOMÉTRIE, LIGNE, *&c.*

LONGITUDE *d'un astre*, (*Astron.*), est un arc de l'écliptique compris entre l'équinoxe ou le premier point d'*aries*, & l'endroit de l'écliptique, auquel l'astre répond perpendiculairement.

Ainsi, la *longitude* d'une étoile comme *S* (*pl. d'Astron. fig.* 43), est un arc *YA* de l'écliptique compris entre le commencement d'*aries*, & le cercle de latitude *SA* qui passe par le centre *S* de l'étoile, & par les poles de l'écliptique, ou qui est perpendiculaire à l'écliptique.

La *longitude* est par rapport à l'écliptique ce que l'ascension droite est par rapport à l'équateur.

Le soleil est le seul astre dont on puisse trouver la *longitude* immédiatement. Soit *EQ* (*fig.* 41) l'équateur, *HO* l'horizon, *ESO* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ sur l'équateur, *S* le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien *SAB*: si j'observe de combien de degrés est la hauteur au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire, que je mesure l'arc *SB*, & que j'en retranche la hauteur de l'équateur, qui est toujours la même (à Paris de 41° 10′); je connoîtrai *SA*, distance du soleil à l'équateur, ou *déclinaison du soleil*. Dans le triangle sphérique *SEA*, borné par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle *E* de 23° ½, & le côté opposé *SA*, qui est la déclinaison du soleil avec l'angle *A*, qui est droit, parce que les méridiens sont nécessairement perpendiculaires à l'équateur. On trouvera, par la trigonométrie sphérique, l'hypothénuse *ES*, qui est la *longitude* du soleil, c'est-à-dire, la distance au point équinoxial *E*, mesurée le long de l'écliptique. Il suffira de faire cette proportion : le sinus de l'angle *E* ou de l'obliquité de l'écliptique est au sinus de la déclinaison observée, comme le rayon est au sinus de l'hypoténuse *ES* ou de la *longitude* du soleil.

Telle est la méthode dont plusieurs anciens astronomes se sont servis pour trouver chaque jour la *longitude* du soleil par le moyen de sa hauteur & de sa déclinaison (Copernic, *lib. II, cap.* 14). Il n'en falloit pas davantage pour connoître ses inégalités. Les anciens cherchoient les *longitudes* des autres astres comme les étoiles, en comparant la lune au soleil, & les étoiles à la lune, par le moyen d'un cercle qu'ils dirigeoient dans le sens de l'écliptique (*V.* ASTROLABE). Mais, comme la situation de l'écliptique change à chaque instant, cette méthode n'est ni commode ni exacte : celle que les astronomes emploient généralement aujourd'hui, consiste à observer l'ascension droite du soleil & d'une étoile, & à comparer les autres avec cette étoile fondamentale, par le moyen de leurs différences d'ascensions droites, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASCENSION *droite.* On cherche aussi la déclinaison d'un astre par le moyen de sa hauteur méridienne; & quand on connoît l'ascension droite & la déclinaison, on trouve la *longitude* & la latitude par la résolution de deux triangles sphériques.

Soit *ET* (*fig.* 42 *d'Astron.*) l'ascension droite d'un astre quelconque, ou sa distance au plus prochain équinoxe comptée sur l'équateur *ETQ*, & moindre que 90°; *PT* la déclinaison du même astre ou sa distance à l'équateur; *EVR* l'écliptique; *PV* la latitude cherchée de l'astre *P*, mesurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & *EV* sa distance à l'équinoxe le plus voisin, comptée sur l'écliptique; on imaginera un grand cercle *EP* allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle sphérique *EPT* rectangle en *T*, avec l'ascension droite & la déclinaison de l'astre, & un autre triangle sphérique *EPV* rectangle en *V*, avec la *longitude* & la latitude du même astre; on résoudra d'abord le triangle *ETP* rectangle en *T*, dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle *PET* & l'hypoténuse *PE*. Par le moyen de l'angle *PET* & de l'angle *TEV*, qui est l'obliquité de l'écliptique, on formera l'angle *PEV*, qui sera leur différence, si le point *P* & le point *V* sont tous les deux au-dessous ou au-dessus de l'équateur *ET*; au contraire, l'angle *PEV* sera la somme de l'angle *PET* & de l'obliquité de l'écliptique *TEV*, si l'astre *P* & le point *V* de l'écliptique, qui lui répond, sont l'un au nord, & l'autre au midi de l'équateur. Lorsqu'on aura formé l'angle *PEV*, l'on s'en servira avec l'hypoténuse *PE* pour connoître la *longitude* *EV* & la latitude *PV*. C'est ainsi que l'on détermine les *longitudes* & les lati-

tudes des étoiles par les observations, aussi-bien que celles des planètes.

LONGITUDES *des planètes*. Comme c'est autour du soleil que tournent les planètes, ce sont leurs *longitudes*, vues du soleil, que l'on a sur-tout besoin de connoître, & on les trouve principalement par le moyen des conjonctions & des oppositions. Nous expliquerons, au *mot* PLANÈTE, la manière dont on procède pour ces recherches. On ne met, dans les tables astronomiques, que les *longitudes* héliocentriques des planètes, ou leurs *longitudes* vues du soleil. Lorsqu'on a besoin de trouver les *longitudes* géocentriques ou vues de la terre, on emploie la méthode suivante.

Soit S le soleil (*fig.* 97 *d'Astron.*); TRN l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil; $AMDOP$ une orbite planétaire, dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section ADN, qui est la ligne des nœuds. Il faut concevoir que la partie $APOD$ est élevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie DMA est plongée au-dessous du papier. La planète, au point A de son orbite, est dans le même plan que l'écliptique; elle est sur la ligne ADN, commune aux deux plans, & qui s'étend en N dans l'écliptique, aussi-bien que dans l'orbite de la planète; mais, en quittant le point A, la planète s'élève au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique; elle s'élève de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle arrive au point O, où son orbite est la plus éloignée de l'écliptique. La partie AOD étant conçue relevée au-dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire PL, tirée du point P où se trouve la planète, jusques sur le plan de la figure, qui est le plan de l'écliptique; PL sera la hauteur perpendiculaire de la planète au-dessus de l'écliptique: l'angle PSL, sous lequel paroît, vue du soleil, cette distance perpendiculaire de la planète à l'écliptique, est la latitude héliocentrique: l'angle PTL, sous lequel paroît cette même ligne vue de la terre T, est la latitude géocentrique; la ligne SP est la vraie distance de la planète au soleil, ou son rayon vecteur; la ligne SL est la distance accourcie ou la distance réduite à l'écliptique; de même PT est la vraie distance de la planète à la terre: LT est la distance accourcie de la planète à la terre. La ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle l'est nécessairement sur toutes les lignes de ce plan, & par conséquent sur TL: ainsi, l'angle PLT est un angle droit; il suffit de se représenter la ligne PL tombant à-plomb sur la figure, & l'on verra que les triangles PLS, PLT, sont tous deux rectangles au point L, qui est celui où aboutit la perpendiculaire. L'angle TSL, égal à la différence des *longitudes* de la planète P & de la terre T vues du soleil, est ce qu'on appelle aujourd'hui *commutation*. La résolution du triangle TSL, dont on connoît deux côtés ST, SL, & l'angle compris ou l'angle de commutation, fera connoître l'angle à la terre ou l'angle STL, qu'on appelle *angle d'élongation*. Cette élongation étant ôtée de la *longitude* du soleil, si la planète est à l'occident du soleil, donnera la *longitude* géocentrique de la planète, c'est-à-dire, le point de l'écliptique céleste où répond la ligne TL, menée de la terre au lieu de la planète réduit à l'écliptique.

La latitude géocentrique ou l'angle LTP, se trouvera par le moyen de la proportion suivante: le sinus de la commutation est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique; car, dans le triangle PLS rectangle en L, on a cette proportion $SL : LP :: R :$ tang. PSL. Dans le triangle PLT, rectangle en L, on a une semblable proportion $TL : LP :: R :$ tang. LTP: la première proportion donne cette équation $LP. R = SL.$ tang. PSL; & la deuxième $LP. R = TL.$ tang. LTP; donc $SL.$ tang. $PSL = TL.$ tang. LTP; d'où l'on tire cette autre proportion $TL : SL ::$ tang. PSL : tang. LTP; mais $TL : SL ::$ sin. LST : sin. LTS; donc sin. LST : sin. $LTS ::$ tang. PSL : tang. LTP.

Lorsqu'on a trouvé la *longitude* géocentrique d'une planète, on a souvent besoin de connoître sa distance à la terre, telle que PT: on commence à chercher sa distance accourcie ou sa distance au soleil réduite à l'écliptique SL; il suffit, pour cela, de multiplier le rayon vecteur SP, ou la vraie distance de la planète au soleil dans son orbite par le cosinus de la latitude héliocentrique ou de l'angle PSL. En effet, la ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, le triangle SLP est rectangle en L: ainsi, on a, par la trigonométrie ordinaire, $R : SP ::$ sin. SPL ou cos. $PSL : SL$. Ainsi, comme le rayon est pris pour unité, on a $SL = SP.$ cos. PSL. Dans le triangle LST, on connoitra les angles avec le côté SL, distance du soleil à la planète: on fera donc cette proportion sin. $STL : SL ::$ sin. $LST : TL$, ou le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation, comme la distance accourcie de la planète au soleil est à la distance accourcie de la planète à la terre: enfin cette distance accourcie TL, divisée par le cos. de latitude géocentrique LTP, donnera la distance vraie TP de la planète à la terre; par la même raison que la distance vraie, étant multipliée par le cosinus de latitude héliocentrique, donnoit la distance accourcie de la planète au soleil. Pour éviter la résolution du triangle STL, les astronomes ont calculé des tables de la parallaxe annuelle, ou de la différence entre les *longitudes* géocentriques & héliocentriques. On les trouve dans l'*Astronomia reformata* de Riccioli, dans Longomontanus (*Astron. Danica*), dans Wing (*Astron.*

(*Aſtron. Britannica*), dans Renerius (*Tabulæ mediceæ*), dans Lanſberge (*Tabulæ perpetuæ*).

LONGITUDE *géographique*, eſt la diſtance d'un lieu de la terre à un méridien qu'on regarde comme le premier méridien; ou un arc de l'équateur, compris entre le méridien du lieu & le premier méridien de la terre.

Le premier méridien des globes terreſtres & des cartes géographiques, varie beaucoup ſuivant les différens auteurs & les différens pays : on trouvera des détails à ce ſujet dans le P. Riccioli (*Géog. réform.* p. 385). Pythéas de Marſeille, au rapport de Strabon (*liv. I*), regardant l'île de Thulé comme la partie la plus occidentale du monde connu, y plaçoit le commencement des *longitudes*. On croit que l'iſlande eſt cette ancienne Thulé; d'autres croient que ce ſont les Iles de Schetland, au nord de l'écoſſe. Eratoſthène commençoit aux colonnes d'Hercule, vers le détroit de Gibraltar; Marin de Tyr & Ptolémée, les plus célèbres des géographes anciens, placèrent le premier méridien aux Iles fortunées, appellées aujourd'hui les *Canaries*; mais ils ne déterminèrent point laquelle de ces Iles étoit la plus occidentale, & devoit ſervir de terme de numération. Parmi les Arabes, Alfragan, Albategnius, Naſſir-Eddin & Ulug-Beg comptèrent auſſi des Iles fortunées; mais Abulfeda, géographe célèbre, comptoit ſes *longitudes* d'un méridien plus oriental de 10° que celui de Ptolémée, & l'on croit que c'étoit pour le faire paſſer à l'extrêmité occidentale d'afrique, où étoient, ſelon lui, les colonnes d'Hercule; ou à Cadix, devenue fameuſe par la conquête des Maures en eſpagne : voilà pourquoi les *longitudes*, dans Abulfeda, ſont plus petites de 10° que dans les autres géographes arabes qui ont ſuivi Ptolémée (*V. Greaves in Hudſon Geog. Min.* p. 8).

Lorſque les Açores eurent été découvertes par les Portugais, en 1448, il y eut des auteurs qui comptèrent les *longitudes* de l'Ile de Tercère. Les cartes de Gérard Mercator, mort en 1594, qui forment le grand Atlas publié, en 1678, par Hondius, donnent 3° de *longitude* à l'Ile de Fer; Jodocus-Hondius, mort en 1611, lui en donne 12 dans ſa carte d'afrique, inſérée au même Atlas.

On trouve des cartes géographiques; par exemple, celle de Toſcane, publiée à la calcographie de Rome en 1745, où les *longitudes* ſont plus grandes de 5° 23′ que celle de l'Ile de Fer, priſe à 20° de Paris; mais il me ſemble que cela ne peut venir que d'une erreur ſur la poſition des Iles Canaries, qui étoient autrefois peu connues.

Janſon, dans ſes cartes des quatre parties du monde, publiées en 1624, & Guillaume Blaeu, dans ſon nouvel atlas, placèrent leur premier méridien au pic de Ténériffe, montagne très-élevée, que les navigateurs appercevoient de loin, & qui ſembloit être un point de départ fixé par la nature même; les Hollandois s'en ſervent encore; il eſt 19° 0′ à l'occident de Paris; Janſon, dans ſes hémiſphères plans, Ortelius, dans ſa carte univerſelle, Gérard Mercator le jeune, Bonius, dans ſon europe abrégée, le mirent à l'Ile de Fuego, ou Saint-Philippe, l'une des iles du Cap-Verd, ſur ce qu'ils étoient perſuadés qu'en cet endroit l'aiguille aimantée n'avoit aucune déclinaiſon.

Louis XIII, par une déclaration du 25 avril 1634, rendue ſur l'avis des mathématiciens les plus connus, fixa le premier méridien à la partie la plus occidentale des Canaries; l'île de fer eſt la plus occidentale de toutes, & le bourg de cette île eſt 19° 54′ à l'occident de Paris, en conſéquence de l'Ile, d'Anville, & la plupart des géographes françois, négligeant les 6′, ſuppoſent la *longitude* de Paris égale à 20°.

Dans les cartes marines publiées à Paris, & qui forment le grand recueil du *Neptune François*, & celui de l'*Hydrographie Françoiſe* de Bellin, on compte ces *longitudes* du méridien de Paris, en les diſtinguant par orientales & occidentales; les Anglois font la même choſe par rapport au méridien de Londres, & quelquefois par rapport au méridien du cap Lézard, qui eſt de 7° 32′ à l'occident de Paris, & à 49° 57′ de la latitude; dans les cartes marines, on réunit ordinairement ces différentes échelles, de même que celle du pic Ténériffe, pour ſe rendre utiles aux différentes nations, en attendant une convention générale, qu'il eſt difficile d'eſpérer. Par la même raiſon que nous comptons en france la *longitude* de Paris 20° 0′ en nombres ronds; les Italiens comptent celle de Rome de 30° 0′, au lieu de 30° 3′ qu'on auroit en partant du bourg de l'île de Fer. C'eſt ainſi qu'on le voit dans le P. Boſcovich, *de Litteraria expeditione*, 1755, p. 187.

Cela eſt aſſez indifférent en ſoi; car il eſt égal de prendre pour premier méridien un méridien ou un autre, & l'on aura toujours la *longitude* d'un endroit de la terre lorſqu'on aura la poſition de ſon méridien par rapport au méridien de quelque autre lieu, comme Paris, Londres, Rome, *&c.* Il eſt pourtant vrai que, ſi tous les aſtronomes convenoient d'un méridien commun, on ne feroit point obligé de faire des réductions qui ſont néceſſaires pour ne pas embrouiller la géographie moderne, & l'on n'auroit pas l'embarras, toutes les fois qu'on voit une carte géographique, de ſavoir quel méridien l'auteur a choiſi, ce qui embarraſſe ſouvent les perſonnes même les plus inſtruites.

Ainſi, la longitude eſt le nombre de degrés de l'équateur compris entre le méridien du lieu & celui de tout autre lieu propoſé. Vous voulez ſavoir, par exemple, de combien Pekin, capitale de la chine, eſt éloignée de Paris en *longitude*; amenez Paris ſous le méridien du globe, & éloignez enſuite ce point vers l'occident, en comptant combien il paſſe de degrés de l'équateur ſous le méridien, juſqu'à ce que vous apperceviez Pekin

arriver sous le méridien ; vous trouverez 114° de l'équateur, écoulés entre le méridien de Paris & celui de Pekin ; c'est la *longitude* de Pekin, en comptant du méridien de Paris ; les astronomes comptent ces *longitudes* en tems, & disent, par exemple, que Pekin est à 7 heures 36 minutes de Paris.

Dans la numération des degrés, le pole arctique étant toujours vers le haut, la distance qui s'étend à droite jusqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu proposé est plus oriental qu'un autre. La distance qui s'étend de même à gauche jusqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu est plus occidental qu'un autre. Ce seroit une commodité d'appeller *longitude orientale* les degrés qui sont à droite du méridien d'un lieu, jusqu'au nombre de 180 degrés, & *longitude occidentale* ceux qui s'étendent à la gauche du même méridien, en pareil nombre : les marins en usent ainsi, mais les géographes ne comptent qu'une seule progression de *longitude* jusqu'à 360 degrés.

Les degrés de *longitude*, qui se comptent d'occident en orient, sont égaux aux degrés de latitude, ou de 25 lieues, tant que l'on est sous l'équateur, parce que tous les grands cercles d'un globe sont égaux. Mais, en approchant des poles, tous les parallèles à l'équateur diminuent, & les degrés de *longitude* diminuent en même raison.

Soit *P* le pole (*fig.* 31 *des pl. d'Astron.*), *EQ* le rayon de l'équateur terrestre, *AK* le rayon d'un parallèle ; la circonférence de ce parallèle est plus petite que celle de l'équateur, dans le même rapport que *AK* est plus petit que *EC* ; ainsi, les degrés de *longitude* sont plus petits étant comptés sur ce parallèle. Le rayon *AK* du parallèle est le sinus de l'arc *AP*, distance au pole, ou le cosinus de l'arc *EA*, qui est la latitude géographique du lieu *A* ; ainsi, les degrés de *longitude* sont comme les cosinus des latitudes. Par le moyen de ce rapport, il est aisé de calculer la table des degrés de *longitude* pour tous les points de la terre ; ce qui est utile pour tracer des cartes de géographie.

Nous en avons donné une table au *mot* DEGRÉ, dans laquelle on a eu égard même à l'applatissement de la terre.

Pour trouver les *longitudes* géographiques sur terre ou sur mer, il s'agit de trouver quelle heure il est dans un pays lorsqu'il est midi dans l'autre ; le soleil faisant le tour du globe en 24 heures, ou 15 degrés par heure, il arrive, par exemple, à Vienne en autriche environ une heure avant que d'arriver au méridien de Paris, parce que Vienne est 15 degrés plus à l'orient que Paris ; & il est une heure à Vienne, quand il est midi à Paris. Si l'on a donc un moyen de savoir exactement qu'il est une heure à Vienne au moment où il est midi chez nous, on sera sûr que Vienne a 15° de *longitude* ; si l'on ne trouve que 56 minutes, on aura 14 degrés pour la *longitude* ; c'est ce que donnent en effet les observations.

Whiston proposa de trouver les *longitudes* par la flamme & le bruit des canons. Le son, comme on le sait, se meut assez uniformément dans toutes ses ondulations, quel que soit le corps sonore d'où il part, & le milieu par où il se transmet. Si l'on tire donc un mortier ou un grand canon dans un endroit, la différence entre le tems où le feu, qui se meut comme dans un instant, sera vu, & celui où le son qui se meut sur le pié de 173 toises par seconde, sera entendu, donnera la distance des deux lieux l'un de l'autre, en ligne droite, & connoissant leurs latitudes, l'on pourroit par ce moyen parvenir à la connoissance de la *longitude*.

De plus si l'heure & la minute de tems vrai, où l'on tire le canon sont connues pour le lieu où l'on le tire, observant alors, par le soleil & les étoiles, l'heure & la minute dans le lieu dont on cherche la *longitude*, & où nous supposons qu'on entend le canon même sans le voir, la différence de ces deux tems sera la différence de *longitude*.

Enfin, si ce mortier étoit chargé d'un boulet creux ou d'une manière de bombe pleine de matière combustible, & qu'on le plaçât perpendiculairement, il porteroit sa charge à un mille de haut, & l'on en pourroit voir le feu à près de cent milles de distance. Si l'on se trouve donc dans un endroit d'où l'on ne puisse appercevoir la flamme du canon, ni en entendre le son, on pourra néanmoins déterminer la distance du lieu où l'on sera, à celui où le mortier aura été placé, par la hauteur où la bombe s'élevera au-dessus de l'horizon : or la distance & la latitude étant une fois connues, la *longitude* se trouvera facilement.

Suivant cette idée, on proposoit d'avoir de ces mortiers placés de distance en distance, & à des stations connues, dans toutes les côtes, les îles, les caps, &c. qui sont fréquentés, & de les tirer à certains momens marqués de la journée pour l'usage des navigateurs.

Cette méthode est trop bornée, elle suppose que le son peut être entendu de 40, 50 ou 60 milles, & il est vrai qu'on en a des exemples ; mais ces exemples sont très-rares, & d'ordinaire le bruit du canon ne s'entend que de la moitié au plus de cet espace, & quelquefois de beaucoup moins loin. Elle suppose encore que le son se meut toujours avec une égale vîtesse, au lieu que dans le fait sa vîtesse peut augmenter ou diminuer selon qu'il se meut ou en même sens que le vent, ou en sens contraire.

On a donc compris qu'il falloit chercher dans les cieux les moyens de découvrir les *longitudes* sur terre. En effet, si l'on connoît pour deux différens endroits les tems exacts de quelque

apparence céleste, la différence de ces deux tems donnera la différence des *longitudes* entre ces deux lieux. Or nous avons dans les éphémérides les mouvemens des planètes, & les tems de tous les phénomènes célestes, comme les commencemens & les fins des éclipses, les conjonctions de la lune avec les autres planètes dans l'écliptique calculées pour un certain lieu. Si donc on observe exactement l'heure & la minute dans laquelle un de ces phénomènes arrive dans un autre lieu quelconque, la différence de tems entre ce moment-là, & celui qui est marqué dans les tables étant convertie en degrés, donnera la différence de *longitude* entre le lieu où l'on fait l'observation & celui pour lequel les tables ont été construites.

Mais ce qui manque, c'est un nombre suffisant d'apparences qui puissent être observées; car tous ces mouvemens lents, par exemple, celui de jupiter, de saturne, & même du soleil, sont d'abord exclus, parce qu'une petite différence de position ne s'y laisse appercevoir que dans un grand espace de tems, & qu'il faut ici que le phénomène varie sensiblement en une minute de tems au plus, une erreur de deux minutes sur le tems en produisant une de 10 lieues marines dans la *longitude*. Or parmi les phénomènes qui se trouvent dans ce cas, ceux qui ont paru les plus propres à cet objet, sont les différentes phases des éclipses de soleil, de lune, d'étoiles, & de satellites de jupiter, le lieu de la lune dans le zodiaque, sa distance aux étoiles fixes, *&c.*

1.° La méthode par les éclipses de lune est très-aisée, & seroit assez exacte s'il y avoit des éclipses de lune plus souvent, car si nous avons deux observations de la même éclipse, nous aurons les heures des deux lieux dans le même instant, & leur différence convertie en degrés nous donnera la *longitude*.

3.° Comme il arrive rarement que la lune soit éclipsée, les astronomes ont tourné leurs vues du côté d'un autre phénomène plus fréquent pour en déduire les *longitudes*, ce sont les éclipses, ou occultations des étoiles fixes par la lune; en effet, l'entrée des étoiles dans le disque de la lune, ou leur sortie de ce disque, peut déterminer le vrai lieu de la lune dans le ciel pour le moment donné de l'observation; les parallaxes auxquelles il faut avoir égard, rendent cette méthode difficile & compliquée, comme on l'a vu au mot Eclipse; mais, malgré le peu d'usage qu'on a fait jusqu'ici de cette méthode, il est certain que ces observations sont le moyen le plus exact de déterminer les *longitudes*.

4.° On préfère souvent dans la recherche des *longitudes* sur terre les observations des satellites de jupiter, parce qu'elles sont plus fréquentes, & que de plus elles peuvent se faire commodément, quelle que soit la situation de jupiter sur l'horizon. Les mouvemens des satellites sont prompts, & lorsqu'une éclipse de satellite a été observée dans deux endroits, on a leur différence de *longitude*. Quelquefois même on peut employer les tables des satellites, car sachant l'heure & la minute à laquelle cette éclipse doit arriver, sous le méridien du lieu pour lequel les tables sont calculées, la différence du tems donnera la *longitude*.

Cette méthode est assez exacte, & depuis la découverte des satellites de jupiter, la géographie a fait de très-grands progrès par cette raison: mais il est fort difficile de les observer en mer, à moins qu'on ne soit dans une chaise marine suspendue, comme celle que M. Irvin fit exécuter en Angleterre vers 1760, & dont l'idée se trouve dans le cosmolabe de Jacques Besson, imprimé en 1567.

Longitudes en mer. Jusqu'ici les marins étoient réduits à des procédés très-imparfaits pour trouver la *longitude*: voici une idée générale de la méthode qu'emploie encore le commun des navigateurs peu instruits. Ils estiment le chemin que le vaisseau a fait depuis l'endroit d'où ils veulent compter la *longitude*, cela se fait en devidant une corde. *V.* Loc, dans le dictionnaire de Marine. Ils observent la latitude du lieu où le vaisseau est arrivé, & la comparent à la latitude de l'autre lieu pour savoir combien ils ont changé de latitude; & connoissant par la boussole le rumb de vent sous lequel ils ont couru pendant ce tems, ils déterminent par la combinaison de ces deux élémens la différence des *longitudes*. Des élémens aussi suspects rendoient la méthode des *longitudes* fort imparfaites.

La recherche des *longitudes* en mer attira toujours l'attention des puissances aussi-bien que celle des savans. Philippe III, roi d'Espagne, qui monta sur le trône en 1598, fut le premier qui proposa des prix en faveur de celui qui trouveroit les *longitudes*. Les états de Hollande imitèrent bientôt son exemple: l'Angleterre en fit de même en 1714. Quant à la France, voici ce qu'on trouve dans l'*Histoire de l'Académie pour* 1722, *pag.* 102: « L'extrême importance des » *longitudes* a déterminé des princes & des états, » & en dernier lieu M. le duc d'Orléans, régent, » à promettre de grandes récompenses à qui les » trouveroit. » L'angleterre a fait tout ce qu'on pouvoit attendre d'une nation savante & maritime. Le 11 juin 1714, le parlement d'angleterre ordonna un comité pour l'examen des *longitudes*, & de ce qui y a rapport; Newton, Whiston, Clarke, y assistèrent. Newton présenta un mémoire au comité, dans lequel il exposa différentes méthodes propres à trouver les *longitudes* en mer, & les difficultés de chacune. La première est celle d'une horloge ou montre qui mesureroit le tems avec une exactitude suffisante; mais, ajoutoit-il, le mouvement du vaisseau, les variations de la

chaleur & du froid, de l'humidité & de la sécheresse, les changemens de la gravité en différens pays de la terre, ont été jusqu'ici des obstacles trop grands pour l'exécution d'un pareil moyen. Newton exposa aussi les difficultés des méthodes où l'on emploie les satellites de jupiter & les observations de la lune. Le résultat fut qu'il convenoit de passer un bill pour l'encouragement d'une recherche si importante. Il fut présenté par le général Stanhope, Walpole, depuis comte d'Oxford, le docteur Samuel Clarke, & par Whiston.

Cet acte de 1714 établit des commissaires qui sont autorisés à recevoir toutes les propositions qui leur seront faites pour la découverte des *longitudes*; &, dans le cas où ils en seroient assez satisfaits pour desirer des expériences, ils peuvent en donner leurs certificats aux commissaires de l'amirauté, qui seront tenus d'accorder aussitôt la somme que les commissaires de la *longitude* auront estimée convenable, & cela, jusqu'à 2000 liv. sterlings, ou 46967 liv. monnoie de France. Le même acte ordonne que le premier auteur d'une découverte ou d'une méthode pour trouver la *longitude*, recevra 10000 liv. sterlings, s'il détermine la *longitude* à un degré près, c'est-à-dire, à la précision de 60 milles géographiques, ou de 25 lieues communes de France; qu'il en recevra 15000, si c'est à deux tiers de degré; & enfin 20000, s'il détermine la *longitude* à un demi-degré près. La moitié de cette récompense doit être payée à l'auteur, lorsque les commissaires de la *longitude*, ou la majeure partie d'entr'eux, conviendront que la méthode proposée suffit pour la sûreté des vaisseaux à 80 milles des côtes, où sont ordinairement les endroits les plus dangereux. L'autre moitié de la même récompense doit être remise à l'auteur, après que le vaisseau aura été à l'un des ports de l'Amérique désigné par les commissaires, sans se tromper de la quantité fixée ci-dessus. Ce fut en vertu de cet encouragement, aussi-bien que des promesses de la cour de France, que Sully, horloger, construisit une pendule marine en 1726, & que Jean Harrison, vers le même tems, entreprit de parvenir au même but.

Lorsque Huygens avoit imaginé le ressort spiral dans les montres, il l'avoit annoncé comme un moyen propre à trouver les *longitudes*, tant sur mer que sur terre. *Journal des savans*, 25 *fév.* 1675. Ainsi, l'on avoit compris dès-lors que l'horlogerie conduiroit à la découverte des *longitudes*, mais Harrison est le premier qui y soit véritablement parvenu.

Cet artiste célèbre, alors charpentier dans une province d'Angleterre, vint à Londres; il s'occupa d'horlogerie, sans autre secours qu'un talent naturel. Il visa à la plus haute perfection; &, dès l'année 1726, il étoit parvenu à corriger la dilatation des verges de pendule, en sorte qu'il fit une horloge qui ne varioit pas, à ce qu'on assure, d'une seconde par jour dans le cours d'une année. Vers le même tems, il fit une autre horloge, destinée à éprouver le mouvement des vaisseaux, sans perdre sa régularité. Au mois de mars 1736, l'horloge de Harrison fut mise à bord d'un vaisseau de guerre qui alloit à Lisbonne. Le capitaine Roger Wills attesta par écrit, qu'à son retour, Harrison avoit corrigé, à l'entrée de la manche, une erreur d'environ un degré & demi, qui s'étoit glissée dans l'estime du vaisseau, quoiqu'on cinglât presque directement vers le nord. Le 30 novembre 1749, Folkes président, de la société royale, annonça que Harrison avoit obtenu le prix ou la médaille d'or qu'on donne chaque année, à celui qui a fait l'expérience ou la découverte la plus curieuse, en conséquence de la fondation de M. Godefroi Copley, & que Hans-Sloane, exécuteur testamentaire de Copley, avoit recommandé Harrison à la société royale, à raison de l'instrument curieux qu'il avoit fait pour la mesure du tems. Le président lui adjugea cette médaille, sur laquelle le nom de Harrison étoit gravé: & en même tems il prononça un discours, où il fit connoitre la singularité & le mérite des inventions de Harrison. Depuis 1749, Harrison ne cessa de continuer ses recherches; & le 18 novembre 1761, son fils s'embarqua avec une montre marine ou garde-tems, pour aller à la Jamaïque. Le mouvement fut éprouvé par des hauteurs correspondantes: elle se trouva n'avoir varié que de 5" en 81 jours, depuis l'angleterre jusqu'à la Jamaïque, & d'une minute 54" dans le retour, ou de 28' de degré; & puisque cela ne fait pas un demi-degré, Harrison, suivant ce calcul, avoit droit à la récompense des 20000 liv. sterlings, promises par l'acte de 1714. Cependant les commissaires de la *longitude* lui accordèrent 2500 liv. sterlings, & jugèrent que, pour obtenir le prix total, il falloit une seconde épreuve. Elle fut faite, en 1764, avec le succès. J'en ai rendu compte dans la *connoissance des tems de* 1765 & *de* 1767. Le parlement d'angleterre lui accorda, en 1765, la moitié des 20000 liv. sterlings, portée par l'acte de 1714, & le reste en 1773, malgré beaucoup d'oppositions & de débats.

M. Arnold & M. Kendal ont fait aussi, en 1772, des montres marines: celui-ci sur les principes d'Harrison, l'autre par des voies différentes. M. Berthoud & M. le Roy ont exécuté, vers 1765, des montres marines qui ont été éprouvées dans plusieurs voyages d'outre-mer. Il résulte des rapports qu'on a faits de toutes ces observations, que les erreurs de la *longitude* n'ont jamais été d'un demi-degré en six semaines, ni dans les montres de M. Berthoud, ni dans celle de M. le Roy, en sorte que l'un & l'autre auroient atteint, comme Harrison, le but proposé en Angle-

terre par l'acte de 1714. Nous n'entrerons pas dans le détail des méthodes employées par ces habiles artistes, ils en ont donné tous les trois des descriptions imprimées. *Voyez* HORLOGER.

Les objets principaux de ces horloges, consistent à corriger la dilatation que la chaleur produit dans le ressort spiral; à éviter par un remontoir les inégalités des engrenages, à diminuer les frottemens par des rouleaux, à arrêter le ressort spiral par un point qui soit tel, que les oscillations grandes ou petites soient toujours isochrones; à faire un échappement qui n'ait que très-peu de frottement.

Telle est la méthode qui sera toujours la plus commode & la plus simple pour trouver les *longitudes*. Il n'y a qu'à mettre son horloge sur le soleil au moment du départ, & lorsqu'on veut avoir la *longitude* d'un lieu, il ne s'agit plus que d'examiner au ciel l'heure & la minute qu'il est; ce qui se fait la nuit par la hauteur des étoiles, & le jour par la hauteur du soleil : la différence entre le tems ainsi observé, & celui de la machine, donne évidemment la *longitude*. Mais, comme on a été bien long-tems avant que de pouvoir espérer des horloges marines d'une si grande perfection, on a cherché à perfectionner les méthodes astronomiques, & l'on y est parvenu de manière à pouvoir trouver la *longitude*, par le moyen de la lune à un demi-degré près.

Mais comme on ne peut pas observer continuellement des éclipses, & qu'on peut observer la situation de la lune, supposons que par des tables bien calculées & bien sûres, l'on sache qu'à 2h 4' tems vrai à Paris, la *longitude* de la lune sera de 0s 10°, & qu'étant en pleine mer, j'aie trouvé par mon observation que la lune a précisément 0s 10° de *longitude*, je serai sûr qu'il est 2h 4' à Paris, aussi-bien que si une excellente montre réglée à Paris me l'avoit indiqué.

Apian passe pour le premier qui ait parlé d'employer ainsi les observations de la lune à trouver les *longitudes*; Gemma Frisius, médecin & mathématicien d'Anvers, en parla sur-tout dans un ouvrage composé en 1530, *de principiis astronomiæ & cosmographiæ*.

Képler insista beaucoup sur cet avantage de la lune, (*tabul. Rudolph. pag.* 37 & 42), & après lui Logomontanus (*Astron. Danica*). On trouve dans ces différens auteurs, la manière de mesurer la distance de la lune à une étoile, pour en conclure la *longitude* de la lune, de comparer cette *longitude* avec celle qui est calculée par les tables, & de trouver (par le moyen de la différence entre les deux *longitudes*), la distance où l'on est du méridien des tables.

Morin, professeur royal de mathématiques, & médecin à Paris, corrigea la méthode indiquée par Kepler; il la rendit plus générale, & la proposa au cardinal de Richelieu, qui ordonna, le 6 février 1634, que la méthode de Morin seroit examinée par des commissaires qu'il nomma pour cet effet. Parmi ces commissaires il y avoit pour mathématiciens, Pascal, Mydorge, Boulanger, Herigone & Beaugrand. Ils s'assemblèrent à l'arsenal le 30 mars; &, après avoir entendu les démonstrations de Morin, ils convinrent de la bonté & de l'utilité de sa méthode : mais, dans la suite, ils reconnurent que l'idée n'étoit pas assez neuve, ni les tables de la lune assez parfaites, pour qu'on pût dire que Morin avoit trouvé le secret des *longitudes*, & l'imperfection des tables a continué, pendant tout le dernier siècle, d'être un obstacle à l'utilité de cette méthode. Halley, aussi habile navigateur que célèbre astronome, avoit jugé, par sa propre expérience, que toutes les méthodes proposées pour trouver la *longitude* en mer, étoient impraticables, excepté celles où l'on emploie les mouvemens de la lune. En conséquence il proposa d'observer les occultations des étoiles par la lune, & de corriger les tables de la lune par la période de 18 ans, qu'il appelloit *saros*, ou *période chaldaïque*. Halley s'en tenoit donc aux appulses & aux occultations d'étoiles, parce que l'on n'avoit alors aucun instrument propre à comparer la lune aux étoiles qui en étoient éloignées. L'octant, ou quartier de réflexion proposé en 1731 par Hadley, & dont Newton avoit donné l'idée, a procuré un moyen facile de mesurer les distances sur mer à une minute près, aussi-bien que les hauteurs de la lune; ce qui fournit plusieurs méthodes pour déterminer le lieu de la lune en mer. La hauteur de la lune peut servir à trouver les *longitudes*, & cela de différentes manières. Leadbetter proposa une méthode pour trouver le lieu de la lune par une seule hauteur observée, en supposant la latitude de la lune, & l'inclinaison de son orbite connues par les tables. M. le Monnier, pour suppléer quelquefois à la méthode des distances, a donné aussi une méthode pour trouver la *longitude* en mer par une seule hauteur observée, pourvu qu'on connoisse la déclinaison de la lune : on le peut faire en observant sa hauteur méridienne, & tenant compte du changement de déclinaison de la lune & du mouvement du vaisseau. M. Pingré, dans son *Etat du Ciel*, s'est servi aussi de la hauteur de la lune pour trouver l'angle horaire, c'est-à-dire, la distance au méridien, en supposant la déclinaison connue par ces tables. Voici son procédé qui est aussi simple qu'il puisse être, en employant les angles horaires, & qui peut servir même à terre pour trouver la *longitude*, lorsqu'on ne peut comparer la lune à une étoile. Ayant observé en pleine mer la hauteur du bord de la lune, on y fait les quatre corrections qui dépendent de la hauteur de l'œil au-dessus de la mer, de la réfraction, de la parallaxe & du demi-diamètre de la lune, & l'on a la hauteur vraie du centre de la lune. On fait toujours, à

une demi-heure près, la *longitude* du lieu où l'on observe ; par conséquent on peut savoir l'heure qu'il est à Paris au moment où l'on a observé, & l'on peut calculer par les tables, pour ce moment, la déclinaison de la lune, & par conséquent sa distance au pôle : l'on connoît aussi la latitude du lieu où l'on observe (car elle est sur-tout nécessaire dans cette méthode-ci) : l'on a donc la distance du pôle au zénit. Ainsi, résolvant le triangle formé à la lune au pôle & au zénit, on trouvera l'angle au pôle pour le moment de l'observation. Connoissant ainsi l'angle horaire de la lune, par le moyen de la hauteur observée, on cherche à quelle heure cet angle horaire devoit avoir lieu au méridien de Paris; la différence entre l'heure de Paris & l'heure du lieu où l'on a observé, est la différence des méridiens. Si cette différence trouvée est à-peu-près la même que celle qu'on a d'abord supposée pour calculer la déclinaison, la supposition est justifiée, & il n'y a rien à changer au calcul précédent. Si la différence est sensible, on fait une supposition pour la *longitude* du lieu, & l'on cherche encore la différence des méridiens. Si l'on trouve la même chose que l'on a supposée, la supposition sera vérifiée ; sinon l'on appercevra facilement quel est le changement qu'il y faut faire.

Mais la méthode des distances de la lune au soleil ou à une étoile, est beaucoup plus exacte, & doit s'employer toutes les fois qu'il est possible. Elle fut proposée par Kepler, elle a été suivie par Halley, & ensuite par l'abbé de la Caille qui l'a perfectionnée & simplifiée. (*Ephémérides de 1755, à 1764*). M. le Monnier lui-même paroît l'avoir adoptée, (*Instit. Astr. p.* 320. Observations, *l.* 1. Paris, 1751, *in-fol.*). M. Maskelyne, astronome royal d'Angleterre, de la société royale de Londres, envoyé à l'île de Sainte-Hélène en 1761, par le roi d'Angleterre, ayant éprouvé & vérifié l'exactitude de cette méthode, l'a recommandée aux astronomes & aux marins de la manière la plus pressante dans son livre, intitulé : *british mariner's guide*. London, 1763, *in*-4.° où il donne des préceptes nouveaux & des méthodes faciles pour en faire le calcul; enfin on calcule en Angleterre depuis 1767, un almanac nautique, tel que la Caille l'avoit proposé, & qui est uniquement fondé sur cette méthode des distances.

M. l'abbé Rochon, & plusieurs autres astronomes ont fait l'éloge de cette méthode. M. Dagelet qui a fait avec M. de Rosnevet, le voyage des terres australes en 1773, a fait un usage continuel de la méthode des distances. Il n'a jamais trouvé plus d'un demi-degré d'erreur dans tous les atterrages, où il pouvoit vérifier sa longitude, & il est persuadé qu'on ne peut pas se tromper de plus d'un demi-degré, quand on se sert d'un bon sextant bien divisé, dont le limbe soit en cuivre, & sur lequel il y ait une bonne lunette. Ainsi, l'on a eu tort de conclure de ce qu'avoit dit la Caille à ce sujet, que la méthode des longitudes, pouvant être sujette à d'assez grandes erreurs, devenoit peu importante pour la marine; l'expérience prouve assez qu'on ne sauroit se dispenser de ces observations pour peu qu'on ait de zèle, & de connoissances dans la navigation.

Les navigateurs Anglois pratiquent sans cesse ces méthodes, les François commencent à s'en servir aussi; c'est M. Veron l'un des élèves du collège royal, qui a occasionné dans la marine de France cette espèce de révolution, en y introduisant par le moyen de M. de Charnière, l'usage d'observer les longitudes en mer, par les distances de la lune. *V. le nécrologe* de 1774, & les *nouvelles littéraires* de M. Bernoulli.

L'instrument avec lequel on observe en mer les distances de la lune au soleil ou aux étoiles, est le Quartier de Réflexion. Feu M. de Charnière, qui le premier dans la marine Françoise s'occupa assidument de ces observations, proposa d'y employer un *héliomètre*, qui eût plusieurs degrés d'amplitude, & qu'il appella *mégamètre*, il en fit exécuter, mais ils ont peu réussi.

Je supposerai donc qu'on observe la distance du bord de la lune à une étoile, ou au bord du soleil; cette distance qui est accourcie par les réfractions, & modifiée encore par la parallaxe, doit être corrigée ou dégagée de cette double inégalité, pour qu'on ait la distance vraie; ce sont ces deux corrections qui en font la principale difficulté comme je le dirai bientôt.

Cette méthode des distances a l'avantage de ne dépendre que d'une seule observation, qui est celle de la distance; elle ne suppose pas la hauteur connue avec une extrême précision; elle dépend très-peu de la déclinaison de la lune & de la hauteur du pole; elle n'exige pas qu'on ait un horizon clair-fin, c'est-à-dire, bien dégagé de vapeurs, elle ne suppose pas des calculs aussi longs que ceux de l'ascension droite de la lune; enfin la réduction de la distance apparente en distance vraie, à raison de la réfraction & de la parallaxe, se peut faire avec des tables déjà imprimées, & même avec la règle & le compas par une opération graphique. Tous ces avantages me paroissent prouver démonstrativement, que cette méthode lorsqu'on peut l'employer, est de beaucoup préférable à celle des hauteurs de la lune, qui a été proposée par des auteurs connus.

Pour calculer la distance de la lune à une étoile, on cherche par les tables de la lune, sa longitude pour le tems donné; on prend dans le catalogue la longitude de l'étoile; on cherche également les latitudes de la lune & de l'étoile, ce qui donne les distances au pole, & l'on forme

un triangle *P L S* (*planches d'Astron. fig.* 289), dans lequel *P* est pole de l'écliptique, *S* l'étoile, & *L* la lune; on le résout par les deux analogies suivantes: le rayon est au cosinus de la différence des longitudes, ou de l'angle *P* comme la tangente de *P L*, la plus petite des deux distances au pole boréal de l'écliptique, & à la tangente du segment *P X*, on retranche ce segment de *P S*, la plus grande des deux distances au pole, (pourvu que la différence des longitudes ne passe pas 90°), & l'on a le second segment *S X*, après quoi l'on fait cette seconde proportion: le cosinus du premier segment *P X* est au cosinus du second *S X*, comme le cosinus de la plus petite distance *P L* au pole, est au cosinus de la distance *S L*, entre la lune & l'étoile; on trouvera dans mon *Astronomie* d'autres méthodes pour résoudre ce triangle. Si au lieu d'une étoile il s'agit du soleil auquel on veuille comparer la lune, les deux proportions précédentes se réduisent à la suivante: le rayon est au cosinus de la différence des deux longitudes, comme le cosinus de la latitude de la lune, est au cosinus de la distance cherchée; c'est ainsi que l'on calcule dans le *nautical almanac*, pour tous les jours la distance de la lune au soleil ou aux étoiles.

Quand on connoît par les tables la distance vraie, il faut l'avoir aussi par l'observation, c'est-à-dire, qu'il faut la conclure de la distance apparente observée, en ajoutant ou ôtant le demi-diamètre de la lune & celui du soleil, & en ajoutant l'accourcissement de réfraction, plus ou moins l'effet de la parallaxe. On peut négliger en mer l'effet de la réfraction, quand les deux astres ont plus de 60° de hauteur. Mais s'ils sont moins élevés, & qu'ils ne soient pas à-peu-près dans le même vertical, il faut employer les méthodes suivantes; ces méthodes auroient lieu de même pour les observations de distances, qui sont dans les ouvrages de Tycho, d'Hévélius & de Flamsteed, & qui sont toutes affectées d'une double réfraction.

Pour trouver cet accourcissement causé par les réfractions, aussi-bien que l'effet de la parallaxe dans les observations de distances, il y a plusieurs moyens abrégés: voici d'abord la méthode ancienne la plus rigoureuse, soit *Z* le zénit *fig.* 122, *L* le vrai lieu de la lune, *l* son lieu apparent dans le même vertical; *S* le lieu vrai du soleil ou de l'étoile, *s* son lieu apparent, *s l* leur distance apparente mesurée par observation; *S L* la distance vraie que l'on cherche. Dans le triangle sphérique *Z s l*, on connoît les trois côtés par observation, car outre la distance des deux astres on observe aussi leurs hauteurs; on cherche par la trigonométrie l'angle *Z*, ou la différence d'azimut.

On calcule la réfraction & la parallaxe de chacun des deux astres, & l'on a *L l*, *S s*, & par conséquent les distances vraies *Z L*, *Z S*, avec ces deux côtés & l'angle *Z* qui est le même, on résout le triangle *Z L S*, & l'on a la distance vraie *L S* que l'on cherche. Cette méthode est longue, mais rigoureuse; il y a plusieurs moyens de l'abréger. *Voyez* le livre de M. Maskelyne, le *Nautical Almanac* de 1767, la *Connoissance des tems* de 1779, mon *Astronomie*, *tom. III*, *art.* 3981 *& suiv.*, *& tom. IV*, *p.* 78, où j'ai donné la méthode la plus courte de toutes, qui est celle de M. Dunthorn.

Mais, pour éviter tous ces calculs, le bureau des *longitudes* d'angleterre a fait calculer un très-gros volume de ces tables commencées par M. Witchell en 1769, mais calculées en entier par M. Lyons, Parkinson le jeune & Williams, elles ont été publiées en angleterre, en 1772, en un gros volume de 1200 pages *in-folio*, sous ce titre: *Tables for correcting the apparent distance of the moon and a star from the effects of refraction and parallax, published by order of the commissioners of longitude.* J'en ai donné l'explication, traduite en françois, dans la *Connoissance des tems* de 1775. Ces tables sont si détaillées & si simples pour l'usage, qu'un pilote, sans savoir l'astronomie ni le calcul, peut, en une demi-heure de tems, trouver la longitude en mer à un degré près. Il suffit de connoître une douzaine d'étoiles dans le ciel, de pouvoir mesurer une distance avec le quartier de réflexion, & de savoir l'addition & la soustraction. Mais il faut avoir le *Nautical almanac* ou la *Connoissance des tems*, pour l'année où l'on se trouve.

En supposant que l'on n'ait pas les tables dont je viens de parler, il y a une méthode assez courte & très-commode donnée par M. le Chevalier de Borda, *Voyage de la Flore*, tom. I, p. 366, dont on trouve la démonstration dans mon Astronomie & dans les tables de logarithmes (chez Jombert le jeune 1783): en voici le précepte & l'exemple.

Pour employer cette méthode de M. Borda, on corrigera premièrement les hauteurs apparentes des deux astres, de l'effet des parallaxes & des réfractions en hauteurs, & l'on aura leurs hauteurs vraies: la correction de la parallaxe n'est autre chose que la parallaxe horizontale, multipliée par le cosinus de la hauteur apparente du centre de la lune. La correction de la réfraction se trouve dans toutes les tables. *V.* RÉFRACTION.

On écrira les unes au-dessous des autres, la distance observée, la hauteur apparente d'un des deux astres, la hauteur apparente du second astre, la somme & la demi-somme de ces trois quantités, la différence de cette demi-somme à la distance observée, la hauteur vraie ou corrigée d'un des deux astres, la hauteur vraie ou corrigée du second astre, la somme & la demi-somme de ces hauteurs vraies.

On écrira à côté des hauteurs apparentes les

compléments arithmétiques des logarithmes des cosinus de ces hauteurs, & à côté de la première demi-somme, du reste qui le suit, & des hauteurs vraies, les logarithmes de leurs cosinus; on prendra la somme, & après cela la demi somme de ces six logarithmes, on retranchera le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme sinus d'un angle qu'on cherchera dans les tables de logarithmes; on prendra enfin le logarithme du cosinus de cet angle, on l'ajoutera au logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme sinus de la moitié de la distance corrigée que l'on cherche; elle est, dans cet exemple, de 102° 11′ 11″. On trouve:

Exemple.

Supposons la distance apparente du centre du soleil au centre de la lune = 102° 30′, la hauteur vraie du centre du soleil sur l'horizon = 15° 21′ 43″ (*Nautic. Alman.* 1772, p. 38).

On disposera le calcul comme il suit.

	°	′	″	
Distance apparente du soleil à la lune	102	30	0	D
Hauteur apparente de la lune	27	30	0	b
Hauteur apparente du soleil	15	25	0	a
Somme	145	25	0	
Demi-somme	72	42	30	$\frac{a+b+D}{2}$
Otez de la distance, reste	29	47	30	$\frac{a+b-D}{2}$
Hauteur vraie de la lune	28	18	47	B
Hauteur vraie du soleil	15	21	43	A
Somme des hauteurs vraies	43	40	30	
Demi-somme	21	50	15	$\frac{A+B}{2}$

	°	′	″		
Complém. arithm. cos.	27	30	0	0,0520711	b
Complém. arithm. cos.	15	25	0	0,0159148	a
Cos.	72	42	30	9,4731014	$\frac{a+b+D}{2}$
Cos.	29	47	30	9,9384385	$\frac{a+b-D}{2}$
Cos.	28	18	47	9,9446649	B
Cos.	15	21	43	9,9841994	A
Somme				39,4083901	
Demi-somme				19,7041950	
Otez cos.	21°	50′	15″	9,9676615	$\frac{A+B}{2}$
Diff. ou sin.	35	2	11	9,7365335	sin. de l'arc
Cos.	35	2	11	9,9234121	cos. de l'arc.
Ajout. cos.	21	50	15		cos. $\frac{A+B}{2}$
Somme ou sin.	51	5	35 $\frac{1}{2}$	9,8910736	x
Double de x ou distance vraie				102° 11′ 11″.	

On trouve 1″ $\frac{1}{2}$ de moins par la trigonométrie, & 3″ de plus par la méthode de M. Dunthorn; il donne le même exemple à la fin de l'Almanac nautique de Londres pour 1772, pag. 38. J'ai aussi donné l'exemple précédent dans la Connoissance des tems de 1775, p. 311. Il y a d'autres exemples de la formule de M. de Borda, dans la Connoissance des tems de 1778, & dans celle de 1780, p. 261.

Cette opération exige environ 17 minutes de tems, quand on est suffisamment exercé. La méthode de M. Dunthorn exige 12 minutes; & par les grandes tables dont nous avons parlé, il en faut 8′ seulement.

Quand on a ainsi trouvé la distance vraie de la lune à l'étoile déduite de l'observation, on la compare avec la distance vraie calculée pour le méridien des tables; je suppose que la distance, calculée

calculée pour deux heures, soit de 102° 11' 11", suivant le Nautical Almanac, & que la même distance ait été observée sur le vaisseau à six heures, on est assuré qu'il y a 4 heures ou 60 degrés, pour la différence des méridiens ou pour la *longitude* du vaisseau.

Cette méthode suppose qu'on ait observé la hauteur de la lune & celle de l'étoile, un peu avant ou après l'observation de leur distance; dans ce cas, il faut les réduire au tems de la distance observée. Pour cela, il faut avoir la quantité dont la hauteur change en une minute de tems, & cette variation est égale à 15 minutes, multipliées par les sinus de la hauteur de l'équateur & de l'azimut; on en trouve une table fort détaillée dans la Connoissance des tems de 1772.

Pour avoir la *longitude*, il faut connoître exactement le tems vrai sur le vaisseau; on le trouve par le moyen de la hauteur du soleil ou de l'étoile; *voyez* HAUTEUR. Comme c'est par rapport à l'horizon apparent de la mer qu'on mesure cette hauteur, il faut en ôter quelques minutes. *V.* HORIZON.

Toutes les règles & tous les préceptes que l'on vient de voir en abrégé, se trouveront avec plus de détail dans le *Guide du Navigateur*, par M. Pierre Lévêque, habile professeur à Nantes. Les tables de logarithmes les plus commodes pour ces calculs, sont celles que M. Jombert, libraire, vient de publier en 1783, & auxquelles M. Callet a joint les préceptes & la méthode des *longitudes*. (*D. L.*)

LOR

LORGNETTE, f. f. (*Diopt.*); on donne ce nom ou à une lunette à un seul verre qu'on tient à la main, ou à une petite lunette à tuyau, composée de plusieurs verres, & qu'on tient aussi à la main. Les lunettes à mettre sur le nez, ou les lunettes à long tuyau, s'appellent simplement *lunettes*. *Voyez* LUNETTES. Les *lorgnettes* s'appellent aussi par les physiciens *monocles*, en ce qu'elles ont la propriété de ne servir que pour un seul œil; au lieu que les lunettes ou *besicles* servent pour les deux. Les *lorgnettes* à un seul verre doivent être formées d'un verre concave pour les myopes, & d'un verre convexe pour les presbytes. (*Voy.* MYOPE & PRESBYTE), parce que l'usage de ces *lorgnettes* est de faire voir l'objet plus distinctement. (*O*)

LOSANGE, f. m. (*Géom.*), espèce de parallélogramme, dont les quatre côtés sont égaux & chacun parallèle à son opposé, & dont les angles ne sont point droits, mais qui en a deux aigus opposés l'un à l'autre, & deux autres obtus opposés aussi l'un à l'autre. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Quelques-uns n'appellent *losange* que celui où la diagonale, qui joint les deux angles obtus, est égale aux côtés du *losange*; mais la dénomination générale a prévalu.

Scaliger dérive le mot *losange*, de *laurengia*, parce que cette figure ressemble à quelques égards à la feuille de laurier. On l'appelle ordinairement *rhombe* en géométrie, & *rhomboïde*, quand les côtés contigus sont inégaux. *Voyez* RHOMBE & RHOMBOÏDE. *Chambers.* (*E*)

LOTERIE, f. f. (*Arithm.*), espèce de jeu de hasard dans lequel différens lots de marchandises ou différentes sommes d'argent sont déposées pour en former des prix & des bénéfices à ceux à qui les billets favorables échoient. L'objet des *loteries* & la manière de les tirer, sont des choses trop communes pour que nous nous y arrêtions ici. Nos *loteries* de France ont communément pour objet de parvenir à faire des fonds destinés à quelques œuvres pieuses ou à quelque besoin de l'état; mais les *loteries* sont très-fréquentes en Angleterre & en Hollande, où on n'en peut faire que par permission du magistrat.

M. Leclerc a composé un traité sur les *loteries*, où il montre ce qu'elles renferment de louable & de blâmable. Grégorio Leti a donné aussi un ouvrage sur les *loteries*, & le P. Menetrier a publié, en 1700, un traité sur le même sujet, où il montre l'origine des *loteries*, & leur usage parmi les Romains; il distingue divers genres de *loteries*, & prend de-là occasion de parler des hasards, & de résoudre plusieurs cas de conscience qui y ont rapport. *Chambers.*

Soit une *loterie* de n billets, dans laquelle m soit le prix du billet, mn sera l'argent de toute la *loterie*; &, comme cet argent ne rentre jamais en total dans la bourse des intéressés pris ensemble, il est évident que la *loterie* est toujours un jeu désavantageux. Par exemple, soit une *loterie* de 10 billets à 20 liv. le billet, & qu'il n'y ait qu'un lot de 150 livres, l'espérance de chaque intéressé n'est que de $\frac{150}{10}$ liv. = 15 liv., & sa mise est de 20 liv.; ainsi, il perd un quart de sa mise, & ne pourroit vendre son espérance que 15 liv. *Voyez* JEU, AVANTAGE, PROBABILITÉ, *&c.*

Pour calculer en général l'avantage ou le désavantage d'une *loterie* quelconque, il n'y a qu'à supposer qu'un particulier prenne à lui seul toute la *loterie*, & voir le rapport de ce qu'il a déboursé à ce qu'il recevra; soit m l'argent déboursé, ou la somme de la valeur des billets, & n la somme des lots, qui est toujours moindre, il est évident que le désavantage de la *loterie* est $\frac{m-n}{m}$. *Voyez* AVANTAGE, JEU, PARI, PROBABILITÉ, *&c.*

Si une *loterie* contient n billets & m lots, on demande quelle probabilité il y a qu'on ait un lot, si on prend r billets. Prenons un exemple: on suppose en tout 20 billets, 15 lots, & par conséquent 15 billets qui doivent sortir, & qu'on ait pris 4 billets: on représentera ces 4 billets par les quatre premières lettres de l'alphabet a, b,

c, d, & les 20 billets par les vingt premières lettres du même alphabet. Il est visible, 1.° que la question se réduit à savoir combien de fois 20 lettres peuvent être prises quinze à quinze; 2.° qu'elle probabilité il y a que l'un des 4 billets se trouve dans les 15. Or l'*article* COMBINAISON apprend que vingt choses peuvent être combinées quinze à quinze au nombre de fois représenté par une fraction dont le dénominateur est 1. 2. 3. 4. *&c.* jusqu'à 15. & le numérateur 6. 7. 8... *&c.* jusqu'à 6 + 14 ou 20. A l'égard de la seconde question, elle se réduit à savoir combien de fois 20 billets (excepté les quatre a, b, c, d) peuvent être pris quinze à quinze, c'est-à-dire, combien de fois 16 billets peuvent être pris quinze à quinze, ce qui s'exprime (*Voyez l'article* COMBINAISON) par une fraction dont le dénominateur 1. 2. 3. 4. *&c.* jusqu'à 15. & le numérateur 2. 3. 4. jusqu'à 2 + 14 ou 16. Donc la probabilité cherchée est en raison de la première de ces deux fractions, moins la seconde à la première; car la différence des deux fractions exprime évidemment le nombre de cas où l'un des billets a, b, c, d, sortira de la roue. Donc cette probabilité est en raison de 6. 7. 8...... 20 — 2. 3. 4..... 16 à 6. 7. 8..... 20, c'est-à-dire, de 17. 18. 19. 20 — 2. 3. 4. 5. à 17. 18. 19. 20.

Donc, en général, la probabilité cherchée est exprimée par le rapport de $(n-m+1.\ n-m+2 \ldots\ldots n) - (n-r-m+1.\ n-r-m+2 \ldots n-r)$ à $(n-m+1.\ mn-m+2 \ldots\ldots n)$ D'où l'on voit que, si $n-r-m+1=0$, ou est négatif, on jouera à jeu sûr. Si, par exemple, dans le cas précédent, au lieu de 4 billets, on en prenoit 6, alors on auroit $n-r-m+1 = 20-6-15+1=0$; & il y auroit certitude d'avoir un lot; ce qui est évident, puisque, si de 20 billets, on en prend 6, & qu'il en doive sortir 15 de la roue, il est infaillible qu'il en sortira un des six, les autres ne faisant ensemble que 14. *V.* JEU, *&c.* (*O*)

LOUP, (*Astron.*), constellation méridionale, située au midi du scorpion : elle est appellée, en latin, *lupus martius*, *lupa*, *lycisca*, *fera*, *victima vel bestia centauri*, *hostiola*, *canis ululans*, *leo marinus*, *leopardus*, *panthera*, *equus masculus*; chez les Arabes, *asida*, qui signifie *leæna*. Parmi les fables de l'antiquité, où il est parlé des *loups*, & que les auteurs ont données pour origine à cette constellation, la plus ancienne est celle de Lycaon, roi d'Arcadie, qui sacrifioit des victimes humaines, & qui fut changé en *loup* à cause de cette cruauté. On dit aussi que c'étoit un *loup* sacrifié par le centaure Chiron. On ne sauroit rien décider sur son origine, non plus que sur celle de beaucoup d'autres constellations. Il paroît seulement que l'on donna des noms sinistres à toutes les constellations qui annonçoient l'automne & l'hiver, ou la cessation de la végétation, le *serpent*, le *scorpion*, le *loup*. *Voyez* mon *Astronomie*, tom. IV, p. 463 & 553.

Le catalogue britannique ne contient que cinq étoiles pour cette constellation, parce qu'elle est trop méridionale pour être bien observée dans nos climats; mais le catalogue de la Caille en contient 51. La principale, marquée α, avoit, en 1750, 216° 21′ 49″ d'ascension droite, & 46° 17′ 40″ de déclinaison australe. (*D. L.*)

LOUPE, s. f. (*Dioptr.*) : on appelle ainsi une lentille à deux faces convexes, dont les rayons sont fort petits; cette lentille a la propriété de grossir les objets (*Voyez* LENTILLE); & elle les grossit d'autant plus que son foyer, c'est-à-dire, le rayon de sa convexité est plus court. Supposons que l'objet placé au foyer de la *loupe* puisse être vu distinctement, sans *loupe*, à 8 pouces de distance, & que le foyer de la *loupe* soit demi-ligne, l'objet sera augmenté en raison de demi-ligne à 8 pouces, c'est-à-dire, de 1 à 192, parce que la *loupe* fait voir l'objet distinctement (comme s'il étoit à la distance de 8 pouces), & sous le même angle à-peu-près sous lequel on le verroit sans *loupe*, mais confusément à la distance de demi-ligne. *Voy. l'art.* MICROSCOPE, où on donne la raison de cette proportion.

LOXOCOSME, instrument propre à démontrer les phénomènes du mouvement de la terre, les saisons & l'inégalité des jours, dont M. Flécheux a publié la description. Le nom de cet instrument vient de deux mots grecs qui indiquent l'obliquité de l'axe du monde. L'Académie l'a approuvé le 2 décembre 1780.

On a fait déjà beaucoup de machines destinées au même objet. *Voyez* GÉOCYCLIQUE (il y en a spécialement chez M. Fortin, ingénieur pour les globes, rue du Foin-S. Jacques); l'inégalité des saisons, par le moyen du parallélisme de l'axe de la terre, est ce que l'on a le plus de peine à faire entendre aux commençans. M. l'abbé Grenet, au Collège de Lisieux, a fait aussi, en 1783, des sphères destinées au même usage. (*D. L.*)

LOXODROMIE, s. f. *loxodromia* (*Navigat. & Géom.*), ligne qu'un vaisseau décrit sur mer, en faisant toujours voile avec le même rhumb de vent. *V.* RHUMB.

Ce mot vient du grec, & il est formé de λοξὸς, *oblique*, & de δρόμος, *course*.

Ainsi, la *loxodromie*, qu'on appelle aussi *ligne loxodromique* ou *loxodrimique*, coupe tous les méridiens sous un même angle, qu'on appelle *angle loxodromique*.

La *loxodromie* est une espèce de spirale logarithmique, tracée sur la surface d'une sphère, & dont les méridiens sont les rayons. *Voy.* LOGARITHMIQUE *spirale*. M. de Maupertuis, dans son discours sur la parallaxe de la lune, nous a donné plusieurs propriétés de la *loxodromie*, ainsi que dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris en 1744.

La *loxodromie* tourne autour du pole, sans jamais y arriver, comme la logarithmique spirale tourne autour de son centre. Il est évident, de plus, qu'une portion quelconque de la *loxodromie* est toujours en raison constante avec la portion correspondante du méridien.

Si on nomme z l'arc compris entre le pole & un point de la *loxodromie*, & le rayon, du la différence de la longitude, on aura l'arc infiniment petit du parallèle correspondant égal à du sin. z; & cet arc doit être en raison constante avec dz, à cause que la *loxodromie* coupe toujours le méridien sous le même angle; donc $b\,d\,u = \frac{dz}{\text{sin.}\,z}$. (*O*)

.* Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par 2 sin. z, & on aura $2\,b\,d\,u = \frac{2\,dz.\,\text{sin.}\,z}{\text{sin.}\,z^2} = -\frac{2\,d\,\text{cos.}\,z}{1-\text{cos}\,z^2}$, ou $-2\,b\,d\,u = \frac{d\,\text{cos.}\,z}{1+\text{cos.}\,z} + \frac{d\,\text{cos.}\,z}{1-\text{cos.}\,z}$; ce qui donne const. $-\,2\,b\,u =$ log. $\frac{1+\text{cos.}\,z}{1-\text{cos.}\,z}$; $2\,b\,u =$ log. $\frac{(1+\text{cos.}\,h)(1-\text{cos.}\,z)}{(1-\text{cos.}\,h)(1+\text{cos.}\,z)}$, en déterminant la constante, de manière qu'à $u = o$ réponde $z = h$, & enfin cos. $z =$

$$\frac{1 - a^{2bu}\,\frac{1-\text{cos.}\,h}{1+\text{cos.}\,h}}{1 + a^{2bu}\,.\,\frac{1-\text{cos.}\,h}{1+\text{cos.}\,h}}$$

; a étant la base des logarithmes algébriques. *Voyez* TRAITÉ *de calcul intégral*, SIMUS & LOGARITHME. Par cette équation, on peut construire des tables loxodromiques pour tel rhumb de vent qu'on voudra.

LUC

LUCIFER, s. m. (*Astron.*), est le nom que l'on a quelquefois donné à la planète de Vénus, lorsqu'elle paroît le matin avant le lever du soleil. Comme cette planète ne s'éloigne jamais du soleil de plus de 48°, elle doit paroître sur l'horizon quelque tems avant le lever du soleil, lorsqu'elle est plus occidentale que le soleil. Elle annonce alors, pour ainsi dire, le lever de cet astre, & c'est pour cette raison que les astronomes & les poëtes l'on nommée *lucifer*, c'est-à-dire, qui *apporte la lumière*. Quand elle paroît le soir après le soleil, on la nomme *hesperus*, qui signifie *le soir*; ce mot *lucifer*, pour désigner Vénus, ne se trouve plus que dans quelques auteurs latins.

LUISANTE, adj. (*Astron.*), est un nom qu'on a donné à plusieurs étoiles remarquables par leur éclat dans différentes constellations: on dit la *luisante de la lyre*, la *luisante de la couronne*, &c.

LUMIERE, s. f. (*Optiq.*) est la sensation que la vue des corps lumineux apporte ou fait éprouver à l'ame, ou bien la propriété des corps qui les rend propres à exciter en nous cette sensation. *Voyez* SENSATION.

Aristote explique la nature de la *lumière*, en supposant qu'il y a des corps transparens par eux-mêmes; par exemple, l'air, l'eau, la glace, *&c.* c'est-à-dire, des corps qui ont la propriété de rendre visibles ceux qui sont derrière eux; mais comme dans la nuit, nous ne voyons rien à travers de ces corps, il ajoute qu'ils ne sont transparens que potentiellement ou en puissance, & que, dans le jour, ils le deviennent réellement & actuellement; & d'autant qu'il n'y a que la présence de la *lumière* qui puisse réduire cette puissance en acte; il définit par cette raison la *lumière l'acte du corps transparent considéré comme tel.* Il ajoute que la *lumière* n'est point le feu ni aucune autre chose corporelle qui rayonne du corps lumineux, & se transmet à travers le corps transparent, mais la seule présence ou application du feu, ou de quelqu'autre corps lumineux, au corps transparent.

Voilà le sentiment d'Aristote sur la *lumière*; sentiment que ses sectateurs ont mal compris, & au lieu duquel ils lui en ont donné un autre très-différent, imaginant que la *lumière* & les couleurs étoient de vraies qualités des corps lumineux & colorés, semblables à tous égards aux sensations qu'elles excitent en nous; & ajoutant que les objets lumineux & colorés ne pouvoient produire des sensations en nous, qu'ils n'eussent en eux-mêmes quelque chose de semblable, puisque *nihil dat quod in se non habet.* *Voyez* QUALITÉ.

Mais le sophisme est évident: car nous sentons qu'une aiguille qui nous pique nous fait du mal, & personne n'imaginera que ce mal est dans l'aiguille. Au reste, on se convaincra encore plus évidemment, au moyen d'un prisme de verre, qu'il n'y a aucune ressemblance nécessaire entre les qualités des objets, & les sensations qu'ils produisent. Ce prisme nous représente le bleu, le jaune, le rouge, & d'autres couleurs très-vives, sans qu'on puisse dire néanmoins qu'il y ait en lui rien de semblable à ces sensations.

Les Cartésiens ont approfondi cette idée. Ils avouent que la *lumière* telle qu'elle existe dans les corps lumineux, n'est autre chose que la puissance ou faculté d'exciter en nous une sensation de clarté très-vive; ils ajoutent que ce qui est requis pour la perception de la *lumière*, c'est que nous soyons formés de façon à pouvoir recevoir ces sensations: que, dans les pores les plus cachés des corps transparens, il se trouve une matière subtile, qui, à raison de son extrême petitesse, peut en même-tems pénétrer ce corps, & avoir cependant assez de force pour secouer & agiter certaines fibres placées au fond de l'œil; enfin que cette matière poussée par ce corps lumineux, porte ou communique l'action

qu'il exerce fur elle, jufqu'à l'origine de la vue.

La *lumière* première confifte donc felon eux en un certain mouvement des particules du corps lumineux, au moyen duquel ces particules peuvent pouffer en tout fens la matière fubtile qui remplit les pores des corps tranfparens.

Les petites parties de la matière fubtile ou du premier élément étant ainfi agitées, pouffent & preffent en tout fens les petits globules durs du fecond élément, qui les environnent de tous côtés, & qui fe touchent. M. Defcartes fuppofe que ces globules font durs, & qu'ils fe touchent, afin de pouvoir tranfmettre en un inftant l'action de la *lumière* jufqu'à nos yeux; car ce philofophe croyoit que le mouvement de la *lumière* étoit inftantané.

La *lumière* eft donc un effort au mouvement, ou une tendance de cette matière à s'éloigner en droite ligne du centre du corps lumineux; & felon Defcartes l'impreffion de la *lumière* fur nos yeux, par le moyen de ces globules, eft à-peu près femblable à celle que les corps étrangers font fur la main d'un aveugle par le moyen de fon bâton. Cette dernière idée a été employée depuis par un grand nombre de philofophes, pour expliquer différens phénomènes de la vifion; & c'eft prefque tout ce qui refte aujourd'hui du fyftême de Defcartes, fur la *lumière*. Car en premier lieu la *lumière*, comme nous le ferons voir plus bas, emploie un certain tems, quoique très-court, à fe répandre; & ainfi ce philofophe s'eft trompé, en fuppofant qu'elle étoit produite par la preffion d'une fuite de globules durs. D'ailleurs fi les particules des rayons de *lumière* étoient des globules durs, elles ne pourroient fe réfléchir de manière que l'angle de réflexion fût égal à l'angle d'incidence. Cette propriété n'appartient qu'aux corps parfaitement élaftiques. Un corps dur qui vient frapper perpendiculairement un plan, perd tout fon mouvement, & ne fe réfléchit point. Il fe réfléchit au contraire dans cette même perpendiculaire, s'il eft élaftique; fi ce corps vient frapper le plan obliquement, & qu'il foit dur, il perd par la rencontre du plan tout ce qu'il avoit de mouvement perpendiculaire, & ne fait plus après le choc, que gliffer parallèlement au plan: fi au contraire le corps eft élaftique, il reprend en arrière en vertu de fon reffort, tout fon mouvement perpendiculaire, & fe réfléchit par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION. *Voyez auffi* MATIERE SUBTILE.

Le P. Malebranche déduit l'explication de la *lumière*, d'une analogie qu'il lui fuppofe avec le fon. On convient que le fon eft produit par les vibrations des parties infenfibles du corps fonore. Ces vibrations ont beau être plus grandes ou plus petites, c'eft-à-dire, fe faire dans de plus grands ou de plus petits arcs de cercle, fi, malgré cela, elles font d'une même durée, elles ne produiront en ce cas dans nos fenfations, d'autre différence que celle du plus ou moins grand degré de force; au lieu que fi elles ont différentes durées, c'eft-à-dire, fi un des corps fonores fait dans un même tems plus de vibrations qu'un autre, les deux fons différeront alors en efpèce, & on diftinguera deux différens tons, les vibrations promptes formant les tons aigus, & les plus lentes les tons graves. *Voyez* SON AIGU & GRAVE.

Le P. Malebranche fuppofe qu'il en eft de même de la *lumière* & des couleurs. Toutes les parties du corps lumineux font, felon lui, dans un mouvement rapide; & ce mouvement produit des pulfations très-vives dans la matière fubtile qui fe trouve entre le corps lumineux & l'œil; ces pulfations font appellées par le P. Malebranche, *vibration de preffion*. Selon que ces vibrations font plus ou moins grandes, le corps paroît plus ou moins lumineux; & felon qu'elles font plus promptes ou plus lentes, le corps paroîtra de telle ou telle couleur.

Ainfi, on voit que le P. Malebranche ne fait autre chofe que de fubftituer aux globules durs de Defcartes, de petits tourbillons de matière fubtile. Mais indépendamment des objections générales qu'on peut oppofer à tous les fyftêmes qui font confifter la *lumière* dans la preffion d'un fluide, objections qu'on trouvera expofées dans la fuite de cet article, on peut voir à *l'article* TOURBILLON, les difficultés jufqu'ici infurmontables, que l'on a faites contre l'exiftence des tourbillons tant grands que petits.

M. Huyghens croyant que la grande viteffe de la *lumière*, & la décuffation ou le croifement des rayons ne pouvoit s'accorder avec le fyftême de l'émiffion des corpufcules lumineux, a imaginé un autre fyftême qui fait encore confifter la propagation de la *lumière* dans la preffion d'un fluide. Selon ce grand géomètre, comme le fon s'étend tout-à-l'entour du lieu où il a été produit par un mouvement qui paffe fucceffivement d'une partie de l'air à l'autre, & que cette propagation fe fait par des furfaces ou ondes fphériques, à caufe que l'extenfion de ce mouvement eft également prompte de tous côtés; de même il n'y a point de doute felon lui, que la *lumière* ne fe tranfmette du corps lumineux jufqu'à nos yeux, par le moyen de quelque fluide intermédiaire, & que ce mouvement ne s'étende par des ondes fphériques femblables à celles qu'une pierre excite dans l'eau quand on l'y jette.

M. Huyghens déduit de ce fyftême, d'une manière fort-ingénieufe, les différentes propriétés de la *lumière*, les lois de la réflexion, & de la réfraction, *&c.* mais ce qu'il paroît avoir le plus de peine à expliquer, & ce qui eft en effet le plus difficile dans cette hypothèfe, c'eft la pro-

pagation de la *lumière* en ligne droite. En effet, M. Huyghens compare la propagation de la *lumière* à celle du son: pourquoi donc la *lumière* ne se propage-t-elle pas en tout sens comme le son? l'auteur fait voir assez bien que l'action ou la pression de l'onde lumineuse doit être la plus forte dans l'endroit où cet onde est coupée par une ligne menée du corps lumineux; mais il ne suffit pas de prouver que la pression ou l'action de la *lumière* en ligne droite, est plus forte qu'en aucun autre sens, il faut encore démontrer qu'elle n'existe que dans ce sens-là; c'est ce que l'expérience nous prouve, & ce qui ne suit point du système de M. Huyghens.

Selon M. Neuton, la *lumière* première, c'est-à-dire la faculté par laquelle un corps est lumineux, consiste dans un certain mouvement des particules du corps lumineux, non que ces particules poussent une certaine matière fictice qu'on imagineroit placée entre le corps lumineux & l'œil, & logée dans les pores des corps transparens; mais parce qu'elles se lancent continuellement du corps lumineux qui les darde de tous côtés avec beaucoup de force; & la *lumière* secondaire, c'est-à-dire, l'action par laquelle le corps produit en nous la sensation de clarté, consiste selon le même auteur non dans un effort au mouvement, mais dans le mouvement réel de ces particules qui s'éloignent de tous côtés du corps lumineux en ligne droite, & avec une vitesse presqu'incroyable.

En effet, dit M. Neuton, si la *lumière* consistoit dans une simple pression ou pulsation, elle se répandroit dans un même instant aux plus grandes distances; or nous voyons clairement le contraire par les phénomènes des éclipses des satellites de jupiter. En effet, lorsque la terre approche de jupiter, les immersions des satellites de cette planète anticipent un peu sur le tems vrai, ou commencent plutôt; au lieu que lorsque la terre s'éloigne de jupiter, leurs émersions arrivent de plus en plus tard, s'éloignant beaucoup dans les deux cas du tems marqué par les tables.

Cette déviation qui a été observée d'abord par M. Roemer, & ensuite par d'autres astronomes, ne sauroit avoir pour cause l'excentricité de l'orbite de jupiter; mais elle provient selon toute apparence, de ce que la *lumière* solaire que les satellites nous réfléchissent, a dans un cas plus de chemin à faire que dans l'autre, pour parvenir du satellite à nos yeux: ce chemin est le diamètre de l'orbe annuel de la terre. *Voyez* SATELLITE.

Descartes, qui n'avoit pas une assez grande quantité d'expériences, avoit cru trouver dans les éclipses de lune, que le mouvement de la *lumière* étoit instantané. Si la *lumière*, dit-il, demande du tems, par exemple une heure pour traverser l'espace qui est entre la terre & la lune, il s'ensuivra que la terre étant parvenue au point de son orbite où elle se trouve entre la lune & le soleil, l'ombre qu'elle cause, ou l'interruption de la *lumière* ne sera pas encore parvenue à la lune, mais il n'y arrivera qu'une heure après; ainsi, la lune ne sera obscurcie qu'une heure après que la terre aura passé par la conjonction avec la lune: mais cet obscurcissement ou interruption de *lumière* ne sera vu de la terre qu'une heure après. Voilà donc une éclipse qui ne paroîtroit commencer que deux heures après la conjonction, & lorsque la lune seroit déjà éloignée de l'endroit de l'écliptique qui est opposé au soleil. Or toutes les observations sont contraires à cela.

Il est visible qu'il ne résulte autre chose de ce raisonnement, sinon que la *lumière* n'emploie pas une heure à aller de la terre à la lune, ce qui est vrai; mais si la *lumière* n'emploie que 7 minutes à venir du soleil jusqu'à nous, comme les observations des satellites de jupiter le font connoître; elle emploiera beaucoup moins d'une minute à venir de la terre à la lune, & de la lune à la terre, & alors il sera difficile de s'appercevoir d'une si petite quantité dans les observations astronomiques.

J'ai cru devoir rapporter cette objection pour montrer que si Descartes s'est trompé sur le mouvement de la *lumière*, au-moins il avoit imaginé le moyen de s'assurer du tems que la *lumière* met à parcourir un certain espace. Il est vrai que la lune étant trop proche de nous, les éclipses de cette planète ne peuvent servir à décider la question, mais il y a apparence que si les satellites de jupiter eussent été mieux connus alors, ce philosophe auroit changé d'avis; & on doit le regarder comme le premier auteur de l'idée d'employer les observations des satellites, pour prouver le mouvement de la *lumière*.

La découverte de l'aberration des étoiles fixes, faite il y a 20 ans par M. Bradley, a fourni une nouvelle preuve du mouvement successif de la *lumière*, & cette preuve s'accorde parfaitement avec celle qu'on tire des éclipses des satellites. *Voyez* ABERRATION.

La *lumière* semblable à cet égard aux autres corps, ne se meut donc pas en un instant. M. Roemer & M. Neuton ont mis hors de doute par le calcul des éclipses des satellites de jupiter, que la *lumière* du soleil emploie près de sept minutes à parvenir à la terre, c'est-à-dire, à parcourir un espace de plus de 33, 000, 000, de lieues, vitesse 1000000 fois plus grande que celle du boulet qui sort d'un canon.

De plus, si la *lumière* consistoit dans une simple pression, elle ne se répandroit jamais en droite ligne; mais l'ombre la feroit continuellement fléchir dans son chemin. Voici ce que dit là-dessus M. Neuton: » Une pression exercée sur » un milieu fluide, c'est-à-dire, un mouvement

» communiqué par un tel milieu au-delà d'un » obstacle qui empêche en partie le mouvement » du milieu, ne peut point être continuée en » ligne droite, mais se répandre de tous côtés » dans le milieu en repos par-delà l'obstacle. La » force de la gravité tend en en-bas, mais la » pression de l'eau qui en est la suite, tend également de tous côtés, & se répand avec autant » de facilité & autant de force dans des courbes » que dans des droites; les ondes qu'on voit » sur la surface de l'eau lorsque quelques obstacles » en empêchent le cours, se réfléchissent en se » répandant toujours & par degré dans l'eau qui » est en repos, & par-delà l'obstacle. Les ondulations, pulsations, ou vibrations de l'air, dans » lesquelles consiste le son, subissent aussi des » inflexions, & le son se répand aussi facilement » dans des tubes courbes, par exemple dans un » serpent, qu'en ligne droite »; or on n'a jamais vu la *lumière* se mouvoir en ligne courbe; les rayons de *lumière* sont donc de petits corpuscules qui s'élancent avec beaucoup de vitesse du corps lumineux. Sur quoi *voyez l'article* EMISSION.

Quant à la force prodigieuse avec laquelle il faut que ces corpuscules soient dardés pour pouvoir se mouvoir si vîte, qu'ils parcourent jusques à plus de 3000000 lieues par minutes, écoutons là-dessus le même auteur: » Les corps » qui sont de même genre, & qui ont les mêmes » vertus, ont une force attractive, d'autant plus » grande par rapport à leur volume, qu'ils sont » plus petits. Nous voyons que cette force a plus » d'énergie dans les petits aimans que dans les » grands, eu égard à la différence des poids; & » la raison en est, que les parties des petits » aimans étant plus proches les unes des autres, » elles ont par-là plus de facilité à unir intimement leur force, & à agir conjointement; par » cette raison, les rayons de *lumière* étant les » plus petits de tous les corps, leur force attractive sera du plus haut degré, eu égard à leur » volume; & on peut en effet conclure des règles » suivantes, combien cette attraction est forte. » L'attraction d'un rayon de *lumière*, eu égard » à sa quantité de matière est à la gravité qu'a » un projectile, eu égard aussi à sa quantité de » matière, en raison composée de la vitesse du » rayon, à celle du projectile, & de la courbure de la ligne que le rayon décrit dans la » réfraction, à la courbure de la ligne que le » projectile décrit aussi de son côté; pourvu » cependant que l'inclinaison du rayon sur la » surface réfractante, soit la même que celle de » la direction du projectile sur l'horizon. De » cette proportion il s'ensuit que l'attraction des » rayons de *lumière* est plus que 1, 000, 000, » 000, 000, 000, fois plus grande que la gravité » des corps sur la surface de la terre, eu égard » à la quantité de matière du rayon & des » corps terrestres, & en supposant que la *lumière* » vienne du soleil à la terre en 7 minutes de » tems. »

Rien ne montre mieux la divisibilité des parties de la matière, que la petitesse des parties de la *lumière*. Le docteur Nieuwentit a calculé qu'un pouce de bougie, après avoir été converti en *lumière*, se trouve avoir été divisé par-là en un nombre de parties exprimé par le chifre 269617040, suivi de quarante zéros, ou, ce qui est la même chose, qu'à chaque seconde que la bougie brûle, il en doit sortir un nombre de parties exprimé par le chiffre 418660, suivi de trente-neuf zéros, nombre beaucoup plus que mille millions de fois plus grand que celui des sables que pourroit contenir la terre entière en supposant qu'il tienne cent parties de sable dans la longueur d'un pouce.

L'expansion ou l'étendue de la propagation des parties de la *lumière* est inconcevable: le docteur Hook montre qu'elle n'a pas plus de bornes que l'univers, & il le prouve par la distance immense de quelques étoiles fixes, dont la *lumière* est cependant sensible à nos yeux au moyen d'un télescope. Ce ne sont pas seulement, ajoute-t-il, les grands corps du soleil & des étoiles qui sont capables d'envoyer ainsi leur *lumière* jusques aux points les plus reculés des espaces immenses de l'univers, il en peut être de même de la plus petite étincelle d'un corps lumineux, du plus petit globule qu'une pierre à fusil aura détaché de l'acier.

Le Docteur s'Gravesande prétend que les corps lumineux sont ceux qui dardent le feu, ou qui donnent un mouvement au feu en droite ligne; & il fait consister la différence de la *lumière* & de la chaleur, en ce que pour produire la *lumière*, il faut, selon lui, que les particules ignées viennent frapper les yeux, & y entrent en ligne droite, ce qui n'est pas nécessaire pour la chaleur. Au contraire, le mouvement irrégulier semble plus propre à la chaleur; c'est ce qui paroît par les rayons qui viennent directement du soleil au sommet des montagnes, lesquelles n'y font pas à beaucoup près autant d'effet, que ceux qui se font sentir dans les vallées, & qui ont auparavant été agités d'un mouvement irrégulier par plusieurs réflexions.

On demande s'il peut y avoir de la *lumière* sans chaleur, ou de la chaleur sans *lumière*; nos sens ne peuvent décider suffisamment cette question, la chaleur étant un mouvement qui est susceptible d'une infinité de degrés, & la *lumière* une matière qui peut être infiniment rare & foible; à quoi il faut ajouter qu'il n'y a point de chaleur qui nous soit sensible, sans avoir en même tems plus d'intensité que celle des organes de nos sens.

M. Newton observe que les corps & les rayons

de *lumière* agissent continuellement les uns sur les autres; les corps sur les rayons de *lumière*, en les lançant, les réfléchissant, & les réfractant; & les rayons de *lumière* sur les corps, en les échauffant, & en donnant à leurs parties un mouvement de vibration dans lequel consiste principalement la chaleur: car il remarque encore que tous les corps fixes lorsqu'ils ont été échauffés au-delà d'un certain degré, deviennent lumineux, qualité qu'ils paroissent devoir au mouvement de vibrations de leurs parties; & enfin, que tous les corps qui abondent en parties terrestres & sulphureuses, donnent de la *lumière* s'ils sont suffisamment agités de quelque manière que ce soit. Ainsi, la mer devient lumineuse dans une tempête; le vif-argent lorsqu'il est secoué dans le vuide; les chats & les chevaux, lorsqu'on les frotte dans l'obscurité; le bois, le poisson & la viande, lorsqu'ils sont pourris. *Voyez* PHOSPHORE.

Hawksbée nous a fourni une grande variété d'exemples de la production artificielle de la *lumière* par l'attrition des corps qui ne sont pas naturellement lumineux, comme de l'ambre frotté sur un habit de laine, du verre sur une étoffe de laine, du verre sur du verre, des écailles d'huitres sur une étoffe de laine, & de l'étoffe de laine sur une autre, le tout dans le vuide.

Il fait sur la plupart de ces expériences les réflexions suivantes, que différentes sortes de corps donnent diverses sortes de *lumières*, qui diffèrent soit en couleur, soit en force; qu'une même attrition à divers effets, selon les différentes préparations des corps qui la souffrent, ou la différente manière de les frotter, & que les corps qui ont donné une certaine *lumière* en particulier, peuvent être rendus par la friction incapables d'en donner davantage de la même espèce.

M. Bernoulli a trouvé par expérience que le mercure amalgamé avec l'étain, & frotté sur un verre, produisoit dans l'air une grande *lumière*, que l'or frotté sur un verre en produisoit aussi & dans un plus grand degré; enfin que de toutes ces espèces de *lumières* produites artificiellement, la plus parfaite étoit celle que donnoit l'attrition d'un diamant, laquelle est aussi vive que celle d'un charbon qu'on souffle fortement. *Voyez* DIAMANT; & ELECTRICITÉ.

M. Boyle parle d'un morceau de bois pourri & brillant, dont la *lumière* s'éteignit lorsqu'on en eut fait sortir l'air, mais qui rédevint de nouveau brillant comme auparavant, lorsqu'on y eut fait rentrer l'air. Or il ne paroît pas douteux que ce ne fût-là une flamme réelle, puisqu'ainsi que la flamme ordinaire, elle avoit besoin d'air pour s'entretenir ou se conserver. *Voyez* PHOSPHORE.

L'attraction des particules de la *lumière* par les autres corps, est une vérité que des expériences innombrables ont rendues évidente. M. Neuton a observé le premier ce phénomène; il a trouvé par des observations répétées, que les rayons de *lumière* dans leur passage près des bords des corps, soit opaques, soit transparens, comme des morceaux de métal, des tranchans de lames de couteaux, des verres cassés, &c. sont détournés de la ligne droite. *Voyez* DIFFRACTION.

Cet action des corps sur la *lumière* s'exerce à une distance sensible, quoiqu'elle soit toujours d'autant plus grande, que la distance est plus petite; c'est ce qui paroît clairement dans le passage d'un rayon entre les bords de deux plaques minces à différentes ouvertures. Les rayons de *lumière* lorsqu'ils passent du verre dans le vuide, ne sont pas seulement fléchis ou pliés vers le verre; mais s'ils tombent trop obliquement, ils retournent alors vers le verre, & sont entièrement réfléchis.

On ne sauroit attribuer la cause de cette réflexion à aucune résistance du vuide; mais il faut convenir qu'elle procède entièrement de quelque force ou puissance qui réside dans le verre, par laquelle il attire & fait retourner en-arrière les rayons qui l'ont traversé, & qui sans cela passeroient dans le vuide. Une preuve de cette vérité, c'est que si vous frottez la surface postérieure du verre avec de l'eau, de l'huile, du miel, ou une dissolution de vif-argent, les rayons qui sans cela auroient été réfléchis, passeront alors dans cette liqueur & au-travers; ce qui montre aussi que les rayons ne sont pas encore réfléchis tant qu'ils ne sont pas parvenus à la seconde surface du verre; car si à leur arrivée sur cette surface, ils tomboient sur un des milieux dont on vient de parler; alors ils ne seroient plus réfléchis, mais ils continueroient leur première route, l'attraction du verre se trouvant en ce cas contre-balancée par celle de la liqueur. De cette attraction mutuelle entre les particules de la *lumière*, & celles des autres corps, naissent deux autres grands phénomènes qui sont la réflexion & la réfraction de la *lumière*. On sait que la direction du mouvement d'un corps, change nécessairement s'il se rencontre obliquement dans son chemin quelqu'autre corps; ainsi, la *lumière* venant à tomber sur la surface des corps solides, il paroîtroit par cela seul qu'elle devroit être détournée de sa route, & renvoyée ou réfléchie de façon que son angle de réflexion fût égal, (comme il arrive dans la réflexion des autres corps) à l'angle d'incidence; c'est aussi ce que fait voir l'expérience, mais la cause en est differente de celle dont nous venons de faire mention. Les rayons de *lumière* ne sont pas réfléchis en heurtant contre les parties des corps mêmes qui les réfléchissent, mais par quelques puissances répandues également sur toute la surface des corps,

& par laquelle les corps agissent sur la *lumière*, soit en l'attirant, soit en la repoussant, mais toujours sans contact : cette puissance est la même par laquelle dans d'autres circonstances les rayons sont réfractés. *Voyez* RÉFLEXION & RÉFRACTION.

M. Neuton prétend que tous les rayons qui sont réfléchis par un corps ne touchent jamais le corps ; quoiqu'à la vérité ils en approchent beaucoup. Il prétend encore que les rayons qui parviennent réellement aux parties solides du corps s'y attachent, & sont comme éteints & perdus. Si l'on demande comment il arrive que tous les rayons ne soient pas réfléchis à-la-fois par toute la surface, mais que tandis qu'il y en a qui sont réfléchis, d'autres passent à travers, & soient rompus :

Voici la réponse que M. Neuton imagine qu'on peut faire à cette question. Chaque rayon de *lumière* dans son passage à travers une surface capable de le briser, est mis dans un certain état transitoire, qui dans le progrès du rayon se renouvelle à intervalles égaux ; or à chaque renouvellement le rayon se trouve disposé à être facilement transmis à travers la prochaine surface réfractante. Au contraire, entre deux renouvellemens consécutifs, il est disposé à être aisément réfléchi : & cette alternative de réflexions & de transmissions, paroît pouvoir être occasionnée par toutes sortes de surfaces & à toutes les distances. M. Neuton ne cherche pas par quel genre d'action ou de disposition ce mouvement peut être produit ; s'il consiste dans un mouvement de circulation ou de vibration, soit des rayons, soit du milieu, ou en quelque chose de semblable ; mais il permet à ceux qui aiment les hypothèses, de supposer que les rayons de *lumière* lorsqu'ils viennent à tomber sur une surface réfringente ou réfractante, excitent des vibrations dans le milieu réfringent ou réfractant, & que par ce moyen ils agitent les parties solides du corps. Ces vibrations ainsi répandues dans le milieu, pourront devenir plus rapides que le mouvement du rayon lui-même ; & quand quelque rayon parviendra au corps dans ce moment de la vibration, où le mouvement qui forme celle-ci, conspirera avec le sien propre, sa vitesse en sera augmentée, de façon qu'il passera aisément à travers de la surface réfractante ; mais s'il arrive dans l'autre moment de la vibration, dans celui où le mouvement de vibration est contraire au sien propre, il sera aisément réfléchi ; d'où s'ensuivent à chaque vibration des dispositions successives dans les rayons, à être réfléchis ou transmis. Il appelle *accès de facile réflexion*, le retour de la disposition que peut avoir le rayon à être réfléchi, & *accès de facile transmission*, le retour de la disposition à être transmis ; & enfin, *intervalle des accès*, l'espace de tems compris entre les retours. Cela posé, la raison pour laquelle les surfaces de tous les corps épais & transparens réfléchissent une partie des rayons de *lumière* qui y tombent & en réfractent le reste, c'est qu'il y a des rayons qui, au moment de leur incidence sur la surface du corps, se trouvent dans des accès de réflexion facile, & d'autres qui se trouvent dans des accès de transmission facile.

Nous avons déjà remarqué à l'article COULEUR, que cette théorie de M. Neuton, quelque ingénieuse qu'elle soit, est encore bien éloignée du degré d'évidence nécessaire pour satisfaire l'esprit sur les propriétés de la *lumière* réfléchie. *V.* RÉFLEXION & MIROIR.

Un rayon de *lumière*, qui passe d'un milieu dans un autre de différente densité, & qui, dans son passage, se meut dans une direction oblique à la surface qui sépare les deux milieux, sera réfracté ou détourné de son chemin, parce que les rayons sont plus fortement attirés par un milieu plus dense que par un plus rare. *Voyez* RÉFRACTION.

Les rayons ne sont point réfractés en heurtant contre les parties solides des corps, & le sont au contraire sans aucun contact, & par la même force par laquelle ils sont réfléchis, laquelle s'exerce différemment en différentes circonstances. Cela se prouve à-peu-près par les mêmes argumens qui prouvent que la réflexion se fait sans contact.

Pour les propriétés de la *lumière* rompue ou réfractée, *voyez* RÉFRACTION & LENTILLE.

On observe dans le crystal d'Islande, une espèce de double réfraction très-différente de celle qu'on remarque dans tous les autres corps. *Voyez à l'article* CRYSTAL D'ISLANDE, le détail de ce phénomène, & les conséquences que M. Neuton en a tirées.

M. Neuton ayant observé que l'image du soleil projetée sur le mur d'une chambre obscure par les rayons de cet astre, & transmise à travers un prisme, étoit cinq fois plus longue que large, se mit à rechercher la raison de cette disproportion ; & d'expérience en expérience, il découvrit que ce phénomène provenoit de ce que quelques-uns des rayons de *lumières* étoient plus réfractés que d'autres, & que cela suffisoit pour qu'ils représentassent l'image du soleil alongée. *Voyez* PRISME.

De-là il en vint à conclure, que la *lumière* elle-même est un mélange hétérogène de rayons différemment réfrangibles, ce qui lui fit distinguer la *lumière* en deux espèces ; celle dont les rayons sont également réfrangibles, qu'il appella *lumière homogène*, *similaire* ou *uniforme* ; & celle dont les rayons sont inégalement réfrangibles, qu'il appella *lumière hétérogène*. *Voyez* RÉFRANGIBILITÉ.

Il n'a trouvé que trois affections par lesquelles les rayons de *lumière* différassent les uns des autres ; savoir, la réfrangibilité, la réflexibilité &

& la couleur; or les rayons qui conviennent entr'eux en réfrangibilités, conviennent aussi dans les autres affections, d'où il s'ensuit qu'ils peuvent à cet égard être regardés comme homogènes, quoiqu'à d'autres égards, ils pourroient être hétérogènes.

Il appelle de plus, *couleurs homogènes*, celles qui sont représentées par une *lumière* homogène, & *couleurs hétérogènes*, celles qui sont produites par une *lumière* hétérogène. Ces définitions expliquées, il en déduit plusieurs propositions. En premier lieu, que la *lumière* du soleil consiste en des rayons qui different les uns des autres par des degrés indéfinis de réfrangibilités. Secondement, que les rayons qui different en réfrangibilité, différeront aussi à proportion dans les couleurs qu'ils représenteront lorsqu'ils auront été séparés les uns des autres. Troisièmement, qu'il y a autant de couleurs simples & homogènes, que de degrés de réfrangibilité, car à chaque degré différent de réfrangibilité, répond une couleur différente.

Quatrièmement, que la blancheur semblable à celle de la *lumière* immédiate du soleil, est un composé de sept couleurs primitives. *Voyez* COULEUR.

Cinquièmement, que les rayons de *lumière* ne souffrent aucunes altérations dans leurs qualités par la réfraction.

Sixièmement, que la réfraction ne sauroit décomposer la *lumière* en couleurs qui n'y auroient pas été mêlées auparavant, puisque la réfraction ne change pas les qualités des rayons, mais qu'elle sépare seulement les uns des autres ceux qui ont différentes qualités, par le moyen de leurs différentes réfrangibilités.

Nous avons déja observé que les rayons de *lumière* sont composés de parties dissimilaires ou hétérogènes y en ayant probablement de plus grandes les unes que les autres. Or plus ces parties sont petites, plus elles sont réfrangibles, c'est-à-dire, plus il est facile qu'elles se détournent de leur cours rectiligne. De plus, nous avons encore fait remarquer que les parties qui différoient en réfrangibilité, & par conséquent en volume, différoient en même-tems en couleur.

De-là on peut déduire toute la théorie des couleurs. *Voyez* COULEUR.

L'académie royale des sciences de Paris, ayant proposé pour le sujet du prix de 1736, la question de la propagation de la *lumière*, M. Jean Bernouilli le fils, docteur en Droit, composa à ce sujet une dissertation qui remporta le prix. Le fond du système de cet auteur est celui du pere Malebranche, avec cette seule différence que M. Bernoulli ajoute aux petits tourbillons des petits globules durs ou solides, répandus çà & là, selon lui, dans l'espace que les petits tourbillons occupent. Ces petits globules, quoiqu'éloignés assez considérablement les uns des autres, par rapport à leur petitesse, se trouvent en grand nombre dans la plus petite ligne droite sensible. Ces petits corps demeureront toujours en repos, étant comprimés de tous côtés. Mais si on conçoit que les particules d'un corps lumineux, agitées en tout sens avec beaucoup de violence, frappent suivant quelque direction, les tourbillons environnans; ces tourbillons ainsi condensés, chasseront le corpuscule le plus voisin; celui-ci comprimera de même les tourbillons suivans, jusqu'au second corpuscule, &c. Cette compression étant achevée, les tourbillons reprendront leur premier état, & feront une vibration en sens contraire, puis ils seront chassés une seconde fois, & feront ainsi des oscillations, par le moyen desquelles la *lumière* se répandra. M. Bernoulli déduit de cette explication plusieurs phénomènes de la *lumière*; & les recherches mathématiques dont sa piece est remplie sur la pression des fluides élastiques, la rendent fort instructive & fort intéressante à cet égard. C'est sans doute ce qui lui a mérité le glorieux suffrage de l'académie; car le fond du système de cet auteur est d'ailleurs sujet à toutes les difficultés ordinaires contre le système de la propagation de la *lumière* par pression. Le système de ceux qui, avec M. Newton, regardent un rayon de *lumière* comme une file de corpuscules émanés du corps lumineux, ne peut être attaqué que par les deux objections suivantes. 1.° On demande comment dans cette hypothèse, les rayons de *lumière* peuvent se croiser sans se nuire. A cela on peut répondre, que les rayons qui nous paroissent parvenir à nos yeux en se croisant, ne se croisent pas réellement, mais passent l'un au-dessus de l'autre, & sont censés se croiser à cause de leur extrême finesse. 2.° On demande comment le soleil n'a point perdu sensiblement de sa substance, depuis le tems qu'il envoie continuellement de la matiere lumineuse hors de lui. On peut répondre que non-seulement cette matiere est renvoyée en partie au soleil par la réflexion des planetes, & que les cometes qui approchent fort de cet astre, servent à le réparer par les exhalaisons qui en sortent; mais encore que la matiere de la *lumière* est si subtile, qu'un pouce cube de cette matiere suffit peut-être pour éclairer l'univers pendant l'éternité. En effet, on démontre aisément, qu'étant donnée une si petite portion de matiere qu'on voudra, on peut diviser cette portion de matiere en parties si minces, que ces parties rempliront une espace donné, en conservant entr'elles des intervalles moindres que $\frac{1}{10000000}$, &c. de ligne. *Voyez* dans l'introduction *ad veram Physicam* de Keill, le chapitre de la divisibilité de la matiere. C'est pourquoi une portion de matiere lumineuse, si petite qu'on voudra, suffit pour remplir pendant des siecles un espace égal à l'orbite de saturne. Il est vrai que

l'imagination se révolte ici; mais l'imagination se révolte envain contre des vérités démontrées. *Voyez* DIVISIBILITÉ. *Chambers.*

Il est certain, d'une part, que l'opinion de Descartes & de ses partisans, sur la propagation de la *lumière*, ne peut se concilier avec les lois connues de l'Hydrostatique; & il ne l'est pas moins de l'autre, que les émissions continuelles lancées des corps lumineux, suivant Newton & ses partisans, effrayent l'imagination. D'ailleurs il n'est pas facile d'expliquer (même dans cette dernière hypothèse) pourquoi la *lumière* cesse tout d'un coup dès que le corps lumineux disparoît, puisqu'un moment après que ce corps a disparu, les corpuscules qu'il a lancés, existent encore autour de nous, & doivent conserver encore une grande partie du mouvement prodigieux qu'ils avoient, étant lancés par ce corps jusqu'à nos yeux. Les deux opinions, il faut l'avouer, ne sont démontrées ni l'une ni l'autre; & la plus sage réponse à la question de la matière & de la propagation de la *lumière*, seroit peut-être de dire que nous n'en savons rien. Newton paroît avoir bien senti ces difficultés, lorsqu'il dit *de naturâ radiorum lucis, utrum sint corpora nec ne, nihil omninò disputamus.* Ces paroles ne semblent-elles pas marquer un doute si la *lumière* est un corps? mais si elle n'en est pas un, qu'est-elle donc? tenons-nous-en donc aux assertions suivantes.

La *lumière* se propage suivant une ligne droite d'une manière qui nous est inconnue, & les lignes droites suivant lesquelles elle se propage, sont nommées ses rayons. Ce principe est le fondement de l'Optique. *Voyez* OPTIQUE & VISION.

Les rayons de lumière se réfléchissent par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION & MIROIR. Ce principe est le fondement de toute la Catoptrique. *Voyez* CATOPTRIQUE.

Les rayons de *lumière* qui passent d'un milieu dans un autre, se rompent de manière que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en raison constante. Ce principe est le fondement de toute la Dioptrique. *Voyez* DIOPTRIQUE, RÉFRACTION, VERRE, LENTILLE, *&c.* Avec ces propositions bien simples, la théorie de la *lumière* devient une science purement géométrique, & on en démontre les propriétés sans savoir ni en quoi elle consiste, ni comment se fait sa propagation; à-peu-près comme le professeur Saunderson donnoit des leçons d'Optique quoiqu'il fût presque aveugle de naissance. *Voyez* AVEUGLE. *Voyez aussi* VISION.

LUMIÈRE, (*Astron.*): on dit équation de la *lumière*. *V.* PROPAGATION.

Lumière cendrée. V. LUNE.

Lumière zodiacale. V. ZODIACALE.

LUMINAIRES, (*Astron.*), nom qu'on donne comme par excellence au soleil & à la lune, à cause de leur éclat extraordinaire & de la grande quantité de lumière qu'ils nous envoient. Ce mot se trouve employé dans le premier chapitre de la Genèse, où Moïse dit que Dieu fit deux grands luminaires, *duo luminaria magna*, le soleil pour présider au jour, & la lune pour présider à la nuit.

LUN

LUNAISON, (*Astron.*) période ou espace de tems compris entre deux nouvelles lunes consécutives. *V.* LUNE.

LUNE, s. f. (*Astron.*), planète qui tourne en 27 jours autour de la terre, & qui, après le soleil, est le plus remarquable de tous les astres. La *lune* est un satellite de notre terre, vers laquelle elle se dirige toujours dans son mouvement, comme vers un centre, & dans le voisinage de laquelle elle se trouve constamment, de façon que, si on la voyoit du soleil, elle ne paroîtroit jamais s'éloigner de nous d'un angle plus grand que dix minutes.

Les premiers phénomènes que les hommes apperçurent dans le mouvement de la *lune*, furent les changemens de figure, que nous appellons ses *phases*. Après avoir disparu pendant quelques jours, la lune commence à se montrer le soir du côté de l'occident, peu après le coucher du soleil, sous la forme d'un filet de lumière en arc, & qui s'appelle *croissant*, parce qu'il croît en effet d'un jour à l'autre. Sa lumière est foible, parce qu'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 40 heures après sa conjonction, ou 27 heures avant. Il ajoute que, si la *lune*, dans le premier cas, avoit eu une déclinaison plus septentrionale, étant au nord de l'écliptique, & qu'elle eût été en même tems périgée & dans les signes ascendans, on auroit pu la voir 24 heures après la conjonction; mais l'assemblage de ces trois circonstances est rare; on n'apperçoit guère la *lune* que le second jour après sa conjonction, quoique Képler ait dit qu'on pouvoit voir la *lune*, même en conjonction, lorsque la latitude est de 5 degrés (*Astron. pars Opt.* cap. 6, page 257); le croissant paroît donc le 2e ou le 3e jour du côté du couchant, & le soir à l'entrée de la nuit; ses pointes sont élevées & tournées à l'opposite du soleil; il devient un peu plus fort le lendemain, &, dans l'espace de cinq à six jours, il prend la forme d'un demi-cercle. La partie lumineuse est alors terminée par une ligne droite; & nous disons que la *lune* est dichotome (*διχότομος*, *dimidiatus*), ou qu'elle est en quadrature, c'est son premier quartier.

Après avoir paru sous la forme d'un demi-cercle lumineux, la *lune* continue de s'éloigner

du soleil & d'augmenter en lumière pendant 7 ou 8 jours; elle paroit alors tout-à-fait circulaire; son disque est entier & lumineux; elle brille pendant toute la nuit, & c'est le jour de la *pleine lune*, ou de l'opposition : on la voit passer au méridien à minuit, & se coucher dès que le soleil se lève. Tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous, & qu'elle brille parce que le soleil l'éclaire en face, & non pas de côté.

Après la pleine *lune*, arrive le décours, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la *lune*. Elle est d'abord ovale, puis dichotome, ou sous la forme d'un demi-cercle, c'est le dernier quartier, autrefois *lune vieille*.

Bientôt le demi-cercle de lumière diminue, & prend la forme d'un croissant, qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil, ou du côté du couchant, le soleil étant alors à l'orient de la *lune*, elle se trouve avoir fait le tour du ciel,.& se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin, un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation; elle se rapproche du soleil, & se perd enfin dans ses rayons; c'est ce qu'on appelle la *nouvelle lune*, ou la *conjonction*, autrefois la *néoménie* (Νέος, *novus*; Μήν, *mensis*), *luna silens*, qu *sitiens*; on appelloit *interlunium* le tems pendant lequel on ne la voit point.

La mesure la plus naturelle du tems fut celle que présentoient ces phases de la *lune*; cet astre, en changeant tous les jours, d'une manière sensible, le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure, & recommençant au bout de 29 ou 30 jours un nouvel ordre de changemens tous semblables, offroit une règle publique & des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanacs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire : les familles nouvellement formées & dispersées dans les campagnes, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la *lune*.

La néoménie servit à régler les assemblées, les sacrifices, les exercices publics. Ce culte & ces fêtes n'avoient pas la *lune* pour objet, mais pour indication : on comptoit la *lune* du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément, on s'assembloit le soir sur des hauteurs; quand le croissant avoit été vu, on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois, qui étoit suivi de fêtes ou de repas; les nouvelles *lunes* qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons, étoient les plus solemnelles; il semble qu'on y trouve l'origine de nos quatre tems, comme on trouve celle de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens (*Casali, de comparatione Rituum Christ. & Pagan.*)

On retrouve dans l'histoire de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle phase, de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prières, la solemnité particulière de la nouvelle *lune* qui concourroit avec les semailles ou celle qui suivoit l'entière récolte des productions de la culture, se trouve dans toutes les histoires; les fêtes & les sacrifices de la nouvelle *lune* & du commencement de chaque mois, sont rappellés en plusieurs endroits de l'Ecriture sainte comme un ancien usage, *Isaïe I*, 13, num. X, 10, XXVIII, 11; *Reg. I*, 9, *v.* 12 & 20, *v.* 5. Spencer a fait une dissertation toute entière pour prouver que les Juifs avoient reçu des Payens cet ancien usage; il cite à ce sujet un grand nombre d'auteurs, & répond à toutes les objections. *Jo. Spencer de legibus hebræorum ritualibus. Lipsiæ*, 1605, *in-4.°*, l. III, cap. 1.

La nouvelle *lune* étoit annoncée par le bruit des trompettes, Judith VIII, 6, psalm. 80, v. 4. *Scaliger de emendatione temporum*, l. 3, p. 225, édit. de 1629; Horace fait mention de ces fêtes sous le nom de *Tricesima Sabbata*, l. I, sat. 9, v. 9. *Cœlo supinas si tuleris manus, nascente luna*, liv. III, od. 23. Les Juifs observent encore la *lune* quand elle est nouvelle, & ils en font l'objet d'une cérémonie religieuse. *Buxtorfi Synagoga Judaica, Basileæ, in-8.°*, 1641, cap. 17; de-là l'usage de sacrifier sur les montagnes où l'on alloit pour observer la nouvelle *lune*. Cet usage étoit déjà dans l'Egypte, *Maimonid*, ou *Mossei*, *dux dubitantium*, l. III, c. 46; aussi-bien que celui de sacrifier dans les nouvelles *lunes*, *ibid.* c. 47.

La fête de la nouvelle *lune* avoit lieu chez les Ethiopiens d'afrique, *Itinerarium Alexandri Geraldini, Romæ*, 1631, lib. IX, p. 150; chez les Sabéens de l'arabie heureuse, *Hottinger, historia orientalis*, lib. 1, c. 8; chez les Perses, *Halcuit's, Voyages*, tom. II, p. 399; chez les Grecs, comme le prouve fort au long Jean Meursius, *Græcia feriata, lugd. Batav.* 1619, *in-4.°*, p. 210, au mot Νεομηνία. Les Olympiades, établies par Iphitus, commencoient à la nouvelle *lune*; Samuel Petit, *leges attico*, *in-fol.* 1635, p. 59; les Romains avoient aussi cette fête, Pline, *l.* 16; Macrobe, *saturn. I.* 15, *pag.* 181, édit. de 1694; la cérémonie du Guy, chez les Gaulois, se faisoit le 6 de la *lune*, & le Druide portoit un croissant comme on le voit dans les figures anciennes (M. Pelloutier, hist. des Celtes). On a trouvé cet usage de la *lune* chez les Chinois, Scaliger, p. 118; parmi les Caraïbes de l'amérique, *Huetii Demonstratio evangelica*, 1679, *in-fol.* pag. 84; chez les Péruviens, Garcilaso de la Vega, *commentarios reales de los Incas* VII, 5 & 7. M. Goguer, *I.* 219, *in-4.°*; il étoit également chez les Turcs, Geuffraus *Turcarum Religione*, liv. 2, p. 53, & dans l'île de Taïti, *Voyage de Cook*, 1773.

Il se passe à-peu-près 29 jours & demi d'une nouvelle *lune* à l'autre ; c'est une observation facile, & les premiers pasteurs ne manquèrent pas de la faire ; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire*, *lunaison*, ou *révolution synodique de la lune* ; nous en verrons bientôt une déterminaison rigoureuse, cette lunaison fut la plus ancienne mesure du tems.

En observant avec attention les phases de la *lune*, on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil, qui paroissent au moins tous les 2 ou 3 ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de *lune* fini, & la première phase d'une nouvelle *lune*, c'est-à-dire, entre le tems où la *lune* se rapproche le plus du soleil le matin, & celui où elle commence à s'en éloigner le soir par le côté opposé. On apperçoit alors, sur le soleil, un corps rond & noir qui le couvre ou en partie, ou en totalité, & forme une *éclipse de soleil*.

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la *lune* qu'on avoit vu les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le soleil, & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours après se placer de l'autre côté, ou à l'orient du soleil, & s'en éloigner avec la même vitesse.

Les éclipses de soleil prouvèrent que la *lune* étoit opaque, & qu'on ne la voyoit qu'autant qu'elle étoit éclairée par le soleil. Cet astre éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pouvons voir la *lune* pleine que quand nous appercevons cette moitié qui est éclairée, & que nous l'appercevons toute entière. Si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est-à-dire, de l'hémisphère exposé au soleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroissoit dans la pleine *lune*, c'est-à-dire, que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumière, la *lune* paroitra en quartier, & ainsi des autres situations. Telle est la cause des phases de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus sensible.

Soit *S* le soleil (*pl. d'Astron. fig.* 18), *T* la terre, autour de laquelle tourne la *lune* dans son orbite, *E O* le globe de la lune, placée entre la terre & le soleil, c'est-à-dire, en conjonction, ou au tems de la nouvelle *lune*; alors la partie *E* est seule éclairée du soleil ; au contraire, la partie *O* est la seule visible pour nous qui sommes en *T*; ainsi, l'hémisphère éclairé est précisément celui que nous ne voyons point, & l'hémisphère visible est celui qui n'est point éclairé du soleil. Telle est la cause qui rend alors la *lune* invisible pour nous vers le tems de la nouvelle *lune*.

Au contraire, quand la *lune* est opposée au soleil, l'hémisphère éclairé *L* est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée; & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumière que la *lune* répand ; son disque visible *L* est le même que son disque éclairé ; c'est pourquoi la *lune* nous paroit *pleine*, c'est-à-dire, ronde & lumineuse quand elle est en *opposition*.

Quand la *lune* est éloignée de 90 degrés du soleil ou environ, c'est-à-dire, à-peu-près à moitié chemin de *O* en *L*, ou de la conjonction à l'opposition, l'hémisphère visible est *A Q Z* ; l'hémisphère éclairé par le soleil est *M Z Q* ; ainsi, nous ne voyons que la moitié de cet hémisphère éclairé, qui paroissoit tout entier & comme un cercle complet, dans le tems de l'opposition ; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumière, tel qu'il est représenté séparément en *N* : la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil. Lorsque la *lune* est à 45° du soleil, ou à la huitième partie d'un cercle, nous disons qu'elle est dans son premier *octant* ; alors la partie éclairée, ou qui regarde le soleil, est *C D F*, la partie visible est *B C D* ; ainsi, nous n'appercevons que la partie *C D* de l'hémisphère éclairé ; alors la *lune* paroit sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en *G* ; l'intérieur du croissant a la figure d'une ellipse, parce que le cercle, qui sépare la partie éclairée de la partie obscure, étant vu obliquement, paroit comme une ellipse. La surface de la partie éclairée est à-peu-près la septième partie de la surface de disque visible.

Dans le second octant, il ne manque, à notre vue, que la petite portion *I H*, & la *lune* paroitra sous la forme *R* ; ce qui manque à son cercle est de la même grandeur qu'étoit la partie éclairée dans le premier octant, quand la *lune* étoit en *C*.

Le troisième octant *V*, qui arrive 45° au-delà de l'opposition, est semblable au second octant, & le quatrième octant *X* est pareil au premier octant *G*.

Dans les différentes phases de la *lune*, la largeur du segment lumineux de la *lune* est égale au sinus verse de l'angle d'élongation, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la *lune*, ou la demi-distance des cornes du croissant.

Soit *S* le soleil (*fig.* 89), *T* le centre de la terre, *C* le centre de la *lune*, *A E* le diamètre de la *lune*, perpendiculaire au rayon du soleil, & qui sépare la portion éclairée *A N E*, de la portion obscure *A D E* ; le diamètre lunaire *N D*, perpendiculaire au rayon *T C* de la terre, sépare la partie visible *D A N*, de la partie invisible *D E N* ; on abaissera de l'extrémité *A* du demi-cercle lumineux *E N A*, une perpendiculaire *A B* sur le diamètre *N D* de la *lune*, & la ligne *N B* sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphère lumineux. En effet, de tout l'hémisphère lumineux *A N E*, il n'y a que la partie *A N* qui soit comprise dans l'hémisphère visible *D A N*, elle ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *B N*, par la même raison que le demi-cercle

entier NAD ne paroît que comme un simple diamètre NBD, & qu'un hémisphère entier ne paroît que comme un cercle, ou comme le plan qui en est la projection. La portion NB du diamètre visible $NBCD$, est le sinus verse de l'arc NA. Cet arc NA, ou l'angle NCA, est égal à l'angle CTF, en supposant TF parallèle à CS; car l'angle NCA est le complément de l'angle ACT, à cause de l'angle droit NCT; mais l'angle FCT est le complément de l'angle FTC, à cause du triangle rectangle CFT; donc l'angle NCA est du même nombre de degrés que l'angle FTC. Cet angle FTC est égal à l'élongation de la *lune*, ou à la distance de la *lune* au soleil, parce que le soleil est supposé sur la ligne TF, de même que sur la ligne CS, à cause de sa distance qui est très-grande en comparaison de CF; donc l'arc NA est égal à l'élongation de la *lune*; ainsi, la largeur du segment lumineux est le sinus verse de l'élongation.

Nous avons supposé, dans la démonstration précédente, que les lignes CS & TF, menées au soleil, soit de la terre, soit de la *lune*, étoient sensiblement parallèles; cela n'est vrai qu'à-peu-près, & à cause de la grande distance du soleil, qui est 398 fois plus loin de nous que la *lune*; mais, si les rayons ST & SV (*fig.* 90), qui vont du soleil à la terre & à la planète, ne sont pas parallèles, on aura l'angle extérieur TVO du triangle SVT égal à l'angle NVA, qui détermine le segment lumineux, l'un & l'autre angle étant le complément de l'angle AVT; or la partie éclairée & visible NB, est égale au sinus verse de l'angle NVA; donc le diamètre entier est à la largeur de la partie éclairée & visible d'une planète, comme le diamètre du cercle est au sinus verse de l'angle au centre de la planète, extérieur au triangle formé au soleil, à la terre & à la planète. C'est cet angle extérieur qu'il faut employer quand on veut calculer les phases de vénus; mais, pour la *lune*, il suffit d'avoir l'angle d'élongation.

Ainsi, pour tracer la figure du croissant, on décrira un cercle GNH (*fig.* 91); &, sur le rayon GN, on prendra une portion BN égale au sinus verse de l'élongation, on décrira, sur le diamètre GH, une ellipse GBH, qui sera le contour intérieur du croissant.

Les phases de la *lune* font juger de l'heure où la *lune* passe au méridien; pour cela, on remarquera, 1.° que le jour de la nouvelle *lune*, la *lune* passe au méridien en même tems que le soleil. 2.° Que, d'un jour à l'autre, le passage de la *lune* au méridien retarde d'environ trois quarts d'heure; ainsi, prenez autant de fois trois quarts d'heure qu'il y a de jours dans l'âge de la *lune*, & vous aurez le tems qui doit s'écouler entre l'heure de midi d'un jour donné, & le passage de la *lune* au méridien qui doit suivre. Cette pratique n'est qu'approchée, & seulement pour un usage journalier & grossier. Le véritable tems du passage de la *lune* au méridien, se trouve par les tables astronomiques, il est dans les éphémérides, & dans la *Connoissance des tems*.

Mouvement de la lune. La première connoissance exacte que l'on ait eue dans la grèce du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de sa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 avant Jesus-Christ; il avoit reconnu, ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années solaires, il se passoit 235 mois lunaires complets, chacun de 29 jours & demi; & cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans; ainsi, la règle de Méton étoit assez exacte pour les usages de la société, c'est-à-dire, pour le calendrier civil.

Cette découverte parut si belle à Athènes & dans plusieurs villes de la grèce, qu'on en exposa le calcul en lettres d'or dans des endroits publics pour l'usage des citoyens, & qu'on appella *nombre d'or*, cet espace de 19 ans, qui ramenoit exactement la *lune* en conjonction avec le soleil au même point du ciel, ou au même jour de l'année solaire; c'est encore aujourd'hui le *cycle lunaire*; après avoir comparé ensemble des éclipses éloignées de plusieurs siécles pour rendre moins sensible la petite erreur de chaque observation, on a trouvé exactement le mois lunaire de $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''\ 7847$.

Ce mois synodique de 29^j & demi, qu'on appelle aussi *lunaison*, ne finit que quand la *lune*, après avoir fait le tour du ciel, est revenue en conjonction avec le soleil; mais, dans cet intervalle de tems, le soleil a fait lui-même 29° par son mouvement propre d'occident en orient; ainsi, la *lune* a fait 29° de plus que le tour entier; d'où il est aisé de voir qu'elle n'auroit employé que 27 jours & un tiers à faire 360°, c'est-à-dire, à revenir au même point du ciel; c'est cette révolution de 27 jours & un tiers qu'on appelle *mois périodique*; il est exactement de $27^j\ 7^h\ 43'\ 4''\ 6480$, par rapport aux équinoxes, du moins pour ce siécle-ci. On en conclut le mouvement diurne de la *lune* $13^\circ\ 13'\ 35''$. Le mouvement séculaire, par rapport aux étoiles, est de $1732559381''$, en comptant 1336 révolutions completes de la *lune* qu'il y a dans un siécle.

Il faut ajouter environ $7''$ à la révolution de la lune que nous venons de donner, quand on veut avoir la révolution moyenne de la *lune*, par rapport aux étoiles fixes, parce que, dans l'espace d'un mois lunaire, les équinoxes rétrogradent d'environ $4''$ de degré, en sorte que la *lune* rencontre plutôt l'équinoxe qu'elle n'eût rencontré une étoile fixe située au même point du ciel, & la différence est, pour la lune, de $7''$ de tems, la révolution moyenne sidérale de la *lune* est de $27^j\ 7^h\ 43'\ 11''\frac{1}{2}$ tems moyen.

Inégalités de la lune. Il n'est aucun astre dont les mouvemens soient aussi compliqués & aussi

irréguliers, comme l'obſervoit déjà Pline le naturaliſte : *multiformi hæc ambage torſit ingenia contemplantium, & proximum ignorari maxime ſydus indignantium.* (*Hiſt. Nat.* l. 2, cap. 9).

Les inégalités, que l'obſervation ſeule a fait découvrir, ſont au nombre de quatre principales, ſans compter le mouvement de l'apogée de la *lune* & le mouvement du nœud : la première eſt *l'équation de l'orbite ;* la ſeconde eſt *l'évection ;* la troiſième eſt la *variation ;* la quatrième eſt *l'équation annuelle.* A l'égard des petites inégalités que la théorie de l'attraction a indiquées, du moins à-peu-près, je ne chercherai pas à en donner une idée ; on les a reconnues, ſoit par le calcul, ſoit par l'obſervation, à force d'eſſais, de tentatives, de combinaiſons ; il eſt encore fort douteux qu'on les connoiſſe bien, & perſonne n'a donné le détail prodigieux de ces calculs ; mais je rapporterai la valeur de ces équations telles qu'on les emploie aujourd'hui.

Suivant l'Almageſte de Ptolémée, les anciens avoient remarqué, dans la *lune*, une inégalité d'environ 5° tous les 15 jours, & il ne s'agiſſoit, pour cela, que de comparer la *lune* aux étoiles pendant un mois. Par le moyen des éclipſes de *lune*, qui revenoient dans le même ordre au bout de 18 ans & 10 jours, ils virent que l'inégalité de la *lune*, qui étoit d'environ 5 degrés, avoit recommencé 239 fois, que la révolution de la latitude, ou le retour de la *lune* à l'écliptique & à ſon nœud, avoit eu lieu 242 fois, & celle de la longitude, ou le retour vers une même étoile, avoit recommencé 241 fois avec 10° 40′ de plus ; ainſi, la *lune* avoit été 241 fois au même degré de longitude, 239 fois à ſa diſtance moyenne, ou au point de ſa plus grande inégalité, & 242 fois à ſon nœud, à quelque choſe près ; il n'en falloit pas davantage pour les trois principales circonſtances du mouvement de la *lune*, c'eſt-à-dire, ſon moyen mouvement ; le mouvement de ſon apogée, & celui de ſon nœud, circonſtances néceſſaires pour trouver les quatre inégalités dont nous avons à parler. Les méthodes que nous avons expliquées en parlant des planètes, ne ſeroient pas ſuffiſantes pour la *lune*, à cauſe du mouvement rapide de ſon apogée & de ſon nœud.

Cette période de 223 lunaiſons, que les anciens avoient employée pour calculer les retours égaux des éclipſes, ramenoit la *lune* à une même latitude, auſſi-bien qu'à une même ſituation, par rapport au ſoleil. Ptolémée ajoute que, ſi l'on ne s'attache pas aux éclipſes, & qu'on veuille ſeulement conſidérer l'inégalité de la *lune* dans ſon mouvement en longitude le long du zodiaque, en allant d'une pleine *lune* à l'autre, on aura des retours égaux de la *lune* en 251 mois, pendant leſquels il y aura eu 269 reſtitutions des inégalités de la *lune* ; mais alors la latitude aura été différente.

En examinant la *lune* dans l'eſpace d'un mois, il n'étoit pas difficile de voir que tous les 7 jours il y avoit cinq à ſix degrés d'inégalité, qu'au bout de 14 jours cette inégalité diſparoiſſoit, & ainſi de ſuite ; qu'il y avoit toujours, dans le mois, deux points éloignés tout-à-la-fois d'une demi-révolution en tems, & d'un demi-cercle en longitude ; c'eſt-à-dire, deux moitiés égales parcourues en tems égaux : en ſorte que les inégalités recommençoient toujours au bout de 27 jours & demi environ ; mais, en faiſant la même recherche en différens mois ou en différentes années, on remarqua bientôt que le point de la plus grande inégalité ne ſe trouvoit pas au même point du ciel, vis-à-vis des mêmes étoiles, mais toujours un peu plus avancé dans le zodiaque, & cela d'environ 3 degrés à chaque mois ou à chaque révolution de la *lune*, en ſorte que le mouvement de la *lune*, par rapport à ſon apogée, ou ſon mouvement d'anomalie, étoit plus petit de $\frac{1}{110}$ que ſon mouvement abſolu.

Pour expliquer cette première inégalité, on ſuppoſa que la *lune* décrivoit un cercle excentrique, comme nous l'avons expliqué pour le ſoleil ; ou bien un épicycle placé ſur un cercle concentrique, & en même tems que la ligne des apſides, c'eſt-à-dire, la ligne, qui va de l'apogée au périgée, changeoit de poſition, & s'avançoit vers l'orient d'environ 3 degrés par mois. La révolution exacte de l'apogée eſt ſuivant les tables de Mayer de 8 ans & 312 jours, ou 3231 jours $8^h\ 34'\ 57''\ 6$ par rapport aux équinoxes, & de $3232^j\ 11^h\ 14'\ 31''\ 0$ par rapport aux étoiles.

Ptolémée trouva, par le moyen de trois éclipſes de *lune*, que l'équation de l'orbite étoit de 5° ; c'eſt ce nous appellons la *première inégalité de la lune ;* elle eſt appellée, dans Képler, *inequalitas ſoluta.* C'eſt celle qui dépend de la figure elliptique de l'orbite lunaire.

Juſqu'au tems de Ptolémée, on ne connoiſſoit que cette première inégalité de 5 degrés ; ce fut lui qui reconnut que, dans les quadratures, l'inégalité alloit juſqu'à 7 degrés $\frac{2}{3}$; cette différence eſt ce que nous appellons aujourd'hui *l'évection.* Horoccius l'expliqua par un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, avec un balancement dans l'apogée, comme nous l'avons dit au *mot* Evection. Newton l'a employée ſous cette forme.

Soit S le centre de la terre (*fig.* 87), C le centre de l'orbite que la *lune* eſt ſuppoſée décrire, en ſorte que SCA ſoit la ligne des apſides, & SC l'excentricité de la *lune ;* ſi l'on ſuppoſe que le centre de l'orbite, au lieu d'être fixe en C, décrive la circonférence d'un petit cercle NGB, il en réſultera un double effet. 1°. La ligne des apſides SA changera de poſition ; & au lieu d'être conſtamment ſur la direction SCA, elle paſſera, par exemple, en SG, & fera, avec la première ſituation, un angle ASG, qui eſt l'équation de l'apogée.

2.° L'excentricité, au lieu d'être égale à SC, deviendra SN, SG, SB, & l'équation de l'orbite changera à proportion. Telle est l'hypothèse dont Horoccius fit usage pour la *lune*, afin de représenter la seconde inégalité, ou l'évection.

Les premières tables de Flamsteed, où cette théorie étoit employée avec des augmentations considérables, parurent dans le cours de Mathématiques de Jonas Moor, en 1681, & plusieurs auteurs l'ont adoptée. *Voyez* ÉVECTION. Mais on peut représenter les deux effets par une seule opération, en multipliant 1° 20′ par le sinus de la double distance de la *lune* au soleil, moins l'anomalie moyenne de la *lune*; c'est Euler qui, le premier, l'a employée sous cette forme.

La troisième inégalité de la *lune* étant une découverte de Tycho-Brahé, il est nécessaire de remonter à l'origine de ses recherches sur la théorie de la lune; elle étoit entrée pour beaucoup dans le projet que Tycho avoit conçu de réformer l'Astronomie, & de lui donner une nouvelle face; & il parle des inégalités de la *lune* dans un supplément de ses progymnasmes. Après avoir représenté les deux inégalités connues par le moyen d'un excentrique & de trois épicycles, il ajoute: mais j'ai éprouvé, par un grand nombre d'observations exactes, que ces trois cercles ne satisfont pas encore aux observations, & que, dans les octans, c'est-à-dire, à 45° des syzygies & des quadratures, il y a une autre différence sensible; j'ai donc été obligé d'ajouter un autre petit cercle qui sert pour expliquer cette variation, & je suppose que le centre du grand épycycle de la *lune* en parcourt, non pas la circonférence, mais le diametre perpendiculaire au rayon, par un mouvement de libration qui soit réglé cependant de même que s'il se faisoit sur la circonférence, ainsi que l'a fait Copernic dans d'autres occasions, c'est-à-dire, proportionnellement au sinus des arcs parcourus; il en résulte une équation, qui, depuis les syzygies jusqu'aux quadratures, doit toujours s'ajouter à la longitude moyenne de la *lune* par rapport au soleil, pour avoir la véritable situation du centre de l'épicycle, mais qui est soustractive dans le second & le quatrieme octant. Cette libration dépend de la vraie distance de la *lune* au soleil, & produit la *variation*, inégalité qui, suivant lui, a 40′ 30″ dans les octans; on remarquera que Tycho avoit déterminé cette inégalité avec bien de la précision, puisque, dans les premieres tables de Mayer, elle étoit de 40′ 43″, dans celles de Flamsteed de 40′ 34″; mais, dans les nouvelles tables de Mayer, elle n'est que de 35′ 43″, ou 37′ 4″, en y comprenant les petites équations que la même table renferme.

L'équation annuelle de la *lune*, qui est d'environ 11′ 16″, est la dernière de celles que les observations seules avoient fait découvrir; elle est indiquée par Tycho, à la sixieme page de sa théorie de la *lune*, où il est dit qu'une expérience répétée de plusieurs façons, lui a fait connoître que les mouvemens moyens de la lune exigent, pour être uniformes, une équation des jours, différente de celle que donnent les mouvemens du soleil.

Neuton reconnut aussi que cette équation suivoit de sa théorie; elle est de 11′ 49″ dans les tables de Flamsteed & de Halley; elle est accompagnée des deux équations analogues, l'une de 20′ pour l'apogée, l'autre de 9′ ½ pour le nœud, que Neuton a introduites; elles sont également employées dans les nouvelles tables de Mayer, l'une 23′ 12″, l'autre de 8′ 50″.

Les observations seules n'avoient pu faire découvrir aux astronomes que des inégalités qui alloient à plusieurs minutes; peut-être l'équation annuelle n'eût pas été reconnue par les observations; si elle n'avoit eu un retour constant dans les mêmes saisons de l'année, ce qui la rendoit remarquable. Aussi toutes les autres petites inégalités, dont il nous reste à parler, n'ont été d'abord soupçonnées que par la connoissance de l'attraction, & n'ont été déterminées qu'en comparant avec cette théorie un grand nombre de bonnes observations; il étoit réservé à Neuton de faire le plus grand pas dans la théorie de la *lune*, comme dans tout le reste; guidé par le principe de la gravitation universelle, & aidé des observations de Flamsteed, il détermina la quantité de plusieurs équations avec les époques & les moyens mouvemens de la *lune*. Cette belle théorie parut en 1702, dans l'ouvrage intitulé: *Davidis Gregorii Astronomiæ Physicæ & Geometricæ elementa, Oxonii*; 1702, *folio*, *Genevæ*, 1726, 2 vol. *in*-4.°, cette théorie fut réimprimée, en 1713, dans la seconde édition de Neuton, & plusieurs astronomes construisirent des tables sur cette théorie, sur-tout Flamsteed & Halley.

Dans le Commentaire que les PP le Seur & Jacquier, minimes, ont publié, en 1742, sur les principes de Neuton, Calandrini, habile professeur de mathématiques à Genève, & depuis l'un des principaux magistrats de la république, commenta fort au-long toute cette théorie, & tâcha de développer la méthode que Neuton avoit suivie ou pu suivre pour y parvenir: mais il avoua que, sur certains points, comme le mouvement de l'apogée & l'excentricité, il y avoit encore quelque chose à desirer de plus précis & de plus exact.

Jusqu'alors c'étoit la théorie de Neuton, la forme & presque les nombres qu'il avoit calculés, qui avoient produit toutes les tables de la *lune*; mais un géomètre, aussi laborieux que profond, commençoit, vers 1745, à attaquer le problème de trois corps dans toutes ses branches, c'étoit Léonard Euler. Il vit bientôt que Neuton n'avoit pas tiré des calculs de l'attraction, tout ce qu'on pouvoit en conclure; & il donna, dans ses Opuscules, en 1746, de nouvelles tables de la *lune*, où il avoit fait usage de la théorie autant qu'il

lui avoit été possible; il les donna beaucoup mieux encore trois ans après dans l'Almanach astronomique de Berlin pour 1750.

Clairaut & d'Alembert, qui s'occupèrent à-peu-près dans le même tems des mêmes questions, donnèrent aussi des tables de la lune en 1754. Mais Tobie Mayer, astronome de Gottingen, ayant comparé les tables d'Euler avec les observations, trouva moyen de les corriger avec tant de succès, qu'il publia, en 1753, dans le second volume des Mémoires de l'Académie de Gottingen, des tables qui ne s'écarteroient jamais de l'observation de 2', tandis que, dans les tables de Halley, qui avoient été comparées avec beaucoup d'observations, il y avoit quelquefois des erreurs de 7 à 8 minutes; depuis ce tems-là, Mayer perfectionna ses tables au point que l'erreur n'est jamais de plus d'une minute; ce sont celles que j'ai publiées dans la seconde édition de mon *Astronomie* en 1771.

Ces tables de la *lune* ont pour fondement les observations mêmes; car, quoique Newton eût trouvé à-peu-près la forme de ses équations par le principe, il en avoit déterminé la quantité par les observations de Flamsteed. Mayer chercha de même, dans la théorie & les calculs d'Euler, la forme de ses tables; mais il paroît qu'il les ajusta sur les observations de Bradley, à force de tentatives, d'essais & de calculs.

Cependant le seul principe de l'attraction, en raison inverse du carré de la distance, paroissoit devoir suffire pour calculer, sans le secours de l'observation, toutes les petites inégalités de la *lune*; c'est ce qu'ont entrepris les trois géomètres que j'ai cités; mais ils conviennent tous qu'il est douteux qu'on puisse parvenir à fixer, par la seule théorie, toutes ces petites inégalités. D'Alembert (dans le Mercure de septembre, 1757, *p.* 159) dit que la valeur des coëfficiens des équations lunaires, trouvées par la théorie, est encore fort incertaine; il me paroît très-douteux (ajoute-t-il) qu'on puisse parvenir à les fixer par la théorie seule.

Je finirai par indiquer les principaux ouvrages où ces calculs de l'attraction se trouvent avec une certaine clarté.

L'ouvrage de L. Euler a pour titre : *Theoria motus lunæ exhibens omnes ejus inæqualitates, authore*, L. *Eulero*, Petropoli, 1753, *in*-4°. La pièce du même auteur, qui a remporté le prix de l'Académie en 1770, contient sur la même matière beaucoup de nouvelles recherches, enfin il a donné, en 1772, un grand ouvrage, intitulé : *Theoria motuum lunæ*, dont M. J. A. Euler, son fils, M. Kraft & M. Lexell ont exécuté les calculs, avec de nouvelles tables qu'on a réimprimées, en 1783, dans la Connoissance des tems de 1786.

L'ouvrage de Clairaut (la pièce qui a remporté le prix de l'Académie de Péterſbourg, proposé, en 1750, sur la théorie de la *lune*; elle fut imprimée à Péterſbourg dès 1752, & Clairaut en a fait imprimer une nouvelle édition à Paris, chez Desaint & Saillant, 1765, avec des tables de la *lune*.

L'ouvrage où d'Alembert a approfondi cette matière, est intitulé : *Recherches sur différens points importans du système du monde*, 1754, *in*-4.° 260 pages. On y trouve les tables de la *lune*; elles ont été publiées de nouveau, avec des corrections, dans le second volume de ses Opuscules Mathématiques, en 1762, de même que plusieurs nouvelles considérations sur la théorie de la *lune*, les volumes suivans de ses Recherches & de ses Opuscules contiennent beaucoup de supplémens.

On peut ajouter encore à ces trois grands ouvrages primitifs ceux de Mayer, de Simpson, du P. Walmsley, du P. Frisi, de M. de la Grange, de M. le Marquis de Condorcet, *&c.* sur la même matière.

Dans le tems que l'on ne connoissoit qu'imparfaitement la valeur des petites équations de la *lune*, on eut recours à une méthode empirique pour rectifier les tables. Les observations avoient appris qu'après 223 lunaisons, c'est-à-dire, 223 retours de la *lune* vers le soleil, les circonstances du mouvement de la *lune* revenoient les mêmes, par rapport au soleil & à la terre, & ramenoient dans son cours les mêmes irrégularités qu'on y avoit observées dix-huit ans auparavant. Une suite d'observations, continuées pendant une telle période avec assez d'assiduité & d'exactitude, devoit donc donner le mouvement de la *lune* pour les périodes suivantes. Ce travail, si long & si pénible d'une période entière bien remplie d'observations, fut entrepris par Halley, lorsqu'il étoit déjà dans un âge si avancé, qu'il ne se flattoit plus de le pouvoir terminer. Ce grand & courageux astronome nous avertit que, n'étant encore qu'à la fin d'une demi-période qui ne contient que 111 lunaisons, & qui ne donne pas si exactement que celle de 223, le retour des mêmes inégalités, il pouvoit déjà déterminer sur mer la longitude à 20 lieues près vers l'équateur, à 15 lieues près dans nos climats, & plus exactement encore plus près des poles. M. le Monnier a continué pendant les deux périodes suivantes, & M. Bradley a fait aussi, en angleterre, de pareilles observations.

Mais les tables de Mayer sont assez exactes pour qu'on n'ait plus besoin de la période de 18 ans.

Voici la valeur de toutes les équations, telles qu'elles résultent des nouvelles tables de Tobie Mayer, les meilleures que l'on ait faites jusqu'à présent, & que j'ai publiées dans mon *Astronomie*.

Il faut appliquer ces équations à la longitude moyenne de la *lune*, qui est pour le premier janvier 1760, à midi $2^s\ 21^d\ 39'\ 58''$; la longitude de l'apogée est de $7^s\ 7^d\ 54'\ 19''$; & celle du nœud

nœud 2ˢ 26ᵈ 52′ 26″. Pour former les argumens de ces équations, on commence par chercher le vrai lieu du soleil, ensuite le lieu moyen de la *lune*, de son apogée & de son nœud pour le moment donné; le lieu de l'apogée, retranché du lieu moyen de la *lune*, donne son anomalie moyenne. On ajoute ensuite à cette anomalie moyenne l'équation annuelle, qui vient des inégalités de l'apogée = 23′ 12″ sin. anom. moy. ○, & au supplément du nœud son équation annuelle — 8′ 50″ sin. anom. moy. ○; mais on n'emploie l'anomalie de la *lune* corrigée, aussi-bien que le nœud corrigé, que dans la onzième équation pour laquelle on corrige encore l'anomalie avec toutes les dix premières équations. Pour la douzième, on applique à la distance de la *lune* au soleil la onzième équation. Pour la treizième, on emploie la longitude corrigée par la douzième; &, pour la quatorzième, on emploie la longitude vraie de la *lune* dans son orbite.

Table. I. { + 11′ 16″ sin. anom. ○. Equation annuelle.
— 4.″ sin. anom. moy. ○.

II. — 0° 0′ 54″ sin. 2 dist. moy. ☾. ○ + anom. moy. ○.

III. — 0 1 9 sin. 2 dist. moy. ☾ ○ — anom. moy. ○.

IV. + 0 0 54 sin. 2 dist. moy. ☾ ○ + anom. moy. ☾.

V. Evection. { — 1 20 33 sin. 2 dist. moy. ☾ ○ — anom. moy. ☾.
+ 0 0 36 sin. 4 dist. moy. ☾ ○ — 2 anom. moy. ☾.

VI. + 0 2 9 sin. arg. évection + anom. moy. ○.

VII. + 0 0 49 sin. arg. évection. — anom. moy. ○.

VIII. + 0 0 34 sin. anom. moy. ☾ — anom. moy. ○.

IX. + 0 0 58 sin. 2 dist. moy. ☾ ○ — 2 arg. moy. de latitude.

X. { + 0 0 16 sin. dist. moy. ☾ ○ — anom. moy. ☾ ou sin. (apogée ☾ - ○).
— 0 0 59 sin. 2 dist. moy. ☾ ○ — 2 anom. moy. ☾, ou sin. 2 (apogée ☾ — ○).

XI Equat. de l'orbite. { — 6 18 15 sin. anom. ☾ corrigée par les équations précéd. & par son équation annuelle.
+ 0 13 0 sin. 2 anom. ☾.
— 0 0 37 sin. 3 anom. ☾.
+ 0 0 2 sin. 4 anom. ☾.

XII. Variation. { — 0 1 55 sin. dist. ☾ ○ corrigée par les équations précédentes.
+ 0 35 43 sin. 2 dist. ☾ ○.
+ 0 0 2 sin. 3 dist. ☾ ○.
+ 0 0 12 sin. 4 dist. ☾ ○.

XIII. + 0° 1′ 23″ sin. 2 arg. lat. corrig. — anom. corrigée.

XIV. — 0 6 43 sin. 2 arg. lat. C'est la réduction à l'écliptique.

XV. — 0 0 18 sin. long. moy. du nœud. C'est la nutation.

Comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à-peu-près les raisons générales des résultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la manière dont la perturbation du soleil produit les trois principales inégalités de la *lune*, l'évection, la variation & l'équation annuelle.

L'*évection* est la principale inégalité que le soleil produit dans la *lune*; elle équivaut, ainsi que l'avoient supposé Newton & Halley, à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, joint à un mouvement de l'apogée. Lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*, ou lorsque la ligne des apsides de la *lune* concourt avec la ligne des syzygies, la force centrale de la terre sur la *lune*, qui est la plus foible dans la syzygie apogée, reçoit la plus grande diminution, & la force centrale, qui est la plus forte dans la syzygie périgée, y reçoit la moindre diminution; donc la différence entre la force centrale périgée & la force centrale apogée, sera alors la plus grande; donc la différence des distances augmentera, c'est-à-dire, que l'excentricité sera plus grande; aussi l'observation prouve qu'alors la plus grande équation de la *lune* est de 7° & ½, tandis qu'elle n'étoit pas de 5°, lorsque la ligne des quadratures concouroit avec celle des syzygies.

Le mouvement de l'apogée vient de ce que la force centrale est diminuée; il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsides, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*; quand il est dans les quadratures, le mouvement de l'apogée est au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale est la plus petite; quand le soleil est à 45° des apsides, le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen; mais son vrai lieu est alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation est la plus forte, parce qu'elle est le résultat de tous les degrés de vîtesse que l'apogée a reçus jusques-là par la cause que je viens d'indiquer.

La *variation* est l'inégalité de la *lune*, qui, sur une orbite supposée circulaire, a lieu dans les octans, à cause de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder son mouvement. Soit *C* (*fig.* 78) le centre de la terre, *M* le centre du soleil, & *D G E* l'orbite de la *lune*; lorsqu'avant la conjonction, la *lune* est en *R*, elle est plus attirée que la terre, & elle est attirée dans la direction *R M*; alors sa vîtesse s'accélère jusqu'à ce qu'elle soit en *A* dans sa conjonction, où la vîtesse de la *lune*, sur son orbite, est la plus grande. Lorsqu'elle est vers *T*, 45° après

la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée, de la quantité appellée *variation*, qui est de 37' additive; il est vrai que la vitesse de la *lune* cesse d'accélérer, & commence à retarder dès que la lune a passé le point A, parce que le soleil ayant attiré la *lune* plus qu'il n'attiroit la terre pendant qu'elle alloit de R en A, il a augmenté sa vitesse de plus en plus, jusqu'en A, où il cesse d'augmenter cette vitesse; mais c'est en A que cette vitesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusques-là; depuis ce point A, le soleil retirant la *lune* vers M, tend à diminuer la vitesse; mais l'excès de celle qui est acquise sur la vitesse moyenne, dure jusques dans l'octant T, 45° après la conjonction, où la vitesse vraie est égale à la moyenne; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive, & la plus grande possible à 45° de la conjonction, où la vitesse est la plus forte.

L'équation annuelle, qui va jusqu'à $11' \frac{1}{4}$, vient de ce que le soleil, quand il est périgée, agit plus sur la *lune* que quand il est apogée; &, comme l'effet le plus considérable du soleil pendant une révolution entière de la *lune*, est de diminuer la force centrale de la *lune* vers la terre, cette force est la plus diminuée quand le soleil est périgée, alors le diamètre de l'orbite lunaire devient plus grand; car la *lune* étant moins attirée vers la terre, s'en éloigne nécessairement; son orbite, devenue plus grande, rend la durée de la révolution plus longue; car les carrés des tems des révolutions sont toujours comme les cubes des diamètres des orbites; le mouvement de la *lune* est donc ralenti dans la périgée du soleil, & l'équation annuelle commence alors à être soustractive.

Pour entendre cette conséquence, ainsi que les précédentes, il faut bien se souvenir que l'effet de ces sortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que, dans le mouvement elliptique des planètes, le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement, c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses d'inégalités de la *lune*, pour avoir perdu de vue cette considération.

Nœuds de la lune. L'orbite de la *lune* est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planètes; ainsi, la *lune* traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après l'avoir traversée dans un de ses nœuds, elle s'en éloigne de 5°. Sans cette inclinaison, nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, & une de lune le jour de l'opposition. Mais au contraire, il y a des années entières où il n'arrive aucune éclipse de *lune*, (par exemple en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition, la *lune* est trop éloignée de son nœud, & se trouve par conséquent au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, où restent toujours le centre du soleil & l'ombre de la terre. Cette inclinaison qui n'est que de 5° dans les nouvelles ou pleines *lunes* qui arrivent à 90° des nœuds, se trouve de 5° 17' & demie dans les quadratures. Ce fut Tycho qui fit le premier cette importante observation. L'inclinaison moyenne est de 5° 8' 52". Le nœud ascendant de la *lune* ou celui par lequel elle traverse l'écliptique, en s'avançant vers le nord, s'appelle quelquefois *la tête du dragon*, & se désigne par ce caractère ☊. Le nœud descendant ou queue du dragon, se désigne par celui-ci ☋. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la *lune*, c'est la promptitude de leur mouvement. Si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du bélier ou dans le point équinoxial (comme cela est arrivé au mois de juin 1764), dix-huit mois après, c'est dans le commencement des poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire, que le nœud a retrogradé de 30° ou d'un signe entier, & il fait tout le tour du ciel dans l'espace de 18 ans.

Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître en voyant la *lune* éclipser, par exemple, la belle étoile du cœur de lion, ou Régulus, qui est sur l'écliptique même; quand la *lune* éclipse régulus (comme cela est arrivé au mois de juin 1757) elle est évidemment dans son nœud, donc alors le nœud est à 4s 26° de longitude, comme Régulus; mais quatre ou cinq ans après, la *lune* passant au même degré de longitude, se trouve à 5° au-dessous de l'étoile; cela prouve que le nœud est alors à 90° de l'étoile: au bout de 18 ans la *lune* repasse vers les mêmes étoiles, & tout recommence dans le même ordre.

Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la *lune* faisoient une révolution entière contre l'ordre des signes, en 18 ans & 228 jours, en $6798^j\ 4^h\ 52'\ 52''\ 3$, par rapport aux équinoxes, & de $6793^j\ 7^h\ 13'\ 17''$ 774, par rapport aux étoiles fixes.

Tycho Brahé reconnut aussi dans le mouvement des nœuds une inégalité qui va jusqu'à 1° 46' en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se réduisoit à une équation de la latitude de la *lune*, qui est de 8' 49", multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la *lune* & le soleil, moins l'argument de latitude de la *lune*. Le lieu du nœud de la *lune*, au commencement de 1772, étoit à 7s 4d 46'; cela suffiroit pour trouver sa situation en tout tems.

Cependant, pour qu'on puisse ici trouver le dépôt de nos connoissances les plus exactes sur la théorie de la *lune*, à l'époque actuelle de 1784, nous allons rapporter encore l'équation entière de la latitude, suivant les nouvelles

tables de Mayer, comme nous l'avons fait pour la longitude.

Table I, *Latitude.* { — 5° 8′ 46″ sin. arg. de latit.
— 6″ sin. 3 arg. de latit.
II. + 8′ 49″ sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. de latit.
III. + 2″ sin. arg. de latit. — anom. ○.
IV. — 17″ 4 sin. arg. de lat. — anom. moy. ☾.
V. — 24″ 1 sin. arg. lat. — 2 anom. moy. ☾.
VI. + 2″ 7 sin. arg. latit. — 3 anom. moy. ☾.
VII. — 8″ 3 sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. latit. + anom. ○.
VIII. — 3″ 7 sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. lat. — anom. ○.
IX. — 2″ 2 sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. latit. + anom. moy. ☾.
X. + 15″ 0 sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. latit. — anom. moy. ☾.
XI. — 6″ 0 sin. 2 dist. ☾ ○ — arg. latit. — 2 anom. moy. ☾.

Le diamètre apparent de la *lune* varie, à raison de ses diverses distances à la terre, parce que la *lune* décrit une ellipse dont la terre occupe le foyer le plus grand diamètre périgée est de 33′ 37″ dans les oppositions, & le plus petit diamètre, lorsque la *lune* est apogée & en conjonction, n'est que de 29′ 25″, vu du centre de la terre. Ce diamètre augmente à mesure que la *lune* s'élève. *Voyez* DIAMETRE.

La manière la plus simple de mesurer le diamètre de la *lune*, est d'observer le tems que le disque de la *lune* emploie à passer par le méridien, ou de le mesurer avec les micromètres & les héliomètres.

La distance de la *lune* à la terre se trouve par le moyen de sa PARALLAXE. Cette distance varie à raison de l'excentricité de l'orbite lunaire.

La distance qui répond à la parallaxe moyenne, 57′ 39″, est de 85464 lieues de 25 au degré, ou de 2283 toises chacune.

La distance qui répond à la plus petite parallaxe...... o.............. 53′ 53″ est 91397
Celle qui répond à la plus grande parallaxe.......... 61′ 25″ est 80187
Ainsi, la distance qui est moyenne entre les extrêmes.. est 85792
mais celle qu'on doit plutôt appeler la distance moyenne, & qui répond à la parallaxe 57′ 3″ indépendante des inégalités, 85324 lieues.

Sur les autres circonstances des mouvemens de la *lune*. *Voyez* SELENOGRAPHIE, ECLIPSE, PARALLAXE, LIBRATION, CALENDRIER, PLANETE, où il y a une table des grandeurs; EXCENTRICITÉ, ÉQUATION, EQUATION SÉCULAIRE, DENSITÉ, DIAMETRE.

Sur l'usage de la *lune* pour trouver les longitudes en mer. *Voyez* LONGITUDES, sur ses effets pour les marées, *V.* FLUX & REFLUX.

Lumière de la lune. Elle est trois cent mille fois moindre que celle du soleil, suivant les expériences que Bouguer a faites en les comparant l'une & l'autre avec la *lumière* d'une bougie placée dans l'obscurité. *Traité d'optique sur la graduation de la lumière*, in-4.° 1760 : elle n'est accompagnée d'aucune chaleur, même au foyer d'un verre ardent (*Mém. ac.* 1705).

Le docteur Hook cherchant la raison de ce phénomène, observe que la quantité de lumière qui tombe sur l'hémisphère de la pleine *lune*, est dispersée avant que d'arriver jusqu'à nous, dans une sphère 188 fois plus grande en diamètre que que la *lune*, que par conséquent la lumière de la *lune* est 104368 fois plus foible que celle du soleil, & qu'ainsi il faudroit qu'il y eût tout-à-la-fois dans les cieux 104368 pleines *lunes*, pour donner une lumière & une chaleur égale à celle du soleil à midi.

Mais sans avoir recours au calcul du docteur Hook, on peut en apporter une raison fort simple, savoir que la surface de la *lune* absorbe la plus grande partie des rayons du soleil, & ne nous en envoie que la plus petite partie.

La *lumière cendrée* de la lune est une *lumière* foible qu'on apperçoit au-dedans du croissant, & qui fait entrevoir toute la rondeur de la lune, quoique le soleil n'en éclaire qu'une petite partie. Les anciens ont été très-embarrassés sur la cause de cette petite *lumière*. Mæstlinus fut le premier qui, en 1596, reconnut que c'étoit la *lumière* de la terre réfléchie sur la lune; Kepler, *Astronomiæ pars optica*, *p.* 254. Comme la *lune* éclaire la terre d'une lumière qu'elle reçoit du soleil, de même elle est éclairée par la terre qui lui renvoie aussi de son côté par réflexion des rayons du soleil, & cela en plus grande abondance qu'elle n'en reçoit elle-même de la *lune*; car la surface de la terre est environ treize fois plus grande que celle de la *lune*, & par conséquent en supposant à chacune de ces surfaces une texture semblable, eu égard à l'aptitude de réfléchir les rayons de lumière, la terre envertra à la *lune* dans cette supposition treize fois plus de lumière qu'elle n'en reçoit d'elle. Et cependant la lumière de la *lune* suffit pour nous faire distinguer la nuit tous les objets. Or dans les nouvelles *lunes*, le côté éclairé de la terre est tourné en plein vers la *lune*, & il éclaire par conséquent alors la partie obscure de la *lune*: les habitans de la *lune*, s'il y en a, doivent donc avoir alors pleine terre, comme dans une position semblable nous avons pleine *lune*; de-là cette lumière foible qu'on appelle *lumière cendrée* & qu'on observe dans les nouvelles *lunes*; car outre les cornes brillantes, on apperçoit encore le reste de son disque, & même assez pour y appercevoir & distinguer les grandes taches. Cette lumière va en s'affoiblissant à mesure que la *lune* s'écarte du lieu qu'elle occupoit relativement au soleil & à la terre, c'est-à-dire, à mesure que la *lune* s'approche de ses quadratures.

Quand la *lune* parvient en opposition avec le soleil, la terre vûe de la *lune* doit paroître alors en conjonction avec lui, & son côté obscur doit être tourné vers la *lune*; dans cette position la terre doit cesser d'être visible aux habitans de la *lune*, comme la *lune* cesse de l'être pour nous lorsqu'elle est nouvelle dans sa conjonction avec le soleil; peu après les habitans de la *lune* doivent voir la terre cornue, en un mot la terre doit présenter à la *lune* les mêmes phases que la *lune* présente à la terre.

C'est vers le troisième jour de la *lune* que la *lumière* cendrée est la plus sensible, parce que la lune est assez dégagée des rayons du soleil, & que son croissant n'est pas assez fort pour éteindre la *lumière* cendrée & nous empêcher de la distinguer.

Nature & propriétés de la lune. La *lune* n'a point de lumière propre, ce qui se prouve de plusieurs manières. 1.° Elle ne montre qu'une petite partie de son disque, lorsqu'elle suit le soleil prêt à se coucher; cette portion croit à mesure que la lune s'éloigne du soleil jusqu'à la distance de 180° où elle est pleine; & diminue au contraire à mesure que l'astre s'approche du soleil, & la lune perd toute sa lumière lorsqu'elle l'a atteint, 2.° sa partie lumineuse est constamment tournée vers l'occident lorsqu'elle est dans son croissant, & vers l'orient quand elle est dans son décours; de tout cela il suit évidemment qu'elle n'a d'éclairée que la seule partie sur laquelle tombent les rayons du soleil; enfin cela se prouve par les phénomènes des éclipses, qui n'arrivent que lorsque la *lune* est pleine, c'est-à-dire, lorsqu'elle est éloignée de 180° du soleil, on doit donc en conclure qu'elle n'a point de lumière propre, mais qu'elle emprunte du soleil toute celle qu'elle nous envoie.

La *lune* disparoît quelquefois dans les éclipses par un ciel clair, serein, de façon qu'on ne sauroit la découvrir avec les meilleures lunettes, quoique des étoiles de la 5e & 6e grandeur restent toujours visibles. Kepler a observé deux fois ce phénomène en 1581 & 1583; Hévélius en 1620; Riccioli, d'autres jésuites de Bologne, & beaucoup d'autres personnes en hollande observèrent la même chose le 14 Avril 1642, quoique la *lune* fût restée toujours visible à Venise & à Vienne. Le 23 Décembre 1703, il y eut une autre disparition totale, la *lune* parut d'abord à Arles d'un brun jaunâtre, & à Avignon elle parut rougeâtre & transparente, comme si le soleil avoit brillé au travers; à Marseille un des côtés parut rougeâtre, & l'autre fort obscur; & à la fin, elle disparut entièrement, quoique par un tems serein. Ces couleurs qui paroissoient différentes dans un même tems, n'appartenoient donc pas à la *lune*, on pensa qu'elles venoient de quelque matière qui l'entouroit & qui se trouvoit différemment disposée pour donner passage à des rayons de telle ou telle couleur.

L'œil nud ou armé d'un télescope, voit dans la face de la *lune* des parties plus obscures que d'autres, qu'on appelle *taches*. A travers le télescope, les bornes de la lumière & de l'ombre paroissent dentelées & inégales, composées d'arcs dissemblables, convexes & concaves. On observe aussi des parties lumineuses, dispersées ou semées parmi de plus obscures, & on voit des parties illuminées par-delà les limites de l'illumination; d'autres intermédiaires, restant toujours dans l'obscurité & auprès des taches, ou dans les taches même.

Or, comme toutes les parties de la surface de la *lune* sont également illuminées par le soleil, puisqu'elles en sont également éloignées; il s'ensuit que s'il y en a qui paroissent plus brillantes, & d'autres plus obscures, c'est qu'il en est qui réfléchissent les rayons du soleil plus abondamment que d'autres, & par conséquent qu'elles sont de différente nature: les parties qui sont le plutôt éclairées par le soleil, sont nécessairement plus élevées que les autres, c'est-à-dire, qu'elles sont au-dessus du reste de la surface de la *lune*.

Hévélius rapporte qu'il a souvent trouvé dans un tems très-serein, lors même que l'on pouvoit voir les étoiles de 6e & de 7e grandeur, qu'à la même hauteur & à la même élongation de la terre, & avec la même lunette, la *lune* & ses taches n'étoient pas toujours également lumineuses, & visibles, mais qu'elles étoient plus brillantes, plus pures & plus distinctes dans un tems que dans un autre.

On a assuré quelquefois que saturne, jupiter & les étoiles fixes, lorsqu'elles se cachoient derrière la *lune*, paroissoient près de son limbe, soit éclairé, soit obscur, changer leur figure circulaire en ovale; mais dans d'autres occultations, on n'a point trouvé d'altération; or il arrive que le soleil & la *lune* se levant & se couchant dans un horizon vaporeux ne paroissent plus circulaires, mais elliptiques par la réfraction; on a cru pouvoir en conclure que dans les tems où la figure presque circulaire des planètes, est changée par la *lune*, cet astre est alors entouré d'une matière dense qui réfracte les rayons que ces planètes envoient; & que si, dans d'autres tems, on n'observe point ce changement de figure, cette même matière ne se trouve plus autour de la *lune*, mais je suis porté à croire que ces différences n'ont pas été bien observées.

La *lune* est un corps opaque, couvert de montagnes & de vallées. On a mesuré la hauteur d'une de ces montagnes, & l'on a trouvé qu'elle avoit environ 3 lieues de haut. *V.* SELENOGRAPHIE. Il y a dans la *lune* de grands espaces, dont la surface est unie & égale, & qui réfléchissent en même tems moins de lumière que les autres. Or, comme la surface des corps fluides

est naturellement unie, & que ces corps entant que transparens transmettent une grande partie de la lumière, & n'en réfléchissent que fort peu, plusieurs astronomes ont conclu de-là que les taches de la *lune* étoient des corps fluides transparens, & que celles qui sont fort étendues étoient des mers. Les parties lumineuses des taches devoient être par la même raison des îles & des péninsules. Et puisque dans les taches & près de leur limbe, on remarque certaines parties plus hautes que d'autres, il faut, disoit-on, qu'il y ait dans les mers de la *lune* des rochers & des promontoires.

D'autres astronomes ont soutenu avec plus de fondement, qu'il n'y a point de mers dans la *lune;* si on regarde, disent-ils, avec un bon télescope les grandes taches que l'on prend pour des mers, on y remarque une infinité de cavernes ou de cavités, ce qui s'apperçoit principalement par le moyen des ombres qui sont jettées au-dedans lorsque la *lune* croît, ou lorsqu'elle est en décours. Or c'est, ajoutent-ils, ce qui ne paroît guère convenir à des mers d'une vaste étendue. Ainsi, ils croient que ces régions de la *lune* ne sont point des mers, mais qu'elles sont d'une matière moins dure & moins blanche que les autres contrées des pays montueux.

La *lune* est entourée, suivant quelques astronomes, d'une athmosphère; ils se fondent sur ce que dans les éclipses totales du soleil, on voit la *lune* environnée d'un anneau lumineux parallèle à sa circonférence; dans la grande éclipse de 1715, on vit l'anneau à Londres, & ailleurs; Kepler dit qu'on avoit vu la même chose à Naples & à Anvers dans une éclipse de 1605; & Wolf l'a observé aussi à Léipsick dans une de 1706, décrite fort au long dans les *acta eruditorum*, avec cette circonstance remarquable que la partie la plus voisine de la *lune* étoit visiblement plus brillante que celle qui en étoit plus éloignée, ce qui est confirmé par les observations des astronomes françois, (*Mémoires de l'Académie pour l'année* 1706). On en a conclu qu'il y avoit autour de la *lune* quelque fluide qui tout-à-la-fois réfléchissoit & brisoit les rayons du soleil; ce fluide devoit être plus dense près du corps de la *lune*, & plus rare au-dessus; or comme l'air qui environne notre terre est un fluide de cette espèce, on croyoit pouvoir en conclure que la *lune* avoit son air; on croyoit que l'air lunaire n'étoit pas toujours également transparent, qu'il changeoit quelquefois les figures sphériques des étoiles en ovales; dans quelques-unes des éclipses totales dont nous avons parlé, on avoit apperçu immédiatement avant l'immersion un tremblement dans le limbe de la *lune* avec une apparence de fumée claire & légère qui se tenoit suspendue au-dessus durant l'immersion, & qui s'étoit fait remarquer sur-tout en Angleterre; or ces mêmes phénomènes s'observent dans notre air quand il est plein de vapeurs; il sembloit donc que lorsqu'on les observoit dans la *lune*, son athmosphère devoit être alors pleine de vapeurs & d'exhalaisons : enfin puisque dans d'autres tems l'air de la *lune* est clair & transparent, & qu'il ne produit aucun de ces phénomènes, on en concluoit que les vapeurs étoient alors précipitées sur la *lune*, & qu'il falloit par conséquent qu'il fût tombé sur cet astre de la rosée, de la pluie ou de la neige.

Cependant d'autres astronomes ont observé que quand des étoiles s'approchent de la *lune*, elles ne paroissent souffrir aucune réfraction sensible, ce qui prouve que la *lune* n'a point d'athmosphère, du-moins telle que notre terre. Il y a beaucoup d'apparence que sur la *lune* il n'y a jamais de nuages, ni de pluies. Car s'il s'y trouvoit des nuages, on les verroit se répandre indifféremment sur toutes les régions du disque apparent, en sorte que ces mêmes régions nous seroient souvent cachées : or c'est ce qu'on n'a point observé. Il faut donc que le ciel de la *lune* soit parfaitement serein. On objecte que les nuages pourroient se trouver dans la partie de l'athmosphère qui n'est point éclairée du soleil, parce que la chaleur est plus grande dans la partie éclairée, la seule qu'il nous est permis d'appercevoir; cette chaleur excitée par les rayons du soleil pourroit raréfier l'athmosphère de la *lune*, mais la différence ne sauroit être si forte. On objecte encore que M. le Monnier a remarqué en 1736 & 1738, que l'étoile Aldébaran s'avançoit en plein jour un peu sur le disque éclairé de la *lune*, où cette même étoile disparut ensuite, après avoir entamé très-sensiblement le disque, & cela vers le diamètre horizontal de la *lune*, mais on peut conclure de-là une inflexion ou une irradiation, plutôt qu'une athmosphère comme la nôtre. La *lune* ayant de la ressemblance avec la terre, on a conclu qu'elle renfermoit aussi des tems où les plantes prennent racine, croissent & produisent des semences pour nourrir des animaux; comme nous savons d'ailleurs que la nature est uniforme & constante dans ses procédés, que les mêmes choses servent aux mêmes fins, pourquoi ne conclurions-nous donc pas qu'il y a des plantes & des animaux dans la *lune*? A quoi bon sans cela cet appareil de choses qui paroît si bien leur être destiné? ces preuves se fortifioient en faisant voir que notre terre est elle-même une planète, & que si on la voyoit des autres planètes, elle paroitroit dans l'une semblable à la *lune*, dans d'autres à *Vénus*, dans d'autres à *Jupiter*, &c. En effet, cette ressemblance, soit optique, soit physique, entre les différentes planètes, donneroit lieu de présumer qu'il s'y trouve les mêmes choses; mais s'il n'y a ni eau ni air, l'analogie devient bien foible.

M. de Buffon regarde la *lune* comme un corps refroidi & glacé, qui ne peut plus avoir ni air,

ni eau, ni végétation. (*Epoques de la nature.*) Les plus forts télescopes, ne nous montrent la *lune* que comme un reste de volcan sec & criblé de trous. M. du Séjour a trouvé que les rayons du soleil aux approches de la *lune*, éprouvoient une inflexion de 4" au plus, ce qui suppose ou peu ou point d'athmosphère; ainsi, l'on ne peut rien affirmer sur la ressemblance de la *lune* & de la terre.

Influence de la lune. On a attribué autrefois beaucoup de puissance à la *lune* sur les corps terrestres, & plusieurs personnes sont encore dans cette opinion; cependant si l'on examine la chose avec attention, il ne doit point paroître impossible que la *lune* ne puisse avoir beaucoup d'influence sur l'air que nous respirons & les différens effets que nous y observons. Il est certain que le soleil & la *lune* sur-tout, agissent sur l'Océan, & causent le *flux* & le *reflux* de la mer. Or si l'action de ces astres est si sensible sur la masse des eaux, pourquoi ne le fera-t-elle pas sur l'athmosphère qui les couvre? Pourquoi ne causera-t-elle pas dans cette athmosphere des mouvemens & des altérations sensibles? Il est vrai que le vulgaire tombe dans beaucoup d'erreurs à ce sujet, & nous ne prétendons point adopter tous les préjugés sur la nouvelle *lune*, sur les effets de la *lune*, tant en croissant ou en décours, sur les remèdes qu'il faut faire quand la *lune* est dans certains signes du zodiaque; mais nous croyons pouvoir dire que plusieurs vents, par exemple, & les effets qui en résultent, peuvent être attribués à l'action de la *lune*; que par son action sur l'air que nous respirons, elle peut changer la disposition de nos corps, & occasionner des maladies: il est vrai que comme les dérangemens qui arrivent dans l'athmosphère ont encore une infinité d'autres causes dont la loi ne paroît point réglée, les effets particuliers de la *lune* se trouvant mêlés & combinés avec une infinité d'autres, sont par cette raison très-difficiles à connoître & à distinguer; mais cela n'empèche pas qu'ils ne soient réels, & dignes de l'observation des philosophes. Le docteur Mead, célèbre médecin anglois, a fait un livre qui a pour titre: *de imperio solis ac lunæ in corpore humano*, de l'empire du soleil & de la *lune* sur les corps humains. M. Toaldo, dans son *Essai Météorologique*, en a donné des preuves pour les années pluvieuses, de même que dans son *faros météorologique*. Journal de Physique, *tome 21*, *page 176*.

LUNE, (*Calendrier*), se dit du mois lunaire, une *lune*, deux *lunes*, &c. un mois, deux mois, comptés sur les phases de la *lune*. Le peuple dit aussi la *lune* de mars, la *lune* d'avril, *&c.* sans trop savoir ce qu'il entend par-là. Les savans ont quelquefois varié à ce sujet, & il sera utile d'en donner ici l'explication. Voyez *le Journal des Savans*, *de 1771*, *Journal de Paris*, *mars 1783*.

Dans le *Journal Ecclésiastique* (*janvier 1771*) M. Rondet a mis une assez longue dissertation pour prouver que la *lune* paschale doit être appellée *lune de mars*: mais l'usage est contraire; car, suivant l'ancienne règle des computistes, *in quo completur mensi lunatio detur*: la *lune* de mars est celle qui finit dans le mois de mars. Cet usage est attesté par Clavius (*Calend. Rom.*, *pag.* 156), par M. Blondel, de l'académie des sciences, maréchal-de-camp, mort en 1686, dans son *Histoire du calendrier romain*, publiée en 1682 (*pag.* 119,) & par l'auteur d'un mémoire intitulé: *Question curieuse*, où l'on demande de quel mois de l'année solaire doit prendre son nom chaque mois de l'année lunaire; (*Journal de Trévoux*, *mai* 1741). L'usage que je viens d'observer a été de même suivi dans le grand ouvrage intitulé: *l'Art de vérifier les dates*, édition de 1770, *in-fol. p.* 22, réimprimé en 1783, *p. xxvj*. Sur ce principe, la *lune* paschale n'est jamais la *lune* de mars; ce que l'on avoit déja observé dans le *Mercure de France*, & dans le *Calendrier de la Flandre* pour l'année 1740.

Le vénérable Bede pensoit que le mois lunaire devoit prendre son nom du mois solaire où la pleine *lune* arrive; d'autres ont prétendu qu'il falloit donner au mois lunaire le nom du mois où la *lune* commençoit: mais dans une question de mots, si l'on veut prendre un parti, je crois qu'on peut s'en tenir à l'usage le plus général. L'on s'en est cependant écarté dans le *Colombat* ou *Calendrier de la Cour* jusqu'à 1770, où je fis supprimer la dénomination des *lunes*, en même temps que j'y fis quelques autres corrections.

Mais une semblable dénomination des *lunes* sera toujours équivoque; elle ne sera jamais comprise par le grand nombre de ceux qui s'en serviront; & c'est ce qui nous a obligé à n'en point faire usage.

Il faut convenir cependant que la dénomination des *lunes*, dans les 19 années du cycle lunaire; a dû faire adopter l'usage que j'ai expliqué ci-dessus, préférablement à tout autre. En effet, la première année du cycle lunaire, par exemple, 1767, a une lunaison qui commence le premier janvier, & finit le 30. C'est incontestablement dans son entier & pour tout le monde, la *lune* de janvier, & celle-là peut servir à régler toutes les autres. La suivante doit être naturellement appellée la *lune de février*: celle-ci finit en février. Il en est de même de toutes les suivantes, jusqu'au mois d'octobre de la troisième année, où il finit deux lunaisons, après lesquelles on commence à compter les *lunes* de la même manière. C'est donc naturellement la *lune*, qui finit dans un certain mois, qui doit en prendre la dénomination, supposé qu'on veuille attribuer une *lune* à chaque mois. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

LUNE ROUSSE. Ceux qui se servent de ce mot là ne savent guères quels sens on doit y attacher. Voici cependant ce que j'ai entendu dire de plus vraisemblable. Cette *lune* commence en avril & finit en mai: vers la fin d'avril & le commence-

ment de mai, les gelées sont très-dangereuses ; la pousse des plantes, des herbes, des arbres, est fort tendre : une gelée d'une certaine force est capable de tout gâter lorsque le soleil est ardent ; on attribue à la *lune* ces sortes de gelées, après lesquelles le soleil survenant, brûle tout & rend ces tendres pousses toutes rousses : de-là, peut-être, est venu le nom de *lune rousse*. (*D. L.*)

LUNETTE, s. f. (*Dioptr.*) instrument composé d'un ou de plusieurs verres, & qui a la propriété de faire voir distinctement ce qu'on n'appercevroit que foiblement ou point du tout à la vue simple.

Il y a plusieurs espèces de *lunettes* ; les plus simples sont les *lunettes* à mettre sur le nez, qu'on appelle autrement *besicles*, & qui sont composées d'un seul verre pour chaque œil. L'invention de ces *lunettes* passe pour être de la fin du xiij. siècle ; on l'a même attribuée au moine Roger Bacon, mort en 1292, mais M. le Prince prouve qu'on les connoissoit dès l'an 1166. (*Journal des Savans*, 1782, *page* 181, *in*-4.°). On peut voir aussi le *traité d'optique* de M. Smith, & l'*histoire des Mathématiques* de M. de Montucla, *tome I*, *page* 424.

Il y a des *lunettes* à mettre sur le nez, qu'on appelle des *conserves* ; mais elles ne méritent véritablement ce nom, que lorsqu'elles sont formées de verres absolument plans, dont la propriété se borneroit à affoiblir un peu la lumière sans changer rien d'ailleurs à la disposition des rayons. Dans ce cas, ils pourroient servir à une vue qui ne seroit ni *myope* ni *presbyte*, mais qui auroit seulement le défaut d'être blessée par une lumière trop vive. Ainsi les *lunettes* qu'on appelle *conserves*, ne méritent point ce nom, parce qu'elles sont presque toujours formées de verres convexes, qui servent à remédier à un défaut réel de la vue ; défaut qui consiste à ne pas voir distinctement les objets trop proches & trop petits ; ce défaut augmente à mesure qu'on avance en âge.

Les *lunettes* d'approche s'appellent quelquefois en latin *telescopia*, mais en françois on réserve le nom de télescopes aux instrumens formés par des miroirs. *Voyez* Télescope.

L'invention des lunettes d'approche, devenue si utile à l'astronomie, fut faite vers l'an 1609, par hasard en hollande ; mais Molyneux, dans sa dioptrique, observe que Roger Bacon en avoit donné quelque idée ; & Kepler, dans une dissertation imprimée en 1611, remarquoit que J. B. Porta, napolitain, en avoit parlé avant la fin du seizième siècle, d'une manière assez positive.

Galilée, dans le *nuncius sydereus*, publié au mois de mars 1610, raconte qu'environ 10 mois auparavant, le bruit s'étoit répandu qu'un certain hollandois avoit fait une *lunette*, par le moyen de laquelle les objets éloignés paroissoient fort proches. Il en chercha la raison, & méditant sur les moyens de faire un pareil instrument, par le moyen des loix de la réfraction, il y parvint bientôt. Il mit aux deux extrémités d'un tube de plomb, deux verres, plans d'un côté & sphériques de l'autre, mais dont l'un avoit un côté convexe, & l'autre un côté concave, alors il vit les objets trois fois plus près qu'à la vue simple. Galilée continua à perfectionner cette invention, & les découvertes les plus curieuses dans le ciel en furent le résultat.

Les *lunettes* dont se servent aujourd'hui les astronomes sont formées de deux verres convexes, dont l'un tourné du côté de l'objet s'appelle l'*objectif*, & l'autre vers lequel on place l'œil s'appelle l'*oculaire*. Voici en abrégé la manière dont se produit l'effet des *lunettes*, on le trouvera plus au long dans les livres d'optique déjà cités ; je ne rapporterai ici que les principes les plus simples, pour mettre sur la voie le lecteur qui ne voudra pas recourir à d'autres livres.

Les rayons *S A*, *S A* (*fig.* 287 *d'Astronomie*), qui viennent d'un point lumineux, par exemple d'une étoile, sont parallèles entre eux, à cause de la grande distance ; ils se réunissent en un foyer *F* & ils y forment l'image du point lumineux. C'est dans ce point où l'on place des fils ; ces rayons, après s'être réunis au point *F*, s'écartent & vont tomber sur l'oculaire *GG*, duquel ils sortent parallèles pour entrer dans l'œil placé en *O*. Un œil bien constitué, c'est-à-dire, qui n'est ni myope ni presbyte, voit distinctement un objet, lorsque les rayons qui vont de l'objet à l'œil y arrivent parallèlement entre eux, & il voit l'objet sur l'axe optique *C F*, ou sur la ligne qui passe par l'objet, par le centre de l'objectif, & par le point *F* du foyer où tous les rayons étoient rassemblés avant que d'arriver à l'oculaire.

Si l'on considère deux points lumineux, par exemple, les deux extrémités *S* & *L* d'un objet (*fig.* 288), on aura deux axes, *S A F* & *L A G* ; le point *S* envoie une infinité de rayons parallèles entre eux, qui vont tous se réunir en un point *F*, pour arriver ensuite à l'œil parallèles entr'eux ; c'est ainsi que l'œil apperçoit distinctement l'image de cet objet au point *F* ; de même le point *L* envoie une infinité de rayons qui, couvrant la surface de l'objectif, vont ensuite se réunir au foyer *G*, sur l'axe *L A G*, & font voir distinctement le point *L* ; l'angle que ces rayons *S A F* & *L A G* font entre eux après avoir traversé l'oculaire, lorsqu'ils arrivent à l'œil, est plus grand que celui des rayons directs ; & l'on démontre dans les livres d'optique, que la grandeur apparente d'un objet est multipliée autant de fois que le foyer de l'objectif contient celui de l'oculaire ; ainsi une lunette de 18 piés de foyer, avec un oculaire de 2 pouces de foyer, grossit un objet 108 fois, parce que deux pouces sont contenus 108 fois dans 18 pieds ; avec une semblable lunette on voit les objets comme on les verroit s'ils étoient 108 fois plus près de nous qu'ils ne sont réellement.

La grandeur de l'image *G F*, répond à un angle

GAF, égale à l'angle *SAL*, qui mesure le diamètre de l'objet ; ainsi, pour qu'un objet qui a 32′ de diamètre puisse se voir dans une *lunette*, il faut que l'ouverture de l'oculaire soit assez grande pour que le demi-diamètre *BF* de cette ouverture soustende un angle de 16′ au centre *A* de l'objectif ; c'est cette ouverture de l'oculaire, ou plutôt celle du diaphragme ou du cercle de carton qu'on place au foyer *F* d'une *lunette*, qui décide seule du *champ* de la *lunette*, c'est-à-dire, de la grandeur de l'objet que l'on peut y appercevoir.

Le diamètre qui est l'ouverture de l'objectif, décide seul de la quantité de lumière ; elle est comme le carré du diamètre ; mais comme les surfaces des objectifs ne peuvent se travailler que dans des bassins circulaires, & que les surfaces sphériques ne réunissent pas tous les rayons réellement en un même point, on ne peut donner à l'objectif qu'une ouverture qui soit petite en comparaison de la longueur du foyer. Les lunettes ordinaires de 18 pieds, dont les astronomes se servent souvent, ne peuvent guères comporter une ouverture de plus de deux pouces & demi ; mais, depuis quelques années, ils emploient presque tous des lunettes acromatiques, c'est-à-dire, dont l'objectif est composé de deux sortes de verre, pour corriger la différente réfrangibilité des rayons, & l'aberration de la figure sphérique. *Voyez* ACHROMATIQUE.

LUNETTE MÉRIDIENNE, ou instrument des passages. *Voyez* PASSAGES.

LUNETTE PARALLATIQUE, ou machine parallatique. *Voyez* PARALLATIQUE.

LUNETTE DOUBLE, *iconantidyptique* ou *diplantidienne*, dans laquelle on voit deux images du même objet, l'une droite l'autre renversée. M. Jeaurat, de l'Académie des Sciences, remarquoit en 1778, que si dans une *lunette* méridienne ou l'on observe le passage d'un astre, on voyoit deux images du même astre, l'une droite l'autre renversée, l'une avançant vers la droite & l'autre vers la gauche, le moment du concours des deux images seroit plus facile à saisir, & qu'on auroit plus exactement le passage au méridien, & qu'on seroit dispensé d'éclairer les fils, parce que le concours des deux images seroit voir le passage dans l'axe de la *lunette*. Il proposa son idée à M. Navarre, opticien qui logeoit à l'observatoire, & celui-ci en construisit une dont il y a une notice dans le *Journal de Physique*, décembre 1778, *page* 485. On l'appella d'abord iconantidyptique, d'après des mots grecs qui signifient images opposées doubles, ensuite diplantidienne, qui exprime aussi des images doubles opposées & semblables.

Pour construire cette *lunette*, il faut avoir un objectif qui soit percé d'un trou dans le milieu, dans ce trou l'on insère un tuyau qui porte deux autres objectifs, on a ainsi deux *lunettes* l'une dans l'autre, & le même oculaire sert à toutes les deux, la *lunette* extérieure n'a qu'un objectif, ainsi elle renverse les objets, la *lunette* intérieure en a deux, placés de manière que l'objet soit redressé, ainsi le même oculaire fait voir les deux images en sens contraire.

Mais comme l'objectif extérieur est en forme de zone ou d'anneau, il forme une *lunette* très-défectueuse, parce que le grand diamètre qu'il faut lui donner, produit une grande aberration de rayons colorés. La *lunette* intérieure ayant deux objectifs éloignés l'un de l'autre, est beaucoup moins bonne que les *lunettes* terrestres, qui ont un objectif avec trois oculaires pour redresser les objets ; d'ailleurs ces deux objectifs, étant nécessairement fort convexes, sont sujets à une grande aberration de sphéricité.

Il faudroit que, dans cet instrument, on pût rendre le grossissement égal pour les deux *lunettes*, que les images eussent la même clarté, & que l'aberration fût la même. M. l'abbé Boscovich a cherché par l'analyse à remplir ces conditions, mais il a trouvé qu'en faisant les trois objectifs acromatiques, on auroit un effet beaucoup moindre que celui d'une *lunette* acromatique ordinaire qui seroit moitié plus courte.

On trouve des calculs pour cette sorte de *lunette*, par M. Jeaurat, dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, dans les *Transactions Philosophiques*, & ensuite dans la *Connoissance des temps* de 1786, & M. Kratzenstein en a donné la construction dans les *mémoires de Pétersbourg* pour 1779.

LUNETTE *d'épreuve*, (*Astron.*) est une *lunette* bien centrée, qui porte deux carrés aux extrémités de son tube, & qui sert à vérifier divers instrumens ; cette *lunette* d'épreuve (*pl. d'Astron.*, *fig.* 236), peut s'appeller aussi *lunette centrée*, *lunette contre-pointée* ; les tasseaux carrés *C* & *D* doivent être exactement égaux & rectangles avec leurs faces opposées parallèles & bien dressées ; l'objectif doit être si bien centré, que la ligne *AB* passant par la croisée des fils, réponde au même point, lorsqu'on place la *lunette* sur chacune de ses deux faces à volonté : ceux qui font les instrumens d'astronomie, ont besoin de cette *lunette* d'épreuve, pour rendre la *lunette* d'un quart de cercle parallèle au plan. *Voyez* PARALLELISME. (*D. L.*)

LUNISOLAIRE, adj. (*Astronomie*) marque ce qui a rapport à la révolution du soleil & à celle de la lune, considérées ensemble. Le cycle lunaire de 19 ans est la première de toutes les périodes lunisolaires ; celle de 18 ans ou 223 lunaisons, ramene les éclipses dans le même ordre, mais dix jours plus tard.

On a quelquefois appellé année *lunisolaire*, une période d'années formée par la multiplication du cycle lunaire, qui est de 19 ans, & du cycle solaire qui est de 28. Le produit de ces deux nombres est 532. Cette période est aussi appellée *dionysienne*, du nom de Denys le Petit, son inventeur. Quand elle est révolue, les nouvelles & les pleines lunes reviennent à très-peu-près aux mêmes jours du mois ; & chaque jour du mois se trouve précisément au même jour de la semaine.

La période

La période *lunisolaire* de 600 ans, ramene le soleil & la lune au même point du ciel & presque au même jour de l'année; du moins son erreur n'est que la moitié de celle du cycle lunaire.

La période *lunisolaire* de Louis le Grand, proposée par Domin. Cassini, est de 11600 ans, elle ramene les nouvelles lunes presque à la même heure de l'année grégorienne. (*Regles de l'Astron. indienne*). (*D. L.*)

LUNULE, s. f. (*Géom.*) figure plane en forme de croissant, terminée par des portions de circonférence de deux cercles qui se coupent à ses extrémités.

Quoiqu'on ne soit point encore venu à bout de trouver la quadrature du cercle en entier, cependant les géomètres ont trouvé moyen de quarrer plusieurs parties du cercle: la première quadrature particlle qu'on ait trouvée, a été celle de la *lunule*: nous la devons à Hippocrate de Chio. *Voyez* GÉOMÉTRIE.

Soit AEB (*Pl. de Géométrie*, *fig.* 8), un demi-cercle, & $GC = GB$; avec le rayon BC décrivez un quart de cercle AFB, $AEBFA$ sera la *lunule* d'Hippocrate.

Or, puisque le quarré BC est double de celui de GB, (*voyez* HYPOTHÉNUSE), le quart de cercle $AFBC$ sera égal au demi-cercle AEB; ôtant donc de part & d'autre le segment commun $AFBGA$, la *lunule* $AEBFA$ se trouvera égale au triangle rectiligne ACB, ou au quarré de GB. *Chambers.*

Voyez sur la *lunule* d'Hippocrate & sur Hippocrate même, les Mémoires de l'Académie des sciences de Prusse, *année* 1748. *Voyez* aussi l'*article* GÉOMÉTRIE.

Différens géomètres ont prouvé que non-seulement la *lunule* d'Hippocrate étoit quarrable, mais encore que l'on pouvoit quarrer différentes parties de cette *lunule*; ce détail nous meneroit trop loin. On peut consulter un petit écrit de M. Clairaut le cadet, qui a pour titre, *diverses quadratures circulaires, elliptiques & hyperboliques.* (*O*)

L Y N

LYNX, (*Astron.*) constellation boréale introduite par Hévélius, pour rassembler des étoiles informes entre la grande ourse & le cocher, au-dessus des gémeaux: cette place restoit vide dans les anciens globes, ou servoit à mettre le titre & les explications. Ces étoiles ne sont que de la cinquième ou de la sixième grandeur; voilà pourquoi Hévélius leur donna le nom du *lynx*, qui passe pour avoir la vue très-perçante; cependant elles sont visibles à l'œil simple, & Hévélius en détermina dix-neuf; Flamsteed en a mis quarante-quatre dans son grand catalogue britannique, mais il les observoit avec des lunettes. La principale étoile du *lynx* est à l'extrémité de sa queue, elle est de quatrième grandeur suivant Flamsteed; sa longitude en 1690 étoit de 4ˢ 7ᵈ 31′ 10″; & sa latitude de 17ᵈ 56′ 0″ boréale. (*D. L.*)

LYON, *voyez* LION.

LYRE, (*Astron.*) constellation boréale, appellée aussi en latin *lyra*, *cythara apollinis*, *orphei*, *mercurii*, *arionis*, *amphyonis*; *testudo sive chelys marina*, *fidicula*, *fides*; *falco sylvestris*, *vultur cadens*, *deferens psalterium*, *pupillam & testam*; *fidicen*; *aquila marina*, *aquila cadens*. La belle étoile de cette constellation s'appelle souvent aussi *la lyre*, *wega*, *pupilla*, *testa*. On représente communément un vautour qui porte une *lyre* ou plutôt un décacorde, & par-là on satisfait aux différens noms qu'a eus cette constellation. M. Dupuis croit que le nom de vautour est venu de ce qu'elle tournoit anciennement fort près du pôle; on compara ce mouvement à celui des oiseaux quand ils fondent sur leur proye; le nom de *testudo*, qui signifioit *tortue*, vient peut-être aussi de la lenteur de son mouvement; le nom de *lyre* peut venir encore de ce qu'anciennement les cordes de la lyre se montoient sur une écaille de tortue. On l'appelle *vultur cadens*, parce que le vautour regarde vers le midi, où il semble descendre, au lieu que l'aigle qu'on représentoit s'élevant vers le haut du ciel, s'appella *vultur volans*. Cette constellation servit dans la suite par son lever du soir, à fixer le commencement de l'année équinoxiale, & le départ des sphères, lorsque le taureau étoit le premier des signes (*Astron. T. IV.*) C'est ce vautour ou *accipiter* qu'on voit sur les obélisques égyptiens; & il fut adoré en orient, sous le nom de *Nesroch* ou *Nesr-Waki*; c'est le nom de cette constellation dans Ulug-Beigh. Elle est composée de 21 étoiles dans le catalogue britannique, la principale, qui est de première grandeur, avoit en 1750, 9ˢ 11ᵈ 48′ 37″ de longitude, & 61ᵈ 44′ 50″ de latitude boréale.

LYS, (*Astron.*) *voyez* FLEUR-DE-LYS.

M A C

MACERIS (*Astron.*) nom de la constellation d'hercule.

MACHINE, s. f. (*Hydraul.*) dans un sens général, signifie ce qui sert à augmenter & à régler les forces mouvantes de quelque instrument destiné à produire du mouvement, de façon à épargner ou du temps dans l'exécution de cet effet, ou de la force dans la cause. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE.

Ce mot vient du grec μηχανὴ, *machine*, *invention*, *art*. Ainsi, une *machine* consiste encore plutôt dans l'art & dans l'invention que dans la force & dans la solidité des matériaux.

Les *machines* se divisent en simples & composées; il y a six *machines* simples auxquelles toutes les autres *machines* peuvent se réduire, la balance & le levier, dont on ne fait qu'une seule espèce; le

treuil, la poulie, le plan incliné, le coin & la vis. *Voyez* Balance, Levier, *&c.* On pourroit même réduire ces six *machines* à trois, le levier, le plan incliné & le coin; car le treuil & la poulie se rapportent au levier, & la vis au plan incliné & au levier. Quoi qu'il en soit, à ces six machines simples M. Varignon en ajoute une septième, qu'il appelle *machine funiculaire. Voyez* Funiculaire.

Machine composée, c'est celle qui est en effet composée de plusieurs *machines* simples combinées ensemble.

Le nombre des *machines composées* est à présent presque infini, & cependant les anciens semblent en quelque manière avoir surpassé de beaucoup les modernes à cet égard; car leurs *machines* de guerre, d'architecture, *&c.* telles qu'elles nous sont décrites, paroissent supérieures aux nôtres.

Il est vrai que, par rapport aux *machines* de guerre, elles ont cessé d'être nécessaires depuis l'invention de la poudre, par le moyen de laquelle on a fait en un moment ce que les béliers des anciens & leurs autres *machines* avoient bien de la peine à faire en plusieurs jours.

Les *machines* dont Archimède se servit pendant le siége de Syracuse, ont été fameuses dans l'antiquité; cependant on révoque en doute aujourd'hui la plus grande partie de ce qu'on en raconte. Nous avons de très-grands recueils de *machines* anciennes & modernes, & parmi ces recueils, un des principaux est celui des *machines* approuvées par l'Académie des Sciences, imprimé en six volumes *in*-4.° On peut aussi consulter les recueils de Ramelli, de Lupold, & celui des *machines* de Zabaglia, homme sans lettres, qui, par son seul génie, a excellé dans cette partie.

Machine architectonique, est un assemblage de pièces de bois tellement disposées, qu'au moyen de cordes & de poulies un petit nombre d'hommes peut élever de grands fardeaux & les mettre en place: telles sont les grues, les crics, *&c. Voyez* Grue, Crie, &c.

On a de la peine à concevoir de quelles *machines* les anciens peuvent s'être servis pour avoir élevé des pierres aussi immenses que celles qu'on trouve dans quelques bâtimens anciens.

Lorsque les Espagnols firent la conquête du Pérou, ils furent surpris qu'un peuple qu'ils croyoient sauvage & ignorant, fût parvenu à élever des masses énormes, à bâtir des murailles dont les pierres n'étoient pas moindre que de dix piés en quarrée, sans avoir d'autres moyens de charrier qu'à force de bras, en trainant leur charge, & sans avoir seulement l'art d'échaffauder; pour y parvenir, ils n'avoient point d'autre méthode que de chausser la terre contre leur bâtiment à mesure qu'il s'élevoit, pour l'ôter après.

Machine hydraulique ou *machine à eau*, signifie ou bien une simple *machine* pour servir à conduire ou élever l'eau, telle qu'une écluse, une pompe, *&c.* ou bien un assemblage de plusieurs *machines* simples qui concourent ensemble à produire quelques effets hydrauliques, comme la *machine* de Marly. Dans cette machine, le premier mobile est un bras de la rivière de Seine, lequel, par son courant, fait tourner plusieurs grandes roues qui menent des manivelles, & celles-ci des pistons qui élevent l'eau dans les pompes; d'autres pistons la forcent à monter dans des canaux le long d'une montagne jusqu'à un réservoir pratiqué dans une tour de pierre fort élevée au-dessus du niveau de la rivière, & l'eau de ce réservoir est conduite à Versailles, par le moyen d'un aqueduc. M. Weidler, professeur en astronomie à Wirtemberg, a fait un traité de *machines hydrauliques*, dans lequel il calcule les forces qui font mouvoir la *machine* de Marly; il les évalue à 1000594 livres, & il ajoute que cette *machine* élève tous les jours 11700000 liv. d'eau à la hauteur de 500 piés. M. Daniel Bernoully, dans son *hydrodynamique*, *section* 9, a publié différentes remarques sur les *machines hydrauliques*, & sur le dernier degré de perfection qu'on leur peut donner.

Les pompes de la Samaritaine & du pont Notre-Dame à Paris, sont aussi des *machines hydrauliques*. La première a été construite pour fournir de l'eau au jardin des Tuileries, & la seconde en fournit aux différens quartiers de la ville. On trouve dans l'ouvrage de M. Belidor, intitulé: *architecture hydraulique*, le calcul de la force de plusieurs *machines* de cette espèce. *Voyez* la description de plusieurs des ces *machines*, au *mot* Hydraulique.

Les *machines* militaires des anciens étoient de trois espèces: les premières servoient à lancer des flèches, comme le scorpion; des pierres ou des javelines, comme la catapulte; des traits ou des boulets, comme la baliste; des dards enflammés, comme le pyrobole: les secondes servoient à battre des murailles, comme le bélier: les troisièmes enfin, à couvrir ceux qui approchoient des murailles des ennemis, comme les tours de bois; *&c.* *Voyez* Scorpion, Catapulte, *&c.*

Pour calculer l'effet d'une *machine*, on la considère dans l'état d'équilibre, c'est-à-dire, dans l'état où la puissance qui doit mouvoir le poids ou surmonter la résistance, est en équilibre avec le poids ou la résistance. On a donné pour cela des méthodes aux *mots* Equilibres & Forces mouvantes, & nous ne les répeterons point ici; mais nous ne devons pas oublier de remarquer qu'après le calcul du cas de l'équilibre, on n'a encore qu'une idée très-imparfaite de l'effet de la *machine*: car comme toute *machine* est destinée à mouvoir, on doit la considérer dans l'état de mouvement, & alors il faut avoir égard, 1.° à la masse de la *machine*, qui s'ajoute à la résistance qu'on doit vaincre, & qui doit augmenter par conséquent la puissance; 2.° au frottement qui augmente prodigieusement la résistance, comme on le peut voir aux *mots* Frottement & Corde, où l'on trouvera quelque essais de calcul à ce sujet. C'est principalement ce

frottement & les loix de la résistance des solides, si différens pour les grands & pour les petits corps (*voyez* Résistance ;) ce sont, dis-je, ces deux causes qui font souvent qu'on ne sauroit conclure de l'effet d'une *machine* en petit à celui d'une autre *machine* semblable en grand, parce que les résistances n'y sont pas proportionnelles aux dimensions des *machines*. Sur les *machines* particulières, *voyez* les différens *articles* de ce Dictionnaire, Levier, Poulie, &c. (*O*)

MACHINE *qui se meut d'elle-même*, (*Méchan.*) Un machiniste de Gorcum en Hollande donna, il y a quelques années, l'idée d'une *machine* capable de se mouvoir d'elle-même, ou plutôt par la force attractive de deux pierres d'aimant. Voici la description de cette invention singulière, dont on voit la figure dans les *planches de Méchan. fig.* 201.

Cette *machine* est composée d'un chassis *A B C D*, dans lequel elle se meut.

E & F, sont deux roues de cuivre de même diamètre, dont l'axe *G* est mobile.

1, 2, 3, &c. sont des aimans artificiels placés dans les dents & tout autour de la roue, fort près l'un de l'autre, mais qui ne se touchent point. Les poles du nord regardent le point *E*, & ceux du sud le point *F*.

H & I, sont deux aimans égaux & semblables, enchâssés dans la plaque de cuivre *A C*, le plus près l'un de l'autre qu'il est possible.

K & L, sont deux autres aimans enchâssés dans la plaque *B D*.

Comme le pole nord d'un aimant repousse le même pole d'un autre, & attire celui du sud, & qu'en général celui-ci repousse le pole sud, & attire celui du nord, il s'ensuit que le pole sud de l'aimant *I* doit attirer tous ceux du nord qui sont en *E*, & le pole nord de l'aimant *H*, repousser tous ceux du nord dans le point *M*: de même *K* attire au point *N*, & repousse au point *O*, au moyen de quoi la *machine* tourne sans cesse.

Comme sa réussite dépend en partie de la proximité des poles, je suis d'avis qu'on ne les espace que d'$\frac{1}{10}$ de pouce. La proportion des autres parties dépend de la volonté de l'artiste. On posera les aimans de champ, & non à plat, &, pour les conserver, on les armera d'un cercle de cuivre.

Le machiniste de Gorcum, à qui l'on doit la première idée de cette *machine*, prétendoit qu'elle conserveroit son mouvement tant que les aimans conserveroient leur vertu. (*Cet article est tiré des journaux anglois, & traduit par V.*)

MACHINISTE, s. m. (*Art méchan.*) est un homme qui, par le moyen de l'étude de la Méchanique, invente des *machines* pour augmenter les forces mouvantes, pour les décorations de théâtre, l'Horlogerie, l'Hydraulique & autres.

Machine *parallatique*. *V.* Parallatique.

Machine *pneumatique*, (*Astron.*) *Antlia pneumatica*, constellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, entre l'hydre & le vaisseau La principale étoile est de 5e grandeur, son ascension droite, pour 1750, est de 153° 55′ 52″, & sa déclinaison 29° 47′ 4″ australe. Ainsi, elle est élevée de 11° à Paris. (*D. L.*)

MAD

MADRIERS, s. m. (*Hydraul.*) : ce sont des planches fort épaisses de bois de chêne, qui servent à soutenir les terres, ou à former des plates-formes pour asseoir la maçonnerie des puits, des citernes & des bassins. (*K*)

MAIA, nom d'une des *pléïades*.

MAIN *de justice*, (*Astron.*), constellation placée entre pégase, céphée & andromède. *Voyez* Sceptre.

MAISON *céleste*, dans l'ancienne astrologie, est la douzième partie du ciel, comprise entre deux cercles de position. Ces cercles passent par les deux intersections du méridien & de l'horizon, & coupent l'équateur en douze parties égales.

La première *maison*, qui suit immédiatement le point ascendant au-dessous de l'horizon à l'orient, est appellée *horoscope*; on l'appelle aussi la *maison de la vie* & l'*angle oriental*.

La seconde *maison*, qui suit plus bas, est appellée la *maison des richesses* ou *des espérances de fortune*.

La troisième est la *maison des frères*.

La quatrième, dans le plus bas du ciel, est la *maison des parens*, *l'angle de la terre*, le *fond du ciel*.

La cinquième est la *maison des enfans*.

La sixième, la *maison de la santé*.

La septième, la *maison du mariage* & *l'angle d'occident*.

La huitième, *maison de la mort & porte supérieure*.

La neuvième, *maison de la piété* ou *de la religion*.

La dixième, *maison des offices*, *dignités*, *couronnes*.

L'onzième, *maison des amis*, *des bienfaits*.

La douzième, *la maison des ennemis*, *de la prison*.

Ces douze *maisons* célestes sont représentées en deux façons par les astrologues, dans un cercle & dans un carré, comme on le voit dans les figures 231 & 232 des *planches d'Astronomie*.

Quand on construit un thème de nativité, l'on marque, dans chaque case, les situations des planètes qui occupent chaque maison.

Les anciens auteurs d'éphémérides, tels que Maginus, Stadius, Origanus, Argoli, expliquoient fort au long la manière de trouver le commence-

ment de chaque *maison*, *domorum cuspides*, par le calcul & par des tables qu'on avoit dressées pour cet effet. Le point culminant de l'écliptique est le commencement de la 10e *maison*. La longitude de la première *maison* est le point ascendant, ou le *nonagesime* augmenté de trois signes. La première colonne de ces tables est intitulée: *tempus à meridie*, c'est l'ascension droite du milieu du ciel pour le moment de la nativité. Mais nous n'expliquerons pas ici le calcul des *maisons* : il y a maintenant trop peu de personnes qui donnent dans ces vieilles rêveries. (*D. L.*)

MAPPEMONDE, carte géographique où sont représentés les deux hémisphères; ordinairement, par une projection stéréographique, l'œil étant supposé dans l'équateur & à 90° du premier méridien.

M A R

MARÉE, (*Phys.*) f. f. se dit de deux mouvemens périodiques des eaux de la mer, par lesquels la mer s'élève & s'abaisse alternativement deux fois par jour. On appelle aussi ce mouvement *flux & reflux de la mer.*

Quand le mouvement de l'eau est contraire au vent, on dit que *la marée porte au vent.* Quand on a le cours de l'eau & le vent favorable, on dit *qu'on a vent & marée.* Quand le cours de l'eau est rapide, on l'appelle *forte marée.* On dit, *attendre les marées* dans un parage ou dans un port, quand on mouille l'ancre, ou qu'on entre dans un port pendant que la *marée* est contraire, pour remettre à la voile avec la *marée* suivante & favorable. On dit, *refouler la marée*, quand on va contre le cours de la *marée.*

Quand la lune entre dans son premier & dans son troisième quartier, c'est-à-dire, quand on a nouvelle & pleine lune, les *marées* sont hautes & fortes, & on les appelle *grandes marées.* Et quand la lune est dans son premier ou dans son dernier quartier, les *marées* sont basses & lentes, on les appelle *marées* mortes, *mortes-eaux* ou *eaux mortes.*

Nous avons donné, au *mot* FLUX & REFLUX, les principaux phénomènes des *marées*, & nous en avons expliqué la cause. *Voyez* aussi le *dictionnaire de Marine.*

MARS, (*astronomie*), est une des cinq planètes principales, & la moins éloignée de nous, des trois supérieures; elle est placée entre la terre & Jupiter, on la distingue par sa couleur rougeâtre.

Son caractère est ♂, sa moyenne distance du soleil est à la moyenne distance du soleil à la terre comme 152369, est à 100000, & son excentricité est à la même moyenne distance du soleil à la terre comme 14211 est à 100000, ce qui donne pour l'équation 10° 40′ 20″. L'inclinaison de son orbite, c'est-à-dire, l'angle formé par le plan de son orbite & celui de l'écliptique, est d'un degré 51 min. Le tems périodique dans lequel il fait sa révolution autour du soleil, est de 686 jours 22 heures 18 minutes 27′, mais il revient en opposition au bout de 2 ans, 49 jours, 22^h^ 18′ 26″. Sa révolution autour de son axe se fait en 24 heures 39′ 21″ $\frac{2}{3}$. Son diamètre paroît de 26 à 27 secondes, quand il est le plus près de nous.

Mars a des phases comme la lune, selon ses différentes situations, à l'égard de la terre & du soleil, car il paroît plein dans ses oppositions & ses conjonctions; parce qu'alors tout l'hémisphère qu'il nous présente est éclairé par le soleil. Dans ses quadratures, nous ne voyons pas tout entier l'hémisphère qui est éclairé du soleil, mais il n'est jamais en croissant comme la lune ou les planètes inférieures.

Quand cette planète est en opposition avec le soleil, elle se trouve beaucoup plus près de la terre que quand elle approche de sa conjonction, phénomène qui auroit suffi pour faire tomber absolument l'hypothèse de Ptolémée. *V.* SYSTÊME.

La distance de *mars* à la terre étant alors deux ou trois fois moindre que celle du soleil, sa parallaxe doit être deux ou trois fois plus grande que celle du soleil; ce qui fait que quoique la parallaxe du soleil soit très-difficile à déterminer à cause de sa petitesse, on peut la déterminer plus exactement par le moyen de la parallaxe de *mars*, qui à l'horizon est d'environ 25 secondes.

Le docteur Hook observa, en 1665, plusieurs taches sur le disque de *mars*, & comme elles avoient un mouvement, il en conclut que la planète tournoit autour de son centre. En 1666, M. Cassini observa plusieurs taches sur les deux faces ou hémisphères de *mars*, & il trouva en continuant ses observations avec grand soin, que ces taches se mouvoient peu-à-peu d'Orient en Occident, & qu'elles revenoient dans l'espace de 24 heures 40 min. à leur première situation. Mais M. Herschel l'a déterminé plus exactement.

Mars paroît toujours rougeâtre & d'une lumière trouble, d'où plusieurs astronomes ont conclu qu'il est environné d'une athmosphère épaisse & nébuleuse.

Outre la couleur rougeâtre de *mars*, on croit avoir encore une autre preuve de son athmosphère : lorsqu'on voit quelques étoiles fixes près de son disque, elles paroissent alors obscures & presqu'éteintes, mais ces observations sont rares.

La distance de cette planète au soleil étant à celle du soleil à la terre, comme 3 à 2, si l'on étoit placé dans *mars* on verroit le soleil d'un tiers moins grand qu'il ne nous paroît ici, & par conséquent le degré de lumière & de chaleur que *mars* reçoit du soleil, est moins grand que celui qu'on en reçoit sur la terre, en raison de

à 9. Cette proportion peut néanmoins varier sensiblement, eu égard à la grande excentricité de cette planète.

La période ou l'année de *mars*, suivant qu'on l'a déjà observé, & presque deux fois aussi grande que la nôtre; & son jour naturel où le tems que le soleil y paroît sur l'horizon (est presque égal au nôtre. L'inclinaison de l'axe sur l'orbite de *mars* est de 28° 42', suivant les nouvelles observations de M. Herschel; ainsi, la diversité des saisons y est plus grande que sur la terre, où il n'y a que 23° 28' d'obliquité. On avoit cru mal-à-propos jusqu'ici qu'il ne pouvoit y avoir que fort peu de variété de saisons, & presque point de différence de l'été à l'hiver, quand à la longueur des jours & à la chaleur. D'ailleurs des lieux situés en différentes latitudes, c'est-à-dire, à différentes distances de son équateur, recevront différens degrés de chaleur, par rapport à l'inclinaison différente des rayons du soleil sur l'horizon, comme il nous arrive à nous-mêmes lorsque le soleil est dans l'équinoxe ou dans les tropiques.

Grégori essayoit de rendre raison par-là des bandes qu'on remarque dans *mars*, c'est-à-dire, de certaines barres ou filets qu'on y voit & qui y sont placés parallèlement à son équateur : sur la terre le même climat reçoit, en des saisons différentes, différens degrés de chaleur; dans *mars*, le même parallèle devant toujours recevoir un degré de chaleur presqu'égal, il s'ensuivoit que ces taches pouvoient vraisemblablement se former dans *mars* & dans son atmosphère, comme la neige & les nuages se forment dans le nôtre, c'est-à-dire, par les intensités du chaud & du froid constamment différentes en différens parallèles, & que ces bandes pouvoient venir à s'étendre en cercles parallèles à l'équateur ou au cercle de la révolution diurne. Ce même principe donneroit du moins la solution du phénomène des bandes de jupiter, qui sont beaucoup plus fortes; cette planète a réellement en effet un équinoxe perpétuel.

On voit souvent dans *mars* de grandes taches disparoître après quelques années ou quelques mois, tandis qu'on y en voit d'autres se former & subsister plusieurs mois, plusieurs années. Ainsi, il faut qu'il se fasse dans *mars* d'étranges changemens, puisqu'ils sont si sensibles à une telle distance, & que la surface de la terre soit bien tranquille en comparaison de celle de *mars*; car à peine s'est-il fait depuis 4000 ans quelques légers changemens sur la surface de notre globe. Nos terres, nos grandes chaines de montagnes, nos mers n'offrent que des changemens qui ne seroient point apperçus de *mars* avec les meilleures lunettes. Il faut néanmoins que la terre ait eu des révolutions considérables, puisque des arbres enfoncés à de fort grandes profondeurs, des coquillages & des squelettes de poissons ensevelis sous les terres & dans les montagnes, en sont la preuve, mais ces révolutions sont anciennes & très-lentes.

Si l'on imaginoit un spectateur placé dans *mars*, il verroit à peine mercure, excepté sur le disque du soleil ou dans sa conjonction avec cet astre, c'est-à-dire, lorsque mercure passe sur le soleil, & qu'il nous paroit alors à nous-mêmes en forme de tache. Un spectateur placé dans *mars* verroit Vénus à la même distance du soleil que mercure nous paroit, & la terre à la même distance que nous voyons Vénus; & quand la terre seroit en conjonction avec le soleil & fort près de cet astre, le même spectateur placé dans *mars* verroit alors ce que nous voyons dans Vénus; c'est-à-dire, que la terre lui paroîtroit en croissant.

Dans la planète de *Mars* on observe beaucoup moins d'irrégularités par rapport à son mouvement, que dans Jupiter & dans Saturne: l'excentricité de son orbite est constante, au-moins sensiblement, & le mouvement de son aphélie paroît uniforme; aussi est-ce de toutes les planètes celle dont le mouvement de l'aphélie est le mieux connu; & que Neuton a choisi pour en déduire le mouvement des aphélies des planètes inférieures.

Neuton ayant pris vraisemblablement un milieu entre les deux résultats du mouvement de l'aphélie de *mars*, donnés par Kepler & par Boulliaud, le supposa de 1° 58' $\frac{1}{3}$ en 100 ans, c'est-à-dire, de 35' plus grand que la précession des équinoxes, il l'a ensuite établi de 33' 20"; mais il nous semble que le mouvement de cet aphélie n'est que de 1° 51' 40", ou 27' 55" par rapport aux étoiles, en y employant les plus récentes observations comparées à celles de Tycho & du dernier siècle. Quant au nœud de *mars*, il étoit en 1780, à 1 signe 17° 56', & son mouvement est de 1° 6' 20" par siècle. *Mars* n'a point de satellite; cependant la terre en a un; Jupiter, environ cinq fois aussi loin du soleil que la terre, en a quatre; & Saturne, près de deux fois aussi loin que Jupiter, en a cinq, sans compter l'anneau qui lui tient lieu de plusieurs satellites pour l'éclairer pendant la nuit. L'esprit systématique, la commodité des analogies, & le penchant que nous avons à faire agir la nature selon nos vues & nos besoins, n'ont pas manqué de persuader à bien des philosophes que les satellites avoient été donnés aux planètes les plus éloignées du soleil, comme un supplément à la lumière affoiblie par l'éloignement, & en plus grand nombre, suivant qu'elles étoient plus éloignées de cet astre. Mais la planète de *mars* vient rompre ici la chaîne de l'analogie, étant beaucoup plus loin du soleil que nous, & n'ayant point de satellite, du-moins n'a-t-on pu lui en découvrir aucun jusqu'ici, quelque soin que l'on se soit donné pour cela. Fontenelle fait cette remarque dans la pluralité des mondes, & il ajoute que sa

mars n'a point de satellite, il faut qu'il ait quelque chose d'équivalent pour l'éclairer pendant ses nuits. Il conjecture que la matière qui compose cette planète, est peut-être d'une nature semblable à celle de certains phosphores, & qu'elle conserve pendant la nuit une partie de la lumière qu'elle a reçue durant le jour. Voilà de ces questions sur lesquelles il est permis, faute de faits, de penser également le pour & le contre. (*O*)

MARTEAU, espèce de pinnule mobile sur une *arbalète*.

MASSES des planètes, se trouve par la vitesse & la distance de leurs satellites. *Voyez* DENSITÉ & PLANÈTE.

MATHÉMATICIEN, ENNE, (*Mathémat.*) se dit d'une personne versée dans les Mathématiques.

MATHÉMATIQUE ou MATHÉMATIQUES, s. f. (*ordre encyclop. entend. raison, philosophie ou science, science de la nature, Mathématiques*) c'est la science qui a pour objet les propriétés de la grandeur entant qu'elle est calculable ou mesurable. *Voyez* GRANDEUR, CALCUL, MESURE, *&c.*

Mathématiques au pluriel est beaucoup plus usité aujourd'hui que *Mathématique* au singulier. On ne dit guère la *Mathématique*, mais les *Mathématiques.*

La plus commune opinion dérive le mot *Mathématique* d'un mot grec, qui signifie *science*; parce qu'en effet on peut regarder, selon eux, les *Mathématiques*, comme étant la science par excellence, puisqu'elles renferment les seules connoissances certaines accordées à nos lumières naturelles; nous disons à *nos lumières naturelles*, pour ne point comprendre ici les vérités de foi, & les dogmes théologiques.

D'autres donnent au mot *Mathématique* une autre origine, sur laquelle nous n'insisterons pas, & qu'on peut voir dans l'*histoire des Mathématiques* de M. Montucla, *pag.* 2 & 3. Au fond, il importe peu quelle origine on donne à ce mot, pourvu que l'on se fasse une idée juste de ce que c'est que les *Mathématiques*. Or cette idée est comprise dans la définition que nous en avons donnée; & cette définition va être encore mieux éclaircie.

Les *Mathématiques* se divisent en deux classes; la première, qu'on appelle *Mathématiques pures*, considère les propriétés de la grandeur d'une manière abstraite : or la grandeur sous ce point de vue, est ou calculable, ou mesurable; dans le premier cas, elle est représentée par des nombres; dans le second, par l'étendue : dans le premier cas les *Mathématiques pures* s'appellent *Arithmétique*; dans le second, *Géométrie*. *Voyez* les mots ARITHMÉTIQUE & GÉOMÉTRIE.

La seconde classe s'appelle *Mathématiques mixtes*; elle a pour objet les propriétés de la grandeur concrète, entant qu'elle est mesurable ou calculable; nous disons *de la grandeur concrète*, c'est-à-dire, de la grandeur envisagée dans certains corps ou sujets particuliers. *Voyez* CONCRET.

Du nombre des *Mathématiques mixtes*, sont la Méchanique, l'Optique, l'Astronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydrostatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou Navigation, *&c. Voyez* ces mots. *Voyez* aussi le *Discours Préliminaire* qui est à la tête du premier volume de cet ouvrage; toutes les divisions des *Mathématiques* y sont détaillées avec beaucoup de soin & de méthode; ainsi, nous nous dispenserons de rappeller ici ce qui a été déjà dit sur ce sujet.

Nous avons plusieurs cours de *Mathématiques*; celui de M. Wolf, en 5 vol. *in*-4.° est estimé, mais il n'est pas exempt de fautes. Au reste, si on réunit l'introduction à l'analyse des infinis par M. Euler, 2 vol. *in*-4.°; son calcul différentiel, 1 vol. *in*-4.°; son calcul intégral, 3 vol. *in*-4.°; sa méchanique, 2 vol. *in*-4.°; sa dioptrique, 3 vol. *in*-4.°; son livre de la science navale, 2 vol. *in*-4.° On aura le cours le plus complet, le plus étendu, le mieux fait qui existe jusqu'à présent (en 1785); mais le grand nombre de volumes dont ce cours est composé, fait assez voir qu'il ne convient qu'à ceux qui se proposent d'approfondir toutes les parties des Mathématiques, & d'en reculer les bornes. Ceux à qui des occupations trop multipliées, ou d'autres raisons ne permettent pas de former un projet si vaste, pourront suivre le cours de M. l'Abbé Bossut, à l'usage des ingénieurs, excellent dans son genre. Ce cours est composé de l'arithmétique & l'algèbre, 1 vol. *in*-8.°; de la géométrie, 1 vol. *in*-8.°; de la méchanique, 1 vol. *in*-8.°; de l'hydrodynamique, 2 vol. *in*-8.° Ceux même qui se proposent de lire le cours de M. Euler ne pourront pas se dispenser de voir celui-ci, au moins en partie, parce qu'il contient les premiers élémens de la science que M. Euler suppose le plus souvent. *Voyez* COURS & ELÉMENS DES SCIENCES. A l'égard de l'histoire de cette science, nous avons à présent, avant 1760, tout ce que nous pouvons desirer sur ce sujet, depuis l'ouvrage que M. de Montucla a publié en 2 vol. *in*-4.°, sous le titre d'*histoire des Mathématiques*, & qui comprend jusqu'à la fin du xvij.e siècle. *Voyez* aussi le discours préliminaire, qui commence le premier volume de ce Dictionnaire.

Quant à l'utilité des *Mathématiques*, *voyez* les différens articles déjà cités; & sur-tout les *articles* GÉOMÉTRIE & GÉOMÈTRE.

Nous dirons seulement ici, que, si plusieurs écrivains ont voulu contester aux *Mathématiques* leur utilité réelle, si bien prouvée par la préface de l'histoire de l'Académie des Sciences, il y en a eu d'autres qui ont cherché dans ces sciences des objets d'utilités frivoles ou ridicules. On peut en voir un léger détail dans l'*histoire des Mathéma-*

tiques de M. Montucla, *tome I, pag.* 37 & 38. Cela me rappelle le trait d'un chirurgien, qui, voulant prouver la nécessité que les chirurgiens ont d'être lettrés, prétend qu'un chirurgien qui n'a pas fait sa rhétorique, n'est pas en état de persuader à un malade de se faire saigner lorsqu'il en a besoin.

Nous ne nous étendrons pas ici davantage sur ces différens sujets, non plus que sur les différentes branches des *Mathématiques*, pour ne point répéter ce que nous avons déjà dit, ou ce que nous dirons ailleurs. *Voyez* aussi l'*article* PHYSICO-MATHÉMATIQUES.

Différentes branches des *Mathématiques* se divisent encore en spéculatives & pratiques. *Voyez* ASTRONOMIE, GÉOMÉTRIE, *&c.* (*O*).

MATHÉMATIQUE, adj. se dit de ce qui a rapport aux opérations, ou aux spéculations *mathématiques*; ainsi, on dit un calcul *mathématique*, une démonstration *mathématique*, &c. *Voyez* DÉMONSTRATION, *&c.*

MATIN, s. m. (*Astron.*) est le commencement du jour, ou le temps du lever du soleil; mais on comprend aussi sous ce nom tout l'espace qui est depuis minuit jusqu'à midi.

L'étoile du *matin* est la planète de Vénus, quand elle est occidentale par rapport au soleil, c'est-à-dire lorsqu'elle se lève un peu avant lui. Dans cette situation, les Grecs l'appelloient *phosphore*, & les Latins *lucifer*.

MAXIMUM, s. m. ou *plus grand en Mathématiques*, (*anal.*), marque l'état le plus grand où une quantité variable peut parvenir, eu égard aux loix qui en déterminent la variation.

* Par exemple, soit y une fonction quelconque de la variable x & de constantes, si, par la supposition de $x = a$, cette fonction devient plus grande ou plus petite que par toute autre supposition, alors (y) est appellée *maximum* ou *minimum* absolu de y [(y) étant y, dans laquelle on a changé x en a)]. J'ai dit *absolu*, pour distinguer cet état de la fonction, du M ou m relatif. Effectivement il pourroit arriver que la supposition de $x = a$ rendît la fonction M ou m, pour toute valeur de x qui ne seroit pas au-dessous de $a - k$ & au-dessus de $a + k'$, mais non pour toutes les valeurs possibles de x: alors la supposition de $x = a$ donne un M ou m relatif, & le plus grand ou le plus petit des M ou m relatifs est appellé M ou m *absolu*.

* Nous allons donner une méthode appartenante à Maclaurin (*voyez* son *Traité des Fluxions*), pour trouver tous les M ou m relatifs, & par comparaison le M ou m absolu; mais, pour cela, il faut établir le lemme suivant.

Lemme. Soit $'y$ ce que devient y, si on change, dans cette dernière fonction, x en $x + z$, on pourra développer $'y$ suivant les puissances de z, & écrire,

$'y = {}_0A + {}_1A z + {}_2A z^2 + {}_3A z^3 + {}_4A z^4 + \&c.$, équation dans laquelle les coëfficiens A ne contiennent pas z. Cette équation doit se vérifier pour une valeur quelconque de z; elle doit donc se vérifier quand $z = o$; donc ${}_0A = y$ différentiant relativement à z, on a $\frac{d'y}{dz} = {}_1A + 2\,{}_2A z + 3\,{}_3A z^2 + 4\,{}_4A z^3 + \&c.$; faisant $z = o$, on aura $a =$ à ce que devient $\frac{d'y}{dz}$ dans la même supposition; mais $'y$ est composé de $x + z$, comme y l'est de x; donc $\frac{d'y}{dz}$ ou $\frac{d'y}{d(x+z)}$ sera aussi composé de $x + z$, comme $\frac{dy}{dx}$ l'est de x; donc $\frac{d'y}{dz} = \frac{dy}{dx}$ dans le cas de $z = o$; donc ${}_1A = \frac{dy}{dx}$ Différentiant l'équation une seconde fois, on a $\frac{dd'y}{dz^2} = 2\,{}_2A + 2.3\,{}_3A z + 3.4\,{}_4A z^2 + \&c.$ Faisant $z = o$, on a $2\,{}_2A = \frac{ddy}{dx^2}$, on trouvera de même $2.3\,{}_3A = \frac{d^3y}{dx^3}$; $2.3.4\,{}_4A = \frac{d^4y}{dx^4}$, & ainsi des autres; donc

$$'y = y + z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2}{1.2}\frac{ddy}{dx^2} + \frac{z^3}{1.2.3}\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{z^4}{1.2.3.4}\frac{d^4y}{dx^4} + \&c.$$

&, si on changeoit z en $-z$, on auroit

$$'y = y - z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2}{1.2}\frac{ddy}{dx^2} - \frac{z^3}{1.2.3}\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{z^4}{1.2.3.4}\frac{d^4y}{dx^4} - \&c.$$

Usage de ce lemme. Mettant dans ces dernières équations pour x la valeur a qui rend y M ou m, on aura

$$('y) = (y) + z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \&c. \;\&$$

$$('y) = (y) - z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) - \&c.$$

Supposons que les quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, *&c.* ne sont point infinies; alors on pourra faire z si petit, que la somme de tous les termes qui suivent $z\left(\frac{dy}{dx}\right)$, ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puisse en changer le signe, quand même ils seroient en nombre infini; donc, si $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ est positif, la première valeur de $('y)$ sera plus grande que (y), la seconde plus petite; & au contraire, si $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ est négatif; (y) ne sera donc ni M, ni m, ce qui est contre l'hypothèse; donc il faut que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ soit o, & par conséquent

a doit être racine de l'équation $\frac{dy}{dx} = o$. Ainsi, on aura $({}^{1}y) = (y) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) +$ &c., & $({}^{1}y) = (y) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) -$ &c. On pourra faire z si petit, que la somme des termes qui suivent $\frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$; ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puissent en changer le signe; donc, si $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ est positif ou négatif, les deux valeurs de $({}^{1}y)$ seront plus grandes ou plus petites que (y); ainsi, (y) sera m ou M; mais, si $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = o$, on aura,

$$({}^{1}y) = (y) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \text{\&c. \&}$$

$$({}^{1}y)\, y - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) - \text{\&c.};$$

on prouvera, comme ci-dessus, que, si $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$ n'est pas o, l'une des valeurs de $({}^{1}y)$ sera plus grande que (y), & l'autre plus petite, & par conséquent (y) ne sera ni M ni m: Si $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = o$, on raisonnera sur $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, comme on a fait sur $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & ainsi de suite.

Règle. Avec une racine de l'équation $\frac{dy}{dx} = o$, formez les valeurs $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, &c. jusqu'à celle qui ne devient pas o. Si cette valeur est une différence impaire, la racine vérifiée ne donnera ni M ni m. Si cette valeur est une différence paire, (y) sera M ou m, selon que cette différence sera négative ou positive.

Je ne parlerai pas de la seconde hypothèse, où quelques-unes des quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, &c. deviendroient infinies, soit parce que ce cas se présente peu souvent, soit parce que le développement en est trop compliqué pour trouver place dans ce Dictionnaire. Je ne dirai rien, par les mêmes raisons, du cas où y ne seroit donné en x qu'implicitement; c'est-à-dire, par une équation insoluble. Ceux qui desireront de plus grands détails, pourront consulter le *dixième & le onzième chapitre du Calcul différentiel* de M. Euler, *seconde partie.*

MAXIMUM, (*Géom. Analyse.*) On ne s'occupera, dans cet article, que des conditions de *maximum* pour les fonctions dont la valeur est indéterminée.

Les géomètres du siècle dernier ont résolu plusieurs problèmes particuliers de ce genre, tels que celui du solide de la moindre résistance, de la brachystochrone, des isopérimètres. M. Euler a le premier donné une méthode générale pour le cas où il n'y a que deux variables, où une de leurs différences est supposée constante, & où la fonction contient un nombre indéfini de signes d'intégration, ou bien est donnée par une équation du premier ordre.

Cette méthode est fondée sur la considération des lignes courbes. M. de la Grange en a donné une autre qui est purement analytique, n'a pas besoin qu'on suppose une des différences constantes, s'étend aux équations d'un ordre quelconque & à un nombre quelconque de variables. Depuis ce tems, M. le chevalier Borda a donné, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, pour l'année 1767, une méthode qui lui est propre, & qui partage, avec celle de M. Euler, l'avantage de donner les formules pour les équations aux différences finies. M. Euler à résolu les mêmes problèmes que M. de la Grange, par une nouvelle méthode analytique. Enfin MM. Fontaine & de la Place ont donné des formules pour le même problême; mais leurs méthodes n'ont en elles-mêmes rien de particulier. J'ai fait de mon côté, plusieurs remarques sur cette matière, dans mes différens essais sur le calcul intégral.

Je vais donner ici l'esprit de la méthode de M. de la Grange, le détail seroit déplacé dans un ouvrage comme celui-ci.

1.° Soit $\int Z$ une fonction qui doit être un *maximum* ou un minimum, Z étant fonction de x, y, z, dx, dy, dz, &c., & aucune différentielle n'étant supposée constante. On aura, à cause de la propriété du *maximum*, $\frac{d\int Z}{dx} = 0$, $\frac{d\int Z}{d\,dx} = 0$, $\frac{d\int Z}{d\,d^2x} = 0$, &c., & de même pour chaque variable. Il ne faut donc plus que trouver ces valeurs, soit $B = \int Z$, $dB = d\int Z = \int dZ$, ou $d\,dB = dZ$. Si, cela posé, on cherche les valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{ddx}$, &c.; on les trouvera au moyen des équations suivantes :

$$\frac{dB}{dx} + \frac{d\cdot dB}{d\,dx} = \frac{dZ}{d\,dx}$$

$$\frac{dB}{d\,dx} + \frac{d\cdot dB}{d\,d^2x} = \frac{dZ}{d\,d^2x},$$

& ainsi de suite; il en sera de même pour chaque variable; on aura donc les valeurs cherchées: mais, en déterminant ainsi ces valeurs, on trouve un terme $\int V dx + V' dy$, &c., qui reste sous le signe après la comparaison de dB avec $\int dZ$, & ce terme doit par conséquent être nul en général, quelles que soient les variables; donc on aura entre elles les équations $V = 0$, $V' = 0$, &c.; or,

$V =$

$$V = \frac{dZ}{dx} - \frac{ddB}{dx}$$
$$V' = \frac{ddZ}{dy} - \frac{ddB}{dy}, \&c.$$

donc on aura, en égalant à zéro ces formules qui sont données, les équations générales du *maximum*, & les équations aussi données $\frac{dB}{dx} = 0$, *&c.* $\frac{dB}{dy}$, *&c.* en donneront les conditions particulières.

2.° Si Z contenoit $\int Z'$, on auroit dans la différence de Z, un terme de la forme $L\, d \int Z'$: or, par l'article précédent, on aura $d \int Z'$ en différences de Z', & un terme de la forme $\int P\, dx$, pour chaque variable. Il y aura donc dans la formule qui reste sous le signe un terme $\int L \int P\, dx = \overline{SH - \int LP}\, dx$.

3.° Si Z est donné par une équation différentielle $V = 0$, on fera $d\, V = 0$, $\int A\, d\, V = B$, $\int A'\, B = B'$, jusqu'à ce qu'on ait la valeur de $d\, Z$ qui doit être égalée à zéro; or, à chaque intégration on aura une équation pour déterminer A, A', &c. & la formule qui devient égale à zéro, en même-tems que $d\, Z$, rentre dans l'article précédent.

4.° Les équations entre les variables étant en même nombre qu'elles, si aucune différentielle n'est supposée constante, on trouvera que si la proposée est telle que Z étant du premier degré d'infiniment petits, il ne contienne que des différences de $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$, &c. multipliées par dx, le nombre des équations se réduira toujours à une de moins, & qu'ainsi on aura définitivement une équation possible entre deux variables quelconques. Dans les autres cas, il y aura définitivement une équation différentielle à une seule variable; alors ce problème a été mal proposé, & il y aura dans la solution une nouvelle variable dont la différence est constante, & multiplie quelquefois Z pour que $\int Z$ soit fini; & il faudra déterminer cette variable par les conditions du problème, sans quoi il resteroit indéterminé. Voyez là-dessus, les recherches de M. de la Grange & de M. de la Place.

Le problème peut encore rester indéterminé, lorsque, dans des cas particuliers, le nombre des équations se trouve diminué, ou qu'en intégrant celles qui restent entre deux variables, on en introduit une troisième.

5.° Si l'on a une équation entre les dx, dy, dz, &c. en suivant les règles ordinaires pour la recherche du *maximum*, on éliminera une de ces différences dans la valeur de $d\int Z$, & on égalera à zéro les coëfficiens des autres.

6.° Si c'est entre z, y, x, dz, dy, dx, &c. qu'on a une équation, on cherchera par l'article premier, une équation entre dz, dy, dx, & on

la substituera pour éliminer une de ces différences de la formule $\sqrt{A\, dz + B\, dy + C\, dx \ldots = 0}$.

7.° Si au lieu de supposer dz, dy, dx, indépendans les uns des autres, ou donnés par une équation connue, on se contentoit de supposer qu'ils eussent entr'eux la relation qui doit naître des équations du problème, on trouvera que faisant $A'\, dz + B'\, dy + C'\, dx = 0$, on aura $A \frac{B'}{A'} - B = 0$, $A \frac{C'}{A'} - C = 0$, & à cause de $A'\, dz + B'\, dy + C'\, dz = 0$, $dz + \frac{B}{A} dy + \frac{C}{A} dx = 0$.

8.° Si Z contenoit ϕ, ϕ étant une fonction inconnue de x, y, z, on auroit pour ϕ une équation aux différences partielles.

9.° La partie des coëfficiens de dx qui n'est pas sous le signe $\int$, & les coëfficiens de $d\, dx$, &c. ne sont nuls que pour les points extrêmes de l'intégrale $\int Z$. Ainsi, lorsque pour ce point on a des équations entre les dx, $d\, dx$, &c. dy, ddy, &c. il faut, comme dans l'article cinq, éliminer autant de ces différences qu'on a de conditions. Le problème seroit toujours possible indépendamment de ces conditions, parce que les coëfficiens sont toujours en moindre nombre que les arbitraires de l'intégrale définitive. Il y a quelque différence dans la manière dont M. de la Grange & M. le chevalier Borda traitent les équations de ces points extrêmes; mais cette différence est moins dans le fonds de la méthode que dans la manière de considérer les questions proposées: aussi lorsque ces deux géomètres appliquent chacun leur méthode à la brachistochrone dont les points extrêmes appartiennent à deux surfaces données, les résultats ne sont différens que parce que l'un suppose nulle au commencement de la brachistochrone, la vitesse que l'autre y suppose finie.

10.° Pour expliquer la méthode de l'article précédent aux fonctions qui contiennent des différences finies, soit Σ un *maximum*, on aura $\frac{d\Sigma Z}{dx} = 0$, $\frac{d\Sigma Z}{d\Delta x} = 0$, & ainsi de suite; & pour chaque variable, on fera ensuite $\Sigma Z = B$, $\Delta B = Z$, $d\Delta B = dZ$, & on trouvera $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta x} + Q$, Q étant la différence de ΔB prise en ne regardant comme variable que les Δx introduits par la différentiation; or, faisant $\Delta B = B + \Delta B - B$, il est clair que $Q = d. \frac{B + \Delta B}{dx}$, d'où $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta \frac{dB}{d\Delta x} + d. \frac{B + \Delta B}{dx}$, & ainsi de suite. Par ce moyen, on trouvera les valeurs cherchées de $\frac{dB}{dx}, \frac{dB}{dy}$, *&c.*; & on égalera à zéro la quantité qui, dans la comparaison de ΔB avec $\Sigma \Delta Z$,

sera restée sous le signe, & qui est $\frac{dZ}{dx} - \Delta \frac{d(B+\Delta B)}{dx}$ pour la variable x, & de même pour chacune des autres; le reste comme pour les différences infiniment petites. Voyez le *deuxième Appendice* de M. de la Grange, & les *Mémoires de l'Académie*, pour l'année 1770.

Il y a d'autres hypothèses telles que celles des différences partielles de toutes les espèces pour lesquelles on peut proposer les mêmes questions; mais je me contenterai de renvoyer au premier appendice de M. de la Grange, au mémoire de M. de Borda, à un mémoire de M. Monge, & à celui que j'ai imprimé dans le vol. de 1770. Le principe fondamental est le même qu'ici, article premier; par exemple, si on veut que $\int SZ$ soit un *maximum*, $\int$, S désignant des intégrales prises par rapport à x ou à y seulement, & Z ne contenant que x, y, z, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{ddz}{dx^2}$, &c. on fera égal à zéro la partie du coëfficient de dZ, qui restera sans les deux signes $\int S$, en comparant dB & $\int S dZ$. (*M. D. C.*)

MEC

MÉCHANICIEN, s. m. (*Math.*) c'est celui qui s'occupe de l'étude de la méchanique, & qui en recule les limites. *Voyez* MÉCHANIQUE, *Dict. rais. des Sciences*. On appelle encore *méchanicien*, un artiste appliqué à la construction des machines en général. Un machiniste est un *méchanicien*; un horloger est un *méchanicien*; un faiseur d'automates est un *méchanicien*: c'est dans cette dernière signification qu'on appella *méchanicien* Architas, & que nous appellons *méchaniciens* M. Vaucanson & le célèbre M. Jaquet Droz de la Chaux-de-Fond, près de Neufchâtel. (*D. F.*)

MÉCHANIQUE, s. f. (*Ordre encycl. ent. raison. phil. ou scienc. science de la nat. Mathém. Mathém. mixt. Méchanique*) partie des mathématiques mixtes, qui considère le mouvement & les forces motrices, leur nature, leurs loix & leurs effets dans les machines. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE. Ce mot vient du grec μηχανη, *machine*; parce qu'un des objets de la *méchanique* est de considérer les forces des machines, & que l'on appelle même plus particuliérement *méchanique* la science qui en traite.

La partie des *méchaniques* qui considère le mouvement des corps, en tant qu'il vient de leur pesanteur, s'appelle quelquefois *statique*. (*Voyez* GRAVITÉ, &c.) par opposition à la partie qui considère les forces mouvantes & leur application, laquelle est nommée par ces mêmes auteurs *Méchanique*. Mais on appelle plus proprement *statique*, la partie de la *Méchanique* qui considère les corps & les puissances dans un état d'équilibre, & *Méchanique* la partie qui les considère en mouvement. *Voyez* STATIQUE, *Voyez* aussi FORCES MOUVANTES, MACHINE, EQUILIBRE, &c.

M. Neuton, dans la *préface de ses principes*, remarque qu'on doit distinguer deux sortes de *méchaniques*, l'une pratique, l'autre rationelle ou spéculative, qui procede dans ses opérations par des démonstrations exactes; la *méchanique* pratique renferme tous les arts manuels qui lui ont donné leur nom. Mais comme les artistes & les ouvriers ont coutume d'opérer avec peu d'exactitude, on a distingué la *Méchanique* de la Géométrie, en rapportant tout ce qui est exact à la Géométrie, & ce qui l'est moins à la *Mathematique*. Ainsi, cet illustre auteur remarque que les descriptions des lignes & les figures dans la Géométrie, appartiennent à la *Méchanique*, & que l'objet véritable de la Géométrie est seulement d'en démontrer les propriétés, après en avoir supposé la description. Par conséquent, ajoute-t-il, la Géométrie est fondée sur des pratiques *méchaniques*, & elle n'est autre chose que cette pratique de la *Méchanique* universelle, qui explique & qui démontre l'art de mesurer exactement. Mais comme la plupart des arts manuels ont pour objet le mouvement des corps, on a appliqué le nom de *Géométrie* à la partie qui a l'étendue pour objet, & le nom de *Méchanique* à celle qui considère le mouvement. La *méchanique* rationelle, prise en ce dernier sens, est la science des mouvemens qui résultent de quelque force que ce puisse être, & des forces nécessaires pour produire quelque mouvement que ce soit. M. Neuton ajoute que les anciens n'ont guère considéré cette science que dans les puissances qui ont rapport aux arts manuels, savoir le levier, la poulie, &c.; & qu'ils n'ont presque considéré la pesanteur que comme une puissance appliquée au poids que l'on veut mouvoir par le moyen d'une machine. L'ouvrage de ce célèbre philosophe, intitulé: *Principes mathématiques de la Philosophie naturelle*, est le premier où on ait traité la *Méchanique* sous une autre face & avec quelque étendue, en considérant les lois de la pesanteur, du mouvement, des forces centrales & centrifuges, de la résistance des fluides, &c. Au reste, comme la *méchanique* rationnelle tire beaucoup de secours de la Géométrie, la Géométrie en tire aussi quelquefois de la *Méchanique*, & l'on peut, par son moyen, abréger souvent la solution de certains problêmes. Par exemple, M. Bernoulli a fait voir que la courbe que forme une chaîne, fixée sur un plan vertical par ses deux extrémités, est celle qui forme la plus grande surface courbe, en tournant autour de son axe; parce que c'est celle dont le centre de gravité est le plus bas. *Voyez* dans les *Mém. de l'Acad. des Scien. de* 1714, le mémoire de M. Varignon, intitulé: *Reflexions sur l'usage que la* méchanique *peut avoir en Géométrie*. *Voyez* aussi CHAINETTE.

MÉCHANIQUE, adj. signifie ce qui a rapport à la *Méchanique*, ou qui se règle par la nature & les lois du mouvement. *Voyez* MOUVEMENT.

Nous disons dans ce sens, *puissances méchaniques*, *propriétés* ou *affections méchaniques*, *principes méchaniques*.

Les *affections méchaniques* sont les propriétés de la matière qui résultent de sa figure, de son volume & de son mouvement actuel. *Voyez* MATIÈRE & CORPS.

Les *causes méchaniques*, sont celles qui ont de telles affections pour fondement. *Voyez* CAUSE.

Solutions méchaniques, ce sont celles qui n'emploient que les mêmes principes. *Voyez* SOLUTION.

Philosophie méchanique, c'est la même qu'on appelloit autrefois *corpusculaire*, c'est-à-dire celle qui explique les phénomens de la nature, & les actions des substances corporelles par les principes *méchaniques*, savoir le mouvement, la pesanteur, la figure, l'arrangement, la disposition, la grandeur ou la petitesse des parties qui composent les corps naturels. *Voyez* CORPUSCULE & CORPUSCULAIRE, ATTRACTION, GRAVITÉ, &c.

On donnoit autrefois le nom de *corpusculaire* à la philosophie d'Epicure, à cause des atomes dont ce philosophe prétendoit que tout étoit formé. Aujourd'hui les Neutoniens le donnent par une espèce de dérision à la philosophie cartésienne, qui prétend expliquer tout par la matière subtile, & par des fluides inconnus, à l'action desquels elle attribue tous les phénomènes de la nature.

Puissances méchaniques, appellées plus proprement forces mouvantes, sont les six machines simples auxquelles toutes les autres, quelque composées qu'elles soient, peuvent se réduire, ou de l'assemblage desquelles toutes les autres sont composées. *Voyez* PUISSANCE & MACHINE.

Les *puissances méchaniques* sont le levier, le treuil, la poulie, le plan incliné, le coin, & la vis. *Voyez* les articles qui leur sont propres, BALANCE, LEVIER, &c. On peut cependant les réduire à une seule, savoir le levier, si on excepte le plan incliné qui ne s'y réduit pas si sensiblement. M. Varignon a ajouté à ces six machines simples, la *machine funiculaire*, ou les poids suspendus par des cordes, & tirés par plusieurs puissances.

Le principe dont ces machines dépendent est le même pour toutes, & peut s'expliquer de la manière suivante.

La quantité de mouvement d'un corps, est le produit de sa vîtesse, c'est-à-dire de l'espace qu'il parcourt dans un temps donné, par sa masse; il s'ensuit de-là que deux corps inégaux auront des quantités de mouvement égales, si les lignes qu'ils parcourent en même temps sont réciproquement proportionnelles à leurs masses, c'est-à-dire, si l'espace que parcourt le plus grand, dans une seconde par exemple, est à l'espace que parcourt le plus petit dans la même seconde, comme le plus petit corps est au plus grand. Ainsi, supposons deux corps attachés aux extrémités d'une balance ou d'un levier, si ces corps ou leurs masses, sont en raison réciproque de leurs distances à l'appui, ils feront aussi en raison réciproque des lignes ou arcs de cercle qu'ils parcouroient en même temps, si l'on faisoit tourner le levier sur son appui; & par conséquent ils auroient alors des quantités de mouvement égales, ou, comme s'expriment la plupart des auteurs, des momens égaux.

Par exemple, si le corps *A* (*Pl. méch. fig.* 4), est triple du corps *B*, & que dans cette supposition on attache les deux corps aux deux extrémités d'un levier *A B*, dont l'appui soit placé en *C*, de façon que la distance *B C* soit triple de la distance *A C*, il s'ensuivra de-là qu'on ne pourra faire tourner le levier sans que l'espace *B E*, parcouru par le corps situé en *B* se trouve triple de l'espace *A D*, parcouru en même temps par le corps élevé en *A*, c'est-à-dire, sans que la vîtesse de *B* ne devienne triple de celle de *A*, ou enfin sans que les vîtesses des deux corps dans ce mouvement soient réciproques à leurs masses. Ainsi, les quantités de mouvement de deux corps seront égales; & comme ils tendent à produire des mouvemens contraires dans le levier, le mouvement du levier deviendra par cette raison absolument impossible dans le cas dont nous parlons; c'est-à-dire qu'il y aura équilibre entre les deux *corps*. *Voyez* EQUILIBRE, & MOUVEMENT.

De-là ce fameux problème d'Archimede, *datis viribus, datum pondus movere*. En effet, puisque la distance *C B* peut être accrue à l'infini, la puissance ou le moment de *A*, peut donc aussi être supposé aussi grand qu'on voudra par rapport à celui de *B*, sans empêcher la possibilité de l'équilibre. Or quand une fois on aura trouvé le point où doit être placé le corps *B* pour faire équilibre au corps *A*, on n'aura qu'à reculer un peu le corps *B*, & alors ce corps *B*, quelque petit qu'il soit, obligera le corps *A* de se mouvoir. *Voyez* MOMENT. Ainsi, toute la *méchanique* peut se réduire au problème suivant.

Un corps A avec sa vîtesse C, & un autre corps B étant donné, trouver la vîtesse qu'il faut donner à *B*, *pour que les deux corps aient des momens égaux*. Pour résoudre ce problème, on remarquera que puisque le moment d'un corps est égal au produit de sa vîtesse, par la quantité de matière qu'il contient, il n'y a donc qu'à faire cette proportion, $B : A :: C :$ à un quatrième terme, & ce sera la vîtesse cherchée qu'il faudra donner au corps *B*, pour que son moment soit égal à celui de *A*. Aussi dans quelques machines que ce soit, si l'on fait en sorte que la puissance ou la force, ne puisse agir sur la résistance ou le poids, ou les vaincre actuellement sans que dans cette action les vîtesses de la puissance & du poids soient réciproques à leur masse, alors le mouvement deviendra absolument impossible. La force de la puissance ne pourra vaincre la résistance du poids, & ne devra pas non plus lui céder; & par conséquent la puis-

sance & le poids resteront en équilibre sur cette machine, & si on augmente tant-soit-peu la puissance, elle enlevera alors le poids; mais si on augmentoit au contraire le poids, il entraineroit la puissance.

Supposons, par exemple, que *A B* soit un levier, dont l'appui soit placé en *C*, & qu'en tournant autour de cet appui, il soit parvenu à la situation *a*, *C*, *b* (*fig. 1. Méchan.*) la vîtesse de chaque point du levier aura été évidemment dans ce mouvement proportionnelle à la distance de ce point à l'appui ou centre de la circulation. Car les vîtesses de chaque point sont comme les arcs que ces points ont décrits en même temps, lesquels sont d'un même nombre de degrés. Ces vîtesses sont donc aussi entr'elles comme les rayons des arcs de cercles décrits par chaque point du levier, c'est-à-dire, comme les distances de chaque point à l'appui.

Si l'on suppose maintenant deux puissances appliquées aux deux extrémités du levier, & qui fassent tout-à-la-fois effort pour faire tourner ses bras dans un sens contraire l'un à l'autre, & que ces puissances soient réciproquement proportionnelles à leur distance de l'appui, il est évident que le moment ou effort de l'une pour faire tourner le levier en un sens, sera précisément égal au moment de l'autre pour le faire tourner en sens contraire. Il n'y aura donc pas plus de raisons, pour que le levier tourne dans un sens que dans le sens opposé. Il restera donc nécessairement en repos, & il y aura équilibre entre les deux puissances: c'est ce qu'on voit tous les jours, lorsqu'on pese un poids avec une romaine. Il est aisé de concevoir par ce que nous venons de dire, comment un poids d'une livre peut sur cette machine faire équilibre avec un poids de mille livres & davantage.

C'est par cette raison qu'Archimede ne demandoit qu'un point fixe hors de la terre, pour l'enlever. Car, en faisant de ce point fixe l'appui d'un levier, & mettant la terre à l'extrémité d'un des bras de ce levier, il est clair qu'en alongeant l'autre bras, on parviendroit à mouvoir le globe terrestre avec une force aussi petite qu'on voudroit. Mais on sent bien que cette proposition d'Archimede n'est vraie que dans la spéculation; puisqu'on ne trouvera jamais ni le point fixe qu'il demandoit, ni un levier de la longueur nécessaire pour mouvoir le globe terrestre.

Il est clair encore par-là que la force de la puissance n'est point-du-tout augmentée par la machine, mais que l'application de l'instrument diminue la vîtesse du poids dans son élévation ou dans sa traction, par rapport à celle de la puissance dans son action; de sorte qu'on vient à bout de rendre le moment d'une petite puissance égal, & même supérieur à celui d'un gros poids, & que par-là on parvient à faire enlever ou trainer le gros poids par la petite puissance. Si, par exemple, une puissance est capable d'enlever un poids d'une livre, en lui donnant dans son élévation un certain degré de vîtesse, on ne fera jamais, par le secours de quelque machine que ce puisse être, que cette même force puisse enlever un poids de deux livres, en lui donnant dans son élévation la même vîtesse dont nous venons de parler. Mais on viendra facilement à bout de faire enlever à la puissance le poids de deux livres, avec une vîtesse deux fois moindre, ou, si l'on veut, un poids de dix mille livres, avec une vîtesse dix mille fois moindre.

Plusieurs auteurs ont tenté d'appliquer les principes de la *Méchanique* au corps humain; il est cependant bon d'observer que l'application des principes de la *Méchanique* à cet objet ne se doit faire qu'avec une extrème précaution. Cette machine est si compliquée, que l'on risque souvent de tomber dans bien des erreurs, en voulant déterminer les forces qui la font agir; parce que nous ne connoissons que très-imparfaitement la structure & la nature des différentes parties que ces forces doivent mouvoir. Plusieurs médecins & physiciens, sur-tout parmi les anglois, sont tombés dans l'inconvénient dont je parle ici. Ils ont prétendu donner, par exemple, les lois du mouvement du sang, & de son action sur les vaisseaux; & ils n'ont pas pris garde, que pour réussir dans une telle recherche, il seroit nécessaire de connoitre auparavant une infinité de choses qui nous sont cachées, comme la figure des vaisseaux, leur élasticité, le nombre, la force & la disposition de leurs valvules, le degré de chaleur & de tenacité du sang, les forces motrices qui le poussent, *&c.* Encore, quand chacune de ces choses seroit parfaitement connue, la grande quantité d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vraisemblablement à des calculs impraticables.

MÉCHANIQUE, (*Géométrie*), est encore d'usage en Mathématiques, pour marquer une construction ou solution de quelque problème qui n'est point géométrique, c'est-à-dire, dont on ne peut venir à bout par des descriptions de courbes géométriques. Telles sont les constructions qui dépendent de la quadrature du cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, QUADRATURE, *&c.* *Voyez* aussi GÉOMÉTRIQUE.

Arts Méchaniques. Voyez ART.

Courbe méchanique, terme que Descartes a mis en usage pour marquer une courbe qui ne peut pas être exprimée par une équation algébrique. Ces courbes sont par-là opposées aux courbes algébriques ou géométriques. *Voyez* COURBES.

M. Leibnitz & quelques autres les appellent *transcendantes* au lieu de *méchaniques*, & ils ne conviennent pas avec Descartes qu'il faille les exclure de la Géométrie.

Le cercle, les sections coniques, *&c.* sont des courbes géométriques, parce que la relation de

leurs abscisses à leurs ordonnées est exprimée en termes finis. Mais la cycloïde, la spirale, & une infinité d'autres sont des courbes *méchaniques*, parce qu'on ne peut avoir la relation de leurs abcisses à leurs ordonnées que par des équations différentielles, c'est-à-dire, qui contiennent des quantités infiniment petites. *Voyez* DIFFÉRENTIELLE, FLUXION, TANGENTE, EXPONENTIELLE, *&c.* (*O*).

Les vérités fondamentales de la *Méchanique*, en tant qu'elle traite des lois du mouvement, & de l'équilibre des corps, méritent d'être approfondies avec soin. Il semble qu'on n'a pas été jusqu'à présent fort attentif ni à réduire les principes de cette science au plus petit nombre, ni à leur donner toute la clarté qu'on pouvoit desirer; aussi la plupart de ces principes, ou obscurs par eux-mêmes, ou énoncés & démontrés d'une manière obscure, ont-ils donné lieu à plusieurs questions épineuses. En général, on a été plus occupé jusqu'à présent à augmenter l'édifice, qu'à en éclairer l'entrée, & on a pensé principalement à élever, sans donner à ses fondemens toute la solidité convenable.

Il nous paroît qu'en applanissant l'abord de cette science, on en reculeroit en même-temps les limites, c'est-à-dire qu'on peut faire voir tout-à-la-fois & l'inutilité de plusieurs principes employés jusqu'à présent par les Méchaniciens, & l'avantage qu'on peut tirer de la combinaison des autres, pour le progrès de cette science; en un mot, qu'en réduisant les principes on les étendra. En effet, plus ils seront en petit nombre, plus ils doivent avoir d'étendue, puisque l'objet d'une science étant nécessairement déterminé, les principes en doivent être d'autant plus féconds, qu'ils sont moins nombreux. Pour faire connoître au lecteur les moyens par lesquels on peut espérer de remplir les vues que nous proposons, il ne sera peut-être pas inutile d'entrer ici dans un examen raisonné de la science dont il s'agit.

Le mouvement & ses propriétés générales sont le premier & le principal objet de la *méchanique*; cette science suppose l'existence du mouvement, & nous la supposons aussi comme avouée & reconnue de tous les Physiciens. A l'égard de la nature du mouvement, les Philosophes sont au contraire fort partagés là-dessus. Rien n'est plus naturel, je l'avoue, que de concevoir le mouvement comme l'application successive du mobile aux différentes parties de l'espace indéfini que nous imaginons comme le lieu des corps; mais cette idée suppose un espace dont les parties soient pénétrables & immobiles; or personne n'ignore que les Cartésiens (secte à la vérité presque nulle aujourd'hui) ne reconnoissent point d'espace distingué des corps, & qu'ils regardent l'etendue & la matière comme une même chose. Il faut convenir qu'en partant d'un pareil principe, le mouvement seroit la chose la pl[illegible] à concevoir, & qu'un cartésien auroit peut-être beaucoup plutôt fait d'en nier l'existence, que de chercher à en définir la nature. Au reste, quelque absurde que nous paroisse l'opinion de ces philosophes, & quelque peu de clarté & de précision qu'il y ait dans les principes métaphysiques sur lesquels ils s'efforcent de l'appuyer, nous n'entreprendrons point de la refuter ici : nous nous contenterons de remarquer que pour avoir une idée claire du mouvement, on ne peut se dispenser de distinguer au moins par l'esprit deux sortes d'étendue; l'une qui soit regardée comme impénétrable, & qui constitue ce qu'on appelle proprement *les corps*; l'autre, qui étant considérée simplement comme étendue, sans examiner si elle est pénétrable ou non, soit la mesure de la distance d'un corps à un autre, & dont les parties envisagées comme fixes & immobiles, puissent servir à juger du repos ou du mouvement des corps. Il nous sera donc toujours permis de concevoir un espace indéfini comme le lieu des corps, soit réel, soit supposé, & de regarder le mouvement comme le transport du mobile d'un lieu dans un autre...

La considération du mouvement entre quelquefois dans les recherches de la Géométrie pure; c'est ainsi qu'on imagine souvent les lignes droites ou courbes engendrées par le mouvement continu d'un point, les surfaces par le mouvement d'une ligne, les solides enfin par celui d'une surface. Mais il y a entre le *Méchanique* & la Géométrie cette différence, non-seulement que dans celle-ci la génération des figures par le mouvement est, pour ainsi dire, arbitraire & de pure élégance, mais encore que la Géométrie ne considère dans le mouvement que l'espace parcouru, au lieu que, dans la *Méchanique*, on a égard de plus au tems que le mobile emploie à parcourir cet espace.

On ne peut comparer ensemble deux choses d'une nature différente, telles que l'espace & le tems : mais on peut comparer le rapport des parties du tems, avec celui des parties de l'espace parcouru. Le tems par sa nature coule uniformément, & la *Méchanique* suppose cette uniformité. Du reste, sans connoître le tems en lui-même, & sans avoir de mesure précise, nous ne pouvons représenter plus clairement le rapport de ses parties, que par celui des portions d'une ligne droite indéfinie. Or l'analogie qu'il y a entre le rapport des parties d'une telle ligne, & celui des parties de l'espace parcouru par un corps qui se meut d'une manière quelconque, peut toujours être exprimée par une équation. On peut donc imaginer une courbe, dont les abscisses représentent les portions du tems écoulé depuis le commencement du mouvement, les ordonnées correspondantes désignant les espaces parcourus durant ces portions de tems : l'équation de cette courbe exprimera non le rapport des tems aux espaces, mais, si on [illegible]

ainfi, le rapport du rapport que les parties de tems ont à leur unité, à celui que les parties de l'efpace parcouru ont à la leur. Car l'équation d'une courbe peut être confidérée ou comme exprimant le rapport des ordonnées aux abfciffes, ou comme l'équation entre le rapport que les ordonnées ont à leur unité, & le rapport que les abfciffes correfpondantes ont à la leur.

Il eft donc évident que, par l'application feule de la Géométrie & du calcul, on peut, fans le fecours d'aucun autre principe, trouver les propriétés générales du mouvement, varié fuivant une loi quelconque. Mais, comment arrive-t-il que le mouvement d'un corps fuive telle ou telle loi particulière? c'eft fur quoi la géométrie feule ne peut rien nous apprendre; & c'eft auffi ce qu'on peut regarder comme le premier problême qui appartienne immédiatement à la *Méchanique*.

On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut fe donner le mouvement à lui-même. Il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque caufe étrangère. Mais continue-t-il à fe mouvoir de lui-même, ou a-t-il befoin pour fe mouvoir de l'action répétée de la caufe? quelque parti qu'on pût prendre là-deffus, il fera toujours incontestable que l'exiftence du mouvement étant une fois fuppofée fans aucune autre hypothèfe particulière, la loi la plus fimple qu'un mobile puiffe obferver dans fon mouvement, eft la loi d'uniformité, & c'eft par conféquent celle qu'il doit fuivre.

Le mouvement eft donc uniforme par fa nature; j'avoue que les preuves qu'on a données jufqu'à préfent de ce principe ne font peut-être pas fort convaincantes. On verra à l'*article* FORCE D'INERTIE, les difficultés qu'on peut y oppofer, & le chemin que j'ai pris pour éviter de m'engager à les réfoudre. Il me femble que cette loi d'uniformité effentielle au mouvement confidéré en lui-même, fournit une des meilleures raifons fur lefquelles la mefure du tems par le mouvement uniforme, puiffe être appuyée. *Voyez* UNIFORME.

La force d'inertie, c'eft-à-dire, la propriété qu'ont les corps de perfévérer dans leur état de repos ou de mouvement, étant une fois établie, il eft clair que le mouvement qui a befoin d'une caufe pour commencer au-moins à exifter, ne fauroit non plus être accéléré ou retardé que par une caufe étrangère. Or quelles font les caufes capables de produire ou de changer le mouvement dans les corps? nous n'en connoiffons jufqu'à préfent que de deux fortes; les unes fe manifeftent à nous en même tems que l'effet qu'elles produifent, ou plutôt dont elles font l'occafion; ce font celles qui ont leur fource dans l'action fenfible & mutuelle des corps, réfultante de leur impénétrabilité; elles fe réduifent à l'impulfion & à quelqu'autres actions dérivées de celles-là : toutes les autres ne fe font connoître que par leur effet; & nous en ignorons entièrement la nature : telle eft la caufe qui fait tomber les corps pefans vers le centre de la terre, celle qui retient les planètes dans leurs orbites, *&c.*

Nous verrons bientôt comment on peut déterminer les effets de l'impulfion & des caufes qui peuvent s'y rapporter : pour nous en tenir ici à celles de la feconde efpèce, il eft clair que lorfqu'il eft queftion des effets produits par de telles caufes, ces effets doivent toujours être donnés indépendamment de la connoiffance de la caufe, puifqu'ils ne peuvent en être déduits; fur quoi *voyez* ACCÉLÉRATRICE.

Nous n'avons fait mention jufqu'à préfent, que du changement produit dans la viteffe du mobile par les caufes capables d'altérer fon mouvement: & nous n'avons point encore cherché ce qui doit arriver, fi la caufe motrice tend à mouvoir le corps dans une direction différente de celle qu'il a déjà. Tout ce que nous apprend dans ce cas le principe de la force d'inertie, c'eft que le mobile ne peut tendre qu'à décrire une ligne droite, & à la décrire uniformément : mais cela ne fait connoître ni fa viteffe, ni fa direction. On eft donc obligé d'avoir recours à un fecond principe, c'eft celui qu'on appelle *la compofition des mouvemens*, & par lequel on détermine le mouvement unique d'un corps qui tend à fe mouvoir fuivant différentes directions à-la-fois, avec des viteffes données. *Voyez* COMPOSITION DU MOUVEMENT.

Comme le mouvement d'un corps qui change de direction, peut être regardé comme compofé du mouvement qu'il avoit d'abord, & d'un nouveau mouvement qu'il a reçu, de même le mouvement que le corps avoit d'abord peut être regardé comme compofé du nouveau mouvement qu'il a pris, & d'un autre qu'il a perdu. De-là il s'enfuit, que les lois du mouvement changé par quelques obftacles que ce puiffe être, dépendent uniquement des lois du mouvement, détruit par ces mêmes obftacles. Car il eft évident qu'il fuffit de décompofer le mouvement, qu'avoit le corps avant la rencontre de l'obftacle, en deux autres mouvemens, tels que l'obftacle ne nuife point à l'un, & qu'il anéantiffe l'autre. Par-là, on peut non-feulement démontrer les lois du mouvement changé par des obftacles infurmontables, les feules qu'on ait trouvées jufqu'à préfent par cette méthode; on peut encore déterminer dans quel cas le mouvement eft détruit par ces mêmes obftacles. A l'égard des lois du mouvement changé par des obftacles qui ne font pas infurmontables en eux-mêmes, il eft clair, par la même raifon, qu'en général il ne faut déterminer ces lois, qu'après avoir bien conftaté celles de l'équilibre. *Voyez* EQUILIBRE.

Le principe de l'équilibre, joint à ceux de

la force d'inertie & du mouvement composé, nous conduit donc à la solution de tous les problèmes où l'on considère le mouvement d'un corps, en tant qu'il peut être altéré par un obstacle impénétrable & mobile, c'est-à-dire, en général, par un autre corps à qui il doit nécessairement communiquer du mouvement pour conserver au moins une partie du sien. De ces principes combinés, on peut donc aisément déduire les loix du mouvement des corps qui se choquent d'une manière quelconque, ou qui se tirent par le moyen de quelques corps interposés entr'eux, & auquel ils sont attachés : loix aussi certaines & de vérité aussi nécessaire, que celles du mouvement des corps altérés par des obstacles insurmontables, puisque les uns & les autres se déterminent par les mêmes méthodes.

Si les principes de la force d'inertie, du mouvement composé, & de l'équilibre, sont essentiellement différens l'un de l'autre, comme on ne peut s'empêcher d'en convenir; & si, d'un autre côté, ces trois principes suffisent à la *Méchanique*, c'est avoir réduit cette science au plus petit nombre de principes possibles, que d'avoir établi sur ces trois principes toutes les loix du mouvement des corps dans des circonstances quelconques, comme j'ai tâché de le faire dans mon traité de Dynamique.

A l'égard des démonstrations de ces principes en eux-mêmes, le plan que l'on doit suivre pour leur donner toute la clarté & la simplicité dont elles sont susceptibles, est de les déduire toujours de la considération seule du mouvement, envisagé de la manière la plus simple & la plus claire. Tout ce que nous voyons bien distinctement dans le mouvement d'un corps, c'est qu'il parcourt un certain espace, & qu'il emploie un certain tems à le parcourir. C'est donc de cette seule idée qu'on doit tirer tous les principes de la *Méchanique*, quand on veut les démontrer d'une manière nette & précise; en conséquence de cette réflexion, le philosophe doit, pour ainsi dire, détourner la vue de dessus les causes motrices, pour n'envisager uniquement que le mouvement qu'elles produisent; il doit entièrement proscrire les forces inhérentes au corps en mouvement, êtres obscurs & métaphysiques, qui ne sont capables que de répandre les ténèbres sur une science claire par elle-même. *Voyez* FORCE.

Les anciens, comme nous l'avons déjà insinué plus haut d'après M. Neuton, n'ont cultivé la *Méchanique* que par rapport à la statique; &, parmi eux, Archimède s'est distingué sur ce sujet par ses deux traités de *æquipondérantibus*, &c. *insidentibus humido*. Il étoit réservé aux modernes, non-seulement d'ajouter aux découvertes des anciens touchant la statique, *voyez* STATIQUE; mais encore de créer une science nouvelle sous le titre de *Méchanique* proprement dite, on de la science des corps & mouvemens. On doit à Stevin, mathématicien du prince d'Orange, le principe de la composition des forces que M. Varignon a depuis heureusement appliqué à l'équilibre des machines; à Galilée, la théorie de l'accélération, *voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE; à MM. Huyghens, Wren & Wallis, les loix de la percussion, *voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION DU MOUVEMENT; à M. Huyghens les loix des forces centrales dans le cercle; à M. Neuton, l'extension de ces loix aux autres courbes & au système du monde, *voyez* CENTRALE & FORCE; enfin aux géomètres de ce siècle la théorie de la dynamique. *Voyez* DYNAMIQUE & HYDRODYNAMIQUE. (*O*)

Ceux qui desireront s'instruire à fond de la *méchanique*, doivent lire avec attention, d'abord le traité élémentaire de *Méchanique* par M. l'abbé Bossut, 1 vol. *in-8°*; quoique cet ouvrage, qui est très-bien fait, contienne les premiers principes de la science, comme le titre l'indique, il conduira cependant fort loin le lecteur qui l'étudiera avec soin; ensuite on pourra lire la *Méchanique* de M. Euler, la *Dynamique* de M. d'Alembert, *&c.*

MEDIATION, s. f. (*Géom.*) selon certains auteurs anciens d'arithmétique, est la division par 2, ou lorsqu'on prend la moitié de quelque nombre ou quantité. Ce mot n'est plus en usage: on se sert plus communément de celui de *bipartition*, qui n'est pas lui-même trop usité; & lorsqu'il s'agit de lignes, on dit *bissection*. *Voyez* BISSECTION.

MEDIATION. *V. passage au Méridien.*

MEGAMETRE, (*Astronom.*) instrument propre à mesurer les distances de plusieurs degrés entre les astres. Son nom tiré du grec annonce qu'il sert pour des distances plus grandes que les micromètres qui vont rarement à un degré; cet instrument fut décrit, en 1766, par M. de Charnières, dans un ouvrage, intitulé: *Mémoires sur les observations des longitudes*, publiés par ordre du roi, à l'imprimerie royale. Ce jeune officier, le premier de la marine qui ait montré la connoissance & l'habitude des longitudes par le moyen de la lune, a donné ensuite, en 1772, la théorie & la pratique des longitudes en mer, où l'on trouve plus en détail la description du *mégamètre*; cet instrument ne diffère pas sensiblement de l'*héliomètre* imaginé, en 1748, par M. Bouguer; & M. de Lalande a un héliomètre construit vers 1750, pour l'abbé de la Caille, fort approchant du *mégamètre* de M. de Charnières. Cet instrument sert principalement à l'observation des longitudes en mer par le moyen des distances de la lune aux étoiles qui en sont voisines, c'est-à-dire, au dessous de 8 ou 10 degrés, tandis que le *quartier de réflexion*, ne peut guère servir que pour les distances qui sont au-delà de 10°, la lumière de la lune suffisant pour effacer celle des étoiles, dans cet instrument où l'on ne peut pas mettre

des lunettes aussi fortes que dans le *mégamètre*.

La figure 234 des planches d'astronomie, représente le *mégamètre* monté sur son pied, & disposé pour faire des observations; la boîte $X Y$, qui renferme tout le méchanisme est d'un bois très-mince, ou même pourroit être faite en tole; à l'extrémité Y, est adaptée une boîte de cuivre $E G$, destinée à porter les objectifs & le méchanisme propre à les faire mouvoir; M est le porte-oculaire. La propriété de cet instrument est de rassembler deux lunettes dans le même tuyau avec un seul oculaire, c'est-à-dire, deux objectifs de même foyer, placés de manière qu'ils puissent s'éloigner de plusieurs degrés, & qu'ils correspondent tous deux au même oculaire; ils fournissent chacun une image du même objet au foyer commun; on les rapproche à volonté suivant la distance de ces objets, qui est proportionnelle à la distance respective des centres des objectifs.

Pour que les images soient distinctes & bien terminées, il faut nécessairement que les objectifs aient exactement le même foyer; &, pour en être sûr, on a imaginé de couper un objectif par un de ses diamètres; par-là on obtient deux images également distinctes au foyer commun, moins brillantes à la vérité que si elles étoient produites par deux objectifs entiers; mais cette méthode rend la construction du *mégamètre* plus commode.

Si l'on fixe ces moitiés d'objectifs, sur deux plaques de cuivre à coulisses a b, qui puissent se mouvoir de manière à faire coïncider les objectifs, pour ne rendre qu'une seule image à l'oculaire, & qu'ensuite on puisse les séparer, de façon à présenter deux images différentes, on pourra rapprocher, & réunir sur le même oculaire des objets éloignés; le chemin que l'on aura fait parcourir aux centres de ces deux objectifs, combiné avec la longueur connue de leur foyer, donnera exactement la mesure de l'arc qui sépare dans le ciel les deux astres qu'on observe.

Voilà l'idée générale de l'héliomètre & du *mégametre*. Nous allons en développer les détails relativement à la construction de ce dernier, & à la connoissance des arcs qu'il peut mesurer.

Les deux platines a, b qui portent les objectifs, sont mobiles dans des rainures faites aux parois du chassis immobile E G, & ont chacune une ouverture ou échancrure en demi-cercle, égale à l'ouverture des demi-objectifs, que l'on fait ordinairement de 15 lignes; la courbure de ces deux coulisses ou platines, est celle d'un arc de cercle de 40 pouces de rayon, qui est la longueur du foyer des objectifs, & qui termine la longueur du tuyau $X Y$ de l'instrument; les verres sont encadrés dans ces échancrures, de manière que leur section soit toujours sur une même ligne: en sorte qu'étant réunies par le mouvement des coulisses, ils ne fassent plus qu'un seul verre, & produisent une seule image du même objet. Mais comme il arrive rarement que l'artiste place ces deux objectifs parfaitement dans un plan, il a été nécessaire de n'en fixer qu'un d'une manière invariable sur sa coulisse, & de monter l'autre de manière à lui donner un petit mouvement, pour pouvoir facilement & par observation, réunir les images où les centres des objectifs.

Pour le mouvement des deux coulisses qui portent les objectifs, on met sur chacune un écrou solidement fixé. Dans l'intérieur de la boîte est une vis mobile sur les parois du chassis de cuivre; on voit l'extrémité de la vis en N; cette vis engrène de chaque côté dans l'écrou de chaque coulisse, & comme une moitié de cette vis est taraudée à droite, & l'autre moitié à gauche, avec des pas égaux, son mouvement de rotation produira dans les coulisses des mouvemens égaux, mais contraires; ainsi les demi-objectifs qui sont unis aux coulisses, s'écarteront également du milieu D de la boîte où de l'axe de l'instrument. Mais comme les coulisses a b sont des arcs de cercle; les perpendiculaires élevées de la grande vis, qui les fait mouvoir sur les coulisses, sont plus ou moins grandes à mesure qu'elles s'approchent, ou s'écartent de l'axe de l'instrument; il faut donc composer ces écrous de deux parties rentrantes l'une dans l'autre, & qui puissent se raccourcir ou s'alonger, comme les différentes perpendiculaires élevées de la vis sur le plan des coulisses. Ce qui se fait par le moyen d'une queue cylindrique, qui entre à frottement doux dans un trou d'égale grosseur, pratiqué à la partie de l'écrou fixée sur les coulisses.

A l'extrémité Y de la boîte, dans la plus grande largeur du tuyau, on fixe la boîte de cuivre qui porte tout ce mécanisme, elle est arrêtée par quatre vis, ou un plus grand nombre sur chaque parois. A l'autre bout X le porte oculaire, est fixé de la même façon. A côté de l'oculaire on voit une vis de rappel qui se prolonge le long d'un des côtés de la boîte, & va par le moyen d'un pignon, engrener dans une petite roue de champ, qui est fixée sur l'extrémité N de la grande vis qui fait mouvoir les objectifs, & par ce moyen l'observateur peut les faire mouvoir avec facilité, en regardant toujours dans l'instrument.

Les deux coulisses servent de *vernier*, par le moyen des divisions que l'on y trace, & l'on peut encore subdiviser les parties par un petit cadran placé sur la vis de rappel, soit en N, ou près de l'oculaire, comme le faisoit M. de Charnieres dans les derniers *mégamètres* qu'il a fait construire.

La combinaison d'oculaires que M. de Charnieres indique comme la plus avantageuse, consiste à placer très-près l'un de l'autre deux oculaires, dont le plus grand ait 20 lignes de foyer, & 12 d'ouverture.

d'ouverture; & le plus petit 18 lignes de foyer; avec 10 $\frac{1}{2}$ lignes d'ouverture. On ſait que lorſque deux oculaires ſont joints enſemble, la ſomme de leurs foyers eſt à un des foyers, comme l'autre foyer eſt au foyer commun; ainſi, les deux oculaires qui ſont ici convexes équivalent à un ſeul, qui auroit 9 $\frac{1}{2}$ lignes de foyer à très-peu-près. De même on ſait, par la dioptrique, qu'en diviſant la longueur focale de l'objectif, qui eſt ici de 40 pouces par 9 $\frac{1}{2}$ lignes, l'on aura environ 52 pour la quantité de fois dont les objets ſont augmentés. Le champ viſible de la lunette, ou l'eſpace qui eſt vu en même-temps par chaque objectif eſt d'environ un degré & un tiers.

Pour déterminer la valeur des parties du *mégamètre*, on meſure ſur le terrein une baſe de 8 degrés environ, qui eſt la grandeur des arcs que peut meſurer l'inſtrument; & comme la poſition du demi-objectif indique que la diſtance reſpective des mires doit faire le petit côté d'un triangle iſocèle, dont le foyer de l'oculaire doit occuper le ſommet. Chaque moitié de cette diſtance reſpective des mires doit être la tangente de chaque moitié de l'angle au ſommet, meſuré ſur le terrein. Comme la vis qui fait mouvoir les objectifs parcourt des tangentes, il faut dreſſer une table où l'on exprime la quantité de ſecondes dont les tangentes ſurpaſſent les arcs correſpondans, & corriger enſuite la première table des parties égales, faites ſur chaque couliſſe, afin d'avoir exactement la valeur des parties du *mégamètre*. Il y a pluſieurs méthodes de faire la même opération, ſoit par les diſtances des aſtres, ſoit par leurs diamètres.

Il nous reſte à dire un mot du pied ſur lequel on poſe cet inſtrument, pour pouvoir lui imprimer tous les mouvemens dont on a beſoin, ſur-tout à la mer. La partie *A* eſt une forte pièce de bois où ſe réuniſſent trois pieds que l'on peut fixer & démonter à volonté. Cette pièce de bois *A* eſt percée, ſelon ſa longueur, d'un trou rond, dans lequel paſſe une pièce cylindrique *F*, qui peut ſe hauſſer ou baiſſer à volonté, & ſe fixer à la hauteur convenable, au moyen d'une vis de preſſion. Au bout de la pièce cylindrique *F* eſt un cylindre de cuivre, fait pour recevoir l'extrémité de la pièce *H H*. Le cercle *H H* eſt mobile ſur deux pivots *O O*, il eſt fait pour recevoir le corps du *mégamètre*. Sur chaque partie du *mégamètre*, où doit ſe trouver le cercle, on a fixé de petites roulettes ou des eſpèces de poulies, qui ſont que l'inſtrument tourne à frottement dans le cercle. Je ne doute point que ſi les artiſtes éclairés s'en étoient occupés, ils n'euſſent trouvé pluſieurs moyens de perfectionner cet inſtrument, ſoit pour la commodité du pied, ſoit pour l'exactitude des diviſions & des ajuſtemens que l'on n'a encore vu juſqu'ici exécutés qu'imparfaitement; ces choſes réunies auroient peut-être déterminé d'autres officiers que M. de Charnieres à en faire uſage à la mer, & à porter un jugement plus certain ſur ſon application, & ſur les difficultés qui s'y rencontrent dans l'uſage.

Les navigateurs éclairés ont objecté contre l'uſage du *mégamètre*, 1.° Le peu de circonſtances où l'on peut avoir une étoile remarquable aſſez près de la lune pour faire l'obſervation. 2.° La difficulté même de l'obſervation. 3.° Enfin la longueur exceſſive du calcul, qui juſqu'à ce qu'on ait des tables pour l'abréger, ne peut guère ſe propoſer aux marins; ils ajoutent qu'une erreur de calcul trop aiſée à faire, mettroit ſouvent dans le cas de ne pouvoir tirer de réſultat de leurs obſervations qu'un ou deux jours après l'avoir faite. Je crois que, de part & d'autre, l'on a exagéré. Le *mégamètre*, par ſa conſtruction même eſt ſuſceptible d'une grande exactitude dans les obſervations; perſonne ne peut nier, qu'il n'y ait des cas, des obſervations, où l'on peut en tirer un parti avantageux; ce ſeroit à des officiers éclairés, & qui auroient le loiſir de s'occuper d'aſtronomie, à l'examiner à la mer. Pour la longueur du calcul elle ſera toujours conſidérable dès qu'on voudra trouver le réſultat des obſervations rigoureuſement, mais il ſera abrégé par des tables du nonagéſime de M. Lévêque, imprimées à Avignon en 1776, pour calculer les effets des parallaxes. Pou[illegible]ficulté d'obſervations, je la crois facile à ſ[illegible]er avec du zèle, de la patience & de l'habi[illegible]de. M. de Charnieres a donné des exemples de l'exactitude que ces obſervations apportoient dans la Navigation, & a prouvé, par expérience, que tout le monde pouvoit, avec un peu d'exercice, faire les obſervations, & en tirer un parti avantageux. On peut voir ſa *Théorie des longitudes en mer*, publiée à Paris en 1772, à l'imprimerie royale, 260 pages *in*-8°. (*M.* Dagelet.)

MÉLICERTE, nom de la conſtellation d'*Hercule*.

MEMBRE *d'une équation*, (*Alg.*); ce ſont les deux parties ſéparées par le ſigne =; ainſi, dans $a + b = c$, $a + b$ eſt un *membre* & c l'autre. Dans $x^2 + axx - c^2 = o$, $x^2 + axx - c^2$ eſt le premier membre, & c l'autre: les termes d'une équation ſont les différentes parties de chaque *membre*; par exemple, ici x^2, $+ axx$, $- c^2$, &c. ſont trois termes. *V.* Equation & Terme. (*O*)

MÉNALE. *V.* Mont-ménale.

MÉNALIPPE, nom de la conſtellation de *Pégaſe*.

MENDÈS, divinité égyptienne qui a donné lieu à la conſtellation du capricorne, ſuivant M. Schmidt.

MENISQUE, ſ. m. (*Optique*) verre ou lentille concave d'un côté, & convexe de l'autre, qu'on appelle auſſi quelquefois *lunula*. *Voyez* Lentille & Verre.

Nous avons donné à l'*article* Lentille une

formule générale, par le moyen de laquelle on peut trouver le foyer ou le point de réunion des rayons. Cette formule est $z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab}$, dans laquelle z marque la distance du foyer au verre, y la distance de l'objet au verre, a le rayon de la convexité tournée vers l'objet, b le rayon de l'autre convexité. Pour appliquer cette formule aux *menisques*, il faudra faire a négatif ou b négatif, selon que la partie concave sera tournée vers l'objet ou vers l'œil : ainsi, on aura dans le premier cas.

$$z = \frac{-2aby}{-ay + by + 2ab};$$

& dans le second, $z = \frac{-2aby}{ay - by + 2ab}$:

de-là on tire les règles suivantes.

Si le diamètre de la convexité d'un *menisque* est égal à celui de la concavité, les rayons qui tomberont parallèlement à l'axe, redeviendront parallèles après les deux réfractions souffertes aux deux surfaces du verre.

Car soit $a = b$ & y infinie; c'est-à-dire, supposons les rayons des deux convexités égaux, & l'objet à une distance infinie, afin que les rayons tombent parallèles sur le verre; on aura dans le premier cas & dans le second $z = \frac{[illegible]}{ay [illegible] y}$: ce qui donne z infinie, & par conséquent les rayons seront parallèles en sortant, puisqu'ils ne se réuniront qu'à une distance infinie du verre.

Un tel *menisque* ne seroit donc propre ni à rassembler en un point les rayons de lumière, ni à les disperser, & ainsi il ne peut être d'aucun usage en Dioptrique. *Voyez* RÉFRACTION.

Voici la règle pour trouver le foyer d'un *menisque*, c'est-à-dire le point de concours des rayons qui tombent parallèles. Comme la différence des rayons de la convexité & de la concavité est au rayon de la convexité, ainsi le diamètre de la concavité est à la distance du foyer au *menisque*.

En effet supposant y infinie, la première formule donne $z = \frac{2ab}{b - a}$, & la seconde donne $\frac{-2ab}{a - b}$, qui donne dans le premier cas $b - a : b :: -2a : z$, & dans le second $a - b : a :: -2b : z$.

Par exemple, si le rayon de la concavité étoit triple du rayon de la convexité, la distance du foyer au *menisque* seroit alors, en conséquence de cette règle, égale au rayon de la concavité; & par conséquent le *menisque* seroit en ce cas équivalent à une lentille également convexe des deux côtés. *Voyez* LENTILLE.

De même si le rayon de la concavité étoit double de celui de la convexité, on trouveroit que la distance du foyer seroit égale au diametre de la concavité; ce qui rendroit le *menisque* équivalent à un verre plan convexe. *Voyez* VERRE.

De plus, les formules qui donnent la valeur de z font voir que le foyer est de l'autre côté du verre, par rapport à l'objet. Si b est plus petit que a dans le premier cas, & si b est plus grand que a dans le second; & au contraire si b est plus grand que a dans le premier cas, & plus petit que a dans le second, le foyer sera du même côté du verre que l'objet, & sera par conséquent virtuel, c'est-à-dire que les rayons sortiront divergens. *Voyez* FOYER.

Il s'ensuit encore de cette même formule que le rayon de la convexité étant donné, on peut aisément trouver celui qu'il faudroit donner à la concavité pour reculer le foyer à une distance donnée.

Quelques géometres ont donné le nom de *menisque* à des figures planes ou solides, composées d'une partie concave & d'une partie convexe, à l'instar des *menisques* optiques. (*O*)

MENSURABILITÉ, s. f. (*Geom.*) c'est l'aptitude ou la propriété qu'a un corps, de pouvoir être appliqué à une certaine mesure, c'est-à-dire, de pouvoir être mesuré par quelque grandeur déterminée. *Voyez* MESURE & MESURER.

MER

MERCURE, (*Astronomie*) est la plus petite des planètes inférieures, & la plus proche du soleil. On l'exprime par ce caractère ☿.

La moyenne distance de *mercure* au soleil est à celle de notre terre au soleil, comme 38710 est à 100000.

L'inclinaison de son orbite, c'est-à-dire, l'angle formé par le plan de son orbite avec le plan de l'écliptique, est de 7 degrés 0'. Son diamètre est environ deux cinquièmes de celui de la terre, il nous paroît de 12 secondes lorsqu'il est le plus près de nous.

Selon Neuton, la chaleur & la lumière du soleil sur la surface de *mercure*, sont sept fois aussi grandes qu'elles le sont au fort de l'été sur la surface de la terre; ce qui, suivant les expériences qu'il avoit faites avec le thermomètre, suffiroit pour faire bouillir l'eau. Un tel degré de chaleur doit donc rendre *mercure* inhabitable pour des êtres de notre constitution; & si les corps qui sont à sa surface ne sont pas tout en feu, il faut qu'ils soient d'un degré de densité plus grand à proportion que les corps terrestres.

La révolution de *mercure* autour du soleil se fait en 87 jours 23 heures 14' 26"; c'est-à-dire, que son année est environ quatre fois moindre que la nôtre. Sa révolution diurne, ou la longueur de son jour n'est pas connue; il n'est pas même certain s'il a un mouvement autour de son axe.

Nous ne favons pas non plus à quelle variété de tems ou de faifons il peut être fujet, parce que nous ne connoiffons point l'inclinaifon de fon axe fur le plan de fon orbite. Sa denfité, & par conféquent la gravitation des corps vers fon centre, ne fauroit fe déterminer exactement; mais le grand chaud qu'il fait fur cette planète, fait préfumer qu'elle eft plus denfe que la terre.

Mercure change de phafe comme la lune & vénus, felon fes différentes pofitions avec le foleil & la terre. Il paroît plein dans fes conjonctions fupérieures avec le foleil, parce qu'alors nous voyons tout l'hémifphère illuminé; mais, dans les conjonctions inférieures, on ne voit que l'hémifphère obfcur; fa lumière va en croiffant, comme celle de la lune, à mefure qu'il paroît fe rapprocher du lieu où eft le foleil, en allant vers la conjonction fupérieure, mais ces phafes font très-difficiles à diftinguer à caufe de la petiteffe de fon diamètre. L'orbite que mercure décrit autour du foleil en trois mois, eft très-excentrique; il eft beaucoup plus près du foleil dans quelques-uns de fes points que dans d'autres. Son excentricité eft de 7960 parties, dont la diftance du foleil à la terre eft 100000, en forte que l'équation de fon orbite eft de 23° 40′ 49″.

Le fyftême de Ptolemée eft refuté par les apparences de mercure, comme par celles de vénus; car on apperçoit quelquefois *mercure* entre la terre & le foleil, & quelquefois au-delà du foleil; mais jamais on ne voit la terre entre *mercure* & le foleil; ce qui devoit arriver, fi les orbites de toutes les planètes renfermoient la terre dans leur centre, comme le fuppofe Ptolemée. *Voyez* SYSTÊME.

Le diamètre du foleil vu de *mercure*, doit paroître prefque trois fois plus grand que vu de la terre, *mercure* en étant trois fois plus proche que nous ne le fommes; le difque du foleil nous paroîtroit, fi nous étions dans *mercure*, environ fept fois plus grand qu'il ne nous paroît ici.

Sa plus grande élongation du foleil par rapport à nous, c'eft-à-dire l'arc de l'écliptique compris entre le lieu du foleil & celui de *mercure*, ne paffe jamais 28 degrés; ce qui fait qu'il eft rarement vifible, fe perdant d'ordinaire dans la lumière du foleil; ou dans le crépufcule. Mais quelquefois on voit *mercure* fur le difque du foleil; dans fa conjonction inférieure, comme une petite tache qui éclipfe une petite partie du difque folaire, & qu'on ne fauroit obferver qu'au télefcope. La première obfervation de cette efpèce fut faite par Gaffendi en 1631, à Paris, le 7 Novembre, & l'on en a vu treize autres depuis ce temps-là. *V.* PASSAGE.

Comme les cinq autres planètes font fupérieures à *mercure*, leurs phénomènes paroîtroient aux habitans de *mercure* à-peu-près les mêmes que nous paroiffent ceux de mars, de jupiter & de faturne.

Il y a cependant cette différence que les planètes de mars, de jupiter & de faturne paroîtroient encore moins lumineufes aux habitans de *mercure*, qu'elles ne nous le paroiffent, à caufe que cette planète en eft plus éloignée que nous. Vénus leur paroîtroit à-peu-près auffi éclatante qu'elle nous le paroît de la terre.

Les obfervations de *mercure* étant rares & difficiles, on a été long-temps à pouvoir conftruire de bonnes tables de fes mouvemens. En 1723, Halley publia fes élémens des tables; mais il y avoit encore des erreurs fenfibles. Celles que j'ai données dans mon Aftronomie, ne s'écartent prefque jamais d'une minute de l'obfervation.

Selon Neuton, le mouvement de l'aphélie de *mercure* feroit d'environ 52″ par an. Mais, fuivant moi, il eft de 1′ 11″. Le mouvement du nœud, déterminé par Halley, eft en cent ans de 1° 26′ 34″ felon la fuite des fignes; mais fuivant mes tables il n'eft que de 1° 15′ 0″ ou 8′ 45″ moindre que la préceffion des équinoxes. Au refte, on trouvera au mot PLANÈTE, les élémens de l'orbite de *mercure*, comme ceux de toutes les autres planètes. (*D. L.*)

MÉRIDIEN, (*Aftronomie*) grand cercle de la fphère, qui paffe par le zénit & le nadir, & par les poles du monde, & qui divife la fphère en deux hémifphères placés l'un à l'orient, & l'autre à l'occident. *Voyez* LA SPHÈRE, *planches d'Aftronomie*, *fig.* 1.

On l'appelle *méridien*, du mot latin *meridies*, midi; parce que lorfque le foleil fe trouve dans ce cercle, il eft ou midi ou minuit pour tous les endroits fitués fous ce même cercle.

Les Aftronomes obfervent fans ceffe le paffage au méridien. *Voyez* PASSAGE. On appelle auffi un *Méridien* une efpèce de cadran folaire compofé d'un gnomon & d'une ligne verticale fur laquelle l'image du foleil tombe au moment de midi; tel eft celui que M. Caffini a fait en 1737, vis-à-vis de l'horloge du Palais, dans le temps que M. Turgot fit élargir le quai, tels font ceux que j'ai faits au Palais-Royal, à la place de la Croix-Rouge, au Luxembourg, &c.

Premier méridien (*Géogr.*) *Voyez* LONGITUDE.

Différence des méridiens, ou différence de ongitude. *Voyez* LONGITUDE.

Méridien univerfel dans le calcul des éclipfes, eft celui où l'on fuppofe le foleil fixe, les différens pays de la terre y arrivant fucceffivement.

MÉRIDIEN MAGNÉTIQUE, c'eft un grand cercle qui paffe par les poles de l'aimant, & dans le plan duquel l'aiguille aimantée ou l'aiguille du compas de mer fe trouve. *Voyez* AIMANT, *dans le Dictionnaire de Phyfique*.

MÉRIDIENNE ou LIGNE MÉRIDIENNE, c'eft une ligne qui marque le midi; c'eft une partie de la commune fection du plan du méridien & de l'horizon d'un lieu. On l'appelle quelquefois *ligne nord & fud*.

On appelle auffi en général *méridienne*, la

commune section du méridien & d'un plan quelconque, horizontal, vertical, ou incliné. *Voyez* CADRAN.

La *ligne méridienne* est d'un grand usage en Astronomie, en Géographie, en Gnomonique; ainsi, nous allons indiquer diverses méthodes pour la tracer.

Décrivez sur un plan horizontal & du même centre plusieurs arcs de cercle. Sur le même centre élevez un stile ou gnomon perpendiculaire à l'horizon, & d'un pié ou d'un demi-pié de long; entre 9 & 10 heures du matin, observez le point où l'ombre du stile se terminera en différens instants, sur chacun des cercles. Observez ensuite l'après-midi les momens où l'ombre viendra couper de nouveau les mêmes cercles, & marquez les points où elle les coupera. Partagez ensuite les arcs de cercles ou les intervalles du matin au soir sur chaque cercle, en deux également, la même droite passera par le centre commun à tous les cercles, & par le milieu de chacun des arcs, & ce sera la *méridienne* cherchée.

Tous ces cercles ainsi tracés, servent à donner plus exactement la position de la *méridienne*, parce que les opérations réitérées, pour la déterminer sur plusieurs cercles concentriques, peuvent servir à se corriger mutuellement.

Pour éviter de placer un stile & de décrire des cercles, on peut se servir d'un instrument, *fig.* 37, des planches d'astronomie. Sur une base *L D R* est implanté un montant *A B*, qui porte une platine *T P A*, percée d'un trou *T*, pour introduire un rayon solaire; car le point lumineux se distingue mieux que le sommet de l'ombre. Le trou répond perpendiculairement au centre *C* de plusieurs cercles concentriques, tels que *L D R*. On place la base de manière qu'elle soit bien horizontale; on tourne l'instrument de manière que le rayon solaire passant par *T* vienne en un point *R* du cercle *L D R* le matin; l'on marque le soir le point *L*, où le même rayon vient couper le même cercle, & prenant le milieu *D* de l'arc *L R*, on a la méridienne *C D*.

Cette méthode est fondée sur ce que la hauteur du soleil est la même à égales distances du *méridien*, comme à 9 heures du matin & à 3 heures du soir; car le soleil décrivant un parallèle à l'équateur toujours perpendiculaire au *méridien*, & le *méridien* étant perpendiculaire à l'horizon, tout est égal à droite & à gauche, à l'orient & à l'occident; le soleil parcourt la partie orientale de son parallèle dans le même temps, avec la même vitesse, & par les mêmes degrés que la partie occidentale; ainsi le *méridien* est au milieu de deux points pris à hauteurs égales à l'orient & à l'occident.

Quand le soleil est à la même hauteur, les ombres sont de la même longueur; or la méthode précédente nous marque deux ombres égales, donc elle nous marque deux directions également éloignées du *méridien*, donc le milieu des deux ombres donne la *méridienne*. Au lieu de deux ombres égales l'instrument que nous avons décrit, donne deux distances égales du rayon solaire à la ligne verticale *T C*, ce qui revient au même pour la méthode.

Ce procédé n'est rigoureusement exact qu'au temps des solstices, c'est-à-dire, vers le 21 Juin, & le 21 Décembre; car, dans toutes les autres saisons, la *méridienne* tracée déclinera de quelques secondes, soit à l'orient, soit à l'occident, à cause du changement du soleil en déclinaison, qui devient assez sensible, pour que cet astre, quoique à même hauteur, se trouve plus ou moins éloigné du *méridien*, le soir que le matin; on corrige cette erreur par des tables qui ont été construites à cet effet, mais la différence est insensible dans l'opération que nous venons d'expliquer.

On peut tracer aussi une *méridienne* suffisante pour l'usage ordinaire par le moyen de l'étoile polaire. Mais comme il est nécessaire de prendre pour cela le temps où cette étoile est dans le *méridien*, l'on se sert de l'étoile ε, *fig.* 2, à la racine de la queue de la grande ourse; cette étoile a la même ascension droite que l'étoile polaire, à douze heures près, elles passent ensemble au *méridien*, l'une en haut & l'autre en bas; si donc on les voit dans le même à-plomb, dans le même vertical, on est sûr que l'étoile polaire est alors au *méridien*, & si l'on marque sa direction par deux fils à-plomb, on a la direction de la *méridienne*.

Pour parler avec plus de précision, je dois observer que ces étoiles étoient exactement ensemble dans le *méridien*, au mois de Juillet 1751; mais l'étoile ε de la grande ourse devance l'autre de 1′ 13″ ½ tous les dix ans, & au mois de Juin 1781, elle passoit 4′ 54″ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'assurer, par le moyen de deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical; attendre ensuite cinq minutes, & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile ε, qui aura déjà passé au-delà du *méridien* & du vertical; mais cette petite différence est insensible dans la pratique. Car, dans un quart d'heure, l'étoile polaire ne change de vertical que de 11′ 36″ de degrés, ce qui ne feroit sur un cadran horizontal que 1′ 2″ de temps.

Mais la seule méthode exacte & rigoureuse qu'il y ait pour tracer une *méridienne*, est la méthode des *hauteurs correspondantes*. On détermine par ces hauteurs le moment du midi vrai sur une bonne pendule, on marque la place de l'ombre ou de l'image du soleil au moment où la pendule marque l'heure, la minute & la seconde trouvées; on tire par cette place, & par le pied du stile, une ligne qui est la véritable *méridienne*. On ne sait pas au moment du midi quel est l'instant où il faut marquer l'ombre, mais on marque plusieurs points à différentes minutes, & le soir, après les

hauteurs correſpondantes, on ſait quel eſt le point où tomboit le véritable midi.

Je ſuppoſe qu'on peut avoir le pié du ſtile, ou le point qui répond perpendiculairement au-deſſous du centre du trou par lequel on introduit le rayon ſolaire; au lieu du ſtile on fait ordinairement une ouverture circulaire dans une plaque de cuivre, de ſorte que les rayons du ſoleil paſſant par cette ouverture, viennent repréſenter l'image du ſoleil ſur le pavé; on attache cette plaque parallélement à l'horizon, dans un lieu élevé & commode pour l'obſervation. On fait tomber une ficelle & un plomb pour meſurer la hauteur qu'il y a du trou au pavé; il faut avoir ſoin que le pavé ſoit parfaitement de niveau & horizontal; quelquefois on le fait blanchir, afin de repréſenter plus diſtinctement l'image du ſoleil; on tire la ligne méridienne par le pié du *gnomon*, c'eſt-à-dire, par le point que marque le plomb.

Au lieu d'une plaque horizontale, dans laquelle on fait un trou, on ſe contente quelquefois de faire un trou vertical à une croiſée, dont on ſupprime d'ailleurs entiérement le jour. L'image de ce trou eſt celle du ſoleil; & le milieu ou le centre de l'image, eſt ſenſiblement celle du centre du ſoleil : car cette image eſt la baſe d'un triangle dont l'angle au ſommet eſt d'environ 32', diametre apparent du ſoleil, & dont les côtés ſont forts grands par rapport à la baſe.

Souvent le fil à plomb qu'on abaiſſe depuis le centre du trou tombe dans un endroit qui n'eſt pas libre ou commode; alors on y ſupplée en tendant un fil depuis le centre du trou juſqu'au point où l'on a obſervé le midi; ce fil étant dans le plan du méridien, il ne s'agit plus qu'abaiſſer l'à-plomb de quelque endroit de ce fil, pour avoir ſur le pavé un des points de la *méridienne*; on tire alors la ligne de ce point à celui du midi qu'on a marqué, & c'eſt la *méridienne*.

Chez les anciens ce qu'on appelloit des *gnomons*, conſiſtoit ordinairement en de grands obéliſques élevés en plein air, & dans quelque grande place, au ſommet deſquels étoit un globe, ou une figure quelconque, qui faiſoit l'office de cette ouverture, & dont l'ombre tenoit lieu de l'image ſolaire; ils étoient en cela inférieurs à nos *méridiennes*, puiſque cette ombre ainſi environnée de la lumiere du ſoleil ne pouvoit qu'être fort mal terminée, & d'autant plus mal, que le gnomon étoit plus grand, & le ſoleil plus bas, comme il arrive au temps du ſolſtice d'hiver.

Nous avons parlé au mot GNOMON des méridiennes des anciens; nous allons parler de celles qui ont été faites de nos jours, & qui ſont de grands inſtrumens d'aſtronomie.

Le P. Ximenès, profeſſeur de mathématiques dans l'univerſité de Florence, a découvert dans la cathédrale de la même ville, un *gnomon*, dont la hauteur eſt de 277 piés 4 pouces 9 lignes, 68 par rapport au marbre ſolſticial; il lui paroît avoir été conſtruit par Paul Toſcanella, qui mourut en 1482; les marques qui y ſubſiſtoient depuis 1510, ont fait voir au P. Ximenès que l'obliquité de l'écliptique devoit être alors de 23° 29' 51"; il l'a déterminée lui-même en 1755, de 23° 28' 35", quantité qui paroît un peu trop grande, mais qui prouve au moins une diminution de 31" par ſiecle. Les changemens arrivés dans les murs de l'égliſe ont pu produire une partie de cette différence; mais le P. Ximenès, qui a rétabli & perfectionné ce monument, prouve que ces changemens ne ſauroient produire à beaucoup près une ſi grande incertitude. Cette grande *méridienne* fait la matiere d'un ouvrage conſidérable. *Del Vecchio e nuovo gnomone Fiorentino, in Firenze* 1757, *in*-4.°

On voit dans l'égliſe de S. Pétrone à Bologne, la fameuſe méridienne de Dominique Caſſini, dont le *gnomon* a 83 piés 5 pouces de hauteur : comme c'eſt une des méridiennes les plus célebres relativement à l'aſtronomie, & celle qui a été la plus utile à l'aſtronomie, nous croyons devoir en donner ici une notice plus détaillée.

Les mathématiciens de Bologne avoient été conſultés par les papes avant la réformation du calendrier, pour ſavoir quel jour devoit arriver l'équinoxe, ſur lequel ſe reglent les fêtes mobiles, & quelle différence il y avoit d'une année à l'autre; cela donna lieu au P. Ignace Dante, dominicain, profeſſeur de mathématiques à Bologne, de faire en 1575, dans l'égliſe de S. Pétrone, une méridienne qui n'étoit pas fort éloignée de l'endroit ou on la voit actuellement : il en fit même deux à Florence, à *Santa Maria novella*, & dans l'égliſe cathédrale. M. Caſſini vérifioit, en 1653, la méridienne de Bologne, lorſque la prolongation de l'égliſe, vers le midi, dérangea ſon travail, & il fut obligé de le refaire en entier en 1655, à-peu-près dans l'état où il eſt actuellement.

La lumiere du ſoleil y entre par une ouverture, qui a un pouce de diametre : la longueur de la ligne eſt de 206 piés 8 pouces de Paris, ce qui fait 2' & 10 tierces, ou la 600 millieme partie de la circonférence de la terre, comme on le voit marqué ſur un pilaſtre de l'égliſe.

Dans la ſuite, la plaque fixée dans la voûte s'étant abaiſſée, & le niveau de l'égliſe ayant varié inégalement, Caſſini rétablit cette méridienne en 1695. Il y marqua les dégrés de la diſtance au zénit & leurs tangentes, les ſignes du zodiaque, les heures que dure la nuit, les ſecondes & les tierces de la circonférence de la terre, & la largeur de l'image du ſoleil en été avec une inſcription vers l'extrémité méridionale de la ligne.

La méridienne de Florence a l'avantage de la hauteur, qui eſt de 277 piés; mais la méridienne de Bologne ſera toujours la plus célebre par les recherches curieuſes & importantes qu'y fit Caſſini, ſur-tout dans la théorie du ſoleil, qui eſt le fondement de toute l'aſtronomie. On peut dire que cette méridienne a fait époque dans l'hiſtoire du

renouvellement des sciences : à ce titre, elle méritoit bien d'être consacrée par la médaille qui est gravée dans la description de la méridienne imprimée en 1665, & dans l'ouvrage de M. Long: *Astronomy in five books, by Roger Long*. 1742. On voit d'un côté le portrait de Cassini, avec cette inscription : *Jo. Dom. Cassinus, archigym. Bonon. primar. astron. & R. Acad.* De l'autre, on voit la coupe de l'église de S. Pétrone, & le rayon solaire qui tombe sur la méridienne, au-dessus est écrit : *Facta copia cœli*; & au-dessous, *Bonon. M. D C. V C.* Quant cette *méridienne* fut finie, Cassini apprit aux mathématiciens de l'Europe, par un écrit public, qu'il s'étoit établi dans un temple un nouvel oracle d'Apollon ou du soleil, que l'on pouvoit consulter avec confiance sur toutes les difficultés d'astronomie. On peut en voir l'histoire plus en détail dans l'éloge de cet astronome par Fontenelle, *Hist. Acad.* 1712.

La *méridienne* de Bologne a été encore vérifiée & réparée par Manfredi, qui a publié à ce sujet un volume *in*-4.°, rempli des observations qu'on y avoit faites depuis 1655, jusqu'en 1735. *De gnomone meridiano Bononiensi*, 1736, *in*-4.° Enfin M. Zanotti a publié en 1779, un ouvrage intitulé: *La meridiana del tempio di San Petronio rinnovata, l'anno* 1776.

La méridienne des chartreux de Rome est une des plus grandes & des plus belles qu'on ait faites, & elle est certainement la plus ornée, la plus riche de toutes. Ce fut, en 1701, que François Bianchini, prélat de Rome, entreprit de faire cette méridienne. Le pape Clément XI songeoit alors à faire une réforme dans le cycle pascal du calendrier grégorien; Bianchini & Jacques-Philippe Maraldi, l'un des astronomes de l'académie des sciences de Paris, neveu de Cassini, & qui se trouvoit alors à Rome au sujet de cette question du cycle pascal, furent chargés par le pape de construire un *gnomon* astronomique, pour y observer les mouvemens du soleil & de la lune. Ce *gnomon* est décrit dans une dissertation de Bianchini; *De nummo & gnomone Clementino*; on voit à la suite du livre la médaille que fit frapper Clément XI, à l'occasion de cet ouvrage. D'un côté, est le portrait du S. Pere; de l'autre, on voit une partie de l'église, avec la méridienne & le rayon solaire qui y pénètre. Bianchini fit choix du vaste édifice des thermes de Dioclétien, dont la solidité avoit été éprouvée par une antiquité de plus de quatorze siècles. Cette grande solidité parut surtout lors du violent tremblement de terre de 1703, qui ébranla & fit des lézardes dans plusieurs grands édifices de Rome, sans produire le moindre effet sur les murs de l'église des chartreux, ni sur la méridienne.

L'ouvrage fut fait sur les principes que Cassini avoit indiqués dans sa description de la méridienne de Bologne; & Bianchini décrit avec soin dans sa dissertation, toutes les précautions qu'il prit pour en assurer l'exactitude. La ligne fut tracée sur une lame de cuivre, bordée de dalles de marbre antique grec, de deux palmes de large, & nivelée par le moyen d'un canal plein d'eau. Elle est ornée de figures qui représentent le zodiaque, incrustées en marbre; on a marqué par des étoiles de bronze, les endroits de la ligne qui répondent aux hauteurs des principales étoiles; les distances au zénit y sont aussi en centièmes du rayon ou de la hauteur du *gnomon*, & chaque centième est divisée en mille parties, sur une plaque encastrée dans le mur. On voit aussi le long de la méridienne des nombres qui marquent les arcs de la circonférence de la terre en secondes & tierces, à raison de seize toises pour une seconde de cette circonférence terrestre.

La même méridienne répond à deux *gnomons*, l'un au midi, & l'autre au nord. Le *gnomon* austral a 62 pieds & demi de hauteur perpendiculaire; l'ouverture du *gnomon* a de diamètre la millième partie de cette hauteur. Ce *gnomon* méridional servoit non-seulement pour observer le soleil & la lune, mais encore pour les étoiles & les planètes; c'est avec ce *gnomon* que Bianchini trouva la latitude de Rome 40° 54' 27" dans ce point-là, & l'obliquité de l'écliptique de 23° 28' 35", pour 1703; il s'en servit aussi pour faire un grand nombre d'observations, qui sont rapportées dans le recueil donné par Eustache Manfredi: *Franc. Bianchini Veronensis, astronomicæ ac geographicæ observationes selectæ. Veronæ*, 1737, *in-folio*.

Le *gnomon* polaire ou septentrional a 75 pieds de hauteur; il reçoit le rayon de l'étoile polaire, & il servit à trouver aussi la hauteur du pole, par le moyen de cette étoile. Bianchini décrivit sur le pavé, les traces des paralleles de l'étoile polaire, pour l'espace de 800 ans. On y voit plusieurs ellipses concentriques dont la plus petite aura lieu dans 400 ans, l'étoile polaire n'étant plus alors qu'à un demi-degré du pole. Pour observer la hauteur de l'étoile polaire, par le moyen du *gnomon* septentrional, on dirigeoit une bonne lunette, de manière que le centre du réticule ou des fils de la lunette, passât par le centre de la croix fixée à la fenêtre boréale de l'église; il y avoit sur la lunette des pinnules extérieures exactement parallèles à l'axe optique de la lunette, avec lesquelles on s'alignoit en même temps vers l'ellipse décrite sur le pavé, au point où le rayon de l'étoile devoit aboutir. Par ce moyen on pouvoit en tout temps observer les deux hauteurs méridiennes de l'étoile polaire; l'on n'étoit point obligé d'attendre qu'on pût l'appercevoir précisément dans les deux points du méridien, ce qui ne peut se faire que dans l'hiver; car, l'ayant observée en trois points de son parallèle dans une même nuit, on décrivoit l'ellipse de ce parallèle, & l'on en concluoit à chaque fois la hauteur du pole. Le P. Boscovich qui fut chargé il y a quelques années par le cardinal Valenti, de vérifier & de corriger

cette méridienne, y remarqua quelques légeres imperfections; il trouva 15″ d'erreur au solstice d'hiver; il remarqua que la ligne n'est pas exactement droite, que les divisions n'en sont pas égales, que l'échelle qui devroit être divisée en 1000 parties, n'est divisée qu'en 900. Il examina aussi le niveau de la ligne, mais il trouva que ce niveau n'avoit pas changé sensiblement.

M. le Monnier nous a donné, dans les *Mém. de l'académie des Sciences de* 1743, la description de la grande & belle *méridienne* qu'il a tracée dans l'église de S. Sulpice; il y en avoit une tracée vers 1728, par Henri Sully, fameux horloger anglois. L'ouverture placée aux vitraux du bras méridional de la croisée, avoit 75 pieds de hauteur. Le mur opposé du bras septentrional n'en étoit intérieurement qu'à 180 pieds; d'où il suit que l'image du soleil, qui passoit par cette ouverture, ne pouvoit porter sur la *ligne méridienne*, tracée horizontalement sur le pavé de l'église que jusqu'au commencement de novembre. Car on sait que le point du solstice d'hiver sur une ligne horizontale à la latitude de Paris, s'éloigne du pied du stile ou du gnomon de plus du triple de sa hauteur; ce qui donne plus de 230 pieds. Le soleil se peignoit donc alors sur le mur opposé; & la *méridienne* continuée devenoit une ligne verticale.

M. le Monnier fit élever de cinq pieds & reculer de deux la grande plaque de métal ou ce soleil doré qui en portoit l'ouverture, ou plutôt il en substitua une autre, qui est scellée dans l'épaisseur du mur, & qui ne déborde que pour présenter aux rayons du soleil l'ouverture d'un pouce de diametre, & l'on supprima le jour de la fenêtre. Cette ouverture est donc présentement à 80 pieds de hauteur au-dessus du pavé de l'église. A la partie inférieure du mur septentrional, où répond la portion verticale de la nouvelle *méridienne*, qui se trouve à 18 pouces vers l'occident de l'ancienne: on a encastré en saillie un obélisque de marbre blanc d'environ 30 pieds de hauteur, sur une base ou piedestal de 4 à 5 pieds de largeur; & à la face antérieure & exactement verticale de cet obélisque, sur la *méridienne* qui la coupe par le milieu, sont gravées les transversales de 3 minutes, & leurs subdivisions de 5 en 5 secondes, qui répondent aux bords supérieurs & inférieurs du soleil au solstice d'hiver.

L'image du soleil qui se peint sur un plan horizontal vers le temps du solstice d'hiver, étant très-alongée sur le grand axe de la projection, se trouve par-là mal terminée, donne une grande pénombre, & ne peut par conséquent qu'indiquer assez imparfaitement la hauteur apparente du soleil. Ici au contraire l'image du soleil est presque ronde à ce solstice, & sa projection qui est d'environ 20 pouces de diametre en hauteur, approche beaucoup d'être directe; elle est aussi d'autant moins affoiblie par les bords.

Cette image au solstice d'hiver parcourt deux lignes par seconde sur l'obélisque où elle monte à environ 25 pieds au-dessus du pavé de l'église, & un peu plus de 3 lignes, lorsque le soleil étant au parallele de Sirius, elle est descendue plus bas. Ainsi, l'on y peut ordinairement déterminer le moment du midi, en prenant le milieu entre le passage des deux bords, avec la précision d'une demi-seconde, ou même d'un quart de seconde.

Dans la partie horizontale de la *méridienne* qui est la plus étendue, se trouve marqué le solstice d'été avec les divisions qui en indiquent l'approche. Toute cette partie de la ligne, ainsi que la verticale sur l'obélisque, est formée par une lame de cuivre de deux lignes d'épaisseur, mise & enfoncée de champ dans le marbre.

Dans toutes les *méridiennes* la distance du point solsticial d'été au pied du stile, étant petite en comparaison de l'éloignement du point solsticial d'hiver, les divisions y sont plus resserrées, & il est d'autant plus difficile d'y déterminer le temps & le point précis où le soleil arrive au solstice d'été. D'ailleurs l'entablement de la corniche inférieure empêchoit l'image du soleil d'y arriver, & en interceptoit les rayons pendant plusieurs jours avant & après. M. le Monnier a remédié à ces inconvéniens par une seconde ouverture, qu'il ménagea 5 piés plus bas que la premiere, vers le dedans de l'église, dans le même plan du *méridien*, & il y a scellé un verre objectif de 80 piés de foyer, au moyen duquel l'image solaire projettée sur la partie correspondante de la *méridienne*, est exactement terminée & sans pénombre sensible. Cette partie est distinguée des autres par une grande table carrée de marbre blanc de près de 3 piés de côté. L'image du soleil n'y parcourt qu'environ $1\frac{1}{2}$ ligne en 2 secondes de temps; mais on détermine le temps du midi à une demi-seconde près, de même que si l'image mal terminée y parcouroit 3 ou 4 lignes en une seconde, ou si le point du solstice d'été étoit à la même distance que celui du solstice d'hiver; cette *méridienne* devient équivalente à un très-grand quart de cercle; avantage qu'aucune *méridienne* n'a eu jusqu'ici. L'objectif qui constitue cette nouvelle ouverture, & qui est d'environ 4 pouces de diametre, est renfermé dans une boite ou espece de tambour qui ferme à clef, & que l'on n'ouvre que quand il s'agit de faire l'observation du solstice d'été.

Comme il est souvent difficile de trouver de grands objectifs d'une mesure précise, & telle qu'on la demande, on s'est servi de celui de 80 piés qu'on avoit, & qui étoit excellent, faute d'un de 82 à 83 piés qu'il auroit fallu employer pour un gnomon de 75 piés de hauteur: car c'est-là la distance de l'objectif au point solsticial d'été: mais le foyer de ces grands objectifs n'est pas compris dans des limites si étroites, qu'ils ne rassemblent encore fort bien les rayons de la

lumière à quelques piés de distance, plus ou moins, & l'essai qu'on a fait de celui-ci a très-bien réussi.

Ce que nous ne devons pas omettre, & ce qui est ici de la dernière importance, c'est la solidité de tout l'ouvrage, & sur-tout de cette partie de la *méridienne* qui répond au solstice d'été, & à l'ouverture de 75 piés de hauteur. Rien n'est si ordinaire que de voir le pavé des grands vaisseaux tels que les églises, s'affaisser par succession de temps. Cet accident a obligé plusieurs fois de retoucher à la *méridienne* de Bologne, & ce ne peut être jamais qu'avec bien de la peine, & avec beaucoup de risques pour l'accord & la justesse du tout ensemble. Mais on n'a rien de pareil à craindre pour la *méridienne* de S. Sulpice. Tout ce pavé fait partie d'une voûte qui est soutenue sur de gros piliers; & l'un de ces piliers qui se trouve placé sous le point du solstice d'été, soutient la table de marbre blanc sur laquelle sont tracées les divisions qui répondent à ce solstice. On en fixa la place en cet endroit, & pour cet usage, dès le temps qu'on construisit le portail méridional de S. Sulpice, & le mur où devoit être attachée la plaque; & comme les marbres, & sur-tout les marbres blancs, viennent enfin à s'user sous les piés des passans, on a couvert celui-ci d'une grande plaque de cuivre, qu'on ne leve qu'au temps de l'observation. Toutes ces précautions, jointes à tant de nouvelles sources d'exactitudes, font de la *méridienne* de S. Sulpice un instrument des plus utiles qui aient été procurés à l'Astronomie, & d'autant plus durable que l'église est neuve, & que Paris n'est point sujet aux tremblemens de terre. L'obélisque est chargé d'une inscription qui conservera la mémoire d'un si bel ouvrage, & du célèbre astronome au soin duquel on en est redevable; on y voit les avantages de cette *méridienne* pour le calendrier ecclésiastique : M. le Monnier y a long-temps observé le solstice, & je l'ai fait moi-même plusieurs fois. Une différence de 20" dans la hauteur du soleil fait une ligne sur le marbre, en sorte que l'effet de la nutation qui est de 18", y devient très-sensible; c'étoit le principal objet que M. le Monnier se proposa. En suivant ainsi les variations de l'obliquité de l'écliptique, il a cru reconnoître qu'elle n'avoit point diminué depuis 1745 jusqu'à 1763. *Mém. de l'académie 1762, pag. 266*; dans le même volume, *pag. 268*, je fis voir que si le mur de l'église avoit tassé seulement d'une ligne en dix-huit ans, la diminution de l'obliquité de l'écliptique disparoîtroit totalement, & qu'on ne pouvoit pas tirer de ces observations une conclusion pareille quant à présent. Mais depuis ce temps-là M. le Monnier a reconnu, sur la *méridienne*, la petite diminution d'obliquité que la théorie & les observations ont rendue incontestable. *Mém. de l'acad. 1774 & 1780.*

En 1732, M. Cassini fit faire, dans la grande salle de l'observatoire royal de Paris, une méridienne graduée, tracée en marbre, & dont le *gnomon* a 30 piés & demi de hauteur; on en peut voir la description & les procédés dans les *Mémoires* de l'Académie pour 1732. M. Cassini jugea que le diamètre du trou devoit être en général la millième partie de la hauteur du *gnomon*; mais je crois qu'il est souvent utile de le rendre plus grand, pour avoir plus de lumière; l'inconvénient qui en résulte par l'augmentation de l'image, n'est pas considérable; en augmentant le trou du *gnomon* d'une méridienne, de 3 lignes, on n'ajoute que 3 lignes au diamètre de l'image, quelque grande qu'elle soit, & à quelle distance qu'elle soit du trou, & cependant on peut augmenter beaucoup la lumière. Le tems du passage n'augmente donc que de ce qui répond à cette quantité de 3 lignes. Alors il faut calculer combien un espace de 3 lignes met de tems à passer le méridien, & quel angle il soutend à la distance de l'image au trou, pour en tenir compte dans le calcul du diamètre.

L'image est toujours ovale, soit que la plaque soit horizontale ou non, à moins que le plan ne soit perpendiculaire au rayon solaire, parce que la section d'un cône ou d'un cylindre est toujours une ellipse, quand les deux côtés sont coupés par un plan qui est oblique à l'axe du cône ou du cylindre. Elle est aussi toujours environnée d'une pénombre considérable : M. Bianchini la supposoit à chaque bord de l'image du soleil $\frac{1}{1000}$ de la hauteur du *gnomon*, & c'est ce qu'il retranchoit du diamètre : c'est pour diminuer cette pénombre que l'on a mis sur le trou de la méridienne de S. Sulpice, un verre de 80 piés de foyer, qui sert du moins pour le solstice d'été. En calculant la hauteur des deux bords de l'image du soleil, & déduisant la largeur du trou, l'on trouve la valeur du diamètre solaire, c'étoit le meilleur moyen de le déterminer avant l'invention des micromètres. On avoit cru qu'il y auroit de l'avantage à rendre le trou extrêmement petit, mais il en résultoit une diffraction dans les rayons, qui augmentoit considérablement le diamètre du soleil. Scheiner, & quelques autres astronomes, y furent trompés, comme on le voit fort au long dans Riccioli, *Astronomia reform.* pag. 39.

Pour calculer la hauteur du soleil par le moyen d'une méridienne dont le trou horizontal seroit EGF (*fig. 30 d'astronomie*), marquez les extrémités K & I de l'image du soleil sur la ligne méridienne, & retranchez de chacune une ligne droite égale au demi-diamètre de l'ouverture; savoir, d'un côté KH & de l'autre côté LI; le reste HL sera l'image du diamètre du soleil, qui, étant coupée par le milieu en B, donne le point sur lequel tombent les rayons du centre du soleil. Ayant donc la ligne droite AB & la hauteur AG du *gnomon* avec l'angle A, qui est un angle droit, l'angle ABG, ou la hauteur apparente du centre du soleil, n'est pas difficile à trouver; car, en prenant pour le rayon un des côtés donnés AB, AG sera la tangente de l'angle opposé B; dites donc;

donc: le côté $A\ B$ est à l'autre côté $A\ G$ comme le sinus total est à la tangente de l'angle B, ou de la hauteur du soleil.

Le rayon qui vient du centre du soleil ne tombe pas exactement & rigoureusement au point B, milieu de la ligne $H\ B\ L$. Il faudroit pour cela que les lignes $G\ H$, $G\ L$, fussent égales; ce qui n'est pas & ne sauroit être : mais, comme le trou G est fort petit, par l'hypothèse, qu'il est placé à une grande hauteur, & que par conséquent les lignes $G\ H$, $G\ L$, sont fort grandes & la ligne HL extrêmement petite, puisqu'elle n'est que l'image du soleil, il s'ensuit que l'on peut regarder comme sensiblement égales les lignes $B\ H$, $B\ L$; B étant supposé l'image du centre du soleil.

Méridienne *du temps moyen*, est celle qui marque le midi moyen, sur une courbe tracée suivant l'*équation du temps*; on en trouve la description dans la Gnomonique de M. Deparcieux, imprimée en 1741, & dans celle de Dom Bedos, imprimée en 1760 & en 1774, par les soins de Dom Monniotte.

La *méridienne du temps moyen*, sur un plan horizontal, est une ligne courbe, *fig. 284*, faite à-peu-près comme un huit de chiffre fort alongé, serpentant autour de la *méridienne* du temps vrai. Cette ligne est telle, que si l'on a une pendule à secondes, réglée selon le moyen mouvement du soleil, & qu'on lui fasse marquer midi lorsque la lumière du trou de la plaque passe par cette courbe, à l'endroit convenable désigné par le jour du mois, la pendule marquera toute l'année midi lorsque le soleil sera dans cette courbe; pour cela, il faut auparavant tracer les arcs des signes sur la *méridienne* droite, non-seulement pour le commencement de chaque signe, mais encore de 5 en 5 degrés des signes, c'est-à-dire, les arcs que le soleil parcourt au commencement de chaque signe, au cinquième degré de chaque signe, au dixième degré de chaque signe, *&c.* il n'est pas nécessaire de continuer ces arcs au-delà d'un quart-d'heure avant midi ou environ, & autant après midi : l'espace de chacun de ces arcs compris entre midi & midi un quart, ou entre midi & onze heures trois quarts, sera divisé en 900 parties égales, pour les 900 secondes qu'il y a dans un quart d'heure, & l'on prendra sur chacun de ces arcs autant de parties, soit avant midi, soit après midi, qu'il y a de secondes dans l'équation du temps ce jour-là ou pour cet arc de signe, selon qu'elle doit être en avance ou en retard; cela est aisé à faire avec la ligne des parties égales d'un compas de proportion. Ayant ainsi marqué deux points sur chaque arc de signe, l'un avant & l'autre après midi, chacun selon l'équation convenable; l'on fera passer une courbe par tous les points, ce qui fera la *méridienne du temps moyen*, autour de laquelle on écrira les noms des mois, convenablement aux signes dont les équations ont donné le point de la courbe, ainsi qu'on le voit dans la *fig. 284*, où les routes du soleil sont marquées de 5 en 5 degrés de chaque signe, & l'équation convenable à chaque côté réduite en secondes.

Quand on dit qu'il faut diviser en 900 parties égales l'espace de chaque arc, compris entre midi & midi un quart, cela suppose qu'en temps égaux le soleil parcourt des parties égales de ces arcs, ce qui est sensiblement vrai aux environs de midi, sur les plans horizontaux & sur les verticaux, qui ne déclinent pas beaucoup : mais lorsqu'on voudra tracer cette *méridienne* sur un plan déclinant, il faudra tout au moins tracer les lignes de midi cinq minutes, de midi dix minutes, de midi quinze minutes; & autant avant midi, & agir ensuite dans les espaces de chacune de ces subdivisions, selon que l'équation sera moindre que 300 secondes, que 600 secondes ou que 900 secondes, divisant chaque espace de cinq minutes en 300 parties égales, pour les 300 secondes qu'il y a dans cinq minutes. Lorsque la *méridienne* sera fort étendue, au lieu que de ne tracer les arcs des signes que de cinq en cinq degrés, on pourra les tracer de trois en trois degrés, ou de deux en deux, *&c.* & opérer par les équations convenables que l'on prendra dans les tables astronomiques, ou dans les *éphémérides*, pour une année moyenne entre deux bissextiles. Nous en avons donné la table pour chaque jour du mois au mot Equation du temps.

M. Grand-Jean de Fouchy, de l'académie des sciences, est le premier qui ait parlé de cette *méridienne du temps moyen*. Il en traça une chez le Comte de Clermont; M. Deparcieux en fit deux en 1740, & depuis ce temps-là on en a fait un grand nombre.

La République de Genève en a fait tracer une en 1780, par M. Mallet, d'après laquelle on donne tous les jours un signal à l'église de Saint-Pierre, pour que tous les Horlogers de la ville puissent régler les pendules sur le temps moyen, qui est le seul uniforme. On les régle de même en Angleterre, & les anglois sont même surpris qu'on se serve encore en France du temps vrai, ou du temps du soleil, malgré ses irrégularités. Les *méridiennes du temps moyen* devroient être en effet beaucoup plus communes qu'elles ne le sont. (*D. L.*)

Méridienne d'un Cadran, c'est une droite qui se détermine par l'intersection du *méridien* du lieu avec le plan du cadran. C'est la ligne de midi d'où commence la division des lignes des heures. *Voyez* Cadran.

MÉRIDIONAL, adj. (*Géog. & Astr.*) distance méridionale en *navigation*, suivant les Auteurs anglois, est la différence des méridiens ou la différence de longitude entre le méridien sous lequel le vaisseau se trouve, & celui d'où il est parti. *Voyez* Longitude.

Parties méridionales, *minutes méridionales* dans

la navigation angloise, en françois les latitudes croissantes, sont les parties dont les méridiens croissent dans les cartes marines, à proportion que les parallèles de latitude décroissent. *Voyez* CARTE DE MERCATOR.

On trouve dans les livres de navigation les tables des parties méridionales, faites par l'addition continuelle des sécantes; il y en a, par exemple, dans les tables de Jonas Moore, dans le traité de navigation de Bongner, *&c.* elles sont pour chaque degré & minute de latitude; & ces parties servent à graduer une carte marine, & à se conduire dans la navigation.

MEROPE, (*Astron.*) nom que les astronomes donnent à l'une des sept étoiles principales des pléiades.

Septima mortali Merope, tibi Sysiphe nupsit.
Pœnitet, & facti sola pudore latet.
Ovid. *Fast. lib. IV, v. 175.*

C'est ainsi qu'Ovide explique pourquoi on avoit coutume de dire qu'il y a sept pléiades, quoiqu'on n'en distingue que six à la vue simple. Au reste, avec des lunettes on en distingue un bien plus grand nombre. *Voyez* PLÉÏADES.

MESOLABE, s. m. (*Géom.*) instrument de mathématique, inventé par les anciens pour trouver méchaniquement deux moyennes proportionnelles; il est composé de trois parallélogrames qui se meuvent dans une rainure, & se coupent en certains points. Eutocius en donne la figure dans son commentaire sur Archimède. *Voyez* les *articles* DUPLICATION & MOYENNE PROPORTIONNELLE.

MESOLOGARITHME, s. m. (*Arithm.*) Kepler s'est servi de ce terme, pour exprimer les logarithmes des co-sinus & des co-tangentes; mais Neper appelle *antilogarithmes* les logarithmes des co-sinus, & *logarithmes* différentiels, *differentiales*, les logarithmes des co-tangentes; ces expressions ne sont plus usitées.

MESSIER, (*Astron.*) constellation boréale qui se voit sur les nouveaux globes célestes; elle fut introduite à l'occasion de la comète de 1774, découverte dans une partie du ciel où il y a beaucoup de petites étoiles, qui n'avoient aucun nom sur les cartes célestes. *Journal des Savans, Juin 1775.* Les modernes ont été obligés de remplir ainsi les vides que laissoient les 48 constellations anciennes, & l'on en compte 100 actuellement. *V.* CONSTELLATION.

On appelle *messier*, en François, celui qui est préposé à la garde des moissons ou des trésors de la terre; ce nom semble naturellement se lier avec celui de M. Messier, notre plus infatigable observateur qui, depuis plus de vingt ans, est comme préposé à la garde du ciel & à la découverte des comètes. J'ai cru pouvoir rassembler sous le nom de *messier* les étoiles éparses ou informes, situées entre cassiopée, céphée & la giraffe, c'est-à-dire, entre les princes d'un peuple agriculteur & un animal destructeur des moissons: cette nouvelle constellation rappellera en même temps au souvenir & à la reconnoissance des astronomes à venir, le courage & le zèle de celui dont elle porte le nom.

M. l'abbé Boscovich, aussi familier avec la poésie latine qu'avec les sciences mathématiques, fit, à l'occasion de cette nouvelle constellation, le distique suivant:

Sidera, non messes, Messerius iste tuetur;
Certe erat ille suo dignus inesse polo.

Les étoiles qui composent cette nouvelle constellation seront bientôt déterminées avec soin par M. Messier lui-même, qui a observé les ascensions droites & les déclinaisons de plusieurs: elles sont près des étoiles que M. le Monnier a rassemblées sous le nom de *Réenne*, dans l'édition *in*-4.° de l'atlas céleste de Flamsteed, publiée à Paris chez Fortin. Cette nouvelle constellation se trouve sur le globe céleste que j'ai publié en 1775, à Paris chez Lattré, & sur celui de M. Messier, qui se trouve chez Fortin. *Voyez* l'explication de mon globe. (*D. L.*)

MESURAGE, s. m. (*Géom.*) on appelle ainsi l'action de mesurer l'aire des surfaces ou la solidité des corps. *Voyez* MESURER & MESURE.

MESURE, s. f. *en Géométrie*, marque une certaine quantité qu'on prend pour unité, & dont on exprime les rapports avec d'autres quantités homogènes. *Voyez* MESURER & NOMBRE.

Cette définition est plus générale que celle d'Euclide, qui définit la *mesure* une quantité qui, étant répétée un certain nombre de fois, devient égale à une autre; ce qui répond seulement à l'idée d'une partie aliquote. *Voyez* ALIQUOTE.

La *mesure* d'un angle est un arc décrit du sommet *a*, (*Pl. géomet. fig.* 10.) & d'un intervalle quelconque entre les côtés de l'angle, comme *d f*. Les angles sont donc différens les uns des autres, suivant les rapports que les arcs décrits de leurs sommets, & compris entre leurs côtés, ont aux circonférences, dont ces arcs sont respectivement partie; & par conséquent ce sont ces arcs qui distinguent les angles, & les rapports des arcs à leur circonférence distinguent les arcs: ainsi, l'angle *l a c* est dit du même nombre de degrés que l'arc *f d*. *Voyez au mot* DEGRÉ la raison pourquoi ces arcs sont la *mesure* des angles. *Voyez aussi* ANGLE.

La *mesure* d'une surface plane est un quarré qui a pour côté un pouce, un pié, une toise, ou toute autre longueur déterminée. Les Géomètres se servent ordinairement de la verge quarrée, divisée en cent piés quarrés & les piés quarrés sont divisés en pouces quarrés. *Voyez* QUARRÉ.

On se sert de *mesures* quarrées pour évaluer les surfaces ou déterminer les aires des terreins, 1.° parce qu'il n'y a que des surfaces qui puissent mesurer des surfaces, 2.° parce que les *mesures*

quarrées ont toute la simplicité dont une *mesure* soit susceptible, lorsqu'il s'agit de trouver l'aire d'une surface.

La *mesure* d'une ligne est une droite prise à volonté, & qu'on considère comme unité. *Voyez* LIGNE.

Les Géomètres modernes se servent pour cela de la toise, du pié, de la perche, *&c.*

Mesure de la masse, ou quantité de matière en méchanique, ce n'est autre chose que son poids; car il est clair que toute la matière qui fait partie du corps, & qui se meut avec lui, gravite aussi avec lui; & comme on a trouvé par expérience que les gravités des corps homogènes étoient proportionnelles à leurs volumes, il s'ensuit de-là, que tant que la masse continuera à être la même, le poids sera aussi le même, quelque figure que le poids puisse recevoir, ce qui n'empêche pas qu'il ne descende plus difficilement dans un fluide sous une figure qui présentera au fluide une surface plus étendue; parce que la résistance & la cohésion qu'il faudra déplacer, lui fera alors un plus grand obstacle. *Voyez* POIDS, GRAVITÉ, MATIÈRE, RÉSISTANCE, *&c.*

Mesure d'un nombre, en arithmétique, est un autre nombre qui mesure le premier, sans reste, ou sans laisser de fractions; ainsi 9 est *mesure* de 27. *Voyez* NOMBRE & DIVISEUR.

Mesure d'un solide, c'est un cube dont le côté est un pouce, un pié, une perche, ou une autre longueur déterminée.

Mesure de la vitesse. *Voyez* VITESSE, & la fin du *mot* EQUATION. *Chambers*, (*E*)

MESURES, *harmonie des* (*Géom.*) la *mesure* en ce sens (*modulus*) est une quantité invariable dans chaque système, qui a la même proportion à l'accroissement de la *mesure* d'une raison proposée, que le terme croissant de la raison à son propre accroissement.

La *mesure* d'une raison donnée est comme la mesure (*modulus*) du système dont elle est prise; & la *mesure* dans chaque système est toujours égale à la *mesure* d'une certaine raison déterminée & immuable, que M. Cotes appelle, à cause de cela, raison de mesure, *ratio modularis.*

Il prouve, dans son livre intitulé, *Harmonia mensurarum*, que cette raison est exprimée par les nombres suivans: 2,7182818, *&c.* à 1, ou par 1 à 0,3678794, *&c.* De cette manière, dans le canon de Briggs, le logarithme de cette raison est la mesure (*modulus*) de ce système, dans la ligne logistique, la soutangente donnée est la *mesure* du système; dans l'hyperbole, le parallélogramme, contenu par une ordonnée à l'asymptote & par l'abscisse du centre; ce parallélogramme, dis-je, donné, est la *mesure* de ce système; & dans les autres, la *mesure* est toujours une quantité remarquable.

Dans la seconde proposition, il donne une méthode particulière & concise de calculer le canon des logarithmes de Briggs, avec des régles pour trouver des logarithmes, & des nombres intermédiaires, même au-delà de ce canon.

Dans la troisième proposition, il bâtit tel système de *mesures* que ce soit, par un canon de logarithmes, non-seulement lorsque la *mesure* de quelque raison est donnée; mais aussi sans cela; en cherchant la *mesure* du système par la régle susmentionnée.

Dans les quatrième, cinquième & sixième propositions, il quarre l'hyperbole, décrit la ligne logistique & équiangulaire spirale, par un canon de logarithmes; & il explique divers usages curieux de ces propositions dans les scholies. Prenons un exemple aisé de la méthode logométrique, dans le problème commun de déterminer la densité de l'atmosphère. Supposée la gravité uniforme, tout le monde sait que si les hauteurs sont prises dans quelque proportion arithmétique, la densité de l'air sera à ces hauteurs à-peu-près en progression géométrique, c'est-à-dire, que les hauteurs sont les *mesures* des raisons des densités à ces hauteurs & au-dessous, & que la différence des deux hauteurs quelconques, est la *mesure* de la raison des densités à ces hauteurs.

Pour déterminer donc la grandeur absolue & réelle de ces *mesures*, M. Cotes prouve *à priori*, que la mesure (*modulus*) du système est la hauteur de l'atmosphère, réduite par-tout à la même densité qu'au-dessous. La mesure (*modulus*) est donc donnée, comme ayant la même proportion à la hauteur du mercure dans le Baromètre, que la gravité spécifique de l'air; & par conséquent tout le système est donné: car, puisque dans tous les systèmes, les *mesures* des mêmes raisons sont analogues entre elles, le logarithme de la raison de la densité de l'air dans deux hauteurs quelconques, sera à la mesure (*modulus*) du canon, comme la différence de ces hauteurs l'est à la susdite hauteur donnée de l'atmosphère égale partout.

M. Cotes définit les *mesures* des angles de la même manière que celle des raisons: ce sont des quantités quelconques, dont les grandeurs sont analogues à la grandeur des angles. Tels peuvent être les arcs ou secteurs d'un cercle quelconque, ou toute autre quantité de temps, de vitesse, ou de résistance analogue aux grandeurs des angles. Chaque système de ces *mesures* a aussi sa mesure (*modulus*) conforme aux *mesures* du système, & qui peut être calculée par le canon trigonométrique des finus & des tangentes, de la même manière que les *mesures* des raisons par le canon des logarithmes; car la mesure (*modulus*) donnée dans chaque système, a la même proportion à la *mesure* d'un angle donné quelconque, que le rayon d'un cercle a à un arc soutendu à cet angle; ou celle que ce nombre constant de degrés, 57,2957795130, a au nombre de degré de l'angle susdit.

A l'égard de l'avantage qui se trouve à calculer, selon la méthode de M. Cotes, c'est que les *mesures* des raisons ou des angles quelconques, se calculent toujours d'une manière uniforme, en prenant des tables le logarithme de la raison, ou le nombre des degrés d'un angle, & en trouvant ensuite une quatrième quantité proportionnelle aux trois quantités données: cette quatrième quantité est la *mesure* qu'on cherche. (*D. J.*)

Mesure, règle originairement arbitraire, & ensuite devenue fixe dans les différentes sociétés, pour marquer soit la durée du temps, soit la longueur des chemins, soit la quantité des denrées ou marchandises dans le commerce. De-là on peut distinguer trois sortes de *mesures*; celle du temps, celles des lieux, celle du commerce.

La *mesure* du temps chez tous les peuples a été assez communément déterminée par la durée de la révolution que la terre fait autour de son axe, & de-là les jours; par celle que la lune emploie à tourner autour de la terre, d'où l'on a compté par lunes ou par mois lunaires; par celle où le soleil paroît dans un des signes du zodiaque, & ce sont les mois solaires; & enfin par le temps qu'emploie la terre à tourner autour du soleil, ce qui fait l'année. Et pour fixer ou reconnoître le nombre des années, on a imaginé d'espace en espace des points fixes dans la durée des temps marqués par de grands événemens, & c'est ce qu'on nomme *époque*.

La *mesure* des distances d'un lieu à un autre est l'espace qu'on parcourt d'un point donné à un autre point donné, & ainsi de suite, pour marquer la longueur des chemins. Les principales *mesures* des anciens, & les plus connues, étoient chez les Grecs, la *stade*; chez les Perses, la *parasangue*; en Egypte, *schoene*; le *mille* parmi les Romains, & la *lieue* chez les anciens Gaulois. *Voyez* tous ces mots sous leur titre pour connoître la proportion de ces *mesures* avec celles d'aujourd'hui.

Les Romains avoient encore d'autres *mesures* pour fixer la quantité de terres ou d'héritages appartenans à chaque particulier. Les plus connues sont la *perche*, le *climat*, le *petit acte*, l'*acte quarré* ou *grand acte*, le *jugere*, le *verse* & l'*érédie*.

A l'égard des *mesures* des denrées, soit sèches, soit liquides, elles varioient selon les pays. Celles des Egyptiens étoient l'*artaba*, l'*aporthima*, le *faytès*, l'*oephis*, l'*ionium*; celles des Hébreux étoient le *core*, le *hin*, l'*epha*, le *sat*, ou *satum*, l'*homer* & le *cab*. Les Perses avoient l'*athane*, l'*artaba*, la *capithe*. Chez les Grecs, on mesuroit par *medimnes*, *chenices*, *septiers*, *oxibaphes*, *cotyles*, *ryathes*, *cueillerées*, &c. A Rome, on connoissoit le *culeus*, l'*amphore*, le *conge*, le *septier*, l'*emine*, le *quartarius*, l'*acetabule* & le *cyathe*, sous lesquels étoient encore d'autres petites *mesures* en très-grand nombre. *Voyez* au nom de chacune ce qu'elle contenoit.

§. Mesure, (*Géom. prat. Arpent.*) La variété continuelle des *mesures* entre les différens pays, & même entre les différens villages d'une seule province, ont fait desirer de tout temps l'introduction d'une *mesure* universelle. La longueur du pendule simple, quantité invariable & facile à retrouver dans tous les temps, semble donnée par la nature pour servir de *mesure* dans tous les pays. Mouton, astronome de Lyon, proposoit pour *mesure* universelle un pied géométrique, *virgula geometrica*, dont un degré de la terre contenoit 600000; & pour en conserver la longueur à perpétuité, il remarquoit qu'un pendule de cette longueur faisoit 3959¼ vibrations en une demi-heure. *Observ. diametrorum*, 1670, *pag.* 433. Picard, en 1671, proposa une idée semblable. M. Huygens, qui avoit imaginé en 1656 l'application du pendule aux horloges, en parla de même, *Horolog. oscillatorium*, 1673, *part. I*, *pag.* 7. *Part. IV*, *pag.* 151, & la société royale de Londres se proposoit de l'adopter. Amontons, *Mém. acad.* 1703, *pag.* 51, Bouguer, *pag.* 300, insisterent là-dessus. M. du Fay avoit fait agréer au ministre un projet de réglement, que la mort de M. Orry & de M. du Fay a suspendu. M. de la Condamine, *Mém. acad.* 1747, *pag.* 189, a écrit sur la même matière & formé le même vœu. M. de la Condamine fait voir que le pendule équinoxial ou équatorial, qui est de 36 pouces 7 lignes $\frac{21}{100}$ *mesure* de Paris, en employant la toise qui a servi au Pérou, devoit être adopté par préférence, comme étant une *mesure* plus naturelle & plus indépendante des prétentions diverses de chaque pays. Par ce moyen la toise de Paris deviendroit plus longue de 14 lignes $\frac{41}{100}$: le degré de la terre sous la latitude de Paris, contiendroit 56132 toises astronomiques, au lieu de 57059 toises de Paris, que contient le degré du méridien entre Paris & Amiens.

M. d'Anville, de l'académie royale des inscriptions & belles-lettres, a publié en 1769 un *Traité des mesures itinéraires*, qui contient de savantes discussions sur les *mesures* itinéraires de tous les temps & de tous les pays.

Les autres espèces de *mesures* sont contenues dans la *Metrologie* de M. Paucton, publiée à Paris en 1780, *in*-4.° Nous rapporterons les principales au mot Toise, pour la partie qui intéresse les mathématiciens, on trouvera dans le Dictionnaire de Commerce celles qui ont rapport aux denrées; cependant nous rapporterons aussi, dans notre Dictionnaire de Mathématiques, diverses *mesures* dont il est fait mention dans les auteurs. *V.* Arpent, Boisseau; mais la *Métrologie*, que nous avons citée, est le recueil le plus complet qu'on ait sur toutes les mesures de l'univers; nous en avions nous-même donné l'idée & fourni les principaux matériaux à l'auteur. (*D. L.*)

Mesure *commune*, s. f. (*alg.*). On appell ainsi, la quantité qui sert d'unité de comparai-

fon à plufieurs grandeurs de la même efpèce.

Exemples. Si vous dites avoir cent vingt fols dans la poche, vous prenez alors le fol pour mefure commune ou unité; fi vous aviez dit, j'ai fix livres, vous auriez pris la livre pour mefure commune.

Si vous dites, j'ai un jardin contenant 3600 piés quarrés, vous prenez le pié quarré pour mefure commune, fi vous aviez dit, mon jardin contient 100 toifes quarrées, vous auriez pris la toife pour mefure commune.

Mesure, *Aftron.* On dit mefure du degré ou mefure de la terre. *V.* Degré.

MESURER, v. act. (*Géom.*) Suivant la définition mathématique de ce *mot*, c'eft prendre une certaine quantité, & exprimer les rapports que toutes les autres quantités de même genre ont avec celle-là.

Mais en prenant ce *mot* dans le fens populaire, c'eft fe fervir d'une certaine mefure connue, & déterminer par-là l'étendue précife, la quantité, ou capacité de quelque chofe que ce foit. *Voyez* Mesure.

L'action de *mefurer* ou le mefurage en général fait l'objet de la partie pratique de la Géométrie. *Voyez* Géométrie. Les différentes portions d'étendue qu'on fe propofe de *mefurer*, ou auxquelles on applique la Géométrie pratique, font donner à cette fcience différens noms; ainfi, l'art de *mefurer* les lignes ou les quantités géométriques d'une feule dimenfion, s'appelle *Longimétrie. Voyez* Longimétrie.

Et quand ces lignes ne font point parallèles à l'horizon, ce même art prend alors le nom d'*Altimétrie. Voyez* Altimétrie. Et il s'appelle *Nivellement*, lorfqu'on ne fe propofe que de connoître la différence de hauteur verticale, des deux extrémités de la ligne. *Voyez* Nivellement.

L'art de *mefurer* les furfaces reçoit auffi différens noms, felon les différentes furfaces qu'on fe propofe de *mefurer*. Lorfque ce ne font que des champs, on l'appelle *Géodéfie* ou *Arpentage*. Lorfque ce font d'autres fuperficies, il retient alors le nom générique d'*art de mefurer. Voyez* Géodésie & Arpentage.

Les inftrumens dont on fe fert dans cet art, font la perche, la chaîne, le compas, le graphomètre, la planchette, &c. *Voyez* Aire, Chaîne, Compas, &c.

L'art de *mefurer* les folides ou les quantités géométriques de trois dimenfions, s'appelle *Stéréométrie. Voyez* Stéréométrie. Et il prend le nom de *Jaugeage*, lorfqu'il a pour objet de *mefurer* les capacités des vaiffeaux, ou les liqueurs que les vaiffeaux contiennent. *V.* Jauge.

Par la définition du mot *mefurer*, fuivant laquelle la mefure doit être homogène à la chofe, à *mefurer*, c'eft-à-dire, de même genre qu'elle; il eft donc évident que dans le premier cas, ou lorfqu'il s'agit de *mefurer* des quantités d'une dimenfion, la mefure doit être une *ligne*, dans le fecond une *furface*, & dans le troifieme un *folide*. En effet une ligne, par exemple, ne fauroit *mefurer* une furface, puifque *mefurer* n'eft autre chofe qu'appliquer la quantité connue à l'inconnue, jufqu'à ce qu'à force de répétition, s'il en eft befoin, l'une foit devenue égale à l'autre. Or les furfaces ont de la largeur & la ligne n'en a point, quarante, cinquante, foixante lignes n'en ont pas non plus: on a donc beau appliquer une ligne à une furface, elle ne pourra jamais lui devenir égale ou la *mefurer*; & l'on prouvera évidemment de la même manière, que les furfaces qui n'ont point de profondeur ne fauroient *mefurer* les folides qui en ont.

L'art de *mefurer* les triangles ou de parvenir à connoître les angles, & les côtés inconnus d'un triangle, lorfqu'on y connoît déjà ou les trois côtés, ou bien deux côtés & un angle, ou bien enfin un côté & deux angles, s'appelle *Trigonométrie. Voyez* Trigonométrie.

L'art de *mefurer* l'air, fa preffion, fon reffort, *&c.* s'appelle *Aérométrie* ou *Pneumatique. Voyez le Dictionnaire de Phyfique.* (*E*)

METEMPTOSE, (*Aftr.*) terme de calendrier; il fignifie l'équation folaire des nouvelles lunes qui arrivent un jour plutôt, quand on a ôté un jour d'une année féculaire. *Voyez* Proemptose.

METEOROSCOPE, nom que portoit autrefois *l'aftrolabe planifphère.*

METHODE, on appelle ainfi *en Mathématique*, la route que l'on fuit pour réfoudre un problème; mais cette expreffion s'applique plus particulièrement à la route trouvée & expliquée par un géomètre pour réfoudre plufieurs queftions du même genre, & qui font renfermées comme dans une même claffe; plus cette claffe eft étendue, plus la méthode a de mérite. Les *méthodes* générales pour réfoudre à-la-fois, par un même moyen un grand nombre de queftions, font infiniment préférables aux *méthodes* bornées & particulières pour réfoudre des queftions ifolées. Cependant il eft facile quelquefois de généralifer une *méthode* particulière, & alors le principal, ou même le feul mérite de l'invention, eft dans cette dernière *méthode. Voyez* Formule & Découverte. (*O*)

Méthode, (*Mathématiques.*) On diftingue ordinairement dans les fciences exactes deux fortes de *méthodes*, l'analyfe & la fynthèfe. Mais dans les mathématiques ces mots ont deux fens, l'un qui eft le même que celui qu'ils ont partout ailleurs; l'autre ne s'eft introduit que depuis la révolution opérée par Defcartes.

Par l'analyfe, on cherche une vérité inconnue: par la fynthèfe, on prouve une vérité énoncée. L'objet eft différent; mais la *méthode* eft la même. Toutes les opérations des mathematiques tendent à connoître deux expreffions différentes

d'une même quantité. Si une des deux expressions est donnée, & qu'on cherche l'autre, en supposant qu'on en connoît la forme, & les quantités dont elle doit être fonction, on a un problême à résoudre. Si on connoît les deux expressions, il faut prouver qu'elles conviennent à une même chose, & on a un théorème à démontrer.

Par exemple, cette proposition dans la parabole, la soutangente est le double de l'abscisse, se réduit à ceci, lorsque $y^2 = ax$, la quantité $y\frac{dx}{dy}$ est la même que la quantité $2x$. Et ce problême trouver la soutangente de la parabole, se réduit à trouver qu'elle est lorsque $y^2 = ax$ l'expression en x de $y\frac{dx}{dy}$. Si on examine ensuite la méthode employée à résoudre le problême, on trouvera qu'elle consiste à donner à l'expression connue la forme à laquelle on veut la rappeller par le moyen d'opérations convertables; & que la méthode pour démontrer le théorème, consiste à donner à une des deux expressions d'une même quantité, la même forme qu'avoit l'autre expression, qu'à l'autre. On voit donc que la méthode doit être la même; qu'il n'y a de différence, qu'en ce qu'il y a deux problêmes qui répondent à chaque théorème, puisqu'on peut prendre à volonté chacune des deux expressions pour la rappeller à la forme de l'autre.

Ainsi, dans l'exemple que j'ai choisi, on peut démontrer que lorsque $y^2 = ax$, $y\frac{dx}{dy}$ & $2x$ expriment une même quantité; soit en mettant $y\frac{dx}{dy}$ sous la forme d'une fonction de x; soit en cherchant la valeur de $\frac{x}{y}$ en $\frac{dx}{dy}$. Ainsi, lorsque l'on énonce un théorème, on ne fait qu'annoncer d'avance la solution déja trouvée d'un des deux problêmes qui y répondent; & on préfere cette maniere, lorsque l'énoncé paroît plus précis sous cette forme, & présente une idée plus nette. Ainsi, dans les élémens de géométrie, on dit toujours le quarré de l'hypothénuse est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés, parce que cela est plus simple, que de dire trouver l'expression du quarré de l'hypothénuse par une fonction des deux autres côtés.

Puisque chaque théorème peut être démontré également par la solution de deux problêmes, il est aisé de voir que, selon qu'on prend l'un ou l'autre, la démonstration peut paroître avoir été ou n'avoir pas été la méthode qui a servi à trouver le théorème. En effet, de deux problêmes auxquels un théorème répond, il y en a souvent un qu'il a été beaucoup plus naturel de se proposer; & c'est de la solution de celui-là qu'on doit tirer la démonstration. Soit par exemple ce théorème, que dans le cercle les produits de deux lignes qui se coupent, sont toujours égaux, il peut être la solution d'un de ces deux problêmes, ou trouver dans le cercle le rapport qu'ont entre eux les produits de ces lignes, ou bien trouver le courbe où ces produits sont égaux. Ainsi, l'on voit que, dans un traité sur le cercle, ce seroit la premiere démonstration qu'il faudroit choisir.

On donne encore le nom de *synthèse* à la géométrie des anciens, & celui d'*analyse* à l'algèbre littérale, employée par les modernes. Quelquefois ces deux méthodes ne different, qu'en ce qu'on désigne dans l'une par deux lettres la même ligne que dans l'autre on désigne par une seule. Mais il y a en général entre ces méthodes des différences essentielles qui rendent celle des modernes fort préférable. Les opérations qu'on emploie dans la méthode des anciens, se font toutes sur des quantités déterminées, & par conséquent elle conduit toujours à des solutions en nombre limité. Ainsi, elles ne peuvent pas renfermer les quantités arbitraires qui, dans bien des problêmes, doivent rester dans les solutions. Par exemple, la solution synthétique que Neuton a donnée des oscillations d'un fluide élastique, étoit légitime; mais elle n'étoit pas générale : elle supposoit déterminée des fonctions qui auroient dû rester arbitraires : & ce n'est que dans la solution que M. d'Alembert a donnée du problême des cordes vibrantes, qu'on a vu quelle étendue elle devoit avoir. *Voyez le tome I des Mémoires de l'académie de Turin, où M. de la Grange a examiné cet endroit des principes mathématiques.* L'analyse a encore un autre avantage, que toutes les solutions pratiques & approchées se font bien plus commodément par des tables arithmétiques que par des constructions : les erreurs inévitables y sont d'ailleurs plus aisées à apprécier, & en général on a préféré l'analyse dans les travaux immenses qu'on a faits sur le système du monde. Enfin, les opérations de la synthèse sont plus compliquées, sa marche plus difficile à suivre, ses résultats moins généraux. Elle demanderoit pour bien des problêmes un travail impraticable : aussi a-t-elle été abandonnée de presque tous les géomètres, & elle n'a plus pour elle que le nom de Neuton, qui s'en servit, dit-on, pour cacher la route qu'il avoit suivie, & qui, sûr de l'admiration des grands géomètres, avoit la foiblesse de vouloir encore étonner les esprits médiocres. Mais je ne saurois être de cet avis, soit parce que cette petite charlatannerie me paroît trop indigne de ce grand-homme, soit parce qu'il est aisé de voir que les plus compliqués des problêmes qu'il a résolus, se réduisent à des doubles quadratures, dépendantes d'arcs, de cercles & de sinus; & que ces doubles quadratures se pouvoient trouver par la géométrie des lignes, telle que Pascal & Huyghens avoient su l'employer.

L'astronomie conserve des descriptions géogra-

phiques & des constructions géométriques : mais un mathématicien habile a formé le projet de l'en débarrasser & de la rendre absolument analytique. Après avoir prouvé que ces solutions données par les constructions étoient inexactes, incertaines, fautives même, il leur a substitué des méthodes analytiques bien sûres ; & son ouvrage amenera, sans doute, dans l'astronomie pratique la révolution qui s'est déjà faite dans l'astronomie physique. (*M. D. C.*)

M I C

MICROMÈTRE, s. m. (*Astronomie*) instrument qui sert à mesurer dans les cieux, avec une très-grande précision, de petites distances ou de petits arcs, comme les diamètres du soleil, des planètes, aussi ce mot vient du grec μικρὸς, *petit*, μέτρον, *mesure*.

Les Anglois attribuent l'invention du *micromètre* à Gascoigne, astronome qui fut tué dans les guerres civiles d'Angleterre, en combattant pour l'infortuné Charles I. Les François attribuent l'invention à Auzout; mais la Hire, dans son mémoire de 1717 sur la date de plusieurs inventions astronomiques, observe que c'est à Huygens que nous devons la première idée du *micromètre*. Cet auteur, dans ses observations sur l'anneau de Saturne, publiées en 1659, donne la manière d'observer les diamètres des planètes en se servant de la lunette d'approche, & en mettant, comme il dit, au foyer du verre oculaire convexe, qui est aussi le foyer de l'objectif, un objet qu'il appelle *virgula*, d'une grandeur propre à comprendre l'objet qu'il vouloit mesurer. Car il avertit qu'en cet endroit de la lunette à deux verres convexes on voit très-distinctement les plus petits objets. Ce fut par ce moyen qu'il mesura les diamètres des planètes tels qu'il les donne dans cet ouvrage. Vers 1666, Auzout & Picard imaginerent le chassis mobile qui s'emploie encore aujourd'hui. D'un autre côté, Towneley, sur ce qu'Auzout avoit écrit dans les *Transf. phil. n.° 21*, sur cette invention, la revendiqua en faveur de Gascoigne par un écrit inséré dans ces mêmes *Transf. n.° 25*, ajoutant qu'on le regarderoit comme coupable envers sa nation, s'il ne faisoit valoir les droits de cet astronome sur cette découverte. Il remarque donc qu'il paroît par plusieurs lettres & papiers volans de son compatriote, qui lui ont été remis, qu'avant les guerres civiles, & vers 1641, il avoit non-seulement imaginé un instrument qui faisoit autant d'effet que celui d'Auzout, mais encore qu'il s'en étoit servi pendant quelques années pour prendre les diamètres des planètes; que même, d'après sa précision, il avoit entrepris de faire d'autres observations délicates, telles que celles de déterminer la distance de la lune par deux observations faites, l'une à l'horizon, & l'autre à son passage par le méridien ; enfin, qu'il avoit entre les mains le premier instrument que Gascoigne avoit fait, & deux autres qu'il avoit perfectionnés. Quoi qu'il en soit, on n'en doit pas moins regarder Huygens & Auzout comme l'avant inventé, puisque Gascoigne n'avoit rien publié. Quant à la construction du *micromètre* donné par le marquis Malvasia, trois ans après Huygens, on ne peut la regarder comme une découverte ; il paroît presque certain qu'il en dut l'idée au *micromètre* de cet illustre géomètre. Mais s'il fut imitateur, il fut imité aussi à son tour; car il y a tout lieu de penser que le *micromètre* de Malvasia donna à Auzout l'idée du sien, qui étoit si bien imaginé, qu'on s'en sert encore aujourd'hui. En effet, celui que nous décrirons plus bas n'est que celui d'Auzout perfectionné.

On voit ici la marche lente de nos idées, & la petitesse des espaces que franchit chaque inventeur : Huygens invente sa virgule : celle-ci donne à Malvasia l'idée de son chassis. Enfin Auzout imagine d'en détacher quelques fils qui pouvant se mouvoir parallèlement en s'éloignant ou s'approchant des premiers, qui restent immobiles, donnent la facilité de prendre avec beaucoup de précision le diamètre d'un astre ou une très-petite distance.

Description du micromètre. Au milieu d'une plaque de cuivre *A B* (*pl. d'astronom. fig.* 202), de forme oblongue, est coupé un grand trou oblong *b g e h b*, qui doit être placé au foyer de la lunette ; ce trou est traversé au milieu dans sa longueur par un fil très-délié *b e*, qui est perpendiculaire à deux très-petites lames ou pinnules de cuivre *g h*, *i k*, placées en-travers du trou. L'une de ces lames *g h* est attachée sur la platine *A B* par des vis en *g* & en *h*; mais l'autre *i k* est mobile parallèlement à *g h*, on lui communique le mouvement en faisant tourner la poignée *C* fixée sur le bout d'une longue vis d'acier *D E*, qui roule par son extrémité *D* formée en pointe sur la vis *Y*, & qui tourne par l'autre dans un trou en *E* au centre du cadran *E F*, situé à angles droits sur la platine. La pièce *t s W X*, qui pose sur la grande plaque & qui porte le fil ou la petite lame mobile *i k*, a deux especes de talons *W X* qui sont percés & taraudés pour recevoir la grande vis *D E*, de façon qu'en la tournant d'un sens ou de l'autre, on fait avancer ou reculer toute la pièce *t s X*. Afin que l'extrémité *p* de cette pièce ne se leve pas, elle est appliquée sur la grande plaque par une petite pièce *q r* qui y tient avec des vis, & sous laquelle glisse le chassis *s t*. Pour que la lame mobile *i k* soit placée bien parallèlement au fil *g h*, elle est percée de deux trous *t* & *s*, qui sont oblongs & plus grands que les tiges des vis qui doivent les presser contre la pièce *t s W X*: on ne serre ces vis que lorsqu'ayant approché cette lame *i k* de l'autre lame *g h*, on voit qu'elle touche cette dernière également par-tout.

En effet, si l'on suppose que les talons *W* & *X*, au-travers desquels passe la grande vis *D E*, soient suffisamment éloignés l'un de l'autre, qu'elle s'y meuve sans jeu, enfin que cette vis soit bien droite, on sera assuré alors que la petite lame *i k* avancera toujours parallèlement à l'autre *g h*. Supposant donc que la vis soit bien droite, voici les précautions que l'on prend pour que, se mouvant avec liberté dans les talons *W X*, ce soit toujours d'un mouvement doux & sans jeu.

La pièce *W X* porte à son milieu un ressort *w x*, *n.°* 5, avec une portion d'écrou, qui occupe à-peu-près le tiers de la circonférence de la vis; & ce petit ressort étant vissé vers *w* & *x*, son action est telle, qu'il tend toujours à élever la portion d'écrou *v*, & par conséquent à presser la vis *D E*, & lui ôter le jeu insensible qu'elle pourroit avoir. Pour empêcher de même qu'elle ne se meuve selon la longueur, le petit trou où est reçu son extrémité conique est fait dans une vis *Y*, de façon qu'en la tournant on peut ôter à la vis *D E* toute espèce de jeu sur sa longueur.

On voit sur le cadran une aiguille & un index; l'aiguille *F* marque les parties de révolutions de la vis, & l'index *I* marque sur le petit cadran (qui paroît à-travers l'entaille circulaire) le nombre des révolutions. Pour cet effet, il y a dans l'intérieur deux roues & un pignon qui menent ce petit cadran, de façon qu'à chaque tour de l'aiguille il avance d'une division. On voit par-là que sachant une fois à quel espace équivaut l'intervalle d'un pas de la vis *D E*, on saura par l'aiguille & par l'index à quelle distance les deux lames ou les deux fils (car on peut y en substituer) *g h* & *i k* sont l'un de l'autre.

Ce *micromètre*, tel que nous venons de le décrire, étant placé dans une lunette ou dans un télescope, a cet inconvénient, qu'il faut tourner cet instrument graduellement jusqu'à ce que l'astre que vous observez paroisse se mouvoir parallèlement au fil *g h*, ce qui souvent est assez difficile. Pour y remédier, on voit qu'il faut trouver le moyen de monter le *micromètre* de manière qu'il puisse avoir un mouvement circulaire autour de l'axe du télescope indépendant de la pièce qui le fait tenir avec cet instrument. C'est à quoi Bradley a réussi par la construction suivante.

Sur le derrière de la grande plaque qui est tournée en-dessus, & représentée ici par le parallélogramme *G H I K*, *fig.* 201, il y a une autre plaque *L M N O* de la même largeur & de la même épaisseur, mais plus courte, qui est percée au milieu d'un trou oblong & un peu plus grand que celui qui est dans la grande plaque; ce trou, ou plutôt cette ouverture, est terminée par deux lignes droites εζ, ηθ, & à ses deux bouts par deux arcs concaves θιε, ζκη, dont le centre commun est vers δ, intersection commune des fils *b e* & *g h*. La partie concave ειθ glisse en tournant autour de ce centre δ le long d'un arc convexe λμν, décrit du même centre, un peu plus long que l'arc concave, de même épaisseur que la plaque *L M N O*, & fortement vissé sur la grande. L'arc concave ζκη glisse aussi le long d'un autre arc convexe οπ plus court, décrit aussi du centre δ, & formé d'une pièce de la même épaisseur que la plaque supérieure, & fortement vissée à celle de dessous. On conçoit par-là que tout ceci étant bien exécuté, la plaque *L M N O* doit tourner autour des deux portions de cercle οπ & λμν, comme si elle tournoit autour du centre δ; les deux arcs οπ & λμν sont recouverts de deux plaques vissées dessus, & qui les débordant pressent toujours par ce moyen la plaque *L M N O* contre la grande. Pour la faire mouvoir graduellement autour du point δ; il y a à l'extrémité de la plaque *L M N O* une petite portion de roue *R* que l'on fait tourner par le moyen de la vis sans fin *S T*. La plaque *L M N O* étant fixément arrêtée sur le télescope, en faisant mouvoir la vis sans fin, on donnera à la grande plaque *G H I K* qui porte les fils, la position requise, c'est-à-dire qu'on donnera aux fils la position qu'ils doivent avoir pour que l'astre se meuve parallèlement à ces fils.

Pour que tout ceci puisse se placer commodément dans le télescope, il y a sur les bords de la plaque *L M N O* deux petites plaques *A B*, *A B*, recourbées à chaque extrémité en équerre, mais de façon qu'un bout soit en sens contraire de l'autre: par-là, d'un côté, ce rebord sert à les visser sur la plaque; de l'autre, il sert à entrer dans une rainure pratiquée dans un tuyau *A A*, *fig.* 204, *n.°* 5, où il y a des coulisses *B G*; on y fait entrer les plaques recourbées du *micromètre*, & on le retire quand on veut. L'oculaire *O E* est porté sur une traverse *D D*; celle-ci a deux bras qui glissent dans des coulisses *C D*, pour avancer l'oculaire & le mettre exactement à la portée des fils du *micromètre*.

Les détails de ce *micromètre* sont représentés au-dessous de la *figure* 202.

N.° 1. Cadran du *micromètre*, avec le développement de la quadrature qu'il couvre. *A*, le cadran mobile qui marque le nombre des tours de la vis. *B*, roue de renvoi fixée par trois vis à la partie inférieure du cadran mobile. *C*, pignon enarbré sur la vis du *micromètre*. Au-dessous est la roue de renvoi, dont le pignon engrenne dans la roue *B* que porte le cadran mobile. Les divisions de ce cadran paroissent à travers la fenêtre αγ du cadran *F*, dont les divisions font connoître, au moyen de l'index *E*, les portions de tours de la vis, dont le cadran mobile *A* fait connoître le nombre de révolutions.

N.° 2. Le curseur du *micromètre*, dont on a séparé les différentes pièces qui le composent.

N.° 3. Le même curseur garni de toutes ses pièces.

N.° 4. La vis du *micromètre*. *C*, la poignée dont la moulure

la moulure est garnie d'un grenetis; à côté est le ressort de compression $x\ w$, *n.°* 5.

Le développement des platines du *micromètre* est dans la *figure* 204.

N.° 1. La platine fixe vue du côté opposé à la platine mobile. $\lambda\mu\nu$ fente concentrique au point δ qui répond à l'axe de la lunette, & dans laquelle passent les vis qui réunissent les deux platines.

N.° 2. La même platine fixe vue du côté opposé; c'est-à-dire du côté qui s'applique à la platine mobile; $a\ c\ d\ e\ b$, est une rainure circulaire concentrique au point δ, laquelle reçoit la languette circulaire de la platine mobile.

N.° 3. La platine mobile du *micromètre* vue du côté qui s'applique à la platine fixe. $a\ b\ c\ d\ e$ est une languette circulaire qui est reçue dans la rainure du *n.°* 2. Auprès de la lettre d on voit les trous taraudés qui reçoivent les vis de réunion qui glissent dans la fente $\lambda\mu\nu$ du *n.°* 1.

N.° 4. La platine mobile vue du côté opposé: le curseur a été supprimé. On voit seulement la coulisse qui lui sert de guide, $a\ f$.

Voici les principales mesures de ce *micromètre* anglois, en pouces & dixièmes de pouces anglois, d'après l'optique de Smith.

	pouces.
La longueur de la plaque $A\ B$, *fig.* 202.	8, 0
Sa largeur $A\ H$,	3, 6
Son épaisseur,	0, $\frac{1}{5}$
Longueur de l'ouverture $b\ c$,	3, 5
Sa largeur $g\ h$ occupée par les fils,	2, 2
Longueur de la vis $D\ E$,	5, 5
Son diamètre,	0, 3
L'intervalle $w\ x$, *n.°* 2,	3, 0
Longueur des supports,	4, 5
Leur largeur,	0, 8
Largeur des rebords,	0, 2
Diamètre du cadran,	3, 1
Son épaisseur (étant double avec deux roues en-dedans),	0, 3

Un pouce contient 40 pas de la vis $D\ E$.

Enfin le pouce est divisé par le cadran en 40 fois 40 ou 1600 parties égales. On peut, comme nous l'avons dit, au lieu de petites lames ou barreletes de cuivre $g\ h$, $i\ k$, leur substituer des fils parallèles.

Lorsque les pinnules ou les fils se touchent, il faut que l'aiguille & l'index soient au commencement des divisions: alors à mesure que les fils s'éloignent, il est évident, comme nous l'avons dit, que le nombre des révolutions sera comme les distances entre ces fils; & conséquemment comme les angles dont ces ouvertures sont la base, & qui ont leur sommet au centre de l'objectif; ces distances ne diffèrent pas des arcs qui mesurent ces petits angles. C'est pourquoi, lorsqu'on a une fois déterminé par l'expérience un angle correspondant à un nombre de révolutions donné, on peut facilement trouver par une règle de trois l'angle correspondant à un autre nombre de révolutions: on pourra en conséquence former des tables qui montreront tout-d'un coup le nombre de minutes & de secondes d'un angle répondant à un certain nombre & à une certaine partie de révolutions.

Lorsqu'on ne veut pas employer la mesure du temps comme trop incertaine, on se sert d'une base mesurée avec soin. Par exemple, en 1754, je mesurai la longueur de la rue de Tournon, en face de l'observatoire que j'occupois; j'employois les grandes perches qui avoient servi à la base de de Villejuif; ayant abaissé un à-plomb du haut de mon observatoire, & nivellé la rue avec soin, je trouvai 915 piés $\frac{1}{4}$ de distance; je plaçai à l'extrémité de la rue, sur le mur de la maison qui fait face au palais du Luxembourg, une règle $A\ B$ *fig.* 237, de 9 piés, mise exactement d'à-plomb, avec deux mires A & B, c'est-à-dire, deux cartons sur lesquels il y avoit un cercle noir avec un cercle blanc dans le milieu. Leur distance avant été trouvée exactement de 8 piés $\frac{1}{4}$, & l'abaissement $H\ L\ A$ au-dessous de l'horizon de 2° 36', je trouvai, par le calcul du triangle $A\ L\ B$, que la distance $A\ B$ des mires devoit paroître sous un angle de 31', en supposant 915 piés $\frac{1}{4}$ de L en H, entre les objectifs de la lunette & le plan des mires: je mesurai exactement leur distance en parties du *micromètre*, & je trouvai 49 tours de vis, & 30 centièmes: telle étoit la valeur de l'angle de 31'. C'est par ce moyen que je déterminai les diamètres du soleil avec une plus grande exactitude qu'on ne l'avoit fait jusqu'alors.

Le *micromètre* qu'on applique au quart de cercle est représenté dans les *fig.* 205 & *suiv.* Le bout du tuyau L reçoit le porte-oculaire M, & le bout G entre dans le tuyau de la lunette. La boîte du *micromètre*, dont le plan ou la coupe transversale est exprimée par $B\ C$, dans la *fig.* 208, renferme deux chassis, dont l'un fixe, *fig.* 207, & l'autre mobile, *fig.* 210. Celui-ci se meut par le moyen d'une tête de cuivre en grennetis A, *fig.* 209. Le chassis est poussé vers le haut par quatre ressorts à l'écrevisse, représentés séparément dans la *fig.* 211.

La tête de la vis qui conduit le fil mobile est sur un cadran $B\ C$, *fig.* 205 & 206, qui par le moyen de l'index fixé sur la vis, fait connoître les centièmes parties de chacune de ses révolutions. $D\ E$, *fig.* 205, est une échelle qui fait connoître le nombre des révolutions. F est le curseur ou index mobile qui glisse le long du précédent; dans la figure la fleur-de-lis répond à zéro, ce qui fait connoître que le fil mobile coïncide avec le fil horizontal du réticule fixe. La portion du tube $I\ L$ contient le tube particulier de l'oculaire M, celui-ci terminé par un œilleton bordé d'un grenetis; K marque l'emplacement de l'oculaire que l'on peut éloigner ou approcher des fils

du *micromètre*, au moyen du tube *M* auquel il est fixé, afin de voir les fils distinctement.

On voit, dans la *fig.* 207, la coupe verticale & transversale du *micromètre*, du côté de l'objectif; c'est de ce côté qu'est placé le réticule. La boite *B C D E*, *fig.* 208, du *micromètre* est divisée en deux parties par des languettes *X X*, elle contient dans la moitié *B E* un chassis *F G H I*, *fig.* 207, qui porte le réticule; ce chassis peut recevoir un petit mouvement dans le sens de la hauteur, au moyen de la vis *a b* qui traverse l'écrou *b* de la pièce *C* fixée au chassis. L'embase de la tête de la vis est arrêtée sous le cadran, son carré *a* en traverse l'épaisseur, comme on le voit *fig.* 210, & au moyen d'une clé semblable à celle d'une montre, on fait tourner cette vis autant qu'il est nécessaire pour que le fil horizontal 3, 4, du réticule réponde au premier point de la division du quart de cercle. Le chassis *F G H I* est repoussé par deux ressorts *l m*, dont le supérieur est vissé à la pièce *k* du chassis, & l'autre par une vis *n* au couvercle ou fond *D E* du *micromètre*. Le réticule 1, 2, 3, 4 composé de deux fils qui se croisent à angles droits, est monté sur un anneau circulaire *d e b*; cet anneau qui est reçu à feuillure dans une ouverture circulaire de la platine *F G H I*, où il est retenu par les mentonnets de deux coqs *d e*, porte une queue *f*, taraudée en écrou pour recevoir la vis *g h*, au moyen de laquelle on fait que le fil vertical 1, 2 du réticule soit parallèle au plan de l'instrument. Cette vis, qui est reçue en *h* par un piton, a en *g* un carré propre à recevoir une clé carrée avec laquelle on tourne cette vis. On voit sur l'anneau circulaire trois pièces à ressort avec des vis, qui servent à tendre les fils, & à en arrêter les extrémités.

La *fig.* 210 est la coupe verticale & transversale de la seconde partie du *micromètre*, vue du côté de l'oculaire. C'est dans cette partie qu'est contenu le fil mobile ou curseur, avec les différens chassis qui le portent : *B C D E* est la boite du *micromètre* coupée dans le milieu de la partie *C D* de la *fig.* 208, *L M N O* le chassis mobile qui s'applique aux languettes *L N*, *M O*, qui sont cotées *X X* dans la *fig.* 208; la traverse supérieure *L M* de ce chassis porte un écrou *K* qui reçoit la vis *a I*. Cette vis, dont l'embase est retenue en haut par le cadran, reçoit, après l'avoir traversé, l'index *m n*, *fig.* 209, qui est retenu à frottement dur & fixé sur le collet cylindrique, par la vis de pression *n*. Au-dessus de l'index on fait entrer carrément la tête gaudronnée *A*, qui est arrêtée sur le carré de la grande vis *I a*, par la petite vis *v* qui est au-dessus de la tête *A*. Le chassis mobile *L M N O* est continuellement repoussé en haut par les quatre ressorts 12, 14, qu'on appelle ressorts à l'écrevisse. Ces quatre ressorts sont montés sur une plaque de laiton 13, & portent d'un bout sur le fond *F D* de la boîte, & de l'autre, contre la traverse inférieure *N O* du chassis mobile. Celui-ci porte un autre chassis 9 *P* 8, qui peut s'incliner à droite ou à gauche. La vis *P* étant le centre de son mouvement; il est maintenu & appliqué contre la platine du grand chassis mobile par les deux pitons ou coqs 8, 9, sous lesquels il peut se mouvoir, les parties du chassis étant arrondies par rapport au centre *P*. Le fil mobile 1, 2 est arrêté par les pièces 3 & 5 qui tiennent les extrémités du fil horizontal; le ressort 4 tend le fil horizontal. Un ressort 6, 7 fixé en 6 au chassis mobile, appuie constamment contre la cheville 7 du petit chassis mobile, pour le renverser du côté de la vis 10, 11. Un piton 10 est traversé par la vis d'inclinaison dont l'embase porte contre le côté du chassis mobile; on fait tourner cette vis autant qu'il est nécessaire au moyen d'une clé, pour que le fil 1, 2 soit rendu parallèle au fil 3, 4 de la *fig.* 207, ou perpendiculaire au plan du quart de cercle.

La *fig.* 208 est la coupe horizontale du *micromètre*, les languettes *X X* séparent le chassis fixe ou chassis du réticule, de celui du curseur. *B E* est l'emplacement du chassis du réticule, & *C D* l'emplacement du chassis du curseur. Lorsque les deux chassis sont en place, ils sont extrêmement près l'un de l'autre, le fil mobile de l'un doit presque toucher les fils du réticule, afin qu'ils soient tous sensiblement dans le même plan, sans cependant se griper dans le mouvement du curseur.

Les *observations* faites de jour ont cet avantage que les fils du *micromètre* qui sont placés au foyer de l'objectif & de l'oculaire, s'apperçoivent sans aucun secours; au lieu que dans celles qu'on fait la nuit, il faut les éclairer. Pour y parvenir on se sert d'une lumière dont on fait tomber obliquement les rayons sur l'objectif, afin que la fumée n'intercepte pas ceux de l'astre qu'on observe; mais, lorsqu'on en a la commodité, on fait une ouverture à la lunette auprès du foyer de l'objectif, & c'est alors vis-à-vis de cette ouverture qu'on place la lumière afin d'éclairer les fils.

La Hire proposoit de couvrir le bout du tube vers l'objectif d'une pièce de gase ou de crepe fin de soie blanche; avec cette précaution, on peut placer le flambeau assez loin du tube, & rendre visible les fils du *micromètre*. (*D. L.*)

MICROMÈTRE OBJECTIF. *Voy.* HÉLIOMÈTRE.

MICROSCOPE, f. m. (*Dioptr.*) instrument qui sert à grossir de petits objets. Ce mot vient des mots grecs, μικρὸς, *petit*, & σκοπέω, *je considere*. Il y a deux espèces de *microscopes*, le simple & le composé.

Le *microscope* simple est formé d'une seule & & unique lentille, ou loupe très-convexe. *Voyez* LENTILLE & LOUPE.

On place cette lentille *E D* tout proche de l'œil, (*fig* 21 *opt.*) & l'objet *A B* qu'on suppose très-petit, est placé un peu en-deçà du foyer de la lentille; de sorte que les rayons qui viennent des extrémités *A*, *B*, sortent de la lentille presque

parallèles, & comme s'ils partoient de deux points *K*, *I*, beaucoup plus éloignés; de sorte que l'objet qui paroît en *K I*, est beaucoup plus grand, & l'image *K I* est à *A B*, comme *F H* est à *F C*, c'est-à-dire, à-peu-près comme la distance à laquelle on verroit l'objet distinctement, est à la longueur du foyer. *Voyez* DIOPTRIQUE & VISION.

Les *microscopes* simples devroient être probablement aussi anciens que le tems où l'on a commencé à s'appercevoir des effets des verres lenticulaires; ce qui remonteroit à plus de 400 ans, *voyez* LUNETTE; cependant les observations faites au *microscope*, même simples, sont beaucoup moins anciennes que cette date, & ne remontent guère à plus de 130 ans. On voit dans la *fig.* 22 la figure d'un *microscope* simple; *A* est l'endroit au centre duquel on place la lentille; & *H* est une vis où cette lentille est enchassée; au moyen de quoi on peut placer en *A* des lentilles ou loupes de différens foyers. *E G* est une pointe au bout de laquelle on fixe l'objet qu'on veut voir, & qu'on approche pour cet effet de la lentille. Les *microscopes* simples sont quelquefois formés d'une seule loupe sphérique de verre. La *fig.* 21, *n.°* 2, fait voir comment ces loupes augmentent l'image de l'objet. Car l'œil étant placé, par exemple, en *G*, il voit le point *A* par le rayon rompu *G D L A*, & dans la direction de *G D*; de sorte que l'objet *A B* lui paroîtra plus grand que s'il étoit vu sans loupe. *Voyez* APPARENT.

Les *microscopes* composés sont formés d'un verre objectif *E L* (*fig.* 24) d'un foyer très-court, & d'un oculaire *G H* d'un foyer plus long. Ainsi, le *microscope* est l'inverse du télescope. *Voyez* TÉLESCOPE. On place l'objet *A B* à-peu-près au foyer du verre *E L*, mais un peu au-delà; ses rayons sortent du verre *E L* presque parallèles (*voyez* LENTILLE) avec très-peu de convergence; de-là ils tombent sur le verre *G H*, & se réunissent presque à son foyer *I*. Ainsi, le verre *E L* aggrandit d'abord l'objet *A B*, à-peu-près comme feroit un *microscope* simple, & l'image de l'objet déjà aggrandie, l'est encore par le verre *G H*. Il est encore facile de voir que dans ce *microscope* l'objet paroîtra renversé.

Au lieu d'un oculaire on en met quelquefois plusieurs, & ce sont même les *microscopes* les plus en usage aujourd'hui. On peut voir, dans la *fig.* 25, un *microscope* composé, & tout monté sur son pied, pour voir les objets; on les place en *I* sur la plaque *L I*, & ces objets sont éclairés par la lumière que réfléchit le miroir *O N*.

A l'égard de la *fig.* 23, elle représente un *microscope* simple d'un autre espèce que celui de la *fig.* 22. On place l'objet au haut de la vis *B*, qu'on éloigne ou qu'on approche du miroir à volonté; & le *microscope* est évidé & à jour dans une de ses faces, afin que l'objet puisse recevoir la lumière extérieure. Dans d'autres *microscopes*, le tuyau extérieur n'est point évidé, mais la vis l'est en-dedans, & au-dessus de la vis on place un verre plan, qui tombe à-peu-près au foyer de la lentille, l'objet reçoit alors la lumière par-dessous; la vis sert à éloigner ou rapprocher l'objet du foyer, selon les différentes vues.

On ne sait pas exactement l'inventeur du *microscope* composé. On attribue ordinairement cette invention à Drebbel, mais M. Montucla, dans son *Histoire des Mathématiques*, *tome II*, *p.* 174, apporte des raisons pour en douter. Fontana se les attribue, ainsi que les télescopes à oculaire convexe; il est difficile de prononcer là-dessus.

MICROSCOPE SOLAIRE, n'est autre chose, à proprement parler, qu'une lanterne magique, éclairée par la lumière du soleil, & dans laquelle le porte-objet, au lieu d'être peint, n'est qu'un petit morceau de verre blanc, sur lequel on met les objets qu'on veut examiner. Il y a encore cette différence, qu'au lieu des deux verres lenticulaires placés au-delà du porte-objet dans la lanterne-magique, il n'y en a qu'un dans le *microscope solaire*. *Voyez* LANTERNE-MAGIQUE.

Cet instrument qui nous est venu de Londres en 1743, a été inventé par feu M. Lieberkuhn, de l'Académie Royale des Sciences de Prusse. On trouvera sur cet instrument un plus grand détail *à l'un des articles suivans, sous la même dénomination de microsc. sol.* On place le tuyau du *microscope solaire* dans le trou d'un volet d'une chambre obscure, bien fermée, & on fait tomber la lumière du soleil sur les verres du *microscope*, par le moyen d'un miroir placé au-dehors de la fenêtre. Alors les objets placés sur le porte-objet paroissent prodigieusement grossis sur la muraille de la chambre obscure. *(O)*

MICROSCOPE *des objets opaques* (*Optiq.*) ce *microscope*, dont on doit l'invention au D.r Leiberkuhn, est aussi curieux qu'avantageux. Il remédie à l'inconvénient d'avoir le côté obscur d'un objet tourné du côté de l'œil; ce qui a été jusqu'ici un obstacle insurmontable, qui a empêché de faire sur les objets opaques des observations exactes; car, dans toutes les autres inventions qui nous sont connues, la proximité de l'instrument à l'objet (lorsqu'on emploie les lentilles les plus fortes) produit inévitablement une ombre si grande, qu'on ne le voit que dans l'obscurité & sans presque rien distinguer; & quoiqu'on ait essayé différens moyens de diriger sur l'objet la lumière du soleil ou d'une chandelle, par un verre convexe placé à côté, les rayons qui tombent ainsi sur l'objet, forment avec sa surface un angle si aigu, qu'ils ne servent qu'à en donner une idée confuse, & qu'ils sont incapables de le faire voir clairement.

Mais dans ce nouveau *microscope*, par le moyen d'un miroir concave d'argent extrêmement poli en plaçant à son centre la lentille, on réfléchit sur l'objet une lumière si directe & si forte,

qu'on peut l'examiner avec toute la facilité & tout le plaisir imaginable.

On emploie quatre miroirs concaves de cette espèce & de différentes profondeurs, destinés à quatre lentilles de différentes forces, pour s'en servir à observer les différens objets : on connoît les plus fortes lentilles, en ce qu'elles ont de moindres ouvertures. (*D. J.*).

Microscope *à réflexion, qui peut servir aussi comme télescope Grégorien*, (*Optique.*) Quoiqu'en général le *microscope* simple soit préférable à tout *microscope* composé quelconque, parce qu'on voit plus clairement & plus distinctement un objet à travers un *microscope* simple, qu'on ne voit son image, comme il arrive dans les *microscopes* composés ; cependant le *microscope à réflexion*, inventé par M. Barker, mérite d'être mis au nombre des inventions utiles & ingénieuses, surtout à cause de son double usage.

« Quoique les *microscopes*, dit l'auteur dans » un *Mémoire à la société royale de Londres*, » qui ne sont composés que de verres, aient » été portés à un très-haut degré de perfec- » tion, quant à leur propriété de grossir les » objets, ils n'ont pas laissé d'être toujours sujets » à de si grands inconvéniens, que leur usage, » par rapport à plusieurs arts, auxquels il seroit » à souhaiter qu'on en fît l'application, n'est pas, » à beaucoup près, aussi étendu qu'on pourroit » se l'imaginer. »

Entre ces différens inconvéniens, voici ceux qui sont les plus considérables.

I. Comme pour grossir beaucoup, il faut que le verre objectif soit un segment d'une sphère extrêmement petite, & que son foyer, par cela même, se trouve extrêmement proche, il faut nécessairement aussi que l'objet qui doit être placé dans ce foyer, se trouve si près du *microscope*, que le *microscope* l'obscurcira ; l'objet dès-lors n'est plus visible que par la lumière à laquelle il donne passage, s'il est diaphane ; & il n'est plus visible du tout, s'il est opaque.

II. Lorsqu'un objet n'est vu qu'à la faveur de la lumière à laquelle il donne passage, on peut dire que c'est moins un objet véritablement vu, qu'un objet qui éclipse la lumière, dont la réflexion peut seule le faire véritablement voir. Il n'y a presque alors que le contour de l'objet qui soit exactement représenté à l'œil : les élévations ou dépressions des parties, dans l'enceinte du contour, ne paroissent plus que comme autant d'ombres ou de lumières, selon leurs divers degrés d'opacité ou de transparence : c'est l'opposé, en un mot, de la vision ordinaire, où les lumières & les ombres résultent des différentes expositions des parties de la surface à la lumière incidente.

III. Si l'on veut observer une petite partie d'un grand objet, on ne peut guere la présenter au *microscope* qu'après l'avoir détachée de son tout ; ce qui réduit l'usage de cet instrument à rien dans la dissection des corps vivans, parce que la partie détachée meurt aussi-tôt, & perd le mouvement que l'anatomiste voudroit y observer.

IV. Le foyer d'un *microscope* dioptrique étant très-peu éloigné, & par cela même extrêmement délicat, de sorte que la moindre déviation met l'observateur hors d'état de voir nettement l'objet, il n'y a jamais, dans un objet irrégulier, qu'une très-petite partie qui puisse être vue bien nettement : « c'est pour remédier à ces défauts » que M. Barker a inventé un *microscope* sur le » modèle du télescope, inventé par le chevalier » Newton. »

Nous venons de voir que ces divers inconvéniens résultoient de la petitesse du verre objectif, & que la nécessité de l'avoir si petit étoit uniquement fondée sur la dioptricité de ce même verre ; il étoit donc naturel que l'on pensât aux moyens d'employer pour objectif un miroir concave, capable de réfléchir une image vive & nette de l'objet vers l'oculaire, & de faire ainsi un *microscope à réflexion*. L'idée d'un pareil *microscope* n'avoit pas tout-à-fait échappé à la pénétration de Newton ; au moins paroît-il, par les *mémoires* dont il parle dans la préface de la première édition de son *Optique*, qu'il avoit quelquefois songé à faire un *microscope* qui, au lieu d'un verre objectif, eût un miroir concave de métal ; car les *microscopes*, disoit-il, semblent être aussi propres que les télescopes à recevoir un nouveau degré de perfection : peut-être même y sont-ils encore plus propres, puisqu'il n'y faudroit, ajoutoit-il, qu'un seul miroir concave de métal, comme on peut voir par la *figure* 81, *planche d'Optique*, où *A B* représente le miroir objectif ; *C D* un verre oculaire ; *F* leur foyer commun ; & *O* l'autre foyer du miroir où on placera l'objet (*Voyez* Lowtorp dans ses *Philosophical transactions abridged, tom. I, pag.* 210 & 388.) ; mais pour peu qu'on y fasse attention, on s'appercevra bientôt qu'un instrument conforme à cette idée, seroit encore fort éloigné de suppléer à tous les défauts des *microscopes* ordinaires.

1.° L'image de l'objet réfléchie du miroir *A B*, au foyer *F*, ne pourroit l'y représenter vivement & nettement qu'à proportion que l'objet lui-même seroit bien éclairé : or il ne pourroit l'être ici que de biais, par la lumière qui passeroit dans l'espace laissé entre lui & le miroir ; & par conséquent on auroit toujours à se plaindre que l'instrument empêche l'objet d'être bien exposé à la lumière.

2.° Quoique l'on pût, à l'aide d'un pareil *microscope*, observer des objets plus diaphanes, & des objets plus opaques que ceux qui sont observés par les *microscopes* ordinaires, il resteroit toujours un nombre considérable d'objets visibles,

à l'observation desquels ce *microscope* seroit inutile ; je veux dire tous ceux qui, par leur fluidité, ne sauroient être fixés au foyer *O*, soit sur la pointe d'une aiguille, soit sur le revers d'une petite plaque, enduite de quelque matière gluante, soit par une petite pincette, qu'il faut supposer ici au bout d'une espèce de branche, qui partant des bords du miroir viendroit aboutir en forme d'aiguille ou de plaque, ou de pincette au foyer, marqué pour y assujettir l'objet.

3.° Enfin le grand inconvénient de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est un peu gros, subsisteroit ici dans son entier.

Newton étoit en beau chemin, mais il s'y est arrêté; séduit peut-être par cette idée qui paroît lui avoir plu, qu'un *microscope à réflexion* ne devoit avoir besoin que d'un seul miroir, au lieu que réellement il en falloit deux, comme le prouve la découverte de M. Barker.

Soit *A* (*fig.* 82), l'objet qu'on veut voir grossir; soit *B B* un miroir concave de métal; & *D* un autre miroir plus petit, dont la concavité soit opposée à celle du grand miroir *B B*; soit *E* une ouverture, pratiquée au milieu de ce même miroir; & *F*, une lentille plan-convexe, placée au-dessus de l'ouverture; soit enfin la lentille *H*, le verre oculaire.

Les rayons de lumière qui partiront de l'objet *A*, seront réfléchis par le grand miroir *B B* au foyer *C C*, où ils donneront une image renversée de l'objet; & là, les rayons se croisant, ils iront en divergeant tomber sur le petit miroir, *D*, d'où ils seront réfléchis presque parallèles, par l'ouverture *E* du miroir, jusqu'à la surface plane de la lentille *F*, par laquelle lentille ils passeront en se rompant, & de laquelle ils viendront, en convergeant de nouveau, former en *G* une seconde image, qui étant l'image renversée de *C C*, sera par conséquent l'image redressée de l'objet *A*; & cette dernière image sera grossie par la lentille *H*, tout comme un *microscope* ordinaire grossiroit l'objet même, en supposant l'objet aussi près de l'œil que l'est ici l'image : de sorte que l'image tiendra lieu de l'objet, & l'objet sera observé dans son image, non-seulement à une distance considérable de lui-même, mais encore à une distance considérable de l'instrument ou du tuyau qui contiendra les différens verres & miroirs dont l'instrument doit être composé : cette distance pourra être, suivant le jugement de l'inventeur, de neuf pouces & au-dessus, jusqu'à la concurrence de vingt-quatre : or tout cela posé, il est évident.

En premier lieu, que l'objet pourra être exposé à tel degré de lumière qu'il plaira à l'observateur.

En second lieu, que rien n'empêchera qu'on ne fasse des observations sur toutes sortes d'objets visibles : sur les plus diaphanes, parce qu'étant vus par la lumière réfléchie de leurs surfaces, ils seront vus distinctement : sur les opaques, parce qu'ils recevront & renverront librement la lumière : sur les plus fluides, parce que demeurant hors du *microscope*, & le *microscope* étant mobile, on pourra les placer de la manière qui leur conviendra le mieux, ou les prendre dans la place où ils se seront arrêtés d'eux-mêmes.

En troisième lieu, que par la même raison, la nécessité ne subsistant plus de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est d'une certaine grandeur, on pourra observer la liaison même des parties, les considérer dans leur union, & voir distinctement dans les animaux, qu'on ouvrira vivans, le mouvement du sang, *&c.*

Ce *microscope* peut servir aussi comme télescope Grégorien; & la forme du grand miroir, telle qu'il a fallu qu'elle fût pour le grand *microscope*, contribue en même tems à en faire un télescope qui l'emporte considérablement, en lumière & en netteté, sur la plupart des télescopes catoptriques.

I. Quand on veut qu'il serve en qualité de *microscope*, il faut d'abord faire glisser le petit miroir *A*, *fig.* 83, dans sa coulisse, vers l'embouchure *B* du grand tube, dans lequel il est situé à l'opposite du grand miroir, fixé au fond du même tube; & la vis *C*, qui sert à faire avancer ou reculer le petit miroir, doit se tourner jusqu'à ce que l'alidade *D* coupe un des nombres à *M*; il faut ensuite éloigner de l'objet l'embouchure du grand tube, & l'éloigner à la distance d'autant de pouces qu'en indiquera le nombre coupé par l'alidade; puis détacher le petit tube *F*, qui contient le verre plan-convexe & la lentille oculaire, moyennant quoi l'on pourra diriger le grand tube vers l'objet, en cherchant celui-ci de l'œil à travers l'ouverture pratiquée dans le grand miroir; & fixer la juste position du tube, à l'aide des deux vis-sans-fin *E E*, en sorte que l'image de l'objet soit visible au milieu du petit miroir. Cela fait, il faut remettre à sa place le petit tube *F*, & fermer son ouverture avec la petite plaque de laiton *L*, qui tourne sur un pivot excentrique : au milieu de cette plaque est le petit trou par lequel on regarde pour faire les observations.

Notez, au reste, que comme la distance du petit miroir, fixée au point moyen indiqué par *M*, ne convient pas indifféremment à tous les yeux, chacun doit chercher celle qui lui convient, en tournant un peu la vis *C*, soit en-dedans ou en-dehors, jusqu'à ce que l'image de l'objet, dans le petit miroir, paroisse bien distinctement; & se régler après cela sur le nombre coupé par l'alidade, pour la distance qu'il y aura à laisser entre l'objet & l'instrument, comme on l'a déjà dit.

II. Pour convertir le *microscope* en télescope, il faut ôter d'abord le petit miroir *A*, lui en substituer un autre qui est moins petit, faire glisser le nouveau miroir vers l'embouchure *B* du tube, & tourner la vis *C*, jusqu'à ce que la marque *G*, qui est sur l'alidade, rencontre la marque *T*, ce qui donne la position du petit miroir, pour observer tout objet placé à une grande distance. Il faut aussi tourner en-dehors la plaque de laiton, où est le petit trou par lequel on regarde quand l'instrument sert de *microscope*, & regarder après cela par l'ouverture naturelle du petit tube *F*.

L'instrument se dirige vers l'objet, au moyen des pinnules *H H*.

Quand on veut observer le soleil, on applique le verre noirci *K*, sur l'ouverture par laquelle on regarde.

N N sont deux vis, qui servent (selon qu'on les tourne), ou à tenir les parties des deux vis-sans-fin *E E* en état d'engrenage, ou à les dégager quand on le veut. *L'usage du microscope rendu facile*. (*A A*.)

Microscope *solaire*, (*Optiq.*) ce *microscope* dépend des rayons du soleil, & comme on ne peut en faire usage que dans une chambre obscure, on le nomme quelquefois *microscope de la chambre obscure*. Il est composé d'un tuyau, d'un miroir, d'une lentille convexe & du *microscope* simple. Le méchanisme de ce *microscope* est si simple, qu'il n'exige point de figures; c'est assez de dire ici que les rayons du soleil étant dirigés par le miroir à travers le tuyau sur l'objet renfermé dans le *microscope*, cet objet vient se peindre distinctement & magnifiquement sur un écran couvert de papier blanc ou de linge bien blanc. Cette image est tout autrement grande que ne peuvent l'imaginer ceux qui n'ont pas vu ce *microscope*; car, plus on recule l'écran, plus l'objet s'aggrandit, en sorte que l'image d'un poux est quelquefois de cinq à six piés; mais il faut avouer qu'elle est plus distincte, lorsqu'on ne lui donne qu'une partie de cette longueur.

Quand on veut se servir du *microscope solaire*, on doit rendre la chambre aussi obscure qu'il est possible, car c'est de l'obscurité de la chambre & de la vivacité des rayons du soleil que dépendent la clarté & la perfection de l'image. Les lentilles les plus utiles à ce *microscope* sont en général la quatrième, la cinquième ou la sixième.

L'écran propre à recevoir l'image des objets est ordinairement d'une feuille d'un très-grand papier étendue sur un chassis qui glisse en-haut ou en-bas, ou qui tourne, comme on veut, à droite ou à gauche sur un pié de bois arrondi, à-peu-près comme certains écrans qu'on met devant le feu : on fait aussi quelquefois des écrans plus grands avec plusieurs feuilles du même papier collées ensemble, que l'on roule & déroule comme une grande carte.

Ce *microscope* est le plus amusant de tous ceux qu'on a imaginés, & peut-être le plus capable de conduire à des découvertes dans les objets qui ne sont pas trop opaques, parce qu'ils les représentent beaucoup plus grands qu'on ne peut les représenter par aucune autre voie. Il a aussi plusieurs autres avantages qu'aucun *microscope* ne sauroit avoir; les yeux les plus foibles peuvent s'en servir sans la moindre fatigue; plusieurs personnes peuvent observer en même tems le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir de ce qu'elles ont sous les yeux, ce qui les met en état de se bien entendre & de trouver la vérité; au lieu que, dans les autres *microscopes*, on est obligé de regarder par un trou l'un après l'autre, & souvent de voir un objet qui n'est pas dans le même jour, ni dans la même position. Ceux qui ne savent pas dessiner, peuvent par cette invention, prendre la figure exacte d'un objet qu'ils veulent avoir; car ils n'ont qu'à attacher un papier sur l'écran, & tracer sur ce papier la figure qui y est représentée, en se servant d'une plume ou d'un pinceau.

Il est bon de faire remarquer à ceux qui veulent prendre beaucoup de figures par ce moyen, qu'ils doivent avoir un chassis où l'on puisse attacher une feuille de papier, & l'en retirer aisément; car si le papier est simple, on verra l'image de l'objet presqu'aussi clairement derrière que devant; & en la copiant derrière l'écran, l'ombre de la main n'interceptera pas la lumière, comme il arrive en partie lorsqu'on la copie pardevant.

Le *microscope solaire* est encore une invention qui est dûe au génie du docteur Lieberkuhn prussien, membre de la société royale, à laquelle il a communiqué en 1748 ou environ, les deux beaux *microscopes* qu'il avoit inventés & travaillés lui-même, je veux dire le *microscope solaire* & le *microscope* pour les objets opaques; ensuite M.rs Cuff & Adam, anglois, ont perfectioné ces ouvrages. Le *microscope solaire* du D. Lieberkuhn n'avoit point de miroir, & par conséquent ne pouvoit servir que pendant quelques heures du jour lorsqu'on pouvoit placer le tube directement contre le soleil; mais l'application du miroir fournit le moyen de faire réfléchir les rayons du soleil dans le tube, quelque soit sa hauteur ou sa situation, pourvu qu'il donne sur la fenêtre. *Phil. transf.* n.° 458, *sect.* 9 de Baker, *microscop. object.* (*D. J.*)

§. Microscope solaire, (*Optique.*) On a vu dans le *Dict. rais. des Sciences*, &c. que le *microscope solaire* est composé de miroir *A* (*fig.* 79, *pl. d'Optiq.*) qui reçoit les rayons du soleil, & qui les renvoie parallélement à l'horizon sur une grande lentille *B* qui les rassemble sur un objet transparent enfermé dans le tube *C*, pour le pénétrer d'une plus vive lumière; & que ces rayons, après avoir pénétré cet objet, tombent sur une seconde lentille qui les rassemble en un foyer,

d'où ils vont en divergeant peindre en grand sur un plan blanc, tel qu'un écran, l'image de l'objet qu'ils ont pénétrée. *Voyez fig.* 8c. Les rayons, au sortir de la lentille *G H*, vont éclairer & pénétrer l'objet *a b*; &, après l'avoir pénétré, ils tombent sur la petite lentille *m r* qui les réunit au foyer *q*, d'où ils s'échappent, en divergeant du tube *L M*, pour aller peindre l'objet en grand *O P* sur un plan quelconque, propre à en recevoir l'image. Cette image est encore plus belle, lorsqu'on la reçoit sur une surface concave.

Mais ce *microscope* a cela d'incommode, que l'image de l'objet ne se peint point très-distinctement; & par conséquent on ne peut point faire des observations fort exactes à l'aide de ce *microscope*. Le célebre Euler a entrepris de remédier à ce défaut. Pour cela il a substitué un miroir de métal plan au miroir de verre dont on faisoit usage auparavant; parce qu'un miroir de verre, réfléchissant les rayons par ses deux surfaces, fait que les bords du spectre ne sont jamais bien terminés; au lieu que le miroir de métal, n'ayant qu'une surface réfléchissante, termine plus exactement les bords des images.

A l'aide de ce *microscope*, les objets paroissent extrêmement augmentés sur le plan blanc qui en reçoit l'image; car la grandeur de cette image est à celle de son objet, comme la distance du plan à la lentille est à la distance de l'objet à la lentille.

Supposons donc que le foyer de la lentille soit d'un pouce, & que la lumière qui pénètre l'objet éloigné d'un pouce de la lentille soit composée de rayons parallèles; le foyer où ses rayons se rassembleront sera à un pouce de distance au-delà de la lentille; si le plan qui reçoit l'image est à 12 pouces de la lentille, la grandeur linéaire de l'image sera à celle de l'objet, comme 12 : 1; & les grandeurs de leurs surfaces seront entr'elles dans le rapport de 144 : à 1.

Si le foyer de la lentille étoit d'une ligne, & que le plan fût éloigné de 12 pouces, la grandeur linéaire de l'image seroit à celle de l'objet, comme 144 + 144 : 1, ou : : 20736 : 1. Si ce même plan étoit à 6 piés de distance de la lentille, ce rapport deviendroit = 144 + 144 + 36 : 1, ou 746496 : 1; ces nombres deviendront très-grands, si on considère les solidités des objets. *Cours de Physique expérimentale*, &c. par Muschenbroeck; *The complete Dictionary of Arts and Sciences*, *tom. II*. (*A A*)

MICROSCOPIQUE, OBJET, (*Optiq.*) Les *objets microscopiques* sont ceux qui sont propres à être examinés par les microscopes; tels sont tous les corps, tous les pores, ou tous les mouvemens extrêmement petits.

Les corps extrêmement petits sont, ou les parties des plus grands corps, ou des corps entiers fort déliés; comme les petites semences, les insectes, les sables, les sels, &c.

Les pores extrêmement petits sont les interstices entre les parties solides des corps; comme dans les os, dans les minéraux, dans les écailles, &c. ou comme les ouvertures des petits vaisseaux; tels que les vaisseaux qui reçoivent l'air dans les végétaux, les pores de la peau, des os, &c. des animaux.

Les mouvemens extrêmement petits sont ceux des différentes parties ou membres des petits animaux, ou ceux des fluides renfermés dans les corps des animaux ou des végétaux.

Sous l'un ou l'autre de ces trois chefs, tout ce qui nous environne peut nous fournir un sujet d'examen, d'amusement & d'instruction; cependant plusieurs personnes savent si peu combien l'usage des microscopes est étendu, & sont tellement embarrassés à trouver des objets à examiner, qu'après en avoir considéré quelques-uns des plus communs, soit seuls, soit avec des amis, ils abandonnent leurs microscopes, comme n'étant pas d'un grand usage. Nous tâcherons de les détromper par quantité de faits que nous mettrons, dans l'occasion, sous les yeux du lecteur; & peut-être que par ce moyen nous engagerons des curieux à employer agréablement & utilement leurs heures de loisir dans la contemplation des merveilles de la nature, au lieu de les passer dans une oisiveté pleine d'ennui, ou dans la poursuite de quelque passion ruineuse; mais, avant que de discuter l'examen des *objets microscopiques*, il faut parler de l'instrument qui les grossit à nos yeux.

On sait que les microscopes sont de deux sortes; les uns simples, les autres doubles: le microscope simple n'a qu'une lentille; le double en a au moins deux combinées ensemble. Chacune de ces espèces a son utilité particulière; car un verre simple fait voir l'objet de plus près & plus distinct; & la combinaison des verres présente un plus grand champ, ou, pour le dire en d'autres termes, elle découvre tout-à-coup une plus grande partie de l'objet qu'elle grossit également. Il est difficile de décider lequel des deux microscopes on doit préférer, parce qu'ils donnent chacun une différente sorte de plaisir. On peut alléguer de grandes autorités en faveur de l'un & de l'autre? Leuwenhoeck ne s'est jamais servi que du microscope simple, & M. de Hook a fait toutes ses observations avec le microscope double. Les fameux microscopes du premier consistoient dans une simple lentille placée entre deux plaques d'argent, qui étoient percées d'un petit trou, & il y avoit au-devant une épingle mobile pour y mettre l'objet, & l'appliquer à l'œil du spectateur. C'est avec ces microscopes simples qu'il a fait ces découvertes merveilleuses qui ont surpris l'univers.

Aujourd'hui le microscope de poche de M. Wilson, passe pour le meilleur; & le microscope double de réflexion le plus estimé, est un diminutif perfectionné du grand microscope double de MM. Culpéper, Scarlet & Marshal. Nous avons

donné la description relative à nos figures, de ces machines. Mais il importe beaucoup, avant que de passer à la méthode d'examen des *objets microscopiques*, de connoître la force des lentilles d'un microscope, & de découvrir la grandeur réelle des objets qu'on y présente.

De la surface des verres d'un microscope simple. La vue est incapable de distinguer un objet qu'on approche trop des yeux; mais si on le considère au-travers d'une lentille convexe, quelque près que soit le foyer de cette lentille, on y verra l'objet très-distinctement, & le foyer de la lentille sera d'autant plus proche qu'elle sera plus petite; de sorte que la force de cette lentille, pour grossir un objet, en sera plus grande dans la même proportion.

On voit, par ces principes, pourquoi la première & plus forte lentille est si petite, & l'on peut aisément calculer la force de chaque lentille convexe du microscope simple; car la force de la lentille, pour grossir, est en même proportion que l'est son foyer par rapport à la vue simple. Si le foyer d'une lentille convexe est, par exemple, d'un pouce, & que la vue simple soit claire à huit pouces, comme le sont les vues ordinaires, on pourra voir par cette lentille un objet qui sera à un pouce de distance de l'œil, & le diamètre de cet objet paroîtra huit fois plus grand qu'à la vue simple. Mais comme l'objet est grossi également, tant en longueur qu'en largeur, il nous faut quarrer ce diamètre pour savoir combien il est agrandi, & nous trouverons que ce verre grossit la surface de l'objet soixante-quatre fois.

De plus, supposons une lentille convexe dont le foyer est éloigné du centre de la lentille de la dixième partie d'un pouce: il y a dans huit pouces quatre-vingt dixièmes d'un pouce; par conséquent l'objet paroîtra à travers cette lentille, quatre-vingt fois plus près qu'à la vue simple; on le verra par conséquent quatre-vingt fois plus long, & quatre-vingt fois plus large qu'il ne paroît aux vues ordinaires; & comme quatre-vingt multiplié par quatre-vingt, produit six mille & quatre cens, l'objet paroîtra réellement aussi grand.

Faisons encore un pas. Si une lentille convexe est si petite que son foyer n'en soit éloigné que de la vingtième partie d'un pouce, nous trouverons que huit pouces, distance commune de la vue simple, contient cent soixante de ces vingtièmes, & que par conséquent la longueur & la largeur d'un objet que l'on voit à travers cette lentille, seront l'une & l'autre grossies cent soixante fois; ce qui étant multiplié par cent soixante, donne le quarré qui monte à vingt-cinq mille six cens. Il résulte que cette lentille fera paroître l'objet vingt-cinq mille six cens fois aussi grand en surface, qu'il paroît à la vue simple à la distance de huit pouces.

Pour savoir donc quelle est la force d'une lentille dans le microscope simple, il ne faut que l'approcher de son vrai foyer; ce qui se connoît aisément, parce que la lentille est à cette distance lorsque l'objet paroît parfaitement distinct & bien terminé. Alors avec un petit compas on aura soin de mesurer exactement la distance entre le centre du verre & l'objet qu'on examine; & appliquant le compas sur une échelle où le pouce est divisé en dixièmes & centièmes par des transversales, on trouvera aisément combien cette distance contient de parties d'un pouce: ce point étant connu, vous chercherez combien de fois ces parties sont contenues dans huit pouces, qui sont la distance ordinaire de la vue simple, & vous saurez combien de fois le diamètre est grossi: quarrez ce diamètre, & vous aurez la surface; & si vous voulez connoître l'épaisseur ou la solidité de votre objet, vous multiplierez la surface par le diamètre, pour en avoir le cube ou la masse. La table suivante vous donnera le calcul tout fait.

Table de la force des verres convexes, dont on fait usage dans les microscopes simples, selon la distance de leurs foyers, calculée sur une échelle d'un pouce divisé en cent parties, où l'on voit combien de fois le diamètre, la surface & le cube sont grossis au travers de ces verres, par rapport aux yeux dont la vue simple est de huit poucès, ou de huit eent centièmes d'un pouce.

Le foyer d'un verre étant (Centièmes d'un pouce.)	grossit le diamètre	grossit la surface.	grossit le cube d'un objet. (fois.)
$\frac{1}{2}$ ou 50	16	256	4,096
$\frac{4}{10}$ ou 40	20	400	8,000
$\frac{3}{10}$ ou 30	26	676	17,576
$\frac{1}{5}$ ou 20	40	1,600	64,000
15	53	2,809	148,877
14	57	2,249	1850193
13	61	3,721	226,981
12	66	4,356	287,496
11	72	5,184	373,248
$\frac{1}{10}$ ou 10	80	6,400	512,000
9	88	7,744	681,472
8	100	10,000	1,000,000
7	114	12,996	1,481,544
6	133	270689	2,352,637
$\frac{1}{20}$ ou 5	160	25,600	4,096,000
4	200	40,000	8,000,000
3	266	70,756	18,821,096
$\frac{1}{50}$ ou 2	400	160,000	64,000,000
1	800	640,000	512,000,000

La plus forte lentille du cabinet des microscopes de M. Leuwenhoeck, présentée à la société royale, a son foyer à la distance de la vingtième partie

partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diamètre d'un objet cent soixante fois, & la surface vingt-cinq mille six cens fois. Mais la plus forte lentille du microscope simple de M. Wilson, tel qu'on le fait aujourd'hui, a ordinairement son foyer à la distance seulement d'environ la cinquantième partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diamètre d'un objet quatre cens fois, & sa surface cent soixante mille fois.

Comme cette table a été calculée en nombres ronds, elle est si facile, que quiconque sait diviser & multiplier un petit nombre de figures, pourra la comprendre aisément.

Cette même table peut servir à calculer la force des verres du microscope double, d'autant qu'ils ne grossissent guère plus que ceux du microscope simple de M. Wilson; le principal avantage que l'on tire de la combinaison des verres, est de voir un plus grand champ, ou une plus grande partie de l'objet grossi au même degré.

De la grandeur réelle des objets vus par les microscopes. Ce n'est pas assez de connoître la force des lentilles des microscopes, il faut encore trouver quelle est la grandeur réelle des objets que l'on examine lorsqu'ils sont excessivement petits; car quoique nous sachions qu'ils sont grossis tant de mille fois, nous ne pouvons parvenir par cette connoissance qu'à un calcul imparfait de leur véritable grandeur; pour en conclure quelque chose de certain, nous avons besoin de quelque objet plus grand, dont les dimensions nous soient réellement connues: en effet, la grandeur n'étant elle-même qu'une comparaison, l'unique voie que nous ayons, pour juger de la grandeur d'une chose, est de la comparer avec une autre, & de trouver combien de fois le moindre corps est contenu dans le plus grand. Pour faire cette comparaison dans les *objets microscopiques*, les savans d'Angleterre ont imaginé plusieurs méthodes ingénieuses. Il est bon d'en mettre quelques-unes de faciles & de praticables sous les yeux du lecteur.

La méthode de M. Leuwenhoeck de calculer la grandeur des sels dans les fluides, des petits animaux *in semine masculino*, dans l'eau de poivre, *&c.* étoit de les comparer avec la grosseur d'un grain de sable, & il faisoit ces calculs de la manière suivante.

Il observoit avec son microscope un grain de sable de mer, tel que cent de ces grains placés bout-à-bout, forment la longueur d'un pouce; ensuite, observant un petit animal qui en étoit proche, & le mesurant attentivement des yeux, il concluoit que le diamètre de ce petit animal étoit, par exemple, moindre que la douzième partie du diamètre du grain de sable; que par conséquent, selon les règles communes, la surface du grain de sable étoit 144 fois, & toute la solidité 1728 fois plus grande que celle de ce petit animal. Il faisoit le même calcul proportionnel; suivant la petitesse des animaux qu'il exposoit au microscope.

Voici la méthode dont se servoit M. Hook pour connoitre combien un objet est grossi par le microscope. « Ayant, dit-il, rectifié le microscope pour voir très-distinctement l'objet requis: » dans le même moment que je regarde cet objet » à travers le verre d'un œil, je regarde avec » l'autre œil nud d'autres objets à la même » distance; par-là je suis en état, au moyen d'une » règle divisée en pouces & en petites parties, & » placée au pié du microscope, de voir combien » l'apparence de l'objet contient de parties de » cette règle, & de mesurer exactement le diamètre de cette apparence, lequel étant comparé avec le diamètre qu'il paroît avoir à la » vue simple, me donne aisément la quantité de » son agrandissement. »

L'ingénieux docteur Jurin nous donne une autre méthode fort curieuse pour parvenir au même but, dans ses *dissertations physico-mathématiques*: la voici. Faites plusieurs tours avec un fil d'argent très-subtil sur une aiguille, ou sur quelqu'autre corps semblable, en sorte que les révolutions du fil se touchent exactement, & ne laissent aucun vuide; pour en être certain, vous l'examinerez avec un microscope très-attentivement. Mesurez ensuite avec un compas très-exactement l'intervalle entre les deux révolutions extrèmes du fil d'argent, pour savoir quelle est la longueur de l'aiguille qui est couverte par ce fil; & appliquant cette ouverture de compas à une échelle de pouces divisée en 10es & en 100es par des transversales, vous saurez combien elle contient de parties d'un pouce: vous compterez ensuite le nombre des tours du fil d'argent compris dans cette longueur, & vous connoitrez aisément par la division, l'épaisseur réelle du fil en plusieurs petits morceaux; si l'objet que vous voulez examiner est opaque, vous jetterez au-dessus de l'objet quelques-uns de ces petits brins, & s'il est transparent, vous les placerez au dessous, ensuite vous comparerez à l'œil les parties de l'objet avec l'épaisseur connue de ces brins de fil.

Par cette méthode le docteur Jurin observa que quatre globules du sang humain couvroient ordinairement la largeur d'un brin, qu'il avoit trouvé $\frac{1}{485}$ d'un pouce, & que par conséquent le diamètre de chaque globule étoit $\frac{1}{1940}$ partie d'un pouce. Ce qui a été aussi confirmé par les observations de Leuwenhoeck sur le sang humain, qu'il fit avec un morceau du même fil que lui envoya le docteur Jurin. *Voyez les Transf. philosop. n°* 377.

Je passe sous silence d'autres méthodes plus composées, mais je ne dois pas oublier de remarquer que l'aire visible, le champ de la vue, ou la portion d'un objet vû par le microscope, est en proportion du diamètre, & de l'aire de la lentille dont on fait usage, & de sa force; car

si la lentille est extrêmement petite, elle grossit considérablement, & par conséquent on ne peut distinguer par son moyen qu'une très-petite portion de l'objet; ainsi, l'on doit user de la plus forte lentille pour les plus petits objets, & toujours proportionnellement. Sans donner ici des régles embarrassantes sur le champ des objets vûs par chaque lentille, c'est assez de dire que cette aire differe peu de la grandeur de la lentille dont on se sert, & que si le total d'un objet est beaucoup au-dessus de ce volume, on ne peut pas le bien voir à travers cette lentille.

Après avoir combiné la force des microscopes, & donné les méthodes de connoître la grandeur réelle des *objets microscopiques*, il nous reste à décrire la manière de les examiner, de les préparer, & de les appliquer au microscope.

De l'examen des objets microscopiques. Quelqu'objet qu'on ait à examiner, il en faut considérer attentivement la grandeur, le tissu & la nature, pour pouvoir y appliquer les verres convenables, & d'une manière à les connoître parfaitement. Le premier pas à faire doit être constamment d'examiner cet objet à travers d'une lentille qui le représente tout entier; car en observant de quelle manière les parties sont placées les unes à l'égard des autres, on verra qu'il sera plus aisé d'examiner ensuite chacune en particulier, & d'en juger séparément si l'on en a occasion. Lorsqu'on se sera formé une idée claire du tout, on pourra le diviser autant que l'on voudra; & plus les parties de cette division seront petites, plus la lentille doit être forte pour les bien voir.

On doit avoir beaucoup d'égard à la transparence ou à l'opacité d'un objet, & de-là dépend le choix des verres dont on doit se servir; car un objet transparent peut supporter une lentille beaucoup plus forte qu'un objet opaque, puisque la proximité du verre qui grossit beaucoup, doit nécessairement obscurcir un objet opaque & empêcher qu'on ne le voie, à moins qu'on ne se serve du microscope pour les objets opaques. Plusieurs objets cependant deviennent transparens, lorsqu'on les divise en parties extrêmement minces ou petites.

Il faut aussi faire attention à la nature de l'objet, s'il est vivant ou non, solide ou fluide; si c'est un animal, ou végétal, une substance minérale, & prendre garde à toutes les circonstances qui en dependent, pour l'appliquer de la manière qui convient le mieux. Si c'est un animal vivant, il faut prendre garde de ne le serrer, heurter, ou décomposer que le moins qu'il sera possible, afin de mieux découvrir sa véritable figure, situation & caractère. Si c'est un fluide & qu'il soit trop épais, il faut le détremper avec l'eau; s'il est trop coulant, il faut en faire évaporer quelques parties aqueuses. Il y a des substances qui sont plus propres aux observations lorsqu'elles sont séches, & d'autres au contraire lorsqu'elles sont mouillées; quelques-unes lorsqu'elles sont fraiches, & d'autres lorsqu'on les a gardées quelque tems.

Il faut ensuite avoir grand soin de se procurer la lumière nécessaire, car de-là dépend la vérité de tous nos examens; un peu d'expérience fera voir combien les objets paroissent différens dans une position & dans un genre de lumière, de ce qu'ils sont dans une autre position, de sorte qu'il est à-propos de les tourner de tous les côtés, & de les faire passer par tous les degrés de lumière, jusqu'à ce que l'on soit assuré de leur vraie figure; car, comme dit M. Hooke, il est très-difficile, dans un grand nombre d'objets, de distinguer une élévation d'un enfoncement, une ombre d'une tache noire, & la couleur blanche d'avec la simple réflexion. L'œil d'une mouche, par exemple, dans une espèce de lumière, paroît comme un treillis percé d'un grand nombre de trous, avec les rayons du soleil, il paroît comme une surface couverte de clous dorés; dans une certaine position, il paroît comme une surface couverte de pyramides; dans une autre, il est couvert de cones, & dans d'autres situations, il paroît couvert de figures toutes différentes.

Le degré de lumière doit être proportionné à l'objet; s'il est noir, on le verra mieux dans une lumière forte; mais, s'il est transparent, la lumière doit être à proportion plus foible: c'est pour cela qu'il y a une machine dans le *microscope* simple & dans le microscope double, pour écarter la trop grande quantité de rayons, lorsqu'on examine ces sortes d'objets transparens avec les plus fortes lentilles.

La lumière d'une chandelle, pour la plupart des objets, & sur-tout pour ceux qui sont extrêmement petits & transparens, est préférable à celle du jour, & pour les autres, celle du jour vaut mieux; j'entends la lumière d'un jour serein. Pour ce qui est des rayons du soleil, ils sont réfléchis par l'objet avec tant d'éclat, & ils donnent des couleurs si extraordinaires, qu'on ne peut rien déterminer avec certitude par leur moyen; par conséquent cette lumière doit être regardée comme la plus mauvaise.

Ce que je dis des rayons du soleil, ne doit pas s'étendre néanmoins au *microscope* solaire; au contraire, on ne peut s'en servir avec avantage sans la lumière du soleil la plus brillante; en effet, par ce microscope, on ne voit pas l'objet en lui-même dans l'endroit où il est frappé des rayons du soleil: on voit seulement son image ou son ombre représentée sur un écran, & par conséquent il ne peut résulter aucune confusion de la réflexion brillante des rayons du soleil, qui ne viennent pas de l'objet à l'œil comme dans les autres *microscopes*. Mais aussi, dans le microscope solaire, nous devons nous borner à connoître la vraie figure & grandeur d'un objet, sans nous attendre à en découvrir

les couleurs, parce qu'il n'est pas possible qu'une ombre porte les couleurs du corps qu'elle représente.

De la préparation & application des objets microscopiques. Il y a plusieurs objets qui demandent beaucoup de précautions pour les bien placer devant les lentilles. S'ils sont plats & transparens, en sorte qu'en les pressant, on ne puisse pas les endommager, la meilleure méthode est de les renfermer dans les glissoirs entre deux pièces de talc. Par ce moyen, les ailes des papillons, les écailles des poissons, la poussière des fleurs, *&c.* les différentes parties, & même les corps entiers des petits insectes & mille autres choses semblables peuvent se conserver. Il faut donc avoir un certain nombre de ces glissoirs toujours prêts pour cet usage.

Lorsqu'on fait une collection d'*objets microscopiques*, on ne doit pas remplir au hasard les glissoirs, mais on doit avoir soin d'assortir les objets, selon leur grandeur & leur transparence; de manière qu'on ne doit mettre dans le même glissoir, que ceux qu'on peut observer avec la même lentille, & alors on marquera sur le glissoir le nombre qui désigne la lentille convenable aux objets qu'il renferme. Les nombres marqués sur les glissoirs, préviennent l'embarras où l'on peut être pour savoir qu'elle est la lentille qu'on doit leur appliquer.

En plaçant vos objets dans les glissoirs, il est bon d'avoir un verre convexe d'environ un pouce de foyer, & de le tenir à la main pour les ajuster proprement entre les talcs, avant que de les enfermer avec les anneaux de cuivre.

Les petits objets vivans, comme les poux, puces, cousins, petites punaises, petites araignées, mites, *&c.* pourront être placées entre les talcs, sans qu'on les tue ou qu'on les blesse, si l'on prend soin de ne pas presser les anneaux de cuivre qui arrêtent les talcs, &, par ce moyen, ils resteront vivans des semaines entières; mais, s'ils sont trop gros pour être placés de cette manière, il faudra les placer dans un glissoir avec des verres concaves destinés à cet usage, ou bien on les percera d'une pointe pour les observer, ou bien encore on les tiendra avec des pincettes.

Si vous avez des fluides à examiner pour y découvrir les petits animaux qu'ils peuvent contenir; prenez avec une plume ou avec un pinçeau une petite goutte du fluide, & faites-la couler sur un morceau de talc ou sur un des petits verres concaves, & appliquez-la de cette façon à la lentille. Mais, au cas qu'en faisant votre observation, vous trouviez, comme il arrive souvent, que ces petits animaux nageant ensemble, soient en nombre si prodigieux, que roulant continuellement les uns sur les autres, on ne puisse pas bien connoître leur figure & leur espèce, il faut enlever du verre une partie de la goutte, & y substituer un peu d'eau claire, qui les fera paroître séparés & bien distincts. C'est tout le contraire, lorsqu'on veut examiner un fluide pour y découvrir les sels qu'il contient, car il faut alors le faire évaporer, afin que ces sels qui restent sur le verre puissent être observés avec plus de facilité.

Pour disséquer les petits insectes, comme les puces, poux, cousins, mites, *&c.* il faut avoir beaucoup de patience & de dextérité; cependant on peut le faire par le moyen d'une fine lancette & d'une aiguille, si l'on met ces animaux dans une goutte d'eau; car alors on pourra séparer aisément leurs parties & les placer devant le microscope, pour observer leur estomac & leurs entrailles.

Les corps opaques, tels que les semences, les sables, les bois, *&c.* demandent d'autres précautions: voici le meilleur moyen de les considérer. Coupez des cartes en petits morceaux d'environ un demi-pouce de longueur, & de la dixième partie d'un pouce de largeur; mouillez-les dans la moitié de leur longueur avec de l'eau gommée bien forte, mais bien transparente, & avec cette eau vous y attacherez votre objet. Comme les figures des cartes sont rouges & noires, si vous coupez vos morceaux de cartes sur ces figures, vous aurez, pour vos objets, un contraste de presque toutes les couleurs; & fixant les objets noirs sur le blanc; les blancs sur le noir, les bleus ou verds sur le rouge ou le blanc, & les autres objets colorés sur les morceaux qui leur sont le plus opposés en couleurs, vous les observerez avec plus d'avantage. Ces morceaux sont principalement destinés au *microscope* nouvellement inventé pour les objets opaques, & on doit les appliquer entre les pincettes; mais ils sont aussi utiles aux autres *microscopes* qui peuvent découvrir les objets opaques.

Il faut avoir une petite boîte quarrée destinée à conserver ces morceaux de cartes, avec un nombre de petits trous fort peu profonds, & l'on colera un papier sur le côté de chaque carte pour servir de fond.

Précautions dans l'examen des objets microscopiques. En examinant les objets dans tous les degrés de lumière, il ne faut rien assurer qu'après des expériences réitérées & des observations exactes. Ne formez donc aucun jugement sur les objets qui sont étendus avec trop de force, ou resserrés par la sécheresse, ou qui sont hors de leur état naturel en quelque manière que ce soit, sans y avoir les égards convenables.

Il est fort douteux si l'on peut juger des vraies couleurs des objets que l'on voit par la plus forte lentille; car, comme les pores ou interstices d'un objet sont agrandis à proportion de la force du verre dont on se sert, & que les particules qui en composent la matière doivent, par le même principe, paroître séparées plusieurs mille fois plus qu'à la vue simple, la réflexion des rayons de lumière qui viennent à nos yeux, doit être fort

différente & produire différentes couleurs; & certainement la variété des couleurs de certains objets qu'on y conserve, justifie cette remarque.

On ne doit pas non plus déterminer, sans beaucoup de réflexion, tous les mouvemens des créatures vivantes ou des fluides qui les renferment, lorsqu'on les voit par le *microscope*; car, comme le corps qui se meut, & l'espace où il se meut est aggrandi, le mouvement le doit être aussi, & par conséquent on doit juger sur ces principes, de la rapidité avec laquelle le sang paroît couler dans les vaisseaux des petits animaux. Supposons, par exemple, qu'un cheval & un rat fassent mouvoir leurs membres exactement dans le même moment de tems; si le cheval fait un mille, pendant que le rat parcourt cinquante perches (quoique le nombre des pas soit le même de part & d'autre), on conviendra aisément, ce me semble, que le mouvement du cheval est plus rapide. Le mouvement d'une mite vu par le *microscope*, ou apperçu à la vue simple, n'est pas peut-être moins différent. (*Le chevalier de* JAUCOURT.)

MICROSCOPE, (*Astron.*) constellation méridionale, placée par l'abbé de la Caille, au-dessous du capricorne. La principale étoile est de 5ᵉ grandeur, elle avoit en 1750, 308° 34′ 25″ d'ascension droite, 34° 41′ 4″ de déclinaison. (*D. L.*)

MIDI, s. m. (*Astr.*) c'est le moment où le soleil est au méridien.

Le moment de *midi* divise à-peu-près le jour en deux parties égales; nous disons à-peu-près, parce que cela n'est vrai exactement que dans le tems où le soleil est aux solstices, & où le moment du midi est le même que celui du solstice. *Voyez* HAUTEURS CORRESPONDANTES.

On appelle *midi vrai* le tems où le soleil est réellement au méridien, & *midi moyen*, le tems où il seroit *midi* eu égard seulement au mouvement moyen du soleil combiné avec le mouvement diurne de la terre : ou, pour parler plus clairement, le tems où il seroit *midi* si le soleil avoit un mouvement uniforme. *Voyez* ÉQUATION DU TEMS. Il y a toujours la même distance du *midi moyen* d'un jour quelconque au *midi moyen* du jour suivant; mais la distance du *midi vrai* d'un jour au *midi vrai* du suivant, varie continuellement. C'est par le moyen des hauteurs correspondantes que les astronomes déterminent le moment du *midi* pour régler les pendules, & trouver le tems vrai de toutes les autres observations.

Midi se dit aussi de la région du ciel vers laquelle se trouve le soleil au milieu du jour dans nos régions septentrionales; il est opposé au nord ou au septentrion. On trouve le côté du *midi* par les méthodes qui servent à tracer une méridienne, ou par la boussole, quand on connoît sa déclinaison dans le lieu de l'observation. (*D. L.*)

MILIEU *à prendre entre les observations*, (*Arith.*) Ce sujet me paroît être devenu un de ceux qui sont le plus d'un ressort d'un ouvrage tel que celui-ci. Le *Dictionnaire raisonné des Sciences*, &c. semble promettre au *mot* ARITHMÉTIQUE de le traiter au *mot* MOYEN, mais on n'y trouve pas son attente remplie; je tâcherai de suppléer du moins en partie à cette omission.

Quand on a fait plusieurs observations d'un même phénomène, & que les résultats ne sont pas tout-à-fait d'accord entr'eux, on est sûr que ces observations sont toutes, ou au moins en partie peu exactes, de quelque source que l'erreur puisse provenir; on a coutume alors de prendre le *milieu* entre tous les résultats, parce que de cette manière les différentes erreurs se répartissant également dans toutes les observations, l'erreur qui peut se trouver dans le résultat moyen devient aussi moyenne entre toutes les erreurs. Il n'est pas douteux que cette pratique ne soit très-utile pour diminuer l'incertitude qui naît de l'imperfection des instrumens & des erreurs inévitables des observations; mais il est aisé de s'appercevoir qu'elle ne la diminue pas autant qu'on le desireroit, & qu'elle est susceptible à plus d'un égard d'être perfectionnée, parce qu'en prenant simplement le *milieu* arithmétique, on ne tient pas compte du plus ou moins de probabilité de l'exactitude des observations, des différens degrés d'habileté des observateurs, &c. Différens grands géomètres ont entrepris cette utile recherche, ils l'ont considérée sous différens points de vue, & l'ont traitée plus ou moins en détail; il est fort à souhaiter que les astronomes, les physiciens & généralement tous les observateurs, profitent des résultats de ces recherches dans la discussion de leurs observations.

Le pere Boscovich a été conduit à méditer sur cette matière, lorsqu'il a cherché à tirer l'ellipticité moyenne de la terre de tous les degrés connus, en se proposant la solution du problème suivant : *Etant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu'il faut faire à chacun d'eux, en observant ces trois conditions; la première, que leurs différences soient proportionnelles aux différences des sinus verses d'une latitude double; la seconde, que la somme de corrections positives soit égale à la somme des négatives; la troisième, que la somme de toutes les corrections; tant positives que négatives, soit la moindre possible pour le cas où les deux premières conditions soient remplies.* Il a exposé le résultat de cette solution dans le *Tome IV* des *Mémoires de l'institut de Boulogne*; il l'a développée dans ses *Supplémens de la Philosophie*, en vers latins, composée par M. Benoît Stay, *tome II*, *p.* 420; & le traducteur de son *Voyage astronomique & géographique*, en a fait le sujet d'une note très-intéressante qui

se trouve à la fin de sa traduction ; & dans laquelle on voit cette solution appliquée à une table de degrés mesurés, plus étendue que celle dont le pere Boscovich avoit fait usage dans les supplémens cités. Je crois pouvoir renvoyer à ces différentes sources les lecteurs qui voudront prendre une idée de cette méthode.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la théorie que M. Lambert a donnée *sur le degré de certitude des observations & des expériences*, dans le premier volume dans ses *Mémoires de mathématique* allemands, & qu'il a éclaircie par plusieurs exemples : cet ouvrage est connu. On trouvera un extrait du mémoire dont je parle, dans le *Journal littéraire* qui paroît à Berlin ; & sans doute qu'un géomètre habile qui s'est chargé de donner dans ces supplémens la substance de différens écrits intéressans de M. Lambert, ne laissera pas échapper celui-ci.

Je me bornerai ici au précis de deux mémoires qui ne sont pas imprimés ; & si on y joint la lecture de ce qu'on doit au P. Boscovich & à M. Lambert sur la même matière, on pourra se satisfaire sur toutes les questions principales auxquelles elle peut donner lieu : j'ignore si d'autres auteurs l'ont traitée.

Le premier mémoire dont je me propose de donner l'extrait, est un petit écrit latin de M. Daniel Bernoulli, qu'il me communiqua, en 1769, & qu'il gardoit depuis long-tems parmi ses manuscrits dans le dessein sans doute de l'étendre davantage. Il a pour titre : *Dijudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepentium ; atque verisimillima inductio inde formanda.*

M. Bernoulli suppose qu'on représente par des portions Aa, Ab, Ae, &c. d'une ligne droite AB (*fig. 2, pl. I de Géométrie*), les résultats d'un certain nombre n d'observations, & il remarque que, dans cette supposition, la pratique ordinaire donneroit pour le *milieu*, entre ces observations, une ligne droite $AC = \frac{Aa + Ab + Ad + \&c.}{n}$

mais, dit-il, on ne tient pas compte de cette façon des différens degrés de probabilité des observations, & cependant il n'y a aucun doute que les petites erreurs n'aient lieu moins souvent que les grandes. En conséquence de cette remarque, il suppose que le nombre des observations qui tombent sur les points a, b, d, e, &c. soit proportionnel aux perpendiculaires am, bn, do, ep, &c. & cette hypothèse donne $AC = \frac{Aa \cdot am + Ab \cdot bn + Ad \cdot do + Ae \cdot ep}{am + bn + do + ep, \&c.}$, expression qui fait voir que le point C ne tombe plus au centre de gravité des points a, b, d, e, &c. mais dans celui des lignes am, bn, do, ep, &c.

On peut, par plusieurs considérations, adopter une demi-ellipse ou un demi-cercle pour la courbe $MmnoN$, qui passe par les points m, n, p, &c. & le rayon indiquera la plus grande erreur, ou un peu au-delà, qu'un observateur puisse jamais commettre en faisant des observations telles que celles dont il sera question. Il est donc nécessaire que chaque observateur se juge soi-même impartialement & avec sagacité.

M. Bernoulli observe ensuite que la détermination analytique du centre du demi-cercle modérateur seroit d'une application très-difficile, parce qu'on parvient à une équation presqu'intraitable ; c'est pourquoi il préfère la méthode d'approximation qu'on va voir.

Soit AB (*fig. 3*) la ligne à laquelle on rapporte les observations ; qu'on adopte sur cette ligne un point fixe A, & qu'on suppose que les observations tombent sur les points a, b, d, e, &c. de façon que $AO = \frac{Aa + Ab + Ad + Ae + Af}{n}$,

en cherchant d'abord par la règle ordinaire le point O moyen entre les points observés a, b, d, e, &c. & en entendant par n le nombre des observations. Qu'on décrive ensuite du centre O, & avec le rayon r, le demi-cercle $MmnopqN$, & qu'on le prenne pour le premier demi-cercle modérateur, en sorte que am, bn, do, ep, &c. perpendiculaires sur MN, expriment les différens degrés de probabilité des observations analogues. Qu'après cela on cherche le centre de gravité de toutes les lignes am, bn, do, ep, &c., il tombera assez près du point C, en faisant $AC = \frac{Aa \cdot am + Ab \cdot bn + Ad \cdot do + Ae \cdot ep + \&c.}{am + bn + do + ep + \&c.}$;

mais si, de ce point C, & avec le rayon r, on décrit un second demi-cercle modérateur $M' m' n' o' p' N'$, & qu'on répète la même opération, on trouvera un autre point C' peu distant du premier C, mais plus correct, & on pourra continuer de la même manière jusqu'à ce que la différence soit à peine sensible.

Après cet exposé de sa méthode, M. Bernoulli observe que la ligne Aa étant arbitraire & restant invariable dans toute l'opération, on peut faire $Aa = o$, & supposer le commencement précisément à l'extrêmité a, en sorte que $aC = \frac{ab \cdot bn + ad \cdot do + ae \cdot ep + \&c.}{am + bn + do + ep + \&c.}$.

Passant ensuite à un exemple, il suppose qu'on ait fait trois observations qui tombent dans les points b, d, e, & il prend de 1000 parties le rayon auquel il veut comparer les distances.

En admettant de plus, dit-il, que la plus grande erreur soit de 160″, & qu'on ait trouvé bd, par exemple, de 120″ ou de 200″, il faudra faire $bd = 750$ ou $= 1250$ parties. Ainsi, la distance d'un point au centre du demi-cercle modérateur étant donnée, on trouvera, sans autre calcul, fort appliquée, en cherchant dans les tables le sinus

qui répond à cette distance regardée comme un cosinus.

Soit donc $bd = 900$ parties & $be = 1200$ parties, on aura $bO = 700$ parties, & ce sera, suivant la règle ordinaire, la distance entre le point observé b & la vraie position. On aura de plus $Od = 200$ parties, & $Oe = 500$ parties; donc $bn = 866$ parties, & par conséquent $bC = \frac{900 \cdot 980 + 1200 \cdot 866}{714 - 980 + 866} = 750$ parties. Puis donc que bC surpasse bO, il s'ensuit que le point C doit être pris de l'autre côté, ou qu'il faut le placer entre O & d, d'où résulte $OC = -50$ parties pour la première correction dans l'hypothèse adoptée. En passant maintenant à la seconde, c'est-à-dire, en cherchant le point C', nous prendrons pour centre le point C qu'on vient de trouver, & nous aurons à présent $bC = 750$ parties, & $bn' = 661$; $Cd = 150$ & $dO' = 989$; $Ce = 450$ & $ep' = 893$; enfin $bC' = \frac{900 \cdot 989 + 1100 \cdot 893}{661 + 989 + 893}$. Cette seconde correction différant encore assez sensiblement de la première, on en cherchera une troisième en prenant C' pour le centre du demi-cercle, & le même procédé donne $bC'' = 780$, distance qui diffère encore moins de 771 que 771 ne différoit de 750; la quatrième correction donne 784; la cinquième, 787, & on trouvera enfin la véritable exprimée par 792: au reste, en faisant ces opérations, on s'appercevra de plusieurs ressources au moyen desquelles on pourra les abréger.

Si on prenoit le demi-cercle modérateur trop grand, continue M. Bernoulli, on lui ôteroit une grande partie de son utilité: car, supposons son rayon de 1500 parties au lieu de 1000, toutes choses égales d'ailleurs, il faudra changer les 1500, 900 & 1200 parties qu'on avoit précédemment en 1000, 600 & 800 parties plus grandes de moitié. La seconde correction bC deviendra de près de 471 parties, & il faudra s'y tenir, parce qu'on n'en trouvera jamais une plus grande: or ces 481 parties ne valent que 721 parties, dans la supposition précédente. Ainsi, la comparaison de ces deux exemples fait voir combien il importe que chaque observateur sache apprécier sa dextérité.

Je viens d'indiquer la substance du mémoire de M. Daniel Bernoulli, je passe au second mémoire dont j'ai dit que je donnerois un extrait; il est de M. de la Grange, & a pour titre: *Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre le résultat de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, & où l'on résout différens problèmes relatifs à cette matière.* On verra que les dix problèmes qui en font l'objet comprennent tout ce qu'on peut attendre de l'analyse la plus délicate & la plus variée dans cette matière.

Voici d'abord le premier problème que M. de la Grange se propose; on suppose que, dans chaque observation, on peut se tromper d'une unité, tant en plus qu'en moins; mais que le nombre des cas qui peuvent donner un résultat exact, est au nombre des cas qui peuvent donner une erreur d'une unité comme $a : 2b$; on demande quelle est la probabilité d'avoir un résultat exact, en prenant le milieu entre les résultats particuliers d'un nombre n d'observations?

La solution de ce problème donne $\frac{A}{(a+2b)^n}$ pour la probabilité cherchée, & M. de la Grange fait voir qu'on peut déterminer en plus d'une manière le coëfficient A, qu'il trouve $= a^n + n(n-1)a^{n-2}b + \frac{(n(n-1)(n-3)a^{n-4}b^4}{2.2} + \frac{n(n-1)(-2)\cdots(n-5)a^{n-6}b^6}{2.3.2.3.} +$ &c. Il tire ensuite de sa solution différens corollaires, & il détermine, dans une première remarque, la loi que suivent les termes de la série $\frac{1}{3}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{39}{125}$, &c., lesquels représentent les probabilités qui répondent à 1, 2, 3, &c. observations; cette loi se découvre par les expressions qui suivent, & dans lesquelles A^{I}, A^{II}, A^{III}, &c. désignent les valeurs de A^{I} qui répondent à $n = 1, 2, 3,$ &c.; on a

$$A^{\text{I}} = a$$

$$A^{\text{II}} = \frac{3aA' + 4b^2 - a^2}{2}$$

$$A^{\text{III}} = \frac{5aA'' + 2(4b^2 - a^2)A'}{3}$$

$$A^{\text{IV}} = \frac{7aA''' + 3(4b^2 - a^2)A''}{4}, \text{ \&c.}$$

Quelques autres remarques pareillement importantes suivent la première, & conduisent M. de la Grange à chercher dans le problème suivant la probabilité qu'en prenant le *milieu* entre les résultats de n observations, l'erreur ne surpassera pas la fraction $\frac{m}{n}$, m étant $< n$.

M. de la Grange considère ici qu'en prenant le *milieu* entre le résultat de n observations, l'erreur peut être ou o, ou $\frac{\pm 1}{n}$, ou $\frac{2}{n}$, ou $\frac{\pm 3}{n}$, ou, &c. jusqu'à $\frac{\pm n}{n}$, savoir, 1; qu'ainsi, la probabilité que l'erreur ne soit pas plus grande que $\frac{\pm m}{n}$, sera la somme des probabilités que l'erreur sera nulle, ou $\frac{\pm 1}{n}$, ou $\frac{\pm 2}{n}$, &c. jusqu'à $\frac{\pm m}{n}$, & en conséquence il cherche d'abord quelle est la probabilité que l'erreur sera $\frac{\pm m}{n}$.

Il la trouve $= \frac{2M}{(a + 2b)^n}$, où M est exprimé par $\frac{n(n-1)\cdots(n-\mu+1)}{1\cdot 2\cdots\cdots\mu} a^{n-\mu} b^{\mu} + \frac{\mu-2}{1} \cdot \frac{n.(n-1)\cdots n-\mu-1}{1\cdot 2\cdots\cdots \mu+2} a^{n-\mu-2} b^{\mu+2} + \frac{(\mu+4)(\mu+3)}{1\cdot 2} \frac{n(n-1)\cdots(n-\mu-3)}{1\cdot 2 \quad \mu+4} a^{n-\mu-4} b^{\mu+4} +$ &c.

Il exprime ensuite la même probabilité par une série, & tire de ces résultats un grand nombre d'inductions curieuses; il prouve, par exemple, qu'il est plus avantageux de ne prendre le *milieu* qu'entre un nombre pair d'observations.

M. de la Grange indique aussi, dans une scholie, les changemens que demanderoient les deux solutions précédentes : si, au lieu de supposer un nombre égal de cas pour avoir une erreur positive & une erreur négative, on admettoit l'hypothèse qu'il considère après cela plus généralement dans le problème III, dont voici l'énoncé.

Supposant que chaque observation soit sujette à une erreur d'une unité en moins, & à une erreur de r unités en plus, & que le nombre des cas qui peuvent donner o, -1, $+r$ d'erreur, soit respectivement a, b, c, on demande quelle est la probabilité que l'erreur moyenne de plusieurs observations sera renfermée dans des limites données?

Solution. Soit n le nombre des observations dont on veut prendre le *milieu*, on aura, pour la probabilité, que l'erreur moyenne soit $\frac{\mu}{n}$ la quantité $\frac{\mu}{(a+b+c)^n}$; & la probabilité que l'erreur moyenne sera renfermée entre ces limites $\frac{-p}{n}$, $+\frac{q}{n}$ sera exprimée par la série $\frac{(-p+1) + \&c. + (-1) + (o)(1) + \&c. + (q-1)}{(a+b+c)^n}$.

Problême IV. Supposant tout comme dans le problême précédent, on demande quelle est l'erreur moyenne pour laquelle la probabilité est la plus grande?

Solution. Cette probabilité s'exprime par $\frac{rc-b}{a+b+c}$, & on peut regarder cette quantité comme l'erreur du résultat moyen, & par conséquent la prendre pour la correction de ce résultat.

Problême V. On suppose que chaque observation soit sujette à des erreurs quelconques données, & qu'on connoisse en même tems le nombre des cas où chaque erreur peut avoir lieu, on demande la correction qu'il faudra faire au résultat moyen de plusieurs observations?

Solution. Soient p, q, r, s, &c. les erreurs auxquelles chaque observation est sujette, & a, b, c, d, &c. les cas qui peuvent donner ces erreurs; savoir, a le nombre des cas qui donneroient l'erreur p, b le nombre des cas qui donneroient l'erreur q, & ainsi des autres, la correction qu'on cherche sera $= \frac{ap + bq + cr + \&c.}{a + b + c + \&c.}$

M. de la Grange ne manque pas, non plus que les autres géomètres qui ont traité cette matière, de ramener aussi la solution de ce problême à la détermination du centre de gravité d'un certain nombre de poids. Voici deux corollaires qu'il en tire.

Corollaire premier. Si on regarde, dit-il, les quantités a, b, c, &c. comme des poids appliqués à une droite indéfinie à des distances égales à p, q, q, &c. d'un point fixe pris dans cette droite, & qu'on cherche le centre de gravité de ces poids, la distance de ce centre au point fixe sera la correction qu'il faudra faire au résultat moyen de plusieurs observations; cela suit évidemment de la formule que nous avons trouvée plus haut pour la valeur de cette correction.

Corollaire second. Donc, si on suppose que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles qui peuvent être comprises entre des limites données, & qu'on connoisse la courbe de la facilité des erreurs dans laquelle les abscisses étant supposées représenter les erreurs, les ordonnées représentent les facilités de ces erreurs, il n'y aura qu'à chercher le centre de gravité de l'aire totale de cette courbe, & l'abscisse répondante à ce centre, exprimera la correction du résultat moyen. De-là on voit que, si la courbe dont il s'agit est égale & semblable de côté & d'autre de l'ordonnée qui passe par l'origine des abscisses, en sorte que cette ordonnée soit un diamètre de la courbe dont il s'agit, alors la correction sera nulle, le centre de gravité tombant nécessairement dans le diamètre. Ce cas a lieu toutes les fois que les erreurs peuvent être également positives & négatives.

Problême VI. M. de la Grange suppose actuellement qu'on ait vérifié un instrument quelconque, & qu'ayant réitéré plusieurs fois la même vérification, on ait trouvé différentes erreurs dont chacune se trouve répétée un certain nombre de fois, & il cherche l'erreur qu'il faudra prendre pour la correction de l'instrument. Il nomme p, q, r, &c. les erreurs trouvées; & α, β, γ, &c. les nombres qui marquent combien de fois chaque erreur s'est trouvée répétée en faisant n vérifications, & sa solution, qui est fondée sur la méthode de *maximis* & *minimis*, lui donne pour la correction cherchée la quantité $\frac{\alpha p + \beta q + \gamma r}{n} + \&c.$ où l'erreur moyenne entre toutes les erreurs particulières que les n vérifications ont données.

M. de la Grange fait remarquer ensuite comment on peut connoître *à posteriori* la loi de la facilité de chacune des erreurs auxquelles un instrument peut être sujet ; car, si on vouloit, dit-il, tenir compte aussi, au moins d'une manière approchée, des erreurs intermédiaires auxquelles l'instrument pourroit être sujet, il n'y auroit qu'à prendre, dans une ligne droite VX (*fig.* 4), des abscisses AP, AQ, AR, &c. proportionnelles aux erreurs trouvées p, q, r, &c. & y ayant appliqué des ordonnées Pp, Qq, Rr, &c. proportionnelles aux quantités x, β, γ, &c. on feroit passer par les extrémités p, q, r, &c. une ligne parabolique $uqaprx$, on chercheroit ensuite le centre de gravité de l'aire de toute la courbe & la perpendiculaire abaissée de ce centre sur l'axe, y couperoit une abscisse qui seroit la correction de l'instrument.

Je ne m'arrêterai pas à quelques longues remarques que M. de la Grange fait à la suite de ce corollaire, & je passe à une proposition qui donne lieu au développement de certains artifices de calculs profonds & particuliers.

Problême VII. On a plusieurs observations, dans chacune desquelles on suppose qu'on ait pu se tromper également d'une quelconque de ces quantités $-x, \ldots -2, -1, 0, 1, 2-\beta$, on demande quelle est la probabilité que l'erreur du résultat moyen de n observation sera $\frac{\mu}{n}$, ou qu'elle sera renfermée entre ces limites $\frac{-p}{n}$ & $\frac{+q}{n}$?

M. de la Grange cherche d'abord la réponse à la première de ces deux questions, elle est renfermée dans l'expression générale qui suit :

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(n-2)4^n}\Big((\pi+1)(\pi+2)\ldots(\pi+n-1)-n\,(\pi+1-\varsigma)(\pi+2-\varsigma)\ldots(\pi+n-1-\varsigma)$$
$$+\frac{n(n-1)}{2}(\pi+1-2\varsigma)(\pi+2-2\varsigma)\ldots\ldots(\pi+n-1-2\varsigma)-\&c.$$

On continue cette série jusqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\pi+1$, $\pi+1-\varsigma$, &c. devienne négatif ; & il faut remarquer que $\pi = nx+\mu$ & $\varsigma = x+\beta+1$. La solution de la seconde question exige seulement à présent une certaine intégration finie de la série précédente, c'est-à-dire, qu'on fasse varier π depuis $-p$ jusqu'à q, suivant une méthode exposée préliminairement ; & on trouve enfin, en supposant, pour abréger $nx-q=\delta$, & $nx+q=\gamma$, que la probabilité que l'erreur moyenne tombe entre $\frac{-p}{n}$ & $\frac{q}{n}$, s'exprime par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots n\,\varsigma^n}\Big(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+n-1)-(\delta+1)(\delta+3)\ldots(\delta+n)$$
$$-n\big((\gamma-\varsigma)(\gamma-\varsigma+1)\ldots(\gamma-\varsigma+n-1)-(\delta-\varsigma+1)(\delta-\varsigma+2)\ldots(\delta-\varsigma+n)\big)$$
$$+\frac{n(n-1)}{2}\big((\gamma-2\varsigma)(\gamma-2\varsigma+1)\ldots(\gamma-2\varsigma+n-1)-(\delta-2\varsigma+1)(\delta-2\varsigma+2)\ldots(\delta-2\varsigma+n)\big)-\&c.\Big)$$

Cette série doit être continuée jusqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\gamma-\varsigma$, $\gamma-2\varsigma$, &c. devienne négatif ; & quant aux autres facteurs $\delta-\varsigma+1$, $\delta-2\varsigma+1$, &c. Si quelqu'un d'entre eux se trouve négatif, alors il faudra augmenter le nombre δ d'autant d'unités qu'il sera nécessaire pour le rendre positif. Au reste, ces problèmes, plus ils deviennent généraux & compliqués, plus ils admettent de corollaires ; mais, ne pouvant m'arrêter à tous, je laisse aux observateurs à simplifier, suivant le cas qu'ils auront à développer, les résultats fondamentaux que j'indique.

Problême VIII. Supposant que les erreurs qu'on peut commettre dans chaque observation soient $-\alpha \ldots 2, -1, 0, 1, 2, \ldots \alpha$, & que le nombre des cas qui répondent à chacune de ces erreurs soit respectivement proportionnel à $1, 2, 3, \ldots x+1 \ldots 3, 2, 1$. On demande la probabilité qee l'erreur du résultat moyen de m observation soit comprise entre les limites $\frac{-p}{m}$ & $\frac{q}{m}$?

Solution. Elle se trouve exprimée par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots 2m\,\varsigma^{2m}}\Big(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+2m-1)-(\delta+1)(\delta+1)(\delta+2)\ldots(\delta+2m)\Big)$$
$$-2m\Big((\gamma-\varsigma)(\gamma+1-\varsigma)\ldots(\gamma+2m-1-\varsigma)-(\delta+1-\varsigma)(\delta+2-\varsigma)\ldots(\delta+2m\varsigma)\Big)$$
$$+\frac{2m(2m-1)}{2}\Big((\gamma-2\varsigma)(\gamma+1-2\varsigma)\ldots(\gamma+2m-1-2\varsigma)-(\delta+1-2\varsigma)(\delta+2-2\varsigma)\ldots(\delta+2m-2\varsigma)\Big)-\&c.$$

γ étant $= m\alpha+q$ & $\delta = m\alpha-p$; & à l'égard de la continuation de la série, il faudra suivre la même règle que pour la précédente.

Voici encore deux autres problèmes que M. de la Grange résout dans ce mémoire ; mais ils demandent de si grandes préparations de calcul, que je ne pourrois me flatter de les rendre applicables au moyen de peu de lignes ; je me dispense d'autant plus aisément de le tenter, que les huit premiers problèmes me paroissent faire face à tous les cas : je donnerai cependant, d'après M. de la Grange,

Grange, l'esprit de la solution du problême IX, duquel le dernier n'est ensuite qu'un cas particulier.

Problême IX. On suppose que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles comprises entre ces deux limites p & $-q$, & que la facilité de chaque erreur x, c'est-à-dire, le nombre des cas où elle peut avoir lieu, divisé par le nombre total des cas, soit représentée par une fonction quelconque de x désignée par y : on demande la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera comprise entre les limites r & $-s$.

Procédé de la solution. On commencera d'abord par chercher la probabilité que l'erreur moyenne sera z, & cette probabilité étant représentée par une fonction de z, il n'y aura qu'à en prendre l'intégrale depuis $Z = 1 - r$ jusqu'à $Z = -s$, ce sera la probabilité cherchée. Or, pour avoir la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera Z, il faudra considérer le polynome, qui est représenté par l'intégrale de $y\, a^x\, d\, x$, en supposant cette intégrale prise de manière qu'elle s'étende depuis $x = p$ jusqu'à $x = -q$, l'on élevera ce polynome à la puissance n, & l'on cherchera le coëfficient de la puissance Z de a, ce coëfficient, qui sera une fonction de Z, exprimera la probabilité que l'erreur moyenne sera Z; toute la difficulté consiste à trouver ce coëfficient d'une maniere directe & générale; c'est à quoi M. de la Grange parvient par une méthode nouvelle, fondée sur des considérations assez délicates & sur une analyse tout-à-fait particulière.

Problême X. Supposant que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles comprises entre les limites p & $-q$ (p étant l'arc de quatre-vingt-dix degrés), & que la facilité de chaque erreur x soit proportionnelle à $cos.\, x$, on demande la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera renfermée entre les limites r & $-s$. (*J. B.*)

MILIEU, s. m. (*Méchan.*) dans la Philosophie méchanique, signifie un espace matériel à travers lequel passe un corps dans son mouvement, ou en général, un espace matériel dans lequel un corps est placé, soit qu'il se meuve ou non.

Ainsi, on a imaginé l'éther comme un *milieu* dans lequel les corps célestes se meuvent. *Voy.* ETHER.

L'air est un *milieu* dans lequel les corps se meuvent près de la surface de la terre. *Voy.* AIR & ATMOSPHÈRE.

L'eau est le *milieu* dans lequel les poissons vivent & se meuvent.

Le verre enfin est un *milieu*, en égard à la lumière, parce qu'il lui permet un passage à travers ses pores. *Voyez* VERRE, LUMIÈRE, RAYON.

La densité des parties du *milieu*, laquelle retarde le mouvement des corps, est ce qu'on appelle résistance du *milieu*. *Voyez* RÉSISTANCE.

MILIEU *du ciel*, (*Astron.*) est le point de l'équateur qui se trouve dans le méridien; ainsi, quand le soleil est dans le solstice d'été, le point équinoxial, à six heures du matin, est le *milieu du ciel*; & à midi l'ascension droite du *milieu du ciel* est de 90 degrés. En général, pour trouver l'ascension droite du *milieu du ciel* à une heure quelconque, il suffit d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le tems vrai réduit en degrés, ou d'ôter du tems vrai la distance de l'équinoxe au soleil qui se trouve dans les éphémérides pour tous les jours. C'est cette ascension droite du *milieu du ciel* sur laquelle on dispose les tables du nonagésime. L'ascension droite du *milieu du ciel* est aussi celle des étoiles qui sont dans le méridien; ainsi, pour connoître les étoiles par le moyen de leur passage, on peut calculer l'ascension droite du *milieu du ciel*, pour le moment où l'on veut observer; &, cherchant cette ascension droite dans les catalogues d'étoiles, on y verra les constellations qui sont dans le méridien. (*D. L.*)

MILLE, s. m. (*Gramm. Arithmét.*) nom de nombre égal à dix centièmes; il s'écrit par l'unité suivie de trois zéros.

§. MILLE, (*Arpent.*) Le *mille* d'Angleterre qui est de 5280 piés anglois, est, suivant le rapport que j'ai déterminé exactement, de 825$\frac{1}{4}$ toises de France. Pour les autres pays, *voyez* la Mytrologie de M. Pancton.

Depuis 1763, l'on a placé en France sur toutes les grandes routes qui partent de Paris, des colonnes milliaires qui marquent les distances au centre de cette capitale, à l'imitation des pierres milliaires de l'ancienne Rome, & de celles qui partent de Londres pour les routes d'Angleterre. (*D. L.*)

MILLIAR, s. m. (*Gramm. Arithmétiq.*) c'est le nombre qui suit les centaines de millions dans la numération des chiffres.

MILLIÈME, adj. (*Gramm. Arithmétiq.*) c'est, dans un ordre de choses qui se comptent, celle qui occupe le rang qui suit les centaines.

MILLIER, s. m. (*Gramm. Arithmét. & Comm.*) c'est le nombre ou le poids d'un mille ou de dix fois cent. Il se dit dans le commerce des clous, des épingles, du fer, du foin, de la paille, des fagots, des fruits, des poids, *&c.* Cette cloche pese douze *milliers*.

MILLION, s. m. (*Arithmétiq.*) nombre qui vaut dix fois cent mille ou mille fois mille. *Voyez* ARITHMÉTIQUE & CHIFFRE.

MINIMUM, s. m. *dans la Géométrie transcendante*, marque le plus petit état, ou les plus petits états d'une quantité variable, sur quoi *voyez* MAXIMUM.

MINOTAURE, nom de la constellation du *Sagittaire*, ou de celle du *Centaure*.

MINUTE, (*Astronom.*) c'est la soixantième

partie d'un degré. Ce mot vient du latin *minutus*, petit.

On dit aussi *minute première*; mais le mot de *minute* tout court est plus usité.

Les divisions des degrés sont des fractions dont les dénominateurs croissent en raison sexagecuple, c'est-à-dire qu'une *minute* est $\frac{1}{60}$ de degré, une seconde $\frac{1}{3600}$, &c.

Dans les tables astronomiques, &c. les *minutes* sont marquées par un accent aigu en cette sorte ′, les secondes par deux ″, les tierces par trois ‴.

Minute dans le calcul du tems marque la soixantième partie d'une heure. Comme le mot de *minute* est employé par les Astronomes dans deux sens, savoir comme partie de degré & comme partie de tems, on appelle quelquefois les premières *minutes de degré*, & les autres *minutes de tems*. Le mouvement diurne est de 15 *minutes* de degré en une *minute* de tems, 15 secondes de degré en une seconde de tems.

Minutes proportionnelles, dans l'ancienne Astronomie, étoient les soixantièmes parties de l'excentricité.

Minutes d'incidence, mouvement de la lune depuis le commencement d'une éclipse jusqu'au milieu.

Minutes d'expurgation ou d'*émersion*, est le mouvement de la lune depuis le milieu de l'éclipse jusqu'à la fin. (*D. L.*)

Minute, s. f. (*Géom. prat.*) on appelle ainsi dans l'art de lever des plans, le dessin que l'on a tracé, géométriquement ou à vue, sur le terrein même dont il est la représentation.

La *minute* d'un plan ou d'une carte est toujours le travail préféré par les Connoisseurs, parce que, malgré tous les soins possibles, on n'en tire point de copies, sans que la vérité s'y trouve un peu altérée. (*J. I. G. M.*)

MIR

MIROIR, s. m. (*Catoptr.*) corps dont la surface représente par réflexion les images des objets qu'on met au-devant. *Voyez* Réflexion.

L'usage des *miroirs* est très-ancien, car il est parlé de certains *miroirs* d'airain, au *chap. xxxviij de l'Exode, vers.* 8, où il est dit que Moïse fit un bassin d'airain des *miroirs* des femmes qui se tenoient assiduement à la porte du tabernacle. Il est vrai que quelques commentateurs modernes prétendent que ces *miroirs* n'étoient pas d'airain; mais, quoi qu'il en soit, le passage précédent suffit pour constater l'ancienneté de l'usage des *miroirs* : d'ailleurs les plus savans rabbins conviennent que, dans ce tems-là, chez les Hébreux, les femmes se servoient de *miroirs* d'airain pour se coëffer. Les Grecs ont eu aussi autrefois des *miroirs* d'airain, comme il seroit aisé de le prouver par beaucoup de passages d'anciens poëtes. *Voyez* Ardent.

Miroir, dans un sens moins étendu, signifie une *glace de verre* fort unie & étamée par-derriere, qui représente les objets qui y sont présentés.

Miroir, en *Catoptrique*, signifie un *corps poli* qui ne donne point passage aux rayons de lumière, & qui par conséquent les réfléchit. *Voyez* Rayon & Lumiere. Ainsi, l'eau d'un puits profond ou d'une rivière, & les métaux dont la surface est polie, sont autant d'especes de *miroirs*. La théorie des propriétés des *miroirs* fait l'objet de la *Catoptrique*. *Voyez* Catoptrique.

La science des *miroirs* est fondée sur les principes généraux suivans. 1.° La lumière se réfléchit sur un *miroir*, de façon que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. *Voyez l'article* Réflexion.

D'où il s'ensuit qu'un rayon de lumière comme *HB* (*Pl. d'Optique*, *figure* 26), tombant perpendiculairement sur la surface d'un *miroir DE*, retournera en arrière dans la même ligne par laquelle il est venu, & le rayon oblique *AB* se réfléchira par une ligne *BC*, telle que l'angle *CBG* soit égal à *ABF*, ce que l'expérience vérifie en effet.

Car, si on place l'œil en *C* à la même distance du *miroir* que l'objet *A*, & qu'on couvre d'un corps opaque, comme d'un petit morceau de drap, le point *B* qui est le milieu de *FG*; on ne verra plus alors l'objet *A* dans le *miroir*: ce qui prouve que le rayon par lequel on le voit est *ABC*, puisqu'il n'y a que ce rayon qui soit intercepté & arrêté par l'interposition du corps opaque en *B*. Or les côtés *FB*, *BG* sont égaux, ainsi que les côtés *AF*, *CG* sont égaux; d'où il s'ensuit que l'angle *ABF* est égal à l'angle *CBG* : par conséquent le rayon *ABC* qui vient de l'objet *A* à l'œil en *C*, se réfléchit en *B*, de manière que les angles d'incidence & de réflexion sont égaux.

Ainsi, il n'est pas possible que plusieurs rayons différens, tombant sur un même point du *miroir*, se réfléchissent vers un même point hors de sa surface; puisqu'en ce cas, plusieurs angles d'incidence seroient égaux au même angle de réflexion *ABD*, & qu'ils le seroient par conséquent les uns aux autres, ce qui est absurde. 2.° Il tombe sur un même point du *miroir* de rayons qui portent de chaque point de l'objet radieux & qui se réfléchissent; & par conséquent, puisque les rayons qui partent de différens points d'un même objet, & qui tombent sur un même point du *miroir*, ne peuvent se réfléchir en arrière vers un même point, il s'ensuit de-là que les rayons envoyés par différens points de l'objet, se sépareront de nouveau après la réflexion, de façon que la situation de chacun des points où il parviendra, pourra indiquer ceux dont ils sont partis.

De-là vient que les rayons refléchis par les mi-

roirs représentent les objets à la vue. Il s'ensuit aussi de-là que les corps dont la surface est raboteuse & inégale, doivent réfléchir la lumière, de façon que les rayons, qui partent de différens points, se mêlent confusément les uns les autres.

Les *miroirs* se peuvent diviser en plans, concaves, convexes, cylindriques, coniques, paraboliques, elliptiques, &c.

Les *miroirs plans* sont ceux dont la surface est plane. *Voyez* PLAN. Ce sont ceux qu'on appelle ordinairement *miroirs*, sans épithète.

Lois & effets des miroirs plans. 1.° Dans un *miroir plan*, chaque point *A* de l'objet, *Pl. d'Optique*, *fig.* 26, est vu dans l'intersection *B* de la cathète d'incidence *A B* avec le rayon réfléchi *C B*.

Or, 1.° tous les rayons réfléchis rencontrent la cathète d'incidence en *B*, c'est-à-dire, dans un point *B* autant éloigné de la surface du *miroir* en-dessous que *A* l'est en-dessus. Car l'angle *A D G*, qui est l'angle d'incidence, est égal à l'angle de réflexion *C D H*, & celui-ci est égal à l'angle *G D B*; d'où il s'ensuit que les angles *A D G*, *G D B* sont égaux, & qu'ainsi *A G* est égal à *G B*. Donc on verra toujours l'objet dans le même lieu, quelque soit le rayon réfléchi qui le fasse appercevoir. Et par conséquent plusieurs personnes qui voient le même objet dans le même *miroir*, le verront tous au même endroit derrière le *miroir*; de-là vient que chaque objet n'a qu'une image pour les deux yeux, & c'est pour cette raison qu'il ne paroît point double.

Il s'ensuit aussi de-là que la distance de l'image *B* à l'œil *C* est composée du rayon d'incidence *A D* & du réfléchi *C D*, & que l'objet *A* envoie des rayons par réflexion de la même manière qu'il le feroit directement, s'il étoit situé derrière le *miroir* dans le lieu de l'image.

2.° L'image d'un point *B* paroît précisément aussi loin du *miroir* parderrière que le point en est éloigné en-devant. Ainsi, le *miroir C* (*fig.* 28) étant placé horizontalement, le point *A* paroîtra autant abbaissé au-dessous de l'horizon qu'il est réellement élevé au-dessus, les objets droits y paroîtront donc renversés. Un homme, par exemple, qui est sur ses pieds, y paroîtra la tête en-bas. Ou, si le *miroir* est attaché à un plafond parallèle à l'horizon, les objets qui seront sur le carreau, paroîtront autant au-dessus du plafond qu'ils sont réellement au-dessous.

3.° Dans les *miroirs* plans, les images sont parfaitement semblables & égales aux objets.

4.° Les parties des objets qui sont placés à droite, y paroissent à gauche, & réciproquement.

En effet, quand on se regarde dans un *miroir*, par exemple, les parties qui sont à droite & à gauche nous paroissent dans des lignes menées de ces parties perpendiculairement au *miroir*; c'est donc la même chose que si nous regardions une personne qui seroit directement tournée vers nous. Or, en ce cas, la gauche de cette personne répondroit à notre droite, & sa droite à notre gauche; par conséquent nous jugeons que les parties d'un objet, placées à droite, sont à gauche dans le *miroir*, & réciproquement. C'est pour cette raison que nous nous croyons gauchers, quand nous nous regardons écrire ou faire autre chose, dans un *miroir*.

L'égalité des angles d'incidence & de réflexion dans les *miroirs plans* fournit une méthode pour mesurer des hauteurs inaccessibles au moyen d'un *miroir plan*. Placez pour cela votre *miroir* horizontalement comme en *C*, *fig.* 28; & éloignez-vous en jusqu'à ce que vous y puissiez appercevoir, par exemple, la cime d'un arbre, dont le pied réponde bien verticalement au sommet; mesurez l'élévation *D E* de votre œil au-dessus de l'horizon ou du *miroir*, ainsi que la distance *E C* de la station au point de réflexion, & la distance du pied de l'arbre à ce même point. Enfin cherchez une quatrième proportionnelle *A B* aux lignes *E C*, *C B*, *E D*: & ce sera la hauteur cherchée. *Voyez* HAUTEUR.

En effet, l'égalité des angles d'incidence & de réflexion *A C B*, *D C E* rend semblables les triangles *A C B*, *D C E* qui sont rectangles en *B* & en *E*, d'où il s'ensuit que ces triangles ont leurs côtés proportionnels, & qu'ainsi *C E* est à *D E* dans le même rapport que *C B* à *B A*.

5.° Si un *miroir plan* est incliné de 45 degrés à l'horizon, les objets verticaux y paroîtront horizontaux, & réciproquement. D'où il suit qu'un globe qui descendroit sur un plan incliné, peut, dans un *miroir*, paroître monter dans une ligne verticale, phénomène assez surprenant pour ceux qui ne sont point initiés dans la Catoptrique.

Car, pour cela, il n'y a qu'à disposer un *miroir* à un angle de 45 degrés avec l'horizon, & faire descendre un corps sur un plan un peu incliné, ce plan paroîtra dans le *miroir* presque vertical. Ou, si on veut que le plan paroisse exactement vertical, il faut que le *miroir* soit incliné à l'horizon de 45 degrés ± la moitié de l'angle que fait le plan avec l'horizon. Il faudra prendre le signe + quand l'angle du plan, avec le *miroir*, sera égale à la somme faite des angles du plan & du *miroir* avec l'horizon, & le signe moins, quand le premier angle sera égal à la différence des seconds. Par exemple, si le plan, sur lequel le corps descend, fait avec l'horizon un angle de 3 degrés, il faudra que le miroir soit incliné de 45 degrés plus ou moins la moitié de 3 degrés; si le plan fait un angle de 5 degrés, il faudra que le *miroir* fasse un angle de 45 degrés plus ou moins la moitié de 5 degrés, & ainsi du reste.

6.° Si l'objet *A B*, *fig.* 29, est situé parallèlement au *miroir C D*, & qu'il en soit à la même distance que l'œil, la ligne de réflexion *C D*,

c'est-à-dire, la partie du *miroir* sur laquelle tombent les rayons de l'objet *A B* qui se réfléchissent vers l'œil, sera la moitié de la longueur de l'objet *A B*.

Ainsi, pour pouvoir appercevoir un objet entier dans un *miroir plan*, il faut que la longueur & la largeur du *miroir* soient moitié de la longueur de la largeur de l'objet; d'où il s'ensuit qu'étant données la longueur & la largeur d'un objet qui doit être vu dans un *miroir*, on aura aussi la longueur & la largeur que doit avoir le *miroir*, pour que l'objet placé à la même distance de ce *miroir* que l'œil, puisse y être vu en entier.

Il s'ensuit encore de-là que, puisque la longueur & la largeur de la partie réfléchissante du *miroir* sont soudoubles de la longueur & de la largeur de l'objet, la partie réfléchissante de la surface du *miroir* est à la surface de l'objet en raison de 1 à 4. Et par conséquent, si en une certaine position, nous voyons dans un *miroir* un objet entier, nous le verrons de même dans tout autre lieu, soit que nous nous en approchions, soit que nous nous en éloignions, pourvu que l'objet s'approche ou s'éloigne en même tems, & demeure toujours à la même distance du *miroir* que l'œil.

Mais si nous nous éloignons du *miroir*, l'objet restant toujours à la même place, alors la partie de la surface du *miroir*, qui doit réfléchir l'image de l'objet, doit être plus que le quart de la surface de l'objet; & par conséquent, si le *miroir* n'a de surface que le quart de celle de l'objet, on ne pourra plus voir l'objet entier. Au contraire, si nous nous approchons du *miroir*, l'objet restant toujours à la même place, la partie réfléchissante du *miroir* sera moindre que le quart de la surface de l'objet. Ainsi, on verra, pour ainsi dire, plus que l'objet tout entier; & on pourroit même diminuer encore le *miroir* jusqu'à un certain point, sans que cela empêchât de voir l'objet dans toute son étendue.

7.° Si plusieurs *miroirs* ou plusieurs morceaux de *miroirs* sont disposés de suite dans un même plan, ils ne nous feront voir l'objet qu'une fois.

Voilà les principaux phénomènes des objets vus par un seul *miroir plan*. En général, pour les expliquer tous avec la plus grande facilité, on n'a besoin que de ce seul principe, que l'image d'un objet vu dans un seul *miroir plan*, est toujours dans la perpendiculaire menée de l'objet à ce *miroir*, & que cette image est autant au-delà du *miroir* que l'objet est en-deçà. Avec le secours de ce principe & des premiers élémens de la Géométrie, on trouvera facilement l'explication de toutes les questions qu'on peut proposer sur cette matière. Passons présentement aux phénomènes qui résultent de la combinaison des *miroirs plans* entr'eux.

8.° Si deux *miroirs plans* se rencontrent en faisant un angle plan quelconque, l'œil placé en-dedans de cet angle plan, verra l'image d'un objet placé en-dedans du même angle, aussi souvent répétée qu'on pourra tirer des cathètes propres à marquer les lieux des images, & terminés hors de l'angle.

Pour expliquer cette proposition, imaginons que *X Y* & *X Z*, *fig.* 30 *Opt.* soient deux *miroirs plans* disposés entr'eux de manière qu'ils forment l'angle *Z X Y*, & que *A* soit l'objet & *O* l'œil. On menera d'abord de l'objet *A* la perpendiculaire ou cathète *A T* sur le *miroir* *X Z* qu'on prolongera jusqu'à ce que $AT = TC$. On menera ensuite du point *C* la cathète *C E*, de manière que *D E* soit égal à *C D*. Après cela on menera du point *E* la cathète *E G* sur le premier *miroir*, de manière que *E F* soit égal à *F G*; ensuite la cathète *G I* sur le second, de manière que *G H* soit égal à *H I*. Enfin, la cathète *I L* sur le premier, & cette cathète *I L* sera la dernière; parce qu'en faisant *K L* égal *I K*, l'extrémité *L* tombe au-dedans de l'angle *Z X Y*. Or, comme il y a quatre cathètes *A C*, *C E*, *E G*, *G I*, dont les extrémités *C*, *E*, *G*, *I*, tombent hors de l'angle formé par les *miroirs*, l'œil *O* verra l'objet *A* quatre fois. De plus, si du même objet *A* on mène sur le *miroir* *X Y* une première cathète, qu'on prolongera jusqu'à une égale distance; qu'ensuite on tire de l'extrémité de cette cathète une cathète nouvelle sur le *miroir* *X Z*, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive à une cathète qui soit terminée au-dedans de l'angle des *miroirs*, on trouvera le nombre d'images que l'œil *O* peut avoir, en supposant la première cathète tirée sur le *miroir* *X Y*, & ainsi, on aura le nombre total d'images que les deux *miroirs* représentent.

Pour en faire sentir la raison en deux mots, on remarquera, 1.° que l'objet *A*, est vu en *C* par le rayon réfléchi *A T O*. 2.° Que ce même objet *A* est vu en *E* par le rayon *A V R O*, qui se réfléchit deux fois. 3.° Qu'il est vu en *G* par un rayon qui se réfléchit trois fois, & qui vient à l'œil dans la direction *G O*, le dernier point de réflexion étant *M*, & ainsi de suite. De plus, si la perpendiculaire *I L* est telle que la ligne menée du point *L* à l'œil *O* coupe le *miroir* ou plan *X Z* en quelques points entre *X* & *Z*, on pourra voir encore l'image *L*; autrement on ne la verra point: la raison de cela est que l'image *L* doit être vue par un rayon mené du point *L* à l'œil *O*; & ce rayon doit être réfléchi, de manière qu'étant prolongé il passe par le point *I*, d'où il s'ensuit qu'il doit être réfléchi par le *miroir* *X Z* auquel *I L* est perpendiculaire. Or, si le rayon mené de *O* en *L* ne coupe point le *miroir* *X Y* entre *X* &

Y, il est impossible qu'il en soit réfléchi : par conséquent on ne pourra voir l'image *L*.

Par ce principe général on déterminera très-facilement le nombre des images de l'objet *A* que l'œil *O* doit voir.

Ainsi, comme on peut tirer d'autant plus de cathètes terminées hors de l'angle, que l'angle est plus aigu; plus l'angle sera aigu, plus on verra d'images. Ainsi, l'on trouvera qu'un angle de 120 degrés représente l'objet deux fois; que celui d'un de 90 le représente trois fois; celui de 72 cinq fois; celui de 30 onze fois. De plus, si l'on place ces *miroirs* dans une situation verticale, qu'ensuite on resserre l'angle qu'il forme, ou bien qu'on s'en éloigne, ou qu'on s'en approche, jusqu'à ce que les images se confondent en une seule, elles n'en paroîtront alors que plus difformes & monstrueuses.

On peut même, sans tirer les cathètes, déterminer aisément par le calcul combien il doit y en avoir qui soient terminées hors de l'angle, & par-là on trouvera le nombre des images plus facilement & plus simplement qu'on ne feroit par une construction géométrique.

Nous avons dit, ci-dessus, que l'image *L* devoit paroître ou non, selon que le rayon mené de *L* en *O* coupoit le *miroir* *X Y* au-dessous de *X*, ou non; d'où il s'ensuit, que selon la situation de l'œil, on verra une image de plus ou de moins. Par exemple, si deux *miroirs* plans sont disposés de manière qu'ils fassent entr'eux un angle droit, chacun de ces *miroirs* sera d'abord voir une image de l'objet; de plus, on verra une troisième image, si on n'est pas dans la ligne qui joint l'objet avec l'angle des *miroirs*; mais si on est dans cette ligne, on ne verra point cette troisième image.

Les *miroirs* de verre ainsi multipliés, réfléchissent deux ou trois fois l'image d'un objet lumineux; il s'ensuit que si l'on met une bougie allumée, *&c.* dans l'angle des deux *miroirs*, elle y paroîtra multipliée.

C'est sur ces principes que sont fondées différentes machines catoptriques, dont quelques-unes représentent les objets très-multipliés & difformes, d'autres infiniment grossis & placés à de grandes distances. *Voy.* BOITE CATOPTRIQUE.

Si deux *miroirs* *B C*, *D S*, *fig.* 29, *n.*° 2, sont disposés parallèlement l'un à l'autre, on verra une infinité de fois l'image de l'objet *A* placé entre ces deux *miroirs*; car soit fait *A D* égale à *D F*, il est d'abord évident que l'œil *O* verra l'image de l'objet *A* en *F* par une seule réflexion, savoir par le rayon *O M A*. Soit ensuite *F B* égale à *B L*, & *L D* égale à *D H*; l'œil *O* verra l'objet *A* en *H* par trois réflexions & par le rayon *O S R Q A*, & ainsi de suite; de même si on mène la perpendiculaire *A B*, & qu'on fasse *B I* égale à *F B*, *D G* égale à *I D*, l'œil *O* verra l'objet *A* en *I* par une seule réflexion, & en *G* par le rayon *O P N A* qui a souffert deux réflexions. On trouvera de même les lieux des images de l'objet vues par quatre réflexions, par cinq, par six, par sept, *&c.* & ainsi à l'infini; d'où il s'ensuit que l'œil *O* verra une infinité d'images de l'objet *A* par le moyen des *miroirs* plans parallèles *B C*, *D E*; au reste, il est bon de remarquer que, dans ce cas & dans celui des *miroirs*, joints ensemble sous un angle quelconque, les images seront plus foibles, à mesure qu'elles seront vues par un plus grand nombre de réflexions; car la réflexion affoiblit la vivacité des rayons lumineux.

Il ne sera peut-être pas inutile d'expliquer ici une observation curieuse sur les *miroirs* plans : quand on place un objet assez petit, comme une épingle, perpendiculairement à la surface d'un *miroir*, & qu'on regarde l'image de cet objet en mettant l'œil très-près du *miroir*, on voit deux images au lieu d'une, l'une plus foible, l'autre plus vive. La première paroît immédiatement contiguë à l'objet; de sorte que la pointe de l'image, si l'objet est une épingle, paroît toucher la pointe de l'épingle véritable; mais la pointe de la seconde image paroît un peu éloignée de la pointe de l'objet, & d'autant plus que la glace est plus épaisse. On voit outre cela très-souvent plusieurs autres images qui vont toutes en s'affoiblissant, & qui sont plus ou moins nombreuses, selon la position de la glace & de l'œil, & selon que l'objet est plus ou moins lumineux. Pour expliquer ces phénomènes, nous remarquerons, 1.° que de tous les rayons que l'objet envoie sur la surface du *miroir*, il n'y en a qu'une partie qui est renvoyée ou réfléchie par cette surface, & cette partie même est assez peu considérable; car l'image qui paroît la plus proche de l'objet, & dont l'extrémité est contiguë à l'extrémité de l'objet, est celle qui est formée par les rayons que réfléchit la surface du *miroir*. Or cette image, comme nous l'avons dit, est souvent assez foible. 2.° La plus grande partie des rayons qui viennent de l'objet pénètrent la glace & rencontrent la seconde surface dont le derrière est étamé, & par conséquent les empêche de sortir; ces rayons se réfléchissent donc au-dedans de la glace, & repassant par la première surface, ils arrivent à l'œil du spectateur. Or ces rayons sont en beaucoup plus grand nombre que les premiers qui sont immédiatement réfléchis par la première surface. En effet, le verre ainsi que tous les autres corps a beaucoup plus de pores que de matière solide; car l'or qui est le plus pesant de tous est lui-même fort poreux, comme on le voit par les feuilles d'or minces qui sont transparentes, & qui donnent passage à l'eau, & l'or est beaucoup plus pesant que le verre, d'où il s'ensuit que le verre a beaucoup plus de pores que de parties propres. De plus, le verre ayant, selon toutes les apparences, une

grande quantité de pores en lignes droites, surtout lorsqu'il est peu épais; il s'ensuit qu'il doit laisser passer beaucoup plus de rayons que la première surface n'en réfléchit; mais ces rayons étant arrivés à la seconde surface sont presque tous renvoyés, parce qu'elle est étamée, & lorsqu'ils arrivent de nouveau à la première surface, la plus grande partie de ces rayons sort du verre, par la même raison que la plus grande partie des rayons de l'objet est entré au-dedans du verre. Ainsi, l'image formée par ces rayons doit être plus vive que la première : enfin, les rayons qui reviennent à la première surface, après avoir souffert une réflexion au-dedans du verre, ne sortent pas tous, mais une partie est réfléchie au-dedans de la glace par cette première surface, & de-là sont renvoyés de nouveau par la seconde, & ressortant en partie par la première surface, ils produisent une nouvelle image beaucoup plus foible, & ainsi, il se forme plusieurs images de suite, par les réflexions réitérées des rayons au-dedans de la glace, & ces images doivent aller toujours en s'affoiblissant.

Les *miroirs convexes*, sont ceux dont la surface est convexe; cette surface est pour l'ordinaire sphérique.

Les lois des phénomènes des *miroirs*, soit convexes, soit concaves, sont beaucoup plus compliquées que celles des phénomènes des *miroirs* plans, & les auteurs de Catoptrique sont même assez peu d'accord entr'eux là-dessus.

Une des principales difficultés qu'il y ait à résoudre dans cette matière, c'est de déterminer le lieu de l'image d'un objet vu par un *miroir*, convexe ou concave; or les Opticiens sont partagés là-dessus en deux opinions. La première & la plus ancienne, place l'image de l'objet dans le lieu où le rayon réfléchi qui va à l'œil, coupe la cathète d'incidence, c'est-à-dire, la perpendiculaire menée de l'objet à la surface réfléchissante; laquelle perpendiculaire, dans les *miroirs* sphériques, n'est autre chose que la ligne menée de l'objet au centre du *miroir*. Ce qui a donné naissance à cette opinion, c'est qu'on a remarqué que, dans les *miroirs* plans, le lieu de l'image étoit toujours dans l'endroit où la perpendiculaire menée de l'objet sur le *miroir*, étoit rencontrée par le rayon réfléchi; on a donc cru qu'il devoit en être de même dans les *miroirs* sphériques, & on s'est même imaginé que l'expérience étoit assez conforme à ce sentiment. Cependant le P. Taquet, un de ceux qui ont le plus soutenu que le lieu de l'image étoit dans le concours de la cathète & du rayon réfléchi, convient lui-même qu'il y a des cas où l'expérience est contraire à ce principe; malgré cela, il ne laisse pas de l'adopter; & de prétendre qu'il est confirmé par l'expérience dans un grand nombre d'autres cas. Si les auteurs d'optique qui ont suivi cette opinion sur le lieu de l'image, avoient approfondi davantage les raisons pour lesquelles les *miroirs* plans font toujours voir l'image dans le concours de la cathete & du rayon réfléchi, ils auroient vu que, dans ces sortes de *miroirs*, le point de concours de la cathète & du rayon réfléchi, est aussi le point de concours commun de tous les rayons réfléchis, que par conséquent des rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, y entrent comme s'ils venoient directement de ce point de concours, & que c'est pour cette raison que ce point de concours est le lieu où l'on apperçoit l'image. Or dans les *miroirs* soit convexes, soit concaves, le point de concours des rayons réfléchis n'est pas le même que le point de concours de ces rayons avec la perpendiculaire. Ces raisons ont engagé plusieurs Opticiens à abandonner l'opinion commune sur le lieu de l'image : MM. Barrow, Neuton, Muschenbroëck, *&c.* prétendent qu'elle doit être dans le lieu où concourent les rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, c'est-à-dire, à-peu-près dans l'endroit où concourent deux rayons réfléchis infiniment proches, venans de l'objet & passans par la prunelle de l'œil. Cependant il faut avouer, & Barrow lui-même en convient à la fin de son optique, que ce principe, quoique fondé sur des raisons plus plausibles que le premier, n'est pas encore absolument général, & qu'il y a des cas où l'expérience y est contraire. Il est vrai que, dans ces cas, l'image de l'objet paroît presque toujours confuse; ce sont ceux où les rayons réfléchis entrent dans l'œil convergens, c'est-à-dire, en se rapprochant l'un de l'autre; de sorte que, dans ces cas, on devroit voir l'image derrière soi, suivant le principe, parce que le point de concours des rayons est derrière. Barrow, en rapportant ces expériences, dit qu'elles ne l'empêchent pas de regarder comme vraie son opinion sur le lieu de l'image, & que les difficultés auxquelles elle peut être sujette viennent de ce que l'on ne connoît point encore parfaitement les lois de la vision directe. En effet, la difficulté se réduit ici à savoir, quel devroit être le lieu apparent d'un objet qui nous enverroit des rayons, non pas divergens, mais convergens; or comme ces rayons devroient presque toujours se réunir, avant d'arriver au fond de l'œil, il s'ensuit que la vision devroit en être fort confuse; & comme une longue expérience nous a accoutumés à juger, que les objets que nous voyons, soit confusément, soit distinctement, sont au-devant de nous; cette image, quoique confuse, paroîtroit au-devant de nous, quoique nous dussions naturellement la juger derrière; peut-être expliqueroit-on par-là le phénomène dont il s'agit, quoi qu'il en soit, on ne sauroit nier que le principe de Barrow ne soit appuyé sur

des raisons bien plus plausibles que celui des anciens.

M. Wolf, dans son optique, embrasse un sentiment moyen. Il prétend que quand les deux yeux sont dans le même plan de réflexion, l'objet est vu dans le concours des rayons réfléchis, suivant l'opinion de Barrew, mais que quand les yeux sont dans différens plans, ce qui arrive presque toujours, l'objet est vu dans le concours du rayon réfléchi avec la cathète. Voici comme il démontre cette dernière proposition : soient, dit-il (*fig.* 38 *de l'Opt.*), *G*, *H*, les deux yeux, *A*, l'objet, *A F* la cathète d'incidence, & *A D G* un rayon réfléchi qui concourt, avec la cathète en *C*; le rayon réfléchi *A E H* qui passe par l'œil *H*, concourra aussi au même point *C*, & par conséquent l'objet sera vu en *C*; mais, 1.° cette démonstration suppose que les rayons réfléchis *E H*, *G D*, sont dans le même plan, ce qui est fort rare; 2.° la proposition est fausse lors même qu'ils y sont : car alors on ne devroit voir qu'une seule image de l'objet *A*, cependant il y a des cas où l'on en voit deux. *Voyez* Barrow, *lec.* 15. 3.° pourquoi l'auteur veut-il que l'on voie l'objet dans l'endroit où les rayons *D G*, *H E* concourent? Cela seroit vrai, si tous les rayons qui vont à l'œil *G* & à l'œil *H* partoient du point *C*, comme il arrive dans la vision directe, & l'objet seroit alors vu en *C*, non parce que les axes optiques *G D*, *H E* concourroient en *C*, mais parce que tous les rayons qui entreroient dans chacun des yeux partiroient du point *C* : or, dans le cas présent, ils n'en partent pas. Il n'y a donc point de raison pour que l'objet paroisse en *C*.

Nous avons cru devoir exposer ici avec quelque étendue ces différentes opinions : nous allons marquer le plus succinctement qu'il nous sera possible, l'explication des différens phénomènes des *miroirs* courbes, suivant le principe des anciens, & nous en marquerons en même tems l'explication dans le principe de Barrow, afin qu'on juge de la différence, & qu'on puisse décider auquel des deux l'expérience est le plus conforme. Nous remarquerons d'abord, qu'il y a bien des cas où ces deux principes s'accordent à-peu-près : par exemple, lorsque l'objet est fort près de l'œil, c'est-à-dire, que l'œil est presque dans la cathète, le point de concours des rayons réfléchis, est à-peu-près le même que le point de concours de ces rayons avec la cathète; ainsi, le lieu de l'image est alors à-peu-près le même dans les deux principes. *Voyez* DIOPTRIQUE.

Lois & phénomènes des miroirs convexes. 1.° Dans un *miroir convexe* sphérique, l'image d'un point radieux paroît entre le centre & la tangente du *miroir* sphérique au point d'incidence, mais plus près de la tangente que du centre, ce qui fait que la distance de l'objet à la tangente est plus grande que celle de l'image, & par conséquent que l'objet est plus loin du *miroir* que l'image.

2.° Si l'arc *B D* (*fig.* 31.) intercepté entre le point d'incidence *D* & la cathète *A B*, ou l'angle *C* formé au centre du *miroir* par la cathète d'incidence *A C*, & celle d'*obliquation* *F C* est double de l'angle d'incidence, l'image paroîtra sur la surface du *miroir*.

3.° Si cet arc ou cet angle sont plus que doubles de l'angle d'incidence, l'image se verra hors du *miroir*.

Suivant le principe de Barrow, le lieu de l'image dans les *miroirs* convexes est toujours au-dedans du *miroir*, parce que le point de concours des rayons réfléchis n'est jamais hors du *miroir*. Ainsi, voilà déjà un moyen de décider lequel des deux principes s'accorde le plus avec les observations. Le P. Dechalles dit, qu'après en avoir fait l'expérience plusieurs fois, il ne peut assurer là-dessus rien de positif, mais M. Wolf en propose une dans laquelle on voit clairement, selon lui, l'image hors du *miroir*. Il prétend qu'ayant pris un fil d'argent *A B C* courbé en équerre (*fig.* 38. *n.*° 3. *d'Opt.*) & l'ayant exposé à un *miroir* convexe de telle sorte, que la partie *A B* étoit située très-obliquement à la surface du *miroir*, il a vu clairement l'image du fil *B A* contiguë à ce même fil, quoique le fil *B A* ne touchât point le *miroir*.

4.° Si cet arc ou cet angle sont moins que doubles de l'angle d'incidence, l'image paroîtra en-dedans du *miroir*.

5.° Dans un *miroir convexe*, un point *A* plus éloigné (*fig.* 32) est réfléchi par un point *F* plus près de l'œil *O* que tout autre point *B*, situé dans une même cathète d'incidence; d'où il s'ensuit, que si le point *A* de l'objet est réfléchi par le point *F* du *miroir*, & que le point *B* de l'objet le soit par le point *E* du *miroir*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B* dans l'objet, seront réfléchis par les points intermédiaires entre *F* & *E* : ainsi, *F E* sera la ligne qui réfléchira *A B*, & par conséquent le point *B* de la cathète semble à une plus grande distance *C B* du centre *C*, que tout autre point *A* plus éloigné.

6.° Un point *B* plus proche, *fig.* 33, mais qui ne sera pas situé dans la même cathète qu'un autre point *H* plus près, sera réfléchi à l'œil *O* par un point de *miroir* plus voisin que celui par lequel sera réfléchi le point le plus proche *H*. Ainsi, si le point *A* d'un objet est réfléchi par le point *C* du *miroir*, & le point *B* de l'objet par le point *C* du *miroir*, l'un & l'autre vers le même point *O*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B*, dans l'objet, seront réfléchis par des points intermédiaires entre *C* & *D* dans le *miroir*.

7.° Dans un *miroir convexe sphérique*, l'image est moindre que l'objet; & de-là l'usage de ces sortes de *miroirs* dans la Peinture, lorsqu'il faut représenter des objets plus petits qu'au naturel.

8.° Dans un *miroir convexe*, plus l'objet sera éloigné, plus l'image sera petite.

9.° Dans un *miroir convexe*, les parties de l'objet situées à droite sont représentées à gauche, & réciproquement, & les objets perpendiculaires au *miroir* paroissent renversés.

10.° L'image d'une droite perpendiculaire au *miroir* est une droite; mais celle d'une droite ou oblique ou parallèle au *miroir*, est convexe.

Cette proposition est encore une de celles sur lesquelles les Opticiens ne sont point d'accord. Ainsi, un autre moyen de décider entre les deux principes, seroit d'examiner si l'image d'un objet long, comme d'un bâton placé perpendiculairement au *miroir*, paroît exactement droite ou courbe; car, suivant le P. Taquet, les images des différens points du bâton doivent être dans les concours des rayons réfléchis avec la cathète, &, comme le bâton est la cathète lui-même, il s'ensuit que l'image du bâton doit former une ligne droite dans la direction même du bâton. Au contraire, suivant le principe de Barrow, cette même image doit paroître courbe; il est vrai que sa courbe ne sera pas considérable, & c'est ce qui rend cette expérience délicate. Quoi qu'il en soit, les uns & les autres conviennent que l'image d'un objet infiniment long ainsi placé, ne doit paroître que de la longueur d'environ la moitié du rayon.

11.° Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* divergent plus que s'ils l'étoient par un *miroir* plan.

C'est pour cela que les myopes voient dans un *miroir convexe* les objets éloignés plus distinctement qu'ils ne les verroient à la vue simple. *Voyez* MYOPE.

Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* d'une plus petite sphère, divergent plus que s'ils l'étoient par une sphère plus grande; & par conséquent la lumière doit s'affoiblir davantage, & ses effets doivent être moins puissans dans le premier cas que dans le dernier.

Miroirs concaves sont ceux dont la surface est concave, *voyez* CONCAVE. Remarquez que les auteurs entendent ordinairement par *miroirs concaves* les *miroirs* d'une concavité sphérique.

Loix & phénomènes des miroirs concaves. 1.° Si un rayon KI, *fig.* 34, tombe sur un *miroir* concave LI sous un angle de 60°, c'est-à-dire, faisant 60° avec le rayon du *miroir*, & parallèle à l'axe AB, le rayon réfléchi IB concourra avec l'axe AB, dans le sommet B du *miroir*. Si l'inclinaison du rayon incident est moindre que 6°, comme celle de HE, le rayon réfléchi EF concourra alors avec l'axe à une distance BF, moindre que le quart du diamètre; & généralement la distance du centre C au point F, où le rayon HE concourt avec l'axe, est à la moitié du rayon CD, en raison du sinus total au cosinus d'inclinaison. On a conclu de-là par le calcul, que dans un *miroir sphérique concave* dont la largeur comprend un angle de 6°, les rayons parallèles se rencontrent après la réflexion dans une portion de l'axe moindre que $\frac{1}{3457}$ du rayon; que, si la largeur du *miroir concave* est de 6°, 9°, ou 18°, la partie de l'axe où les rayons parallèles se rencontreront après la réflexion est moindre que $\frac{1}{363}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{83}$, $\frac{1}{58}$, $\frac{1}{38}$ du rayon, & c'est sur ce principe qu'on construit les *miroirs* ardens.

Car, puisque les rayons répandus sur toute la surface du *miroir concave* sont resserrés par la réflexion dans un très-petit espace, il faut par conséquent que la lumière & la chaleur des rayons parallèles y augmentent considérablement, c'est-à-dire, en raison doublée de celle de la largeur du *miroir*, & de celle du diamètre du cercle où les rayons sont rassemblés; & les rayons du soleil, qui tombent sur la terre, devans d'ailleurs être censés parallèles (*voyez* LUMIERE), on ne doit donc pas s'étonner que les *miroirs concaves* brûlent avec tant de violence. *Voyez* aussi ARDENT.

Il est facile de voir, par les règles que nous venons d'établir, que les rayons du soleil, réfléchis par le *miroir*, ne rencontrent jamais l'axe BA en un point qui soit plus éloigné du sommet B que de la moitié du rayon : ainsi, comme le point de milieu entre C & B est toujours la limite du concours des rayons, on a appellé ce point de milieu le *foyer du miroir*, parce que c'est auprès de ce point que les rayons concourent, & qu'ils sont d'autant plus serrés, qu'ils en sont plus proches; d'où il s'ensuit que c'est en ce point qu'ils doivent faire le plus d'effet. *Voyez* FOYER.

2.° Un corps lumineux étant placé au foyer d'un *miroir concave* EI, *fig.* 34, les rayons deviendront parallèles après la réflexion, ce qui fournit le moyen de projetter une lumière très-forte à une grande distance, en mettant, par exemple, une bougie allumée au foyer d'un *miroir concave*; il s'ensuit encore de-là, que, si les rayons qui sont renvoyés par le *miroir* sont reçus par un autre *miroir concave*, ils concourront de nouveau dans le foyer de celui-ci, & ils y brûleront. Zahnius fait mention d'une expérience pareille faite à Vienne : on plaça deux *miroirs concaves*, l'un de six, l'autre de trois piés de diamètre, à environ 24 piés l'un de l'autre; on mit un charbon rouge au foyer de l'un & une mèche avec une amorce au foyer de l'autre, & les rayons qui partirent du charbon allumèrent la mèche.

3.° Si on place un corps lumineux entre le foyer F, *figure* 37, & le *miroir* HBC, les rayons

les rayons divergeront de l'axe après la réflexion.

4.° Si un corps lumineux se trouve placé entre le foyer *F* & le centre *G*, les rayons se rencontreront après la réflexion dans l'axe & au-delà du centre.

Ainsi, une bougie étant placée en *I*, on verra son image en *A*; &, si elle est placée en *A*, on verra son image en *I*, &c.

5.° Si l'on met un corps lumineux dans le centre du *miroir*, tous les rayons se réfléchiront sur eux-mêmes. Ainsi, l'œil étant placé au centre d'un *miroir concave*, il ne verra rien autre que lui-même confusément & dans tout le *miroir*.

6.° Si un rayon tombant d'un point *h* de la cathète, *fig.* 35, sur le *miroir* convexe *b E*, est prolongé, ainsi que son rayon réfléchi *I F*, dans la concavité du *miroir*, *F H* sera le rayon incident du point *H* de la cathète, & *FO* le réfléchi; & par conséquent, si le point *H* est l'image du point *h* dans le *miroir* convexe, *h* est l'image de *H* dans le concave. Si donc l'image d'un objet réfléchi par un *miroir* convexe, étoit vu par la réflexion dans le même *miroir*, supposé concave, elle paroîtra semblable à l'objet même.

Et puisque l'image d'une cathète infinie est moindre dans son *miroir* convexe que le quart du diamètre, il s'ensuit encore de-là que l'image d'une portion de cathète moindre que le quart du diamètre, peut être dans un *miroir concave* aussi grand que l'on voudra.

Ainsi, tout point distant du *miroir concave* de moins que le quart du diamètre, doit paroître plus ou moins loin derrière le *miroir*.

Puisque l'image d'un objet aussi large qu'on voudra est comprise dans un *miroir* convexe entre les deux lignes d'incidence de ses deux points externes, nous pouvons conclure de-là que, si on place un objet entre ces deux lignes dans le *miroir concave*, & à une distance moindre que le quart de son diamètre, la grandeur de l'image pourra paroître aussi grande qu'on voudra; d'où nous pouvons conclure que les objets placés entre le foyer d'un *miroir concave* & le *miroir*, doivent paroître, dans ce *miroir*, d'une grandeur énorme; & en effet, l'image est d'autant plus grande dans le *miroir concave*, qu'elle est plus petite dans le convexe.

Dans un *miroir* convexe, l'image d'un objet éloigné paroîtra plus proche du centre que celle d'un objet plus voisin; & par conséquent, dans un *miroir concave*, l'image d'un objet éloigné du *miroir* paroîtra plus éloignée que celle d'un objet plus voisin, pourvu cependant que la distance du sommet au centre soit moindre que le quart du diamètre.

Dans un miroir convexe, l'image d'un objet éloigné est moindre que celle d'un objet voisin; & par conséquent, dans un *miroir concave*, l'image d'un objet placé entre le foyer & le *miroir*, doit paroître d'autant plus grand, que l'objet est plus près du foyer.

Ainsi, l'image d'un objet qui s'éloigne continuellement du *miroir concave*, doit devenir de plus en plus grande, pourvu que l'objet ne s'éloigne point jusques derrière le foyer, où elle deviendroit confuse, & de même l'objet s'approchant, l'image diminuera de plus en plus.

Plus la sphère dont un *miroir* convexe est le segment, est petite, plus l'image l'est aussi; & par conséquent plus celle dont un *miroir concave* est le segment, sera petite, plus l'image sera grande. D'où il s'ensuit que les *miroirs concaves*, qui sont segmens de très-petites sphères, peuvent servir de microscope.

7.° Si on place un objet entre un *miroir concave* & son foyer, son image paroîtra derrière le *miroir* & dans sa situation naturelle, excepté que ce qui est à droite paroîtra à gauche & réciproquement.

8.° Si on met un objet *A B*, *fig.* 36, entre le foyer & le centre, son image *E F* paroîtra renversée & en plein air, l'œil étant placé au-delà du centre.

9.° Si on met un objet *E F* par-delà le centre *C*, & que l'œil soit aussi par-delà le centre, l'image paroîtra renversée en plein air entre le centre & le foyer.

Il n'est pas inutile de remarquer que, lorsque l'objet est au foyer ou proche du foyer, alors l'image est très-souvent confuse, à cause que les rayons réfléchis par le *miroir* étant parallèles, entrent dans l'œil avec trop peu de divergence; & quand l'objet est placé entre le foyer & le centre, il faut que l'œil soit placé au-delà du centre, & assez loin du point de concours des rayons, pour que l'image puisse être vue distinctement, car, sans cela, on la verra très-confuse. C'est l'expérience de Barrow dont nous avons déjà parlé.

D'où il s'ensuit que les images renversées des objets placés au-delà du centre d'un *miroir concave*, seront réfléchies directes par un *miroir*, & pourront être reçues en cet état sur un papier placé entre le centre & le foyer, sur-tout si la chambre est obscure; que, si l'objet *E F* est plus éloigné du centre que ne l'est le foyer, l'image sera en ce cas moindre que l'objet. Sur ce principe, on peut représenter diverses apparences extraordinaires, au moyen des *miroirs concaves*, sur-tout de ceux qui sont segmens de grandes sphères, & qui peuvent réfléchir des objets entiers. Ainsi, un homme qui fera le moulinet avec son épée au-devant d'un *miroir concave*, en verra un autre venir à lui dans le même mouvement; & la tête de cette image sortant de ce *miroir*, s'il se met en attitude de la lui couper avec son épée réelle, l'épée imaginaire paroîtra alors lui couper sa propre tête. S'il tend sa main

à l'image, l'autre main s'avancera vers la sienne, & viendra la rencontrer en plein air, & à une grande distance du *miroir*.

10.° L'image d'une droite perpendiculaire à un *miroir concave*, est une droite, mais toute ligne oblique ou parallèle y est représentée concave; & selon Barrow, elle doit être courbe dans tous les cas.

Formule pour trouver le foyer d'un miroir *quelconque, convexe ou concave.* 1.° Si le *miroir est* concave, & qu'on nomme y la distance de l'objet au *miroir* (on suppose l'objet placé dans l'axe, z la distance de l'irage au *miroir*, & a le rayon), on aura $z = \frac{ay}{2y-a}$; *voyez les Mem. academiq.* 1710: d'où il est aisé de voir, 1.° que, si $y = \frac{a}{2}$, les rayons réfléchis seront parallèles à l'axe, étant alors infinie; 2.° $2y < a$, z sera négative, c'est-à-dire, que les rayons réfléchis seront divergens, & concourront au delà du *miroir*, &c. 3.° que, si le *miroir* est convexe, il n'y a qu'à faire a négative, & on aura $z = \frac{-ay}{2y+a}$: ce qui montre que les rayons réfléchis par un *miroir* convexe sont toujours divergens. *Voyez* LENTILLE.

Les miroirs cylindriques, paraboliques & elliptiques sont ceux qui sont terminés par des surfaces cylindriques, paraboliques & sphéroïdes. *Voyez* CYLINDRIQUE, CONE & PARABOLE, &c.

Phénomènes ou propriétés des miroirs *cylindriques.* 1.° Les dimensions des objets qu'on place en long devant ces *miroirs*, n'y changent pas beaucoup; mais les figures de ceux qu'on y place en large, y sont fort altérées, & leurs dimensions y diminuent d'autant plus, qu'ils sont plus éloignés du *miroir*, ce qui les rend très-difformes.

La raison de cela est que les *miroirs cylindriques* sont plans dans le sens de leur longueur, & convexes dans le sens de leur largeur: de sorte qu'ils doivent représenter à-peu-près au naturel celle des dimensions de l'objet qui est placée en long, c'est-à-dire, qui se trouve dans un plan passant par leur axe; au contraire, la dimension placée en large, c'est-à-dire, parallèlement à un des diamètres du cylindre, doit paroître beaucoup plus petite qu'elle n'est en effet.

2.° Si le plan de réflexion coupe le *miroir cylindrique* par l'axe, la réflexion se fera alors de la même manière que dans un *miroir* plan; s'il le coupe parallèlement à la base, la réflexion se fera alors comme dans un *miroir* sphérique: si enfin elle le coupe obliquement, ou si elle est oblique à la base, la réflexion se fera, dans ce dernier cas, comme dans un *miroir* elliptique.

3.° Si on présente au soleil un *miroir cylindrique creux*, on verra les rayons se réfléchir, non dans un foyer, mais dans une ligne lumineuse parallèle à l'axe & à une distance un peu moindre que le quart du diamètre.

Les propriétés des *miroirs* coniques & pyramidaux sont assez analogues à celles des *miroirs cylindriques*, & on en déduit la méthode de tracer des anamorphoses, c'est-à-dire, des figures difformes sur un plan, lesquelles paroissent belles & bien proportionnées lorsqu'elles sont vues dans un *miroir cylindrique*. *Voyez* ANAMORPHOSE.

Quant aux *miroirs* elliptiques, paraboliques, on n'en fait guère que les propriétés suivantes:

1.° Si un rayon tombe sur un *miroir* elliptique en partant d'un des foyers, il se réfléchit à l'autre foyer: de façon qu'en mettant à l'un des foyers une bougie allumée, sa lumière doit se rassembler à l'autre.

Si le *miroir* est parabolique, les rayons qui partent de son foyer & qui tombent sur la surface du *miroir*, sont réfléchis parallèlement à l'axe; & réciproquement les rayons qui viennent parallèlement à l'axe tomber sur la surface du *miroir*, comme ceux du soleil, sont tous réfléchis au foyer.

2.° Comme tous les rayons, que ces *miroirs* réfléchissent, doivent se rassembler en un même point, ils doivent être par cette raison les meilleurs *miroirs* ardens, au moins, si on considère la chose mathématiquement; cependant les *miroirs* sphériques sont pour le moins aussi bons.

3.° Comme le son se réfléchit suivant les mêmes loix que la lumière, il s'ensuit qu'une figure elliptique ou parabolique est la meilleure qu'on puisse donner aux voûtes d'un bâtiment pour le rendre sonore. C'est sur ce principe qu'est fondée la construction de ces sortes de cabinets appellés *cabinets secrets*, dont la voûte est en forme d'ellipse; car, si une personne parle tout bas au foyer de cette ellipse, elle sera entendue par une autre personne qui aura l'oreille à l'autre foyer, sans que ceux qui sont répandus dans le cabinet entendent rien. De même, si la voûte a une forme parabolique, & qu'une personne soit placée au foyer de cette voûte, elle entendra facilement tout ce qu'on dira très-bas dans la chambre, & ceux qui y sont entendront réciproquement ce qu'elle dira fort bas. (*O*)

MIXTE, adj. (*Mathém.*): on dit qu'il y a raison ou proportion *mixte*, lorsqu'on compare la raison de l'antécédent & du conséquent à leur différence, comme si $a . b :: c . d$

$3 . 4 :: 12 . 16$

$7 \quad -1 :: 28 . -4.$

$a + b . a - b :: c + d . c - d$. *Voyez* RAISON & PROPORTION.

MIXTILIGNE, adj. (*Géom.*), se dit de ce qui est formé de lignes droites & de lignes courbes; ainsi, on dit une figure *mixtiligne* pour dire une figure terminée en partie par des lignes courbes, & en partie par des lignes droites; on

dit aussi un angle *mixtiligne* pour dire un angle formé par une ligne droite & une ligne courbe. *V.* Figure & Contingence.

MOB

MOBILE, adj. (*Méch.*), se dit de ce qui est susceptible de mouvement, qui est disposé au mouvement. *V.* Mouvement.

La sphère est le plus *mobile* de tous les corps, c'est-à-dire, le plus facile à mouvoir. Une porte est *mobile* sur ses gonds; l'aiguille aimantée, sur son pivot, *&c. Mobile* se dit souvent par opposition à fixe. *V.* Fixe.

Mobile, s. m. (*Astron.*) Premier *mobile*, se dit, en astronomie, du mouvement diurne & commun de tout le ciel. Les anciens imaginoient au-dehors de toutes les sphères des planètes, une sphère plus vaste qui renfermoit toutes les autres, qui les entrainoit toutes chaque jour, & qui étoit par conséquent le premier *mobile* de l'univers. Ainsi, dans le systême de Ptolémée, c'est la neuvième ou la plus grande sphère des cieux, dont le centre est celui du monde, & en comparaison de laquelle la terre n'est qu'un point. Suivant cet ancien systême, le premier *mobile* contient toutes les autres sphères; il leur donne ce mouvement en tournant lui-même, & les faisant tourner toutes, & achever leur révolution en 24 heures. Les autres orbes particuliers sont destinés à produire les autres mouvemens que l'on observe dans les corps célestes, & pour chacun desquels il faut un orbe ou un *mobile* particulier. L'astronomie est aujourd'hui délivrée de tout ce fatras d'orbes mobiles, depuis le systême de Copernic.

Dans l'astronomie moderne, on appelle *tems du premier mobile*, celui qui est mesuré par le retour des étoiles au méridien; les 24 heures du premier *mobile* ne sont que 23 heures 56 minutes 4 secondes en tems solaire moyen; parce que, quand la sphère a fait un tour entier, le soleil n'est pas encore au méridien; il s'en faut de la quantité de son mouvement propre en un jour.

Ainsi, les horloges réglées sur les heures du premier *mobile*, & qui suivent le mouvement diurne des étoiles, avancent tous les jours de 3 minutes 56 secondes à midi moyen, sur le moyen mouvement du soleil, & ne marquent jamais l'heure du soleil, si ce n'est le jour de l'équinoxe. On trouve cependant un avantage dans cette manière de régler une horloge; c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, au lieu qu'elles y passoient chaque jour 3 minutes 56 sec. *plutôt* sur les autres horloges; mais ce *plutôt* est relatif au soleil, sur lequel on a accoutumé de régler les horloges ordinaires; c'est une facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles au méridien, que d'appercevoir d'un coup-d'œil sur l'horloge quelle est l'ascension droite de l'étoile qui va passer; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une règle de trois pour savoir quel est le tems vrai de chaque observation, & pour se préparer à observer le passage du soleil ou d'une planète au méridien.

On convertit les degrés en tems du premier *mobile*, en prenant une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degré, *&c.* (*D. L.*)

MOBILITÉ, s. f. (*Méch.*), signifie possibilité d'être mû, ou facilité à être mû & quelquefois le mouvement même actuel. *Voyez* Mouvement.

La *mobilité* ou possibilité d'être mû, est une propriété générale des corps.

La *mobilité* du mercure, ou la facilité de ses parties à être mûes, provient de la petitesse & de la sphéricité de ses particules, & c'est ce qui en rend la fixation si difficile.

La *mobilité* de la terre est reçue chez tous les Astronomes. *Voyez* Systême.

MOCHOS, nom de la constellation de la Balance.

MODERNE, adj. (*Math.*) se dit des différentes parties des Mathématiques & de la Physique, en comparant leur état & leur accroissement actuel, avec l'état où les anciens nous les ont transmises. L'astronomie *moderne* a commencé à Copernic; la Géométrie *moderne* est la Géométrie des infiniment petits; la Physique *moderne* étoit celle de Descartes dans le siècle dernier, & dans ce siècle-ci, c'est celle de Neuton. *Voyez* Astronomie, Géométrie. (*O*)

MODULE, s. m. (*Alg. & Géom.*) Quelques auteurs appellent ainsi la *ligne* qu'on prend pour sous-tangente de la logarithmique dans le calcul des logarithmes. *Voyez* Logarithme & Logarithmique. Ainsi, dans les logarithmes de Neper, le *module* est 0, 434294; &, dans les logarithmes de Briggs, c'est l'unité. Quand on dit qu'une ligne est le logarithme du rapport de a à b, c étant pris pour *module*, cela veut dire que cette ligne est l'abscisse d'une logarithmique dont la soustangente est c, cette abscisse étant comprise entre deux ordonnées égales à a & à b. M. Côtes, dans son *Harmonia mensurarum* (commenté & dévelopée par dom Walmesley dans son *Analyse des rapports*), emploie fréquemment cette expression de *module* qui d'ailleurs n'est pas fort usitée. (*O*)

MŒNALE *Voyez* Mont-ménale.

MOINS, terme fort usité en *Algèbre*, & que l'on désigne par ce signe —; ainsi, 5 — 3 s'exprime ainsi, *cinq moins trois*; ce qui veut dire que 3 est retranché de 5; le signe — ou *moins*, est le signe de la soustraction; il est opposé à + *plus*, qui est le signe de l'addition. *Voyez* Négatif.

MOIS, s. m. (*Astronomie & Chronologie*) c'est la douzième partie de l'année. *Voyez* Année.

Comme il y a différentes espèces d'années, il

y a aussi différentes espèces de *mois*, comme *mois* solaire, *mois* lunaire, *mois* civil, *mois* astronomique, &c.

Mois solaire, c'est l'espace de tems que le soleil emploie à parcourir un signe entier de l'écliptique, ces *mois* sont inégaux, puisque le soleil est plus long-tems dans les signes d'été que dans ceux d'hiver.

Mais comme il parcourt constamment tous les douze signes en 365 j. 5h. 48′ 48″. On aura la quantité du *mois* moyen en divisant ce nombre par douze; &, d'après ce principe, on trouve la quantité du *mois* solaire, moyen de 30 j 10 h 29′ 4″. Mais on ne peut faire les *mois* civils que de 30 ou 31 jours, c'est ce que l'on pratique dans le calendrier ordinaire, à l'exception du *mois* de février, qui est de 28 ou de 29 jours. On a vu au *mot* CALENDRIER, *pag.* 273, ce qu'il faudroit faire pour accorder les *mois* civils avec les *mois* astronomiques.

Les *mois* lunaires sont ou synodiques ou périodiques : le *mois* lunaire synodique, qui s'appelle simplement *mois lunaire* ou *lunaison*, est l'espace de tems compris entre deux conjonctions de la lune avec le soleil, ou entre deux nouvelles lunes; il est de 29 j. 12 h. 44′ 3″.

Le *mois lunaire périodique*, est l'espace de tems dans lequel la lune fait sa révolution autour de la terre, c'est-à dire, le tems qu'elle emploie à revenir au même point du zodiaque d'où elle est partie; ce *mois* est de 27 j. 7 h. 43′ 4″ ⅔, mais il n'y a que les astronomes qui en fassent usage.

Comme le *mois* lunaire synodique est de 29j 12 h 44′ 3″, les *mois lunaires civils* devroient être alternativement de 29 à 30 jours, pour conserver, autant qu'il feroit possible, l'accord avec les vrais *mois* lunaires. Cependant si tous les *mois* étoient continuellement de 29 & de 30 jours, on négligeroit 44′ 3″. Il est donc nécessaire de faire tous les trois ans un *mois* de 30 jours, outre ceux qui forment l'alternative. C'est ce que l'on pratique dans le calendrier ecclésiastique des *mois* lunaires. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

Mois draconitique, ou *dragonitique*, *mois de latitudes*, retour de la lune à son nœud.

Mois embolismique, ou *intercalaire*, est celui que l'on ajoute aux 12 *mois* lunaires tous les trois ans. *V.* CALENDRIER.

Mois caves & *mois pleins*, sont ceux de 29 & 30 jours.

Mois anomalistique, est le retour de la lune à son apogée, il est de 27 jours 13 heures 18′ 34″. (*D. L.*)

MOMENT, s. m. *dans le tems*, (*Méch.*) est une partie très-petite & presqu'insensible de la durée, qu'on nomme autrement *instant*. Le mot *instant* se dit néanmoins plus proprement d'une partie de tems non-seulement très-petite, mais infiniment petite; c'est-à-dire, plus petite qu'aucune partie donnée, ou assignable. *Voyez* TEMS.

Moment, dans les nouveaux calculs de l'infini, marque chez quelques auteurs, des quantités censées infiniment petites. *Voyez* INFINI. C'est ce qu'on appelle autrement & plus communément *différences*; ce sont les augmentations ou diminutions momentanées d'une quantité considérée; comme dans une fluxion continuelle. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

Moment ou *momentum*, en Méchanique, signifie quelquefois la même chose qu'*impetus*, ou la quantité du mouvement d'un mobile. *Voyez* MOUVEMENT.

Dans la comparaison des mouvemens des corps, la raison de leurs *momens* est toujours composée de celles de la quantité de matière, & de la vitesse du mobile, de façon que le *moment* d'un corps en mouvement peut être regardé comme le produit fait de sa quantité de matière & de sa vitesse; & comme on sait que tous les produits égaux ont des facteurs réciproquement proportionnels, il s'ensuit de-là que si des mobiles quelconques ont des *momens* égaux, leurs quantités de matière seront en raison inverse de leurs vitesses; c'est-à-dire, que la quantité de matière du premier sera à la quantité de matière du second; en raison de la vitesse du second à celle du premier : & réciproquement, si les quantités de matière sont réciproquement proportionnelles aux vitesses, les *momens* sont égaux.

Le *moment* de tout mobile peut aussi être considéré comme la somme des *momens* de toutes ses parties; & par conséquent si les grandeurs des corps & le nombre de leurs parties sont les mêmes, ainsi que leurs vitesses, les corps auront les mêmes *momens*.

MOMENT, s'emploie plus proprement & plus particulièrement dans la *Statique*, pour désigner le produit d'une puissance par le bras du levier auquel elle est appliquée, ou, ce qui est la même chose, par la distance de sa direction au point d'appui : une puissance a d'autant plus d'avantage, toutes choses d'ailleurs égales, & son *moment* est d'autant plus grand, qu'elle agit par un bras de levier plus long. *Voyez* LEVIER, BALANCE & MÉCHANIQUE.

MON

MONDE, se prend quelquefois pour la terre seule, quelquefois pour l'assemblage du ciel & de la terre. *Monde supérieur*, signifie les cieux, & *monde inférieur*, le globe terrestre. Ordinairement le *monde* signifie la terre & tout ce qui en dépend; on dit assez communément faire le tour du *monde*, pour dire le tour de la terre; &, dans ce sens, on demande si les planètes sont des *mondes*, c'est-à-

dire, si elles ressemblent à la terre, & si elles sont habitées comme la terre.

La *pluralité des mondes* se trouvoit déjà dans les Orphiques, ces anciennes poésies grecques attribuées à Orphée (Plut. *de Plac. Phil.* l. 2, c. 13); les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicetas, Heraclides, enseignoient que ces astres étoient autant de *mondes* (*Plut.* l. 2, c. 13 & 30; *Achilles Tatius, Isag. ad arati*, Phœn. c. 10; Diog. Laërt. *in emped.*); plusieurs anciens philosophes admettoient même une infinité de *mondes* hors de la portée de nos yeux. Epicure, Lucrèce (l. 2, v. 1069) & tous les Epicuriens étoient du même sentiment; Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul *monde* dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de bled dans une vaste campagne (*Plut.* l. 1, c. 5); Zenon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des philosophes qui, en admettant que notre *monde* étoit unique, donnoient des habitans à la lune; tels étoient Anaxagore (*Macrob. somn.* Scip. l. 1, c. 11), Xenophanes (*Cic. Ac. quæst.* l. 4), Lucien (Plut. *de Oracul. defectu; de facie in orbe lunæ*). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des anciens sur la pluralité des *mondes*, dans Fabricius (*Bibliot. Gr.* tom. I, c. 20), & dans le Mémoire de M. Bonamy (*Acad. des Inscript.* tom. IX). Hévélius en paroissoit aussi persuadé en 1647, lorsqu'il parloit de la différence des habitans des hémisphères de la lune : *quòd si in luna dentur res creatæ viventes, illæ quæ habitant in hemisphærio lunæ patente & aperto terræ, ratione luminis sunt melioris conditionis quàm illæ quæ colunt hemisphærium lunæ nobis absconditum ac latens* (Sélénogr. p. 294). Il les appelle *selenitæ*, & il examine assez au long tous les phénomènes qui s'observent dans leur planète, à l'exemple de Képler, *Astron. lunaris*.

Fontenelle a traité cette question dans les *Entretiens sur la pluralité des mondes*, publiés en 1686; il y soutient que chaque planète est habitée, & il explique à cette occasion, avec beaucoup de clarté, le système de Copernic & les tourbillons de Descartes, qui étoient alors tout ce qu'on connoissoit de mieux. Ce livre a eu la plus grande réputation; & on le regarde encore aujourd'hui comme un de ceux qui font le plus d'honneur à son auteur.

Il établit que chaque planète, depuis la lune jusqu'à saturne, est un *monde* habité, comme notre terre; la raison générale qu'il en apporte, est que les planètes sont des corps semblables à la terre, des corps opaques, denses, raboteux, pesans, éclairés & échauffés par le soleil, ayant leur nuit & leur jour, leur été & leur hiver; que la terre elle-même est une planète, & que par conséquent, puisque cette dernière est habitée, les autres planetes doivent l'être aussi. L'auteur se met à couvert des objections des Théologiens, en assurant qu'il ne met point des hommes dans les autres planètes, mais des habitans dont la figure est fort différente de la nôtre, dont nous n'avons aucune idée : « Quelle différence, dit-il, de » notre figure, de nos manières, &c. à celle des » Américains ou des Africains! Nous habitons » pourtant le même vaisseau dont ils tiennent la » proue & nous la poupe! Combien ne doit-il » pas y avoir de différence de nous aux habitans » des autres planètes, c'est-à-dire, de ces autres » vaisseaux qui flottent loin de nous dans les » cieux?»

Huyghens, dans son *Cosmotheoros*, imprimé en 1698, c'est-à-dire, après l'ouvrage de Fontenelle, soutient la même opinion, avec cette différence qu'il estime que les habitans des planètes doivent avoir les mêmes arts & les mêmes connoissances que nous; ce qui ne s'éloigne pas beaucoup d'en faire des hommes.

Après tout, pourquoi cette opinion seroit-elle contraire à la foi? L'Ecriture nous apprend sans doute que tous les hommes viennent d'Adam; mais elle ne parle que des hommes qui habitent notre terre. D'autres hommes peuvent habiter nos planètes, & venir d'ailleurs que d'Adam.

Quoique l'opinion de l'existence des habitans des planètes ne soit pas sans vraisemblance, elle n'est pas non plus sans difficultés, comme l'observoit M. d'Alembert dans l'Encyclopédie. 1.° On doute si plusieurs planètes ont une atmosphère, & il est sûr que la lune n'en a point. L'on ne voit pas comment des êtres vivans y respireroient & y subsisteroient. 2.° On remarque dans quelques planètes, comme jupiter, des changemens de figure & des altérations considérables sur leurs surfaces (*V.* BANDES) : il semble qu'une planète habitée devroit être plus tranquille.

3.° Enfin les comètes sont certainement des planètes; il est difficile cependant de croire que les comètes soient habitées, à cause de la différence extreme que leurs habitans devroient éprouver dans la chaleur du soleil, dont ils seroient quelquefois brûlés, pour ne la ressentir ensuite que très-foiblement ou point du tout. La comète de 1680, par exemple, a passé presque sur le soleil, & de-là elle s'en est éloignée au point qu'elle ne reviendra peut-être que dans 575 ans. Quels seroient les corps vivans capables de soutenir cette chaleur prodigieuse d'un côté, & cet énorme froid de l'autre? Il en est de même à proportion des autres comètes. Que faut-il donc répondre, ajoutoit M. d'Alembert, à ceux qui demandent si les planètes sont habitées? Qu'on n'en sait rien.

Ce qui fait qu'on est si porté à croire les planètes habitées, c'est qu'on regarde la terre comme ne servant à autre chose qu'à l'habitation des hommes; d'où il suit que les planètes ne serviroient à rien, si elles n'étoient pas habitées. Ce raison-

nement tient, ce me semble, à des idées bien étroites & bien peu philosophiques, & en même-tems bien présomptueuses de la part des hommes; que sommes-nous en comparaison de l'univers, en connoissons-nous l'étendue, les propriétés, la destination, les rapports; & quelques atomes d'une si frêle existence peuvent-ils intéresser l'immensité de ce grand tout, ou ajouter quelque chose à la perfection de l'univers, ou à la gloire du Créateur?

Wolf, s'appuyant sur des preuves d'une autre espèce, va jusqu'à faire des conjectures sur les habitans des planètes; par exemple, il trouve que les habitans de jupiter doivent être beaucoup plus grands que nous, & de taille gigantesque. « On enseigne, dit-il, dans l'optique, que la » prunelle de l'œil est dilatée par une lumière » foible, & rétrécie par une lumière forte: donc » la lumière du soleil étant beaucoup moins grande » pour les habitans de jupiter que pour nous, » parce que jupiter est plus éloigné du soleil, il » s'ensuit que les habitans de cette planète ont » la prunelle beaucoup plus large & beaucoup » plus dilatée que la nôtre. Or on observe que » la prunelle a une proportion constante avec le » globe de l'œil, & l'œil avec le reste du corps; » de sorte que, dans les animaux, plus la prunelle » est grande, plus l'œil est gros, & plus aussi le » corps est grand.

» Pour déterminer la grandeur des habitans de » jupiter, on peut remarquer que la distance de » jupiter au soleil, est à la distance de la terre au » soleil, comme 26 à 5; & que par conséquent » la lumière du soleil, par rapport à jupiter, est » à sa lumière par rapport à la terre, en raison » doublée de 5 à 26; or on trouve, par l'expé- » rience, que la prunelle se dilate en plus grand » rapport, que l'intensité de la lumière ne croît: » autrement un corps placé à une grande distance, » paroîtroit aussi nettement qu'un autre plus près. » Ainsi, le diamètre de la prunelle des habitans » de jupiter, est au diamètre de la nôtre, en plus » grande raison que celle de 5 à 26. Supposons-le » de 10 à 26, ou de 5 à 13; comme la hauteur » ordinaire de habitans de la terre est de cinq » piés quatre pouces environ (c'est la hauteur que » Wolf s'est trouvée à lui-même), on en conclut » que la hauteur commune des habitans de jupi- » ter doit être de 14 piés $\frac{1}{3}$. Or cette grandeur » étoit à-peu-près celle de Og, roi de Basan, dont » parle Moïse, & dont le lit de fer étoit long » de neuf coudées, & large de quatre. »

Ces conjectures ne sont qu'un amusement frivole; car, dit M. d'Alembert, la lumière est plus foible dans jupiter que sur la terre, il est vrai; mais les habitans de jupiter peuvent être d'une telle nature, que cette lumière soit aussi forte pour eux que la nôtre l'est pour nous. Il suffit, pour cela, qu'ils aient l'organe plus sensible; d'ailleurs est-il vrai que la grandeur du corps soit proportionnée au diamètre de la prunelle? Ne voyons-nous pas tous les jours le contraire dans les animaux? Les chats ont la prunelle beaucoup plus grande que nous; les cochons l'ont beaucoup plus petite que les chats, *&c.*

Les défenseurs de la *pluralité des mondes* ne pensent pas communément que le soleil & les étoiles puissent être habités à cause du feu. Cependant il seroit possible que cela fût autrement: M. Knigth, physicien anglois, dans un traité sur l'attraction & la répulsion, entreprend d'expliquer tous les phénomènes de la nature par ces deux principes, & il trouve que le soleil & les étoiles pourroient bien être des *mondes* habités, où peut-être même on geleroit de froid. *An attempt to demonstrate that all the phænomena in nature may be explained by two simple active principles, attraction and repulsion*, p. 58.

M. Lambert croit que les comètes sont habitées (*Systême du Monde*, Bouillon, 1770). M. de Buffon calcule les époques où chaque planète a pu être habitée, & cessera de l'être par le refroidissement. *Supplément in-4.°*, tom. II, 1775.

En supposant que les planètes aient été formées à-la-fois, & embrâsées dans le principe, M. de Buffon trouve, par les expériences qu'il a faites sur le refroidissement des corps, qu'il a fallu 75 mille ans à la terre pour se réfroidir au degré de sa température actuelle, & que, dans 93 mille ans, sa chaleur étant réduite à un vingt-cinquième de cette température, elle éprouvera un froid mortel qui devra faire cesser toute organisation & toute végétation. A l'égard de jupiter, il ne sera habitable que dans 34 mille ans d'ici; il est encore trop chaud, tandis que la lune est déjà devenue inhabitable par le froid depuis deux mille ans. Il faut voir, dans le volume des *Epoques de la nature*, combien l'hypothèse de M. de Buffon est conforme à la physique, & combien elle est satisfaisante pour l'explication de tous les grands phénomènes de la nature. (*D. L.*)

MONOCLE, s. m. (*Opt.*) On appelle ainsi quelquefois les petites lunettes ou lorgnettes qui ne servent que pour un seul œil, de μόνος, *seul*; *oculus*, œil. *Voyez* LUNETTE, LORONETTE, BINOCLE.

MONOME, s. m. (*Alg.*), quantité qui n'est composée que d'une seule partie ou terme, comme ab, aab, a^2b^2. On l'appelle ainsi pour la distinguer du polynome, qui est composé de plusieurs termes, comme $ab + cd + ef +$ &c. *V.* TERME, POLINOME, MULTINOME, *&c.*

MONTAGNES, hauteurs des principales *montagnes*, & manière de les mesurer. *Voy.* HAUTEURS.

Montagnes de la lune. V. SÉLÉNOGRAPHIE.

Montagne de la table, constellation méridionale. *V.* TABLE.

MONTGOLFIÈRE, nom que l'on donne à

la machine qui sert à s'élever dans les airs, qu'on appelle aussi *aérostate*. Cette machine a été inventée, en 1783, par Messieurs Montgolfier, à Annonai, en Vivarais. Elle consiste en un globe léger que l'on remplit d'air inflammable, ou dans lequel on raréfie l'air par le moyen du feu; le globe devenu plus léger que l'air atmosphérique, s'élève & emporte avec lui les hommes & les fardeaux les plus pesans. Voyez le *Journal des Savans*. Janv. 1784. (*D. L.*)

MONT-MÉNALE, (*Astron.*), constellation boréale, introduite par Hévélius pour renfermer diverses étoiles qu'il avoit observées sous les pieds du bouvier; il a pris ce nom d'une montagne, où s'arrêta, suivant les poëtes, le bouvier qui donna l'occasion à cette constellation ancienne; la nouvelle constellation étant fort petite, il ne l'a pas séparée de celle du bouvier. (*D. L.*)

MOTEUR, adj. (*Méchan.*); ce qui meut ou met en mouvement. *V.* MOUVEMENT.

MOTRICE, féminin de *moteur*, se dit d'une puissance ou force qui a le pouvoir ou la faculté de mouvoir. *V.* MOUVEMENT, FORCE & ACCÉLÉRATRICE.

MOU

MOUCHE, (*Astron.*), petite constellation boréale située au-dessus du bélier; c'est celle que Royer & la Caille appellent la *fleur de lys*, ou le *lys*. La principale étoile est de 4e grandeur; elle avoit, en 1750, 1s 14° 54′ de longitude, & 12° 28′ de latitude boréale.

MOUCHE, *musca*, petite constellation méridionale appellée aussi *apis*, l'abeille; elle est située sous les pieds du centaure, entre le caméléon & la croix; elle ne contenoit que quatre étoiles dans l'ancien catalogue, elle en renferme treize dans celui de la Caille; la principale, marquée α, est de quatrième grandeur, elle avoit, en 1750, 185° 38′ 44″ d'ascension droite, & 67° 45′ 15″ de déclinaison australe. (*D. L.*)

MOUFFLE, s. f. (*Méchan.*), est une machine qui consiste en un assemblage de plusieurs poulies, dont on se sert pour élever des poids énormes en peu de tems.

La multiplication des poulies, dans la *mouffle*, est fort bien imaginée; car l'on démontre, en méchanique, que la force nécessaire pour soutenir un poids par le moyen d'une *mouffle*, est au poids lui-même comme l'unité est au nombre des poulies; en supposant que les cordes soient parallèles entr'elles. *V.* POULIE.

D'où il suit que le nombre des poulies & la puissance étant données, on trouve aisément le poids qu'elles pourront soutenir en multipliant la puissance par le nombre des poulies. Par exemple, supposons que la puissance = 50 livres, & le nombre des poulies = 5, elles pourront être en équilibre avec un poids de 250 livres.

De même le nombre des poulies étant donné avec le poids qu'elles doivent soutenir, on trouve la puissance en divisant le poids par le nombre des poulies: par conséquent, si le poids = 900 livres, & le nombre des poulies = 6, la puissance sera 150 livres.

Déchalles observe que l'on trouve, par expérience, qu'un homme ordinaire peut élever avec sa seule force 150 livres; c'est pourquoi le même homme, avec une *mouffle* à 6 poulies, pourra soutenir un poids de 900 livres.

En joignant ensemble plusieurs *mouffles*, on augmentera la puissance des poulies.

Pour trouver le nombre des poulies que doit avoir une *mouffle*, afin d'élever un poids donné avec une puissance donnée; divisez le poids par la puissance, le quotient est le nombre cherché.

Supposez, par exemple, que le poids = 600 livres, & la puissance 150, il doit y avoir 4 poulies à la *mouffle*. *Voyez* la *figure* 51, *pl. Méch.* qui représente une *mouffle* à 4 poulies. *Voyez aussi l'article* POULIE.

Remarquez que nous faisons ici abstraction de la résistance & du poids des cordes qui doit augmenter la puissance & la rendre plus grande que nous ne l'avons faite dans les calculs précédens. *Voyez* CORDE & FROTTEMENT. Il peut même arriver que les poulies soient si fort multipliées, que la *mouffle*, au lieu d'être utile, soit embarrassante, à cause de la quantité considérable des frottemens, & de l'embarras que produit la multiplicité des cordes. Au reste, la manière la plus avantageuse dont les cordes puissent être disposées, c'est d'être toujours dans une situation parallèle, car alors la puissance est la plus petite qu'il est possible par rapport au poids; ainsi, il faut que la *mouffle* soit faite de façon que les cordes y puissent conserver toujours à-peu-près cette situation. (*O*)

MOULINET, s. m. (*Méchan.*) est la même chose que *treuil* ou *tour*, c'est l'*axis in peritrochio*, ou axe dans le tambour, l'axe étant horizontal. *Voyez* TOUR, TREUIL.

MOUVEMENT, s. m. (*Méchan.*) qu'on appelle aussi *mouvement local*; c'est un changement continuel & successif de place de la part d'un corps, c'est-à-dire, un état d'un corps par lequel il correspond successivement à différens lieux, ou par lequel il est successivement présent à différentes parties de l'espace. *Voyez* LIEU. La théorie & les loix du *mouvement* sont le principal sujet de la méchanique. *Voyez* MÉCHANIQUE.

Les anciens philosophes ont considéré le *mouvement* dans un sens plus général & plus étendu, ils l'ont défini le passage d'un corps d'un état en un autre, & ils ont de cette sorte reconnu six espèces de *mouvements*, la création,

la génération, la corruption, l'augmentation, la diminution & le transport ou *mouvement local*.

Mais les philosophes modernes n'admettent que le *mouvement local*, & réduisent la plupart des autres especes dont nous venons de faire mention, à celui-là seulement &c. De sorte que nous n'avons à parler ici que du transport ou *mouvement local*, dont toutes les autres especes de *mouvement* ne sont qu'autant de modifications ou d'effets, &c.

On a contesté l'existence & même la possibilité du *mouvement*, mais par de purs sophismes. Il y a eu de tout tems des hommes qui se sont fait un honneur de contredire ce qu'il y a de plus évident, pour faire parade de leur prétendue force d'esprit, & il ne se trouve encore aujourd'hui que trop de gens de ce caractere. Voici un échantillon des difficultés que ces sortes de gens ont fait contre l'existence du *mouvement*. S'il y a du *mouvement*, il est dans la cause qui le produit, ou dans le corps mobile, ou dans l'une & dans l'autre. Il n'est pas dans la cause qui l'excite, car quand on jette une pierre, on ne peut pas dire que le *mouvement* réside dans la cause qui le produit, mais il est dans la pierre que l'on a jettée. Cependant on ne sauroit guere établir non plus le *mouvement* dans le corps mobile, car le *mouvement* est l'effet de la cause qui agit, & le corps mobile est sans effet: donc il n'y a point de *mouvement*, puisqu'il ne se trouve ni dans la cause qui l'excite, ni dans le corps mobile. La réponse est que, dans un certain tems, le *mouvement* réside dans la cause qui le produit, & que, dans un autre tems, il se trouve dans le corps mobile. Ainsi, lorsqu'on met une pierre dans une fronde, & qu'on vient à tourner la fronde, la main autour de laquelle est la corde, doit alors être regardée comme la cause qui produit le *mouvement*, & elle est même en *mouvement*; de-là il passe dans la fronde qui tourne, & enfin dès que la fronde vient à se lâcher, la pierre est le siége du *mouvement*. Le défaut du sophisme est donc de ne pas faire attention aux différens tems dans lesquels tout ceci se passe. Diodore Cronus faisoit une autre raisonnement que voici. Le corps est mû dans la place où il est, ou dans celle où il n'est pas. L'un & l'autre est impossible, car s'il étoit mû dans la place où il est, il ne sortiroit jamais de cette place. Il n'est pas mû non plus dans la place où il n'est pas, & par conséquent il n'est jamais en *mouvement*. La définition du *mouvement* se tire de cette difficulté apparente; un corps n'est pas mû dans la place où il est, mais de la place où il est dans celle qui suit immédiatement.

Le plus fameux de tous les sophismes contre le *mouvement*, est celui que Zénon avoit appellé l'*Achille*; pour marquer sa force, qu'il croyoit invincible, il supposoit Achille courant après une tortue, & allant dix fois plus vîte qu'elle. Il donnoit une lieue d'avance à la tortue, & raisonnoit ainsi: tandis qu'Achille parcourt la lieue que la tortue a d'avance sur lui, celle-ci parcourra un dixieme de lieue; pendant qu'il parcourra le dixieme, la tortue parcourra la centieme partie d'une lieue; ainsi de dixieme en dixieme, la tortue devancera toujours Achille, qui ne l'atteindra jamais. Mais, 1.° quand il seroit vrai qu'Achille n'attrapât jamais la tortue, il ne s'ensuivroit pas pour cela que le *mouvement* fût impossible, car Achille & la tortue se meuvent réellement, puisqu'Achille approche toujours de la tortue qui est supposée le dévancer toujours infiniment peu. 2.° On a répondu directement au sophisme de Zénon. Gregoire de Saint-Vincent fut le premier qui en démontra la fausseté, & qui assigna le point précis auquel Achille devoit atteindre la tortue, & ce point se trouve par le moyen des progressions géométriques infinies, au bout d'une lieue & d'un neuvieme de lieue; car la somme de toute progression géométrique est finie, & cela parce qu'être infini, ou s'étendre à l'infini, sont deux choses très-différentes. Un tout fini quelconque, un pié par exemple, est composé de fini & d'infini. Le pié est fini en tant qu'il ne contient qu'un certain nombre d'êtres simples; mais je puis le supposer divisé en une infinité, ou plutôt en une quantité non finie de parties, en considérant ce pié comme une étendue abstraite; ainsi, si j'ai pris d'abord dans mon esprit la moitié de ce pié, & que je prenne ensuite la moitié de ce qui reste ou un quart de pié, puis la moitié de ce quart, ou un huitieme de pié, je procéderai ainsi mentalement à l'infini, en prenant toujours de nouvelles moitiés décroissantes, qui toutes ensemble ne feront jamais que ce pié: de même tous ces dixiemes de dixiemes à l'infini, ne font que $\frac{1}{9}$ de lieue, & c'est au bout de cet espace qu'Achille doit attraper la tortue, & il l'attrape au bout d'un tems fini, parce que tous ces dixiemes de dixiemes sont parcourus durant des parties de tems de croissances, dont la somme fait un tems fini. *M. Formey*.

Les auteurs de Physique anciens & modernes, ont été fort embarrassés à définir la nature du *mouvement* local: les péripatéticiens disent qu'il est *actus entis in potentia quatenus est in potentia*. Aristote, 3. *Phys. c. ij*. Mais cette notion paroit trop obscure pour qu'on puisse se contenter aujourd'hui, & elle ne sauroit servir à expliquer les propriétés du *mouvement*.

Les Epicuriens définissoient le *mouvement*, *le passage d'un corps ou d'une partie de corps d'un lieu en un autre*, & quelques philosophes de nos jours suivent à-peu-près cette définition, & appellent le *mouvement* d'un corps, *le passage de ce corps*

corps d'un espace à un autre espace, substituant ainsi le mot d'*espace* à celui de *lieu*.

Les Cartésiens définissent le *mouvement*, *le passage ou l'éloignement d'une portion de matière, du voisinage des parties qui lui étoient immédiatement contiguës dans le voisinage d'autres parties.*

Cette définition est dans le fond conforme à celle des Epicuriens, & il n'y a entr'elles d'autre différence, sinon que ce que l'une appelle *corps* & *lieu*, l'autre l'appelle *matière* & *partie contiguë*.

Borelli, & après lui d'autres auteurs modernes, définissent le *mouvement*, *le passage successif d'un corps, d'un lieu en un autre, dans un certain tems déterminé, le corps étant successivement contigu à toutes les parties de l'espace intermédiaire.*

On convient donc que le *mouvement est le transport d'un corps d'un lieu en un autre;* mais les Philosophes sont très-peu d'accord lorsqu'il s'agit d'expliquer en quoi consiste ce transport; ce qui fait que leurs divisions du *mouvement* sont très-différentes.

Aristote & les Péripatéticiens divisent le *mouvement* en *naturel* & *violent*.

Le *naturel* est celui dont le principe ou la force mouvante est renfermée dans le corps mû, tel est celui d'une pierre qui tombe vers le centre de la terre. *Voyez* GRAVITÉ.

Le *mouvement violent* est celui dont le principe est externe, & auquel le corps mû résiste; tel est celui d'une pierre jettée en haut. Les modernes divisent généralement le *mouvement* en *absolu* & *relatif*.

Le *mouvement absolu* est le changement de lieu absolu d'un corps mû, dont la vitesse doit par conséquent se mesurer par la quantité de l'espace absolu que le mobile parcourt. *Voyez* LIEU.

Mouvement relatif, c'est le changement du lieu relatif ordinaire du corps mû, & sa vitesse s'estime par la quantité d'espace relatif qui est parcourue dans ce *mouvement*.

Pour faire sentir la différence de ces deux sortes de *mouvemens*, imaginons un corps qui se meuve dans un bateau; si le bateau est en repos, le *mouvement* de ce corps sera, ou plutôt sera censé *mouvement* absolu; si au contraire le bateau est en *mouvement*, le *mouvement* de ce corps dans le bateau ne sera qu'un *mouvement* relatif, parce que ce corps, outre son *mouvement* propre, participera encore au *mouvement* du bateau; de sorte que si le bateau fait, par exemple, deux piés de chemin pendant que le corps parcourt dans le bateau l'espace d'un pié dans le même sens, le *mouvement* absolu du corps sera de trois piés, & son *mouvement* relatif d'un pié.

Il est très-difficile de décider si le *mouvement* d'un corps est absolu ou relatif, parce qu'il seroit nécessaire d'avoir un corps que l'on sût certainement être en repos, & qui serviroit de point fixe pour connoître & juger de la quantité du *mouvement* des autres corps. M. Neuton donne pourtant, ou plutôt indique quelques moyens généraux pour cela dans le scholie qui est à la tête de ses principes mathématiques. Voici l'exemple qu'il nous donne pour expliquer ses idées sur ce sujet. Imaginons, dit ce grand philosophe, deux globes attachés à un fil, & qui tournent dans le vuide autour de leur centre de gravité commun; comme il n'y a point par la supposition, d'autres corps auxquels on puisse les comparer, & que ces deux corps en tournant, conservent toujours la même situation l'un par rapport à l'autre, on ne peut juger ni s'ils sont en *mouvement*, ni de quel côté ils se meuvent, à moins qu'on n'examine la tension du fil qui les unit. Cette tension connue peut servir d'abord à connoître la force avec laquelle les globes tendent à s'éloigner de l'axe de leur *mouvement*, & par-là on peut connoître la quantité du *mouvement* de chacun des corps; pour connoître présentement la direction de ce *mouvement*, qu'on donne des impulsions égales à chacun de ces corps en sens contraire, suivant les directions parallèles, la tension du fil doit augmenter ou diminuer, selon que les forces imprimées seront plus ou moins conspirantes avec le *mouvement* primitif, & cette tension sera la plus grande qu'il est possible lorsque les forces seront imprimées dans la direction même du *mouvement* primitif; de sorte que si on imprime successivement à ces corps des *mouvemens* égaux & contraires dans différentes directions, on connoîtra, lorsque la tension du fil sera la plus augmentée, que les forces imprimées ont été dans la direction même du *mouvement* primitif, ce qui servira à faire connoître cette direction. Voilà de quelle manière on peut trouver dans le vuide la quantité & la direction du *mouvement* de deux corps isolés. Présentement si autour de ces deux globes on place quelques autres corps qui soient en repos, on ne pourra savoir si le *mouvement* est dans les globes ou dans les corps adjacens, à moins qu'on n'examine de même qu'auparavant la tension du fil; & si cette tension se trouve être celle qui convient au *mouvement* apparent des deux globes, on pourra conclure que le *mouvement* est dans les globes, & que les corps adjacens sont en repos.

D'autres divisent le *mouvement* en *propre* & *impropre*, ou *externe*.

Le *mouvement propre* est le transport d'un lieu *propre* en un autre qui par-là devient lui-même *propre*, parce qu'il est rempli par ce corps seul exclusivement à tout autre; tel est le *mouvement* d'une roue d'horloge.

Le *mouvement impropre*, *externe*, *étranger*, ou *commun*, c'est le passage d'un corps hors d'un lieu *commun* dans un autre lieu *commun*; tel

est celui d'une montre qui se meut dans un vaisseau, &c.

La raison de toutes ces différentes divisions paroît venir des différens sens qu'on a attachés aux mots, en voulant tous les comprendre dans une même définition & division.

Il y en a, par exemple, qui, dans leur définition du *mouvement*, considèrent le corps mû, non par rapport aux corps adjacens, mais par rapport à l'espace immuable & infini; d'autres le considèrent, non par rapport à l'espace infini, mais par rapport à d'autres corps fort éloignés, & d'autres enfin ne le considèrent pas par rapport à des corps éloignés, mais seulement par rapport à la surface qui lui est contiguë. Mais ces différens sens une fois établis, la dispute s'éclaircit alors beaucoup; car, comme tout mobile peut être considéré de ces trois manières, il s'ensuit de-là qu'il y a trois especes de *mouvement*, dont celle qui a rapport aux parties de l'espace infini & immuable, sans faire d'attention aux corps d'alentour, peut être nommée absolument & véritablement *mouvement propre*; celle qui a rapport aux corps environnans & très-éloignés, lesquels peuvent eux-mêmes être en *mouvement*, s'appellera *mouvement relativement commun*; & la derniere qui a rapport aux surfaces des corps contigus les plus proches, s'appellera *mouvement relativement propre*.

Le *mouvement absolument & vraiment propre*, est donc l'application d'un corps aux différentes parties de l'espace infini & immuable. Il n'y a que cette espece qui soit un *mouvement* propre & absolu, puisqu'elle est toujours engendrée & altérée par des forces imprimées au mobile lui-même, & qu'elle ne sauroit l'être que de la sorte, parce que c'est d'ailleurs à elle qu'on doit rapporter les forces réelles de tous les corps pour en mettre d'autres en *mouvement* par impulsion, & que ces mouvemens lui sont proportionnels.

Le *mouvement relativement commun*, c'est le changement de situation d'un corps par rapport à d'autres corps circonvoisins; & c'est celui dont nous parlons lorsque nous disons que les hommes, les villes & la terre même se meuvent.

C'est celui qu'un corps éprouve, lorsqu'étant en repos par rapport aux corps qui l'entourent, il acquiert cependant avec eux des relations successives par rapport à d'autres corps, que l'on considère comme immobiles; & c'est le cas dans lequel le lieu absolu des corps change, quand leur lieu relatif reste le même. C'est ce qui arrive à un pilote qui dort sur le tillac pendant que le vaisseau marche, ou à un poisson mort que le courant de l'eau entraîne.

C'est aussi le *mouvement* dont nous entendons parler lorsque nous estimons la quantité de *mouvement* d'un corps, & la force qu'il a pour en pousser un autre; par exemple, si on laisse tomber de la main une sphere de bois remplie de plomb pour la rendre plus pesante, on a coutume d'estimer alors la quantité du *mouvement* & la force qu'a la sphere pour pousser d'autres corps, par la vîtesse de cette même sphere & le poids du plomb qu'elle renferme; & on a raison en effet d'en user de la sorte pour juger de cette force en elle-même & de ses effets, en tant qu'ils peuvent tomber sous nos sens : mais que la sphere n'ait point d'autre *mouvement* que celui que nous lui voyons; c'est, selon que nous l'avons déja observé, ce que nous ne sommes point en état de déterminer en employant la seule apparence de l'approche de la pierre vers la terre.

Le *mouvement relativement propre*, c'est l'application successive d'un corps aux différentes parties des corps contigus; à quoi il faut ajouter que lorsqu'on parle de l'application successive d'un corps, on doit concevoir que toute sa surface prise ensemble, est appliquée aux différentes parties des corps contigus; ainsi, le *mouvement* relativement propre est celui qu'on éprouve, lorsqu'étant transporté avec d'autres corps d'un *mouvement* relatif commun, on change cependant la relation, comme lorsque je marche dans un vaisseau qui fait voile; car je change à tout moment ma relation avec les parties de ce vaisseau qui est transporté avec moi. Les parties de tout mobile sont dans un *mouvement* relatif commun; mais si elles venoient à se séparer, & qu'elles continuassent à se mouvoir comme auparavant, elles acquerroient un *mouvement* relatif propre. Ajoutons que le *mouvement* vrai & le *mouvement* apparent different quelquefois beaucoup. Nous sommes trompés par nos sens quand nous croyons que le rivage que nous quittons s'enfuit, quoique ce soit le vaisseau qui nous porte qui s'en éloigne; & cela vient de ce que nous jugeons les objets en repos, quand leurs images occupent toujours les mêmes points sur notre rétine.

De toutes ces définitions différentes du *mouvement*, il en résulte autant d'autres du lieu; car quand nous parlons du *mouvement* & du repos véritablement & absolument propre, nous entendons alors par *lieu*, cette partie de l'espace infini & immuable que le corps remplit. Quand nous parlons de *mouvement* relativement commun, le *lieu* est alors une partie de quelqu'espace ou dimension mobile. Quand nous parlons enfin du *mouvement* relativement propre, qui réellement est très-impropre, le *lieu* est alors la surface des corps voisins adjacens, ou des espaces sensibles. *Voyez* Lieu.

La nature de cet ouvrage, où nous devons exposer les opinions des Philosophes, nous a obligés d'entrer dans le détail précédent sur la nature, l'existence & les divisions du *mouvement*; mais nous ne devons pas oublier d'ajouter, que

toutes ces discussions sont inutiles à la méchanique ; elle suppose l'existence du *mouvement*, & définit le *mouvement*, l'application successive d'un corps à différentes parties contiguës de l'espace indéfini que nous regardons comme le lieu des corps.

On convient assez de la définition du repos, mais les philosophes disputent entr'eux pour savoir si le repos est une pure privation de *mouvement*, ou quelque chose de positif. Malebranche & d'autres soutiennent le premier sentiment; Descartes & ses partisans le dernier. Ceux-ci prétendent qu'un corps en repos n'a point de force pour y rester, & ne sauroit résister aux corps qui feroient effort pour l'en tirer, & que le *mouvement* peut être aussi-bien appellé une *cessation de repos*, que le repos une *cessation de mouvement*. *Voyez* REPOS.

Voici le plus fort argument des premiers ; supposons un globe en repos, & que Dieu cesse de vouloir son repos, que s'ensuivra-t-il de-là ? il restera toujours en repos; mais supposons le corps en *mouvement*, & que Dieu cesse de le vouloir en *mouvement*, que s'ensuivra-t-il maintenant ? que le corps cessera d'être en *mouvement*, c'est-à-dire, qu'il sera en repos, & cela parce que la force par laquelle un corps qui est en *mouvement*, persévère dans cet état, est la volonté positive de Dieu; au lieu que celle par laquelle un corps qui est en repos y persévère, n'est autre chose que la volonté générale par laquelle il veut qu'un corps existe. Mais ce n'est-là qu'une pétition de principe; car la force ou le *conatus* par lequel les corps soit en repos, soit en *mouvement*, persévèrent dans leurs états, ne viennent que de l'inertie de la matière; de sorte que s'il étoit possible pour un moment à Dieu de ne rien vouloir sur l'état des corps, quoiqu'il en voulût toujours l'existence, un corps qui auroit été auparavant en *mouvement* y continueroit toujours, comme un corps en repos resteroit toujours en cet état. C'est cette inactivité ou inertie de la matière qui fait que tous les corps résistent suivant leur quantité de matière, & que tout corps qui en choque un autre avec une vitesse donnée, le forcera de se mouvoir avec d'autant plus de vitesse, que la densité & quantité de matière du corps choquant sera plus grande par rapport à la densité & quantité de matière de l'autre. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On peut réduire les modifications de la force active & de la force passive des corps dans leur choc à trois loix principales, auxquelles les autres sont subordonnées. 1.° Un corps persévère dans l'état où il se trouve soit de repos, soit de *mouvement*, à moins que quelque cause ne le tire de son *mouvement* ou de son repos. 2.° Le changement qui arrive dans le *mouvement* d'un corps est toujours proportionnel à la force motrice qui agit sur lui; & il ne peut arriver aucun changement dans la vitesse & la direction du corps en *mouvement*, que par une force extérieure; car sans cela ce changement se feroit sans raison suffisante. 3.° La réaction est toujours égale à l'action; car un corps ne pourroit agir sur un autre corps, si cet autre corps ne lui résistoit; ainsi, l'action & la réaction sont toujours égales & opposées. Mais il y a encore bien des choses à considérer dans le *mouvement*, savoir :

1.° La force qui l'imprime au corps; elle s'appelle *force motrice* : elle a pour première cause l'Etre suprême, qui a imprimé le *mouvement* à ses ouvrages, après les avoir créés. L'idée de quelques philosophes qui prétendent que tout *mouvement* actuel que nous remarquons dans les corps, est produit immédiatement par le créateur, n'est pas philosophique. Quoique nous ne puissions concevoir comment le *mouvement* passe d'un corps dans un autre, le fait n'en est pas moins sensible & certain. Ainsi, après avoir supposé l'impression générale du premier moteur, on peut faire attention aux diverses causes que les êtres sensibles nous présentent pour expliquer les *mouvemens* actuels; tels sont la pesanteur, qui produit du *mouvement* tant dans les corps célestes que dans les corps terrestres; la faculté de notre ame, par laquelle nous mettons en *mouvement* les membres de notre corps, & par leur moyen d'autres corps sur lesquels le nôtre agit; les forces attractives, magnétiques & électriques répandues dans la nature, la force élastique qui a une grande efficacité; & enfin les chocs continuels des corps qui se rencontrent. Quoi qu'il en soit, tout cela est compris sous le nom de *force motrice*, dont l'effet, quand elle n'est pas détruite par une résistance invincible, est de faire parcourir au corps un certain espace en un certain tems, dans un milieu qui ne resiste pas sensiblement; & dans un milieu qui résiste, son effet est de lui faire surmonter une partie des obstacles qu'il rencontre. Cette cause communique au corps une force qu'il n'avoit pas lorsqu'il étoit en repos, puisqu'un corps ne change jamais d'état de lui-même. Un *mouvement* une fois commencé dans le vuide absolu, s'il étoit possible, continueroit pendant toute éternité dans ce vuide, & le corps mû y parcouroit à jamais des espaces égaux en tems égaux, puisque dans le vuide aucun obstacle ne consumeroit la force du corps.

2.° Le tems pendant lequel le corps se meut : si un corps parcourt un espace donné, il s'écoulera une portion quelconque de tems, tandis qu'il ira d'un point à l'autre, quelque court que soit l'espace en question; car le moment où le corps sera au point *A* ne sera pas celui où il sera en *B*, un corps ne pouvant être en deux lieux à-la-fois. Ainsi, tout espace parcouru l'est en un tems quelconque.

3.° L'espace que le corps parcourt, c'est la

ligne droite en courbe décrite par ce corps pendant son *mouvement*. Si le corps qui se meut n'étoit qu'un point, l'espace parcouru ne seroit qu'une ligne mathématique ; mais comme il n'y a point de corps qui ne soit étendu, l'espace parcouru a toujours quelque largeur. Quand on mesure le chemin d'un corps, on ne fait attention qu'à la longueur.

4.° La vitesse du *mouvement*, c'est la propriété qu'a le mobile de parcourir un certain espace en un certain tems. La vitesse est d'autant plus grande que le mobile parcourt plus d'espace en moins de tems. Si le corps *A* parcourt en deux minutes un espace auquel le corps *B* emploie quatre minutes, la vitesse du corps *A* est double du corps *B*. Il n'y a point de *mouvement* sans une vitesse quelconque, car tout espace parcouru est parcouru dans un certain tems ; mais ce tems peut être plus ou moins long à l'infini. Par exemple, un espace que je suppose être d'un pié, peut être parcouru par un corps en une heure ou dans une minute, qui est la 60e partie d'une heure, ou dans une seconde, qui en est la 3600e partie, *&c*. Le *mouvement*, c'est-à-dire, la vitesse, peut être uniforme ou non uniforme, accélérée ou retardée, également ou inégalement accélérée & retardée. *Voyez* VITESSE.

5.° La masse des corps en vertu de laquelle ils résistent à la force qui tend à leur imprimer ou à leur ôter le *mouvement*. Les corps résistent également au *mouvement* & au repos. Cette résistance étant une suite nécessaire de leur force d'inertie, elle est proportionnelle à leur quantité de matière propre, puisque la force d'inertie appartient à chaque particule de la matière. Un corps résiste donc d'autant plus au *mouvement* qu'on veut lui imprimer, qu'il contient une plus grande quantité de matière propre sous un même volume, c'est-à-dire, d'autant plus qu'il a plus de masse, toutes choses d'ailleurs égales. Ainsi, plus un corps a de masse, moins il acquiert de vitesse par la même pression, *& vice versâ*. Les vitesses des corps qui reçoivent des pressions égales sont donc en raison inverse de leur masse. Par la même raison le *mouvement* d'un corps est d'autant plus difficile à arrêter, que ce corps a plus de masse; car il faut la même force pour arrêter le *mouvement* d'un corps qui se meut avec une vitesse quelconque, & pour communiquer à ce même corps le même degré de vitesse qu'on lui a fait perdre. Cette résistance que tous les corps opposent lorsqu'on veut changer leur état présent, est le fondement de cette loi générale du *mouvement*, par laquelle la réaction est toujours égale à l'action. L'établissement de cette loi étoit nécessaire afin que les corps pussent agir les uns sur les autres, & que le *mouvement* étant une fois produit dans l'univers, il pût être communiqué d'un corps à un autre avec raison suffisante. Sans cette espèce de lutte, il ne pourroit y avoir d'action; car comment une force agiroit-elle sur ce qui ne lui oppose aucune résistance ? Quand je tire un corps attaché à une corde, quelqu'aisément que je le tire, la corde est tendue également des deux côtés; ce qui marque l'égalité de la réaction : si cette corde n'étoit pas tendue je ne pourrois tirer ce corps. Ceux qui demandent comment pouvez-vous faire avancer un corps, si vous êtes tiré par lui avec une force égale à celle que vous employez pour le tirer; ceux, dis-je, qui font cette objection, ne remarquent pas que lorsque je tire ce corps, & que je le fais avancer, je n'emploie pas toute ma force à vaincre la résistance qu'il m'oppose; mais lorsque je l'ai surmontée, il m'en reste encore une partie que j'emploie à avancer moi-même : & ce corps avance par la force que je lui ai communiquée, & que j'ai employée à surmonter sa résistance. Ainsi, quoique les forces soient inégales, l'action & la réaction sont toujours égales. C'est cette égalité qui produit tous les *mouvemens*. *Voyez* LOI DE LA NATURE *au mot* NATURE.

6.° La quantité de *mouvement*. La quantité dans un instant infiniment petit est proportionnelle à la masse & à la vitesse du corps mû ; en sorte que le même corps a plus de *mouvement* quand il se meut plus vite, & que de deux corps dont la vitesse est égale, celui qui a le plus de masse a le plus de *mouvement* ; car le *mouvement* imprimé à un corps quelconque, peut être conçu divisé en autant de parties que ce corps contient de parties de matière propre, & la force motrice appartient à chacune de ces parties, qui participent également au *mouvement* de ce corps en raison directe de leur grandeur. Ainsi, le *mouvement* du tout est le résultat du mouvement de toutes les parties, & par conséquent le *mouvement* est double dans un corps dont la masse est double de celle d'un autre, lorsque ces corps se meuvent avec la même vitesse.

7.° La direction du *mouvement*. Il n'y a point de *mouvement* sans une détermination particulière; ainsi, tout mobile qui se meut tend vers quelque point. Lorsqu'un corps qui se meut n'obéit qu'à une seule force qui le dirige vers un seul point, ce corps se meut, d'un *mouvement* simple. Le *mouvement* composé est celui dans lequel le mobile obéit à plusieurs forces : nous en parlerons plus bas. Dans le *mouvement* simple, la ligne droite tirée du mobile au point vers lequel il tend, représente la direction du *mouvement* de ce corps, & si ce corps se meut, il parcourra certainement cette ligne. Ainsi, tout corps qui se meut d'un *mouvement* simple, décrit, pendant qu'il se meut, une ligne droite. *M. Formey*.

Le *mouvement* peut donc être regardé comme une espèce de quantité, & sa quantité ou sa grandeur, qu'on appelle aussi quelquefois *moment*, s'estime, 1.° par la longueur de la ligne que le

mobile décrit; ainsi, un corps parcourant cent piés, la quantité de *mouvement* est plus grande que s'il n'en parcouroit que dix : 2.° par la quantité de matiere qui se meut ensemble ou en même tems, c'est-à-dire, non par le volume ou l'étendue solide du corps, mais par sa masse ou son poids ; l'air & d'autres matières subtiles, dont les pores du corps sont remplis, n'entrant point ici en ligne de compte : ainsi, un corps de deux piés cubiques parcourant une ligne de cent piés, sa quantité de *mouvement* sera plus grande que celle d'un corps d'un pié cubique qui parcourra la même ligne; car le *mouvement* que l'un des deux a en entier se trouve dans la moitié de l'autre, & le *mouvement* d'un corps total est la somme du *mouvement* de ses parties.

Il s'ensuit delà, qu'afin que deux corps aient des *mouvemens* ou des momens égaux, il faut que les lignes qu'ils parcourront soient en raison réciproque de leur masse, c'est-à-dire, que si l'un de ces corps a trois fois plus de quantité de matière que l'autre, la ligne qu'il parcourra doit être le tiers de la ligne qui sera parcourue par l'autre. C'est ainsi, que deux corps attachés aux deux extrémités d'une balance ou d'un levier, & qui auront des masses en raison réciproque de leur distance du point d'appui, décriront s'ils viennent à se mouvoir, des lignes en raison réciproque de leur masse. *Voyez* Levier & Puissances Méchaniques.

Par exemple, si le corps *A* (*pl. de Méchan. fig.* 30), a trois fois plus de masse que *B*, & que chacun de ces corps soit attaché respectivement aux deux extrémités du levier *AC*, dont l'appui ou le point fixe est en *C*, de manière que la distance *BC* soit triple de la distance *CA*, ce levier ne pourroit se mouvoir d'aucun côté sans que l'espace *BE*, que le plus petit corps parcourroit, fût triple de l'espace *AD*, que le plus grand parcourroit de son côté; de sorte qu'ils ne pourroient se mouvoir qu'avec des forces égales. Or il ne sauroit y avoir de raison qui fît que le corps *A* tendant en bas, par exemple, avec quatre degrés de *mouvement*, élevât le corps *B*; plutôt que le corps *B*, tendant également en en-bas avec ces quatre degrés de *mouvement*, n'éleveroit le corps *A* : on conclut donc avec raison qu'ils resteront en équilibre, & l'on peut déduire de ce principe toute la science de la méchanique.

On demande *si la quantité de* mouvement *est toujours la même.* Les Cartésiens soutiennent que le Créateur a imprimé d'abord aux corps une certaine quantité de *mouvement*, avec cette loi qu'il ne s'en perdroit aucune partie dans aucun corps particulier qui ne passât dans d'autres portions de matière; & ils concluent de-là que, si un mobile en frappe un autre, le premier ne perdra de son *mouvement* que ce qu'il en communiquera au dernier. *Voyez* ce que nous avons dit sur ce sujet à l'*art.* Percussion.

M. Newton renverse ce principe en ces termes. Les différentes compositions qu'on peut faire de deux *mouvemens* (*voyez* Composition), prouvent invinciblement qu'il n'y a point toujours la même quantité de *mouvement* dans le monde ; car, si nous supposons que deux boules jointes l'une à l'autre par un fil, tournent d'un *mouvement* uniforme autour de leur centre commun de gravité, & que ce centre soit emporté en même tems uniformément dans une droite tirée sur le plan de leur *mouvement* circulaire, la somme du *mouvement* des deux boules sera plus grande lorsque la ligne, qui les joint, sera perpendiculaire à la direction du centre, que lorsque cette ligne sera dans la direction même du centre; d'où il paroît que le *mouvement* peut & être produit & se perdre; de plus, la tenacité des corps fluides & le frottement de leurs parties, ainsi que la foiblesse de leur force élastique, donne lieu de croire que la nature tend plutôt à la destruction qu'à la production du *mouvement* ; aussi est-il vrai que la quantité de *mouvement* diminue toujours, car les corps qui sont ou si parfaitement durs, ou si mols, qu'ils n'ont point de force élastique, ne réjailliront pas après le choc, leur seule impénétrabilité les empêche de continuer à se mouvoir ; & si deux corps de cette espèce, égaux l'un à l'autre, se rencontroient dans le vide avec des vîtesses égales, les loix du mouvement prouvent qu'ils devroient s'arrêter dans quelqu'endroit que ce fût, & qu'ils y perdroient leur *mouvement* ; ainsi, des corps égaux, & qui ont des *mouvemens* opposés, ne peuvent recevoir un grand *mouvement* après le choc, que de la seule force élastique; & s'ils en ont assez pour le faire réjaillir $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ de la force avec laquelle ils se sont rencontrés, ils perdront en ces différens cas $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ de leur mouvement. C'est aussi ce que les expériences confirment; car, si on laisse tomber deux pendules égaux d'égale hauteur & dans le même plan, de façon qu'ils se choquent, ces deux pendules, s'ils sont de plomb ou d'argille molle, sinon tout, au moins une partie de leur *mouvement*; & s'ils sont de quelque matière élastique, ils ne retiendront de leur *mouvement* qu'autant qu'ils en reçoivent de leur force élastique. *V.* Elastique.

Si l'on demande comment il arrive que le *mouvement*, qui se perd à tout moment, se renouvelle continuellement, le même auteur ajoute qu'il est renouvellé par quelque principe actif, tel que la cause de la gravité par laquelle les planètes & les comètes conservent leur *mouvement* dans leur orbite, par laquelle aussi tous les corps acquièrent dans la chûte un degré de *mouvement* considérable, & par la cause de la fermentation qui fait conserver au cœur & au sang des animaux une chaleur & un *mouvement* continuel qui entretient continuellement dans la chaleur les parties intérieures de la terre, qui met en feu plusieurs corps, & le soleil lui-même ; comme aussi

par l'élasticité au moyen de laquelle les corps se remettent dans leur première figure ; car nous ne trouvons guère d'autre *mouvement* dans le monde que celui qui dérive ou des principes actifs, ou du commandement de la volonté. *V.* GRAVITÉ, ELASTICITÉ, *&c.*

Quant à la continuation du *mouvement*, ou la cause qui fait qu'un corps une fois en *mouvement*, persévère dans cet état, les physiciens ont été fort partagés là-dessus, comme nous l'avons déjà remarqué. C'est cependant un effet qui découle évidemment de l'une des grandes loix de la nature; savoir, que tous les corps persévèrent dans leur état de repos ou de *mouvement*, à moins qu'ils n'en soient empêchés par des forces étrangères; d'où il s'ensuit qu'un *mouvement* une fois commencé continueroit à l'infini, s'il n'étoit interrompu par différentes causes, comme la force de la gravité, la résistance du milieu, *&c.* de sorte que le principe d'Aristote, *toute substance en* mouvement *affecte le repos*, est sans fondement. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On n'a pas moins disputé sur la communication du *mouvement*, ou sur la manière dont les corps mûs viennent en affecter d'autres en repos, ou enfin sur la quantité de *mouvement* que les premiers communiquent aux autres ; on en peut voir les loix aux *mots* PERCUSSION & COMMUNICATION.

Nous avons observé que le *mouvement* est l'objet des méchaniques, & que les méchaniques font la base de toute la philosophie naturelle, laquelle ne s'appelle *méchanique* que par cette raison. *Voyez* MÉCHANIQUE.

En effet, tous les phénomènes de la nature, tous les changemens qui arrivent dans le système des corps, doivent s'attribuer *au mouvement*, & sont réglés par ses loix.

C'est ce qui a fait que les philosophes modernes se sont appliqués avec beaucoup de soin à cette science, & qu'ils ont cherché à découvrir les propriétés & les loix du *mouvement*, soit par l'expérience, soit en y employant la géométrie. C'est à leur travail que nous sommes redevables des grands avantages que la philosophie moderne a sur celle des anciens. Ceux-ci négligeoient fort le *mouvement*, quoiqu'ils parussent, d'un autre côté, en avoir si bien senti l'importance, qu'ils définissoient la nature, *le premier principe du* mouvement *& du repos des substances. V.* NATURE.

Il n'y a rien sur le *mouvement* dans les livres des anciens, si l'on en excepte le peu que l'on trouve dans les livres d'Archimède, *de Æquiponderantibus*. On doit en grande partie la science du *mouvement* à Galilée; c'est lui qui a découvert les règles générales du *mouvement*, & en particulier celle de la descente des graves qui tombent verticalement ou sur des plans inclinés; celle du *mouvement* des projectiles, des vibrations des pendules, objets dont les anciens n'avoient que fort peu de connoissance. *V.* DESCENTE, PENDULE; PROJECTILE, *&c.*

Toricelli son disciple a perfectionné & augmenté les découvertes de son maître, & y a ajouté diverses expériences sur la force de percussion & l'équilibre des fluides. *Voyez* PERCUSSION & FLUIDE. M. Huyghens a beaucoup perfectionné, de son côté, la science des pendules & la théorie de la percussion; enfin Newton, Leibnitz, Mariotte, *&c.* ont porté de plus en plus la science du *mouvement* à sa perfection. *Voyez* MÉCHANIQUE, *&c.*

Le *mouvement* peut être regardé comme uniforme & comme varié, c'est-à-dire, accéléré ou retardé ; de plus, le *mouvement* uniforme peut être considéré comme simple ou comme composé, le composé comme rectiligne ou comme curviligne.

On peut encore considérer tous ces *mouvemens* ou en eux-mêmes, ou eu égard à leur production & à leur communication par le choc, *&c.*

Le *mouvement* uniforme est celui par lequel le corps se meut continuellement avec une vitesse invariable. *V.* UNIFORME.

Voici les loix du *mouvement* uniforme. Le lecteur doit observer d'abord que nous allons exprimer la masse ou la quantité de matière par M, le moment ou la quantité de *mouvement*, ou l'effort par E, le tems ou la durée du *mouvement* par T, la vitesse ou la rapidité du *mouvement* par V, & l'espace ou la ligne que le corps décrit, par S. *Voyez* MOMENT, MASSE, VITESSE, *&c.*

De même l'espace étant $= f$ & le tems $= t$, la vitesse sera exprimée par $\frac{f}{t}$; &, si la vitesse $= u$, & la masse $= m$, le moment sera pareillement $= um$.

Loix du mouvement uniforme. 1.° Les vitesses V & u de deux corps qui se meuvent uniformément, sont en raison composée de la directe des espaces S & f, & de l'inverse des tems T t.

Car $V = \frac{S}{T}$, & $u = \frac{f}{t}$,

donc $V : u :: \frac{S}{T} : \frac{f}{t}$,

donc $V : u :: S t : f T$.

C. Q. F. D.

Ce théorême & les suivans peuvent être rendus sensibles en nombre de cette sorte : supposons qu'un corps A dont la masse est comme 7, c'est-à-dire, de 7 livres, décrive dans 3″ de tems un espace de 12 piés, & qu'un autre corps B, dont la masse est comme 5, décrive en 8″ un espace de 16 piés, nous aurons donc $M = 7$, $T = 3$, $S = 12$, $m = 5$, $t = 8$, $f = 16$, & par conséquent $V = 4$, $u = 2$; ce qui réduira notre formule :

$V : u :: S t . f T$ en cette forme

$4 . 2 :: 12 \times 8 . 16 \times 3 :: 4 . 2$,

par conséquent, si $V=u$, on aura $St=sT$, & ainsi,

$$S:s::T.t;$$

c'est-à-dire, que, *si deux corps se meuvent uniformément & avec la même vitesse, les espaces seront entr'eux comme les tems.* On peut donner en nombre des exemples des corollaires comme du théorème ; ainsi, supposant $S=12$, $T=6$, $s=8$, $t=4$, on aura $V=\frac{12}{6}=2$, & $u=\frac{8}{4}=2$ par conséquent, puisque $V=u$,

$$\frac{S}{s}=\frac{T}{t},$$
$$\frac{12}{8} \quad \frac{6}{4}.$$

Si $V=u$ & $t=T$, on aura $S=s$; ainsi, *les corps qui se meuvent uniformément & avec la même vitesse, doivent décrire en tems égaux des espaces égaux.*

2.° *Les espaces S & s, que les corps décrivent, sont en raison composée des tems T & t, & des vitesses V & u;*

Car $V:u::St:sT$,
Donc $VsT=uSt$,
& $S:s::VT:ut$,

en nombres $12:8::2\times 6:2\times 4$;
par conséquent, si $S=s$, on a $VT=ut$; de façon que $V:u::t:T$, c'est-à-dire, si *deux corps, qui se meuvent uniformément, décrivent des espaces égaux, leurs vitesses seront en raison réciproque des tems.* En nombres, si nous supposons $S=12$, & $s=12$, comme $S=VT$, & $s=ut$, si $V=2$. & $u=3$, on pourra faire $T=6$ & $t=4$; mais, si on fait $T=t$, on aura alors $V=u$, & par conséquent *les corps qui se meuvent uniformément, & décrivent des espaces égaux dans des tems égaux, ont des vitesses égales.*

3.° *Les momens ou quantités de mouvement E & e de deux corps qui se meuvent uniformément*, sont en raison composée des vitesses V & u, & des masses ou quantités de matières M & m; car on a $E=VM$, & $e=um$; *on aura donc* $E:e::VM:um$; c'est-à-dire, que la raison de E à e est composée de celle de V à u, & de M à m.

Si $E=e$, on aura donc $VM=um$, & par conséquent $V:u::m:M$, c'est-à-dire, que, *si les momens de deux corps qui se meuvent uniformément, sont égaux, leurs vitesses seront en raison réciproque de leurs masses*, & par conséquent, si M est, outre cela, égale à m, V sera égal à u; c'est-à-dire, *que, si les momens & les masses de deux corps sont égaux, leurs vitesses le seront aussi.*

4.° *Les vitesses V & u de deux corps qui se meuvent uniformément, sont en raison composée de la directe des momens E & e, & de la réciproque des masses M & m;*

car puisque $E:e::VM:um$;
donc $Eum=eVM$,
& $V:u=Em:eM$,

en nombres $4:2::28\times 5:10\times 7::4\times 1:2\times 1::4:2$; donc, si $V=u$, on aura $Em=eM$, & par conséquent $E:e::M:m$; c'est-à-dire, que, *si deux corps se meuvent uniformément & avec la même vitesse, leurs momens seront dans la même raison que leurs masses.*

5.° *Dans un mouvement uniforme, les masses M & m des corps sont en raison composée des momens E & e directement, & des vitesses V & u réciproquement;*

car puisque $E:e::VM:um$,
donc $Eum=eMV$,
$M:m=Eu:eV$,

en nombre $7:5::28\times 2:10\times 4::7\times 1:5\times 1::7:5$. Si $M=m$, on aura alors $Eu=eV$, & par conséquent $E:e::V:u$, c'est-à-dire, *que, si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont des masses égales, leurs momens seront entre eux comme leurs vitesses*, supposons en nombre $E=12$, $e=8$, $M=4$, $m=4$, on pourra faire $V=\frac{12}{4}=3$, & $u=\frac{8}{4}=2$.

6.° *Dans un mouvement uniforme, les momens E & e sont en raison composée des masses M & m, & des espaces S & s directement, & des tems T & t réciproquement;* car à cause que $V:u::St:sT$,

& $E:e::VM:um$,
on a $VE:ue::VMSt:umsT$,
donc $E:e::MSt:msT$,

par conséquent, si $E=e$, on aura $MSt=msT$, & ainsi, $\frac{M}{m}=\frac{sT}{St}$, $\frac{S}{s}=\frac{mT}{Mt}$, & $\frac{T}{t}=\frac{MS}{ms}$,

c'est-à-dire, *si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont outre cela des momens égaux; 1.° leurs masses seront en raison composée des tems directement & des espaces réciproquement; 2.° les espaces seront en raison composée directement des tems & des masses réciproquement; 3.° les tems seront en raison composée des masses & des espaces. Que*, si de plus $M=m$, on aura alors $sT=St$, & par conséquent $S:s::T:t$, c'est-à-dire, que, *si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont des momens égaux & des masses égales, les espaces qu'ils parcourront seront proportionnels aux tems.*

Si de plus, $T=t$, on aura aussi $S=s$, & ainsi, *deux corps qui se meuvent avec des masses & des momens égaux, décrivent des espaces égaux en tems égaux.*

Si $E=e$, & $S=s$, on aura $Mt=mT$, & par conséquent $M:m::T:t$, c'est-à-dire, que *deux corps, qui se meuvent uniformément avec des momens égaux & qui décrivent des espaces égaux, doivent avoir des masses proportionnelles aux tems qu'ils emploient à décrire ces espaces.*

Si, outre cela, $T=t$, on aura aussi $M=m$, & par conséquent des corps *dont les momens sont égaux, & qui se mouvant uniformément, décrivent des espaces égaux dans des tems égaux, doivent aussi avoir des masses égales.*

Si $E = e$ & $T = t$, on aura alors $MS = mf$, & par conséquent $S : f :: m : M$; c'est-à-dire, que *les espaces parcourus dans un même tems, & d'un mouvement uniforme par deux corps dont les momens sont égaux, sont en raison réciproque des masses.*

7.° Dans un mouvement uniforme, les espaces S & f sont en raison composée des momens E & e, & des tems T & t directement, & des masses m & M réciproquement;
car puisque $E : e :: MSt : mfT$,

$$EmfT = eMSt,$$

par conséquent $S : f :: ETm : etM$; d'où il s'ensuit que, si $S = f$, ETm sera égal à etM, & que par conséquent $E : e :: tM : Tm$; $M : m :: ET : et$; $T : t :: eM : Em$.

Ainsi, en supposant que deux corps parcourent des espaces égaux d'un mouvement uniforme, 1.° *leurs momens seront en raison composée des masses directement & des tems réciproquement;* 2.° *leurs masses seront en raison composée des momens des tems;* 3.° *les tems seront en raison composée des masses directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $S = f$, on suppose encore $M = m$, on aura aussi $ET = et$, & par conséquent $E : e :: t : T$, c'est-à-dire, que *des corps dont les masses sont égales, & qui parcourent des espaces égaux, ont des momens réciproquement proportionnels aux tems qu'ils emploient à parcourir ces espaces.*

Si, outre $S = f$, on suppose encore $T = t$, il suivra que $eM = Em$, & par conséquent *deux corps qui se meuvent uniformément, en parcourant les mêmes espaces dans les mêmes tems, ont des momens proportionnels à leurs masses.*

8.° Deux corps qui se meuvent uniformément ont des masses M & m en raison composée des momens E & e, & des tems T & t directement, & des espaces f & S réciproquement;
car puisque $E : e :: MSt : mfT$; $EmfT = eMSt$,

$$\text{donc } M : m :: ETf : etS,$$

& par conséquent, si $M = m$, on aura $ETf = etS$, & par conséquent $E : e :: tS : Tf$; $S : f :: ET : et$, & $T : t :: eS : Ef$, c'est-à-dire, que, *si deux mobiles ont des masses égales,* 1.° *les momens seront en raison composée des espaces directement & des tems réciproquement;* 2.° *les espaces seront en raison composée des momens & des tems;* 3.° *les tems seront en raison composée des espaces directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $M = m$, on suppose encore $T = t$, on aura $eS = Ef$; & par conséquent $e : E :: f : S$, c'est-à-dire, que, dans le mouvement uniforme, *les momens de deux corps dont les masses sont égales, sont proportionnels aux espaces parcourus dans des tems égaux.*

9.° Dans des *mouvemens* uniformes, les tems T & t sont en raison composée des masses M & m, & des espaces S & f directement, & des momens E & e réciproquement;
car puisque $E : e :: MSt : mfT$; $EmfT = eMSt$,

$$\text{donc } T : t :: eMS : Emf;$$

d'où il s'ensuit que, si $T = t$, on aura $eMS = Emf$, & par conséquent $E : e :: MS : mf$; $M : m :: Ef : eS$ & $S : f :: Em : eM$; c'est-à-dire, que, *si deux corps se meuvent uniformément dans des tems égaux,* 1.° *leurs momens seront en raison composée des masses & des espaces;* 2.° *les masses seront en raison composée des momens directement, & des espaces réciproquement;* 3.° *les espaces seront en raison composée des momens directement, & des espaces réciproquement.*

Mouvement accéléré, c'est celui qui reçoit continuellement de nouveaux accroissemens de vitesse; il est dit *uniformément accéléré* quand ces accroissemens de vitesse sont égaux en tems égaux. *Voyez* ACCÉLÉRATION.

Mouvement retardé, c'est celui dont la vitesse diminue continuellement; il est dit *uniformément retardé*, lorsque la vitesse décroît proportionnellement aux tems. *Voyez* RETARDATION.

En général, on peut représenter les loix du *mouvement* uniforme, ou varié, suivant une loi quelconque, par l'équation d'une courbe, dont les abscisses expriment les tems t, & les ordonnées correspondantes les espaces parcourus pendant ces tems. Si $e = nt$, n étant un nombre constant, les espaces seront comme les tems, & le mouvement sera uniforme. S'il y a entre e & t quelqu'autre équation, le *mouvement* sera varié; si on n'a point d'équation finie entre e & t, on pourra exprimer le rapport de e à t par une équation différentielle, $de = R\,dt$, R étant une fonction de e & de t, laquelle représente la vitesse; & il est à remarquer que, puisque $\frac{de}{dt} = R$, le *mouvement* sera accéléré, si la différence de R est positive, & retardé, si elle est négative (*voyez* VITESSE & FORCE); car, dans le premier cas, la vitesse R ira en croissant, & dans le second, en décroissant.

C'est un axiome de méchanique, comme on l'a déjà remarqué, *qu'un corps qui est une fois en repos ne se mouvera jamais, à moins qu'il ne soit mis en mouvement par quelqu'autre corps, & que tout corps qui est une fois en mouvement continuera toujours à se mouvoir avec la même vitesse & dans la même direction, à moins que quelqu'autre corps ne le force à changer d'état.*

On doit conclure de-là qu'un corps mû par une seule impulsion, doit continuer à se mouvoir en ligne droite, & que, s'il est emporté dans une courbe, il doit être poussé au moins par deux forces, dont l'une, si elle étoit seule, le feroit continuer en ligne droite, & dont l'autre, ou les autres, l'en détournent continuellement.

Si l'action & la réaction de deux corps (non élastiques) est égale, il ne s'ensuivra aucun *mouvement*

vement de leur choc ; mais les corps resteroient, après le choc, en repos l'un contre l'autre.

Si un mobile est poussé dans la direction de son *mouvement*, il sera accéléré ; s'il est poussé par une force qui résiste à son *mouvement*, il sera alors retardé ; les graves descendent par un mouvement accéléré.

10.° Si un *corps se meut avec une vitesse uniformément accélérée, les espaces qu'il parcourra seront en raison doublée des tems qu'il aura employés à les parcourir ;* car que la vitesse acquise dans le tems t soit $= u$, celle que le grave acquerra dans le tems $2t$, sera $2u$ dans le tems $3t$, sera $3u$, *&c.* & les espaces correspondans à ces tems t, $2t$, $3t$, seront proportionnels à tu, $4tu$, $9tu$, par conséquent ces espaces seront comme 1, 4, 9, *&c.* Les tems étant, de leur côté, comme 1, 2, 3, *&c.* il est donc vrai *que les espaces seront en raison doublée des tems. Voyez* Accélération.

D'où il s'ensuit que, dans le mouvement uniformément accéléré, *les tems seront en raison soudoublée des espaces.*

11.° *Les espaces parcourus par un corps qui se meut d'un mouvement uniformément accéléré, croissent dans des tems égaux comme les nombres impairs* 1, 3, 5, 7, *&c.*

Car si les tems qu'un mobile uniformément accéléré emploie dans son *mouvement*, sont comme 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* on a vu que les espaces qu'il parcourra seront, dans le premier tems, 1 comme 1, dans 2 comme 4, dans 3 comme 9, dans 4 comme 16, dans 5 comme 25, & ainsi soustrayant l'espace parcouru dans le premier tems ; savoir 1, de l'espace parcouru en 2, savoir 4, il restera l'espace parcouru dans le second moment seulement, savoir, 3. On trouvera semblablement que l'espace parcouru dans le troisième tems seulement, sera $9 - 4 = 5$, que l'espace parcouru dans le quatrième, sera $16 - 9 = 7$, & ainsi des autres. L'espace correspondant au premier tems, sera donc 1, celui du second 3, celui du troisième 5, celui du quatrième 7, celui du cinquième 9, *&c.* & ainsi les espaces parcourus par un mobile qui se meut d'un mouvement uniformément accéléré, croissent dans des tems égaux comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, *&c.* C. Q. F. D.

12.° *Les espaces parcourus par un corps qui se meut d'un* mouvement *uniformément accéléré, & en commençant par partir du repos, sont en raison doublée des vitesses.*

Car nommons les vitesses V & u, les tems T & t, les espaces S & s ; puisque le corps part du repos, la quantité de vitesse à chaque instant ne dépend que du nombre d'accélérations que le corps a reçu ; & comme il en reçoit par hypothèse, d'égales en tems égaux, & par conséquent un nombre proportionnel au tems, il s'ensuit de-là que les vitesses à chaque instant doivent être proportionnelles aux tems ; ainsi, V est à u comme T est à t : donc puisque $S . s :: T^2 : t^2$; on aura $S . s :: V^2 : u^2$, C. Q. F. D.

Donc *dans les mouvemens uniformément accélérés, les vitesses sont en raison soudoublée des espaces.*

13.° *Dans les milieux non résistans, & dans des espaces peu grands, les graves descendent d'un mouvement uniformément accéléré, ou qui doit être censé tel ;* car les graves ne descendent avec une vitesse accélérée, qu'autant que quelque force étrangère agit continuellement sur eux pour augmenter leur vitesse, & on n'en sauroit imaginer d'autre ici que celle de la gravité ; mais la force de la gravité doit être censée par-tout la même près de la surface de la terre, parce qu'on y est toujours à des intervalles du centre fort grands, & peu différens les uns des autres ; & les expériences qu'on a pu faire à quelque distance que ç'ait été de la terre, n'y ont fait trouver en effet aucune différence sensible ; les corps graves doivent par conséquent être sollicités en embas d'une manière semblable en tems égaux : donc si dans le premier moment de tems, cette force leur donne la vitesse T, elle leur donnera encore la même vitesse dans le moment suivant, ainsi du troisième, du quatrième, *&c.* De plus, comme nous supposons le milieu sans résistance, les graves conserveront la vitesse qu'ils auront acquise ; & ainsi, comme ils acquerront à tout moment de nouvelles augmentations égales, il faudra qu'ils descendent d'un *mouvement* uniformément accéléré, C. Q. F. D. *Voyez* Gravité.

Les *espaces dont les corps seront descendus, seront donc, dans les mêmes suppositions, comme les quarrés des tems & des vitesses, & leurs différences croîtront comme la suit: des nombres impairs,* 1, 3, 5, 7, *&c. & les tems ainsi que les vitesses seront en raison soudoublée des espaces.*

Quand nous supposons que le grave descend dans un milieu non résistant, nous entendons exclure aussi toute sorte d'empêchemens de quelque espèce que ce soit, ou de quelque cause qu'ils procèdent, & généralement nous faisons abstraction de toutes les causes qui pourroient altérer le *mouvement* produit par la seule gravité.

C'est Galilée qui a découvert le premier la loi de la descente des graves par le raisonnement, quoiqu'il ait ensuite confirmé sa découverte par des expériences ; il les répéta plusieurs fois, surtout sur des plans inclinés, & trouva toujours *les espaces parcourus proportionnels aux quarrés des tems.* Riccioli & Grimaldi ont fait aussi les mêmes expériences, mais d'une manière différente. *Voyez* Descente.

14.° Si un grave tombe dans un milieu sans résistance, *l'espace qu'il décrira sera soudouble de celui qu'il auroit décrit dans le même tems par un mouvement uniforme, & avec une vitesse égale à celle qu'il se trouve avoir acquise à la fin de la*

chûte. Car (*voyez pl. de Méchan. fig.* 202) que la ligne AB représente le tems total de la descente d'un grave, & qu'elle soit divisée en un nombre quelconque de parties égales; tirez aux extrémités des abscisses AP, AQ, AS, AB, des ordonnées perp. PM, QI, SH, BC, qui puissent représenter les vitesses acquises par la descente à la fin de ces tems, puisque AP est à AQ comme PM est à QI, & AP est à AS, comme PM est à SH, *&c.* les points MI, *&c.* seront à une droite AC. Si l'on conçoit donc que la hauteur du triangle soit divisée en parties égales & infiniment petites, le *mouvement* pouvant être censé uniforme dans un moment de tems infiniment petit, la petite aire $PpMm$ égale à $Pp \times pM$, sera proportionnelle à l'espace parcouru dans le tems Pp; ainsi, l'espace parcouru dans le tems AB, sera comme la somme de toutes les petites aires, c'est-à-dire, comme le triangle ABC. Mais l'espace qui auroit été décrit dans le même tems AB avec la vitesse uniforme BC, auroit été proportionnelle au rectangle $ABCD$, le premier de ces espaces est donc à l'autre comme 1 à 2; ainsi, l'espace que le mobile pourroit parcourir uniformément avec la vitesse BC dans la moitié du tems AB, est égal à l'espace qu'il parcourt avec une accélération uniforme, après être tombé du repos & dans le tems total AB.

15.° *Si un corps se meut d'un* mouvement *uniformément retardé, il ne parcourra, en remontant, que la moitié de l'espace qu'il auroit parcouru s'il s'étoit mû uniformément avec la même vitesse initiale;* car supposons le tems donné divisé en un nombre quelconque de parties égales, & tirons les droites BC, SH, QI, PM, qui représenteront les vitesses correspondantes aux parties de tems exprimées par 0, BS, BQ, BP, BA; de façon qu'abaissant les perpendiculaires HE, IF, MG, les droites CE, CF, CG, CB, soient comme les vitesses perdues dans les tems HE, FI, GM, AB, c'est-à-dire, BS, BQ, BP, BA. Or, puisque CE est à CF, comme EH est à FI, & que CG est à CB comme GM est à BA, ABC sera donc par conséquent un triangle. Si donc Bb & Pp sont des momens de tems infiniment petits, le *mouvement* sera uniforme, & par conséquent les espaces décrits par le mobile seront comme les petits espaces $BbcC$, ou $PpmM$; donc tout l'espace décrit par ce même mobile dans le tems AB, sera comme le triangle CBA; or l'espace que le mobile auroit décrit uniformément avec la vitesse BC, est comme le rectangle $ABCD$: le premier est donc la moitié de l'autre.

16.° *Les espaces décrits dans des tems égaux par un* mouvement *uniformément retardé, décroissent comme les nombres impairs:* car que les parties égales BS, SQ, QP, PA de l'axe du triangle, soient comme les tems, & que les ordonnées BC, SH, QI, PM, soient comme les vitesses au commencement de chaque tems, les trapèses $BSHC$, $SQIH$, $QPMI$, & le triangle PAM seront donc comme les espaces décrits en ces tems-là; soit maintenant $BC = 4$, & que $BS = SQ = PQ = PA = 1$, SH sera donc $= 3$, $QI = 2$, $PM = 1$; $BSHC$ sera $= \overline{4+3} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; $SQIH$ sera $= \overline{3+2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, $QPMI = \overline{2+1} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $PAM = \frac{1}{2}$, & par conséquent les espaces décrits en tems égaux seront comme $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, comme 7, 5, 3, 1.

Pour la cause de l'accélération du mouvement, *voyez* GRAVITÉ & ACCÉLÉRATION.

Pour la cause de la retardation, voyez RÉSISTANCE & RETARDATION.

Les loix de la communication du mouvement par le choc sont fort différentes, suivant que les corps sont ou élastiques ou non, & que la direction du choc est directe ou oblique, eu égard à la ligne qui joint le centre de gravité des deux corps.

Les corps qui reçoivent ou qui communiquent le *mouvement*, peuvent être ou entiérement durs, c'est-à-dire, incapables de compression, ou entiérement mous, c'est-à-dire, incapables de restitution après la compression de leurs parties; ou enfin à ressort, c'est-à-dire, capables de reprendre leur première forme après la compression. Ces derniers peuvent encore être à ressort parfait; de sorte qu'après la compression, ils reprennent entiérement leur figure; ou à ressort imparfait, c'est-à-dire, capables de la reprendre seulement en partie. Nous ne connoissons point de corps entiérement durs ni entiérement mous, ni à ressort parfait, car, comme dit M. de Fontenelle, la nature ne souffre point de précision.

Lorsqu'un corps en mouvement rencontre un obstacle, il fait effort pour déranger cet obstacle: si cet effort est détruit par une résistance invincible, la force de ce corps est une force morte, c'est-à-dire, qu'elle ne produit aucun effet, mais qu'elle tend seulement à en produire un. Si la résistance n'est pas invincible, la force est alors une force vive, car elle produit un effet réel, & cet effet est ce qu'on appelle *force vive* dans les corps. Sa quantité se connoît par la grandeur & le nombre des obstacles que le corps en mouvement peut déranger en épuisant sa force, *voyez* FORCE.

Voici à quoi peut se réduire tout ce qui a rapport au choc des corps non élastiques, lorsque le coup ou le choc est direct.

17.° *Un mobile qui en frappe un en repos lui communique une portion de* mouvement *telle qu'après le choc ils aillent tous deux de compagnie, & dans la direction du premier, & que le moment ou la quantité du* mouvement *des deux corps après le choc, se trouve être le même que le premier d'entr'eux avoit seul avant le choc.*

Car c'est l'action du premier de ces corps qui donne à l'autre tout le *mouvement* que celui-ci

prend à l'occasion du choc, & c'est la réaction du dernier qui enlève au premier une partie de son *mouvement*; or, comme l'action & la réaction doivent être toujours égales, le moment acquis par l'un, doit être précisément égal au moment perdu par l'autre; de façon que le choc n'augmente ni ne diminue le moment des deux corps pris ensemble.

Il s'ensuit de-là que la vitesse après le choc, laquelle est, comme on vient de le remarquer, la même dans les deux corps, se trouve, en multipliant la masse du premier corps par la vitesse avant le choc, & divisant ensuite le produit par la somme des masses: on peut conclure encore de-là, que, si un corps en *mouvement* en choque un autre qui se meuve dans la même direction, mais plus lentement, ils continueront tous deux, après le choc, à se mouvoir dans la même direction, mais avec une vitesse différente de celle qu'ils avoient, & qui sera la même pour les deux, & les momens ou les sommes des *mouvemens* resteront les mêmes après le choc qu'avant le choc.

Si deux corps égaux se meuvent l'un contre l'autre avec des vitesses égales, ils resteront tous deux en repos après le choc. *Voyez les articles* COMMUNICATION & PERCUSSION.

Mouvement simple est celui qui est produit par une seule force ou puissance.

Mouvement composé est celui qui est produit par plusieurs forces ou puissances qui conspirent à un même effet. *Voyez* COMPOSITIONS.

Les forces ou puissances sont dites *conspirer*, lorsque la direction de l'une n'est pas absolument opposée à celle de l'autre; comme lorsqu'on imagine que le rayon d'un cercle tourne autour de son centre, & que l'un des points du rayon est en même tems poussé le long de ce même rayon.

Tout *mouvement* curviligne est composé, comme réciproquement tout *mouvement* simple est rectiligne.

18.° *Si un mobile A (fig. 203) est poussé par une double puissance, l'une suivant la direction A B, l'autre suivant la direction A C, il décrira, en vertu du* mouvement *composé de ces deux-là, la diagonale d'un parallélogramme A D, dont il auroit décrit les côtés A B ou A C, s'il n'avoit été animé que de l'une des deux forces, & dans le même tems qu'il auroit employé en ce cas à parcourir ces deux côtés.*

Car, si le corps *A* n'étoit poussé que par la force imprimée suivant *A B*, il se trouveroit, dans le premier instant, dans quelques points de la droite *AB* comme en *H*, & par conséquent dans la ligne H*L* parallèle à *AC*; & s'il n'étoit animé que de la seule force qui lui est imprimée selon *A C*, il se trouveroit au même instant dans quelque point de la ligne *A C* comme en *I*, lequel point *I* est tel que *A I* est à *A H* comme *A B* est à *AC*; c'est ce qu'on peut déduire aisément des loix du *mouvement* uniforme exposées ci-dessus: & par conséquent le corps se trouveroit dans la ligne *I L* parallèle à *AB*. Mais, puisque les directions des puissances ne sont point opposées l'une à l'autre, nulle d'elles ne sauroit empêcher l'effet de l'autre, & par conséquent le corps arrivera dans le même instant de tems dans *HL* & dans *IL*. Il faudra donc qu'il se trouve à la fin de ce tems au point *L*, où ces deux droites se rencontrent. On verra de même que, si on tire *K M* & *MG* parallèles à *A B* & *A C*, le corps se trouvera à la fin dans un autre instant en *M*, & enfin au bout du tems total en *D*. C. Q. F. D.

Donc, puisqu'on peut construire un parallélogramme *A B C D* autour de toute droite *A D*, en faisant deux triangles égaux & opposés sur cette droite *A D* prise pour base commune, il s'ensuit de-là que tout *mouvement* rectiligne peut toujours, s'il en est besoin, être considéré comme composé de deux autres.

Mais comme, dans cette formation d'un parallélogramme autour de la droite *A D*, la proportion des côtés *A C*, *A D* peut varier & être prise à volonté, de même aussi le *mouvement A D* peut être composé d'une infinité de manières différentes, & ainsi un même *mouvement* rectiligne peut être composé d'une infinité de divers *mouvemens* simples, & par conséquent peut être décomposé suivant le besoin d'une infinité de manières.

De-là il s'ensuit encore que, *si un mobile est tiré par trois puissances différentes, dont deux soient équivalentes à la troisième, & cela suivant les directions B A, A C, A D, (fig. 204), ces puissances seront les unes aux autres, en raison des droites B D, D A, D C, parallèles à leurs directions*, c'est-à-dire, *en raison inverse des sinus des angles renfermés par les lignes de leur direction & la ligne de direction de la troisième*: car *D B* est à *A D* comme le sinus de l'angle *B A D* est au sinus de l'angle *A B D*.

19.° *Dans le* mouvement *composé uniforme, la vitesse produite par les* mouvemens *qui conspirent, est à la vitesse de chacun des deux pris séparément, comme la diagonale A D (fig. 203), du parallélogramme A B C D, suivant les côtés desquels ils agissent, est à chacun de ces côtés A B ou A C.*

Car en même tems que l'une des puissances emporteroit le mobile dans le côté *A B* du parallélogramme, & l'autre dans le côté *A C*, elles l'emportent à elles deux lorsqu'elles se réunissent le long de la diagonale *A D*; la diagonale est donc l'espace décrit par les forces conspirantes dans le même tems. Mais, dans le *mouvement* uniforme, les vitesses sont comme les espaces parcourus dans un tems donné; donc la vitesse provenant des forces conspirantes, est à la vitesse de chacune des forces en particulier comme *A D* à *A B*, ou à *A C*.

Ainsi, les forces conspirantes étant données, c'est-à-dire, la raison des vitesses étant donnée par les droites *A B*, *A C* données de grandeur,

& la direction de ces forces étant donnée de position par ces lignes ou par l'angle qu'elles doivent faire, la vitesse & la direction du *mouvement* oblique sera aussi donnée, parce que la diagonale est alors donnée de grandeur & de position.

Néanmoins le *mouvement* oblique étant donné, les *mouvemens* simples ne le sont pas par-là réciproquement, parce qu'un même *mouvement* oblique peut être composé de plusieurs différens *mouvemens* simples.

2.° *Dans les* mouvemens *composés produits par les mêmes forces, la vitesse est d'autant plus grande, que l'angle de direction est moindre, & elle est d'autant moindre qu'il est plus grand.*

Car soit *B A C* le plus grand angle de direction (*fig.* 205) & *F A C* le moindre; puisque les forces sont supposées les mêmes dans les deux cas, *A C* sera commun aux deux parallélogrammes *A F C E* & *B A C D*, & outre cela *A B*, sera = *A F*: or il est évident que la diagonale *A D* appartient au cas du plus grand angle, & que la diagonale *A E* appartient au cas du plus petit, & qu'enfin ces diagonales sont décrites dans un même tems, parce que *A B* = *A F*: les vitesses sont donc entr'elles comme *A D* est à *A E*, c'est pourquoi *A D* étant moindre que *A E*, la vitesse dans le cas du plus grand angle est moindre que dans le cas du plus petit.

Ainsi, la vitesse des forces conspirantes & l'angle de leur direction, dans un cas particulier, étant donnés, on peut dès-lors déterminer la vitesse du *mouvement* composé, & par conséquent les rapports des vitesses produites par les mêmes forces sous différens angles de direction.

Donc, 1.° si les forces composantes agissent dans la même direction, le mobile se meut plus vite; mais la direction de son *mouvement* n'étant point changée, ce corps se meut d'un *mouvement* simple. 2.° Si ces deux forces sont égales & opposées l'une à l'autre, elles se détruisent mutuellement; alors le corps ne sort point de place, & il n'y a aucun *mouvement* produit. 3°. Si les forces opposées sont inégales, elles ne se détruisent qu'en partie, le *mouvement* qui en résulte est l'effet de la différence de ces deux forces, c'est-à-dire, de l'excès de la plus grande sur la plus petite. 4.° Si ces deux forces font angle l'une avec l'autre, elles retarderont ou accéléreront le *mouvement* l'une de l'autre, selon que l'obliquité des lignes qui les représentent sera dirigée.

On voit aussi que l'on peut également considérer toutes les forces comme étant réunies dans une force qui les représente, ou cette force unique, comme étant divisée dans celles qui la composent. Cette méthode est d'un grand usage & d'une grande utilité dans les méchaniques, pour découvrir la quantité de l'action des corps qui agissent obliquement les uns sur les autres.

Par ce même principe, on connoît le chemin d'un corps qui obéit à un nombre quelconque de forces qui agissent sur lui à-la-fois; car, lorsqu'on a déterminé le chemin que deux de ces forces font parcourir au mobile, ce chemin devient le côté d'un nouveau triangle, dont la ligne, qui représente la troisième force, devient le second côté, & le chemin du mobile la base. En procédant ainsi jusqu'à la dernière force, on connoîtra le chemin du mobile par l'action réunie de toutes les forces qui agissent sur lui.

Un corps peut éprouver plusieurs *mouvemens* à-la-fois; par exemple, un corps que l'on jette horizontalement dans un bateau, éprouve le *mouvement* de projectile qu'on lui communique, & celui que la pesanteur lui imprime à tout moment vers la terre; il participe outre cela au *mouvement* du vaisseau dans lequel il est. La rivière sur laquelle est ce vaisseau s'écoule sans cesse, & ce corps participe à ce *mouvement*. La terre sur laquelle coule cette rivière tourne sur son axe en vingt-quatre heures: voilà encore un *mouvement* nouveau que le corps partage. Enfin la terre a encore son *mouvement* annuel autour du soleil, la révolution de ces poles, le balancement de son équateur, *&c.* & le corps que nous considérons participe à tous ces *mouvemens*; néanmoins il n'y a que les deux premiers qui lui appartiennent, par rapport à ceux qui sont transportés avec le corps dans ce bateau; car tous les corps qui ont un *mouvement* commun avec nous, sont comme en repos par rapport à nous.

La ligne courbe désigne toujours un *mouvement* composé. Décrire une ligne courbe, c'est changer à tout moment de direction. Si deux forces qui poussent un corps sont également accélérées, ou bien si l'une est accélérée tandis que l'autre est uniforme, la ligne décrite par le corps en *mouvement* ne sera plus une ligne droite, mais une ligne courbe, dont la courbure est différente, selon la combinaison des inégalités des forces qui la font décrire; car ce corps obéira à chacune des forces qui le poussent, selon la quantité de leur action sur lui. Ainsi, par exemple, s'il y a une des forces qui renouvelle son action à chaque instant, tandis que l'action de l'autre force reste la même, le chemin du mobile sera changé à tout moment; & c'est de cette façon que tous les corps, que l'on jette obliquement, retombent vers la terre.

Le *mouvement* instantané d'un corps est toujours en ligne droite: la petitesse des droites que ce mobile parcourt à chaque instant, nous empêche de les distinguer chacune en particulier, & tout cet assemblage de lignes droites infiniment petites, & inclinées les unes aux autres, nous paroît une seule ligne courbe. Mais chacune de ces petites droites représente la direction du *mouvement* à

chaque instant infiniment petit, & elle est la diagonale d'un parallélogramme formé sur la direction des forces actuelles qui agissent sur ce corps. Ainsi, le *mouvement* est toujours en ligne droite à chaque instant infiniment petit, de même qu'il est toujours uniforme.

Il y a un mouvement dans lequel les parties changent de place, quoique le tout n'en change point. C'est le *mouvement* relatif d'un corps qui tourne sur lui-même, comme la terre, par exemple, dans son *mouvement* journalier. Ce sont alors les parties de ce corps qui tendent à décrire les droites infiniment petites, dont nous venons de parler. Il y auroit encore bien des observations à faire sur ce vaste sujet, mais cet ouvrage n'est pas susceptible de détails plus amples. On peut lire les *chapitres xj & xij des Institutions physiques* de madame du Châtelet, dont nous avons extrait une partie de cet article; la *Physique* de M. Muschembroëk; l'*Essai* de M. de Crousaz sur le *mouvement*, qui fut couronné par l'Académie des Sciences, & plusieurs autres ouvrages.

Sur les loix particulières du mouvement *qui est produit par la collision des corps élastiques ou non élastiques, soit que leurs directions soient perpendiculaires, soit qu'elles soient obliques. V.* PERCUSSION.

Sur les mouvemens *circulaires & les loix des projectiles*, *voyez* FORCE CENTRALE & PROJECTILE.

Sur les mouvemens *des pendules & leur oscillation*, *voyez* PENDULE & OSCILLATION.

Mouvement intestin marque une agitation intérieure des parties dont un corps est composé. *Voyez* FERMENTATION, EFFERVESCENCE, *&c.*

Quelques philosophes pensent que toutes les particules des fluides sont dans un *mouvement* continuel, & cette propriété est contenue dans la définition même que plusieurs d'entr'eux donnent de la fluidité (*voyez* FLUIDITÉ); & quant aux solides, ils jugent que leurs parties sont aussi en *mouvement* par les émissions qui sortent continuellement de leurs pores. *V.* EMISSION.

Suivant cette idée, le *mouvement* intestin ne seroit autre chose qu'un *mouvement* des plus petites parties intestines de la matière, excitées continuellement par quelqu'agent extérieur & caché, qui de lui-même seroit insensible, mais qui se découvriroit néanmoins par ses effets, & que la nature auroit destiné à être le grand instrument des changemens des corps.

MOUVEMENT, en Astronomie, se dit particulièrement du cours régulier des corps célestes. *V.* SOLEIL, PLANÈTE, COMÈTE, *&c.*

Le *mouvement* diurne est le premier que l'on ait observé, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASTRONOMIE.

Le *mouvement* de la terre d'occident en orient est une chose démontrée. *V.* SYSTÈME DE COPERNIC.

Mouvement propre est celui par lequel une planète avance chaque jour d'occident en orient d'une certaine quantité. *V.* PLANÈTE, où il y a une table du *mouvement* de chacune.

Le *mouvement* moyen se distingue du *mouvement* vrai, en ce que l'un est supposé dégagé de toutes les inégalités, & l'autre affecté de celles qui ont lieu dans le ciel.

Le *mouvement apparent* se dit aussi en opposition au *mouvement* vrai, lorsqu'il est affecté par la *réfraction* ou par la *parallaxe*.

Le *mouvement* est géocentrique ou héliocentrique, suivant qu'il est vu de la terre, ou considéré comme s'il étoit vu du soleil.

Les *mouvemens* apparens des étoiles sont la *précession*, l'*aberration* & la *nutation*.

Le *mouvement* de la 8e sphère, dans l'ancienne astronomie, est ce que nous appellons *précession*. On appelloit *mouvement premier* ou *mouvement de rapt*, celui qui se fait en 24 heures, on le *mouvement* diurne; *mouvement second*, celui qui est propre à chaque planète; *mouvement de trépidation* ou de *libration*, celui qui faisoit changer l'obliquité de l'écliptique & la précession des équinoxes, & on le distinguoit quelquefois en deux; *mouvement* de libration première, pour expliquer la variation de l'obliquité, & *mouvement* de libration seconde pour le changement des équinoxes.

MOYEN, adj. *terme fort en usage dans l'Astronomie*. On dit le lieu *moyen*, le mouvement *moyen*, la distance moyenne, le diamètre *moyen*, la parallaxe moyenne, le tems *moyen*, *&c.* pour exprimer ce qui tient le milieu entre le plus fort & le plus foible.

La longitude moyenne ou le lieu *moyen* d'une planète, est le point où elle devroit se trouver, si elle alloit uniformément, & qu'elle n'eût point d'inégalités. Les astronomes, pour calculer la longitude vraie d'une planète, commencent toujours par chercher sa longitude moyenne, & ils y appliquent les équations nécessaires, à raison des inégalités observées. *V.* ANOMALIE.

Le mouvement moyen d'un astre, est celui que l'on considère indépendamment des inégalités ou des équations qui le rendent plus ou moins prompt. Ainsi, la lune, par son mouvement propre, ne fait quelquefois que 11 degrés & trois quarts en un jour, quelquefois elle en fait quinze & un tiers; mais, quand on rassemble le fort & le foible, on trouve 13° 10′ 35″ pour son mouvement *moyen* en 24 heures; le plus ou le moins vient des inégalités de son mouvement. *V.* LUNE, EXCENTRICITÉ, EQUATION.

Le tems *moyen* est celui que le soleil règle & indique par son mouvement *moyen*, supposé uniforme, par opposition avec le tems vrai que le soleil marque réellement sur nos méridiennes & nos cadrans; *voyez* EQUATION DU TEMS. Il en est de même du midi *moyen* par rapport au midi vrai.

La distance moyenne d'un astre est aussi celle qui tient le milieu entre la plus grande & la plus petite. Par exemple, la lune décrit autour de la terre une ellipse ou une orbite alongée, de maniere que sa distance est quelquefois de 80187 lieues, dans son périgée, quelquefois de 91397, dans son apogée; la différence est de 11210 lieues, & la distance moyenne 85792 : elle est plus grande de 5605 que la distance périgée, & plus petite d'autant que la distance apogée. Il en est de même des distances de toutes les autres planetes. (*D. L.*)

MOYENNE *proportionnelle arithmétique*, (*Géom.*) est une quantité qui est *moyenne* entre deux autres, de maniere qu'elle excede la plus petite d'autant qu'elle est surpassée par la plus grande.

Ainsi, 9 est *moyen proportionnel arithmétique*, entre 6 & 12. On dit aussi, pour abréger, *moyen* ou *moyenne arithmétique. Voyez* PROPORTION.

Moyenne proportionnelle géométrique, ou simplement *moyenne proportionnelle*, est encore une quantité *moyenne* entre deux autres; mais de façon que le rapport géométrique qu'elle a avec l'une de ces deux y soit le même que celui que l'autre a avec elle.

Ainsi, 6 est *moyen proportionnel géométrique*, ou simplement *moyen proportionnel* entre 4 & 9, parce que 4 est les deux tiers de 6, de même 6 est les deux tiers de 9. *Voyez* PROPORTION. (*O*)

MUL

MULTANGULAIRE, ad. (*Géom.*) se dit d'une figure ou d'un corps qui a plusieurs angles. *Voyez* ANGLE & POLYGONE qui est plus usité.

MULTILATERE, adj. *en Géométrie*, est un mot qui s'applique aux figures qui ont plus de quatre côtés ou angles; on les nomme autrement & plus ordinairement *polygones*. *Voyez* POLYGONES. (*O*)

MULTINOME, adj. se dit *en Mathématique*, des quantités composées de plusieurs autres, comme $a + b c + d$, &c. *Voyez* RACINE, MONOME, BINOME, &c.

M. Moivre a donné dans les *Transactions philosophes*, n.° 230, une méthode pour élever un *multinome* quelconque à une puissance quelconque, ou pour en extraire la racine quelconque. Cette méthode est un corollaire de la méthode générale de M. Neuton, pour élever un binome quelconque, $a + b$ à une puissance quelconque. Le théoreme de M. Moivre est rapporté au commencement de l'analyse des infiniment petits de M. Stone, traduit en françois, & imprimée à Paris en 1735. *Voyez à l'article* BINOME *la formule de* M. Neuton. (*O*)

MULTIPLE, adj. se dit, en *Arithmétique*, d'un nombre qui en contient un autre un certain nombre de fois exactement. *V.* NOMBRE, EQUIMULTIPLE, &c.

Ainsi, 6 est multiple de 2; ou, ce qui est la même chose, 2 est une partie aliquote de 6, puisque 2 est contenu dans 6 trois fois; de même 12 est *multiple* de 6, 4 & 3, puisqu'il contient deux fois 6, trois fois 4 & quatre fois 3. (*O*)

Une raison *multiple* est celle qui se trouve entre des nombres *multiples*. *Voyez* RAISON & RAPPORT.

Si le plus petit terme d'un rapport est une partie aliquote du plus grand, le rapport du plus grand au plus petit est appellé *multiple*, & celui du plus petit au plus grand est nommé *sous-multiple*.

Le nombre *sous-multiple* est celui qui est contenu dans un nombre multiple; ainsi, 1, 2 sont *sous-multiples* de 6, & 3 *sous-multiplel* de 9.

Les rapports doubles, triples, &c. comme aussi les rapports sous-doubles, sous-triples, &c. sont différentes especes de rapports *multiples* ou *sous-multiples*.

MULTIPLE, point *multiple*, *en Géométrie*, est le point commun d'intersection de deux ou plusieurs branches d'une même courbe qui se coupent. *V.* BRANCHE, COURBE & POINT.

MULTIPLE, poulie *multiple* est, *en Méchanique*, un assemblage de plusieurs poulies. *V.* POULIE & MOUFFLE. (*O*)

MULTIPLICANDE, s. m. est, *dans l'Arithmétique*, un des deux facteurs de la multiplication; c'est le nombre que l'on donne à multiplier par un autre qu'on appelle *multiplicateur*. *V.* MULTIPLICATEUR.

MULTIPLICATEUR, subst. m. se dit, *en Arithmétique*, du nombre par lequel on doit multiplier le multiplicande. *Voyez* MULTIPLICANDE.

Des deux nombres donnés dans la multiplication, on prend ordinairement le plus grand pour multiplicande, & on le place au-dessus du plus petit qu'on prend pour *multiplicateur*. Mais le résultat de l'opération sera toujours le même, quel que soit celui des deux nombres qu'on prendra pour multiplicande ou pour *multiplicateur*; en effet, quatre fois 5, ou cinq fois 4, font également 20, comme on le voit à l'œil par la figure suivante.

4
. . . .
. . . .
5 . . . .
. . . .
. . . .

Voyez MULTIPLICATION.



